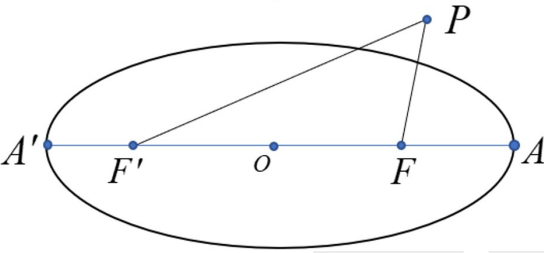


سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
<b>سوالات فصل اول</b>			
۱	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارات های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) برای هر دو ماتریس مربعی هم مرتبه <math>A</math> و <math>B</math>، در حالت کلی رابطه <math>(A-B)(A+B) = A^2 - B^2</math> برقرار است.</p> <p>ب) وارون هر ماتریس مربعی در صورت وجود منحصر به فرد است.</p>		
۲	<p>ماتریس های <math>A = \begin{bmatrix} -1 &amp; m \\ -2 &amp; m \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 2 &amp; -3 \\ 3 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> چنان هستند که <math>C = 3A + 2B</math> ماتریس قطری است. مقدار <math>m</math> و مجموع درایه های قطر اصلی ماتریس <math>C</math> را حساب کنید.</p>		
۳	<p>با فرض <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; -1 \end{bmatrix}</math>، ماتریس <math>A^5</math> را محاسبه کنید.</p>		
۴	<p>الف) اگر <math>A</math> ماتریس <math>2 \times 2</math> و اسکالر باشد و <math>a_{33} = 3</math> در این صورت <math>A</math> و <math> A </math> را بیابید.</p> <p>ب) دو ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} a &amp; b &amp; c \\ 0 &amp; d &amp; 0 \\ e &amp; 0 &amp; f \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} ka &amp; kb &amp; kc \\ 0 &amp; d &amp; 0 \\ e &amp; 0 &amp; f \end{bmatrix}</math>، <math>(k</math> عددی حقیقی است) را در نظر بگیرید. با محاسبه <math> A </math> و <math> B </math> نشان دهید که: <math> B  = k A </math>.</p>		
۵	<p>دستگاه <math>\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}</math> را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.</p>		
<b>سوالات فصل دوم</b>			
۶	<p>برای هر یک از عبارات های (الف) و (ب) مورد مناسب را از بین کلمات (سهمی - بیضی - نقطه) انتخاب کرده و در پاسخ برگ وارد کنید (یک مورد اضافی است).</p> <p>الف) فصل مشترک یک صفحه و یک سطح مخروطی در حالتی که صفحه بر محور سطح مخروطی عمود بوده و از راس آن بگذرد.</p> <p>ب) مکان هندسی نقاطی از یک صفحه که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.</p>		
۷	<p>نقطه <math>A</math> و خط <math>d</math> در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از <math>A</math> به فاصله ۲ سانتی متر و از خط <math>d</math> به فاصله ۳ سانتی متر باشد. (درباره تعداد جواب های مسأله بحث کنید).</p>		
۸	<p>مقدار <math>m</math> را چنان تعیین کنید که دایره به معادله <math>x^2 + y^2 + 2x - 2y + m = 0</math> با دایره به مرکز <math>O(2, -3)</math> و شعاع ۳ مماس بیرون باشد.</p>		

ساعات شروع: ۸:۰۰ صبح	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه: ۲	هندسه ۳	سوالات آزمون نهایی درس:
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۳/۰۵/۲۳	تاریخ آزمون:	دوازدهم
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳			
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
۱۰۲۵	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(1, -1)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $4x - 3y = 2$ و تری به طول ۶ جدا کند.				
۱۰۷۵	<p>الف) خروج از مرکز یک بیضی با اندازه قطرهای ۴ و ۶ را بیابید.</p> <p>ب) نقطه <math>P</math> بیرون بیضی با قطر بزرگ <math>AA' = 2a</math> و کانون‌های <math>F</math> و <math>F'</math> مفروض است. ثابت کنید: <math>PF + PF' &gt; 2a</math> (رسم شکل در پاسخ‌برگ الزامی است).</p> 				
۱۰۵	سهمی به معادله $4y^2 - 4x = 4y$ داده شده است. مختصات راس و کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.				
سوالات فصل سوم					
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت یا اعداد مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) معادله صفحه گذرنده از نقطه <math>A(2, 3, -1)</math> و عمود بر محور <math>x</math> ها به صورت ..... می‌باشد.</p> <p>ب) اگر <math>A(-1, 0, 3)</math> و <math>B(5, 2, -3)</math> مختصات نقطه <math>M</math> وسط پاره خط <math>AB</math> به صورت ..... است.</p> <p>پ) برای هر دو بردار دلخواه <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math>، حاصل <math>\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})</math> برابر ..... می‌باشد.</p> <p>ت) حاصل <math>(\vec{j} \times \vec{i}) - 2\vec{k}</math> برابر ..... است.</p>				
۱	برای هر دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید: $ \vec{a} \cdot \vec{b}  \leq  \vec{a}   \vec{b} $ . (منظور از $ \vec{a} \cdot \vec{b} $ قدر مطلق مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ می‌باشد).				
۱۰۷۵	فرض کنید $\vec{a} = (\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ و $\vec{b} = (1, 0, 1)$ ، تصویر قائم بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ به دست آورید.				
۱۰۵	نقاط $A(1, 0, 0)$ و $B(0, -2, 0)$ و $C(0, 0, 3)$ داده شده‌اند. ابتدا حاصل $\vec{AB} \times \vec{AC}$ را محاسبه کرده و سپس به کمک آن مساحت مثلث $ABC$ را به دست آورید.				
۰۰۷۵	حجم متوازی السطوح ایجاد شده توسط بردارهای $\vec{a} = (0, -1, 1)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ و $\vec{c} = (0, -1, -1)$ را بیابید.				

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>هندسه ۳</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>
دوازدهم	تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۰۵/۲۳</b>	ساعت شروع: <b>۸:۰۰ صبح</b>
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	
۱	<b>الف) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۲۱ کتاب درسی</b>	<b>ب) درست (۰/۲۵) صفحه ۲۳ کتاب درسی</b>
۲	صفحات ۱۲ و ۱۶ کتاب درسی اگر به صورت مستقیم ماتریس $C$ محاسبه شده بود (۰/۷۵) نمره داده شود. $C = 3A + 2B = \begin{bmatrix} -3 & 3m \\ -6 & 3m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3m-6 \\ 0 & 3m+2 \end{bmatrix}$ $3m-6=0 \Rightarrow 3m=6 \Rightarrow m=2 \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow$ مجموع درایه‌های قطراسلی = ۹ (۰/۲۵)	۱.۲۵
۳	صفحه ۲۰ کتاب درسی <u>روش اول:</u> $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I \Rightarrow A^4 = A^2 \times A^2 = (2I) \times (2I) = 4I^2 = 4I$ $\Rightarrow A^5 = A \times A^4 = A \times (4I) = 4A$ یا $A^5 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ <u>روش دوم:</u> $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I \Rightarrow A^3 = A \times A^2 = A \times (2I) = 2A$ $\Rightarrow A^5 = A^2 \times A^3 = (2I) \times (2A) = 4A$ یا $A^5 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ <u>روش سوم:</u> $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3 = A \times A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A^4 = A \times A^3 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^5 = A \times A^4 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$	۱

راهنمای تصحیح آزمونی نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	
۴	<p>الف) صفحه ۳۰ کتاب درسی</p> $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = 9$ <p>ب) صفحه ۳۱ کتاب درسی</p> $\begin{vmatrix} a & b & c & a & b \\ 0 & d & 0 & 0 & d \\ e & 0 & f & e & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow  A  = (adf + 0 + 0) - (edc + 0 + 0) = adf - edc$ $\begin{vmatrix} ka & kb & kc & ka & kb \\ 0 & d & 0 & 0 & d \\ e & 0 & f & e & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow  B  = kadf - kedic = k(adf - edc) = k A $	۱.۲۵
۵	<p>صفحه ۲۵ کتاب درسی</p> $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = 6 - 4 = 2, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (} 0/25 \text{)} \\ y = 2 \text{ (} 0/25 \text{)} \end{cases}$ <p>نگارشی دیگر:</p> $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = 6 - 4 = 2, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1/2 & 3/2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1/2 & 3/2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (} 0/25 \text{)} \\ y = 2 \text{ (} 0/25 \text{)} \end{cases}$	۱.۵
۶	<p>الف) نقطه (۰/۲۵) صفحه ۳۵ کتاب درسی</p> <p>ب) سهمی (۰/۲۵) صفحه ۵۱ کتاب درسی</p>	۰.۵
۷	<p>صفحه ۳۹ کتاب درسی</p> <p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه <math>A</math> به فاصله <math>2\text{cm}</math> باشند، دایره ای به مرکز <math>A</math> با شعاع <math>2\text{cm}</math> می باشد (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط <math>d</math> به فاصله <math>3\text{cm}</math> باشند، دو خط <math>L</math> و <math>L'</math> موازی با <math>d</math> و به فاصله <math>3\text{cm}</math> از آن هستند (۰/۲۵). نقطه برخورد آن دایره با این دو خط موازی (<math>L</math> و <math>L'</math>)، جواب مسأله است. (۰/۲۵)</p> <p>بحث در وجود جواب:</p> <p>حالت اول: دایره یکی از خطوط <math>L</math> یا <math>L'</math> را در دو نقطه قطع می کند. در این حالت مسأله دو جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>حالت دوم: دایره بر یکی از خطوط <math>L</math> یا <math>L'</math> مماس است. در این حالت مسأله یک جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>حالت سوم: دایره هیچ یک از خطوط <math>L</math> و <math>L'</math> را قطع نمی کند. در این حالت مسأله فاقد جواب است. (۰/۲۵)</p> <p>(اگر حالت های بالا با رسم شکل بیان شده باشد به هر حالت (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.)</p>	۱.۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>صفحه ۴۶ کتاب درسی</p> <p><math>O(2, -3), r = 3</math></p> <p><math>O'(-1, 1), r' = \frac{1}{2}\sqrt{8-4m} = \sqrt{2-m}</math></p> <p><math>d = OO' = \sqrt{9+16} = 5, r+r' = d \Rightarrow 3 + \sqrt{2-m} = 5 \Rightarrow \sqrt{2-m} = 2 \Rightarrow 2-m = 4 \Rightarrow m = -2</math></p> <p>نگارشی دیگر:</p> <p><math>O'(-1, 1), r' = \frac{1}{2}\sqrt{8-4m}</math></p> <p><math>d = OO' = \sqrt{9+16} = 5, r+r' = d \Rightarrow 3 + \frac{1}{2}\sqrt{8-4m} = 5 \Rightarrow \sqrt{8-4m} = 4 \Rightarrow 8-4m = 16 \Rightarrow m = -2</math></p>	۱.۵
۹	<p>صفحه ۴۳ کتاب درسی</p> <p>شعاع عمود بر وتر آن وتر را نصف می کند، لذا <math>HB = 3</math></p> <p>(یا تعیین <math>HB</math> روی شکل (۵/۲۵) نمره)</p> <p><math>OH = \frac{ 4+3-2 }{\sqrt{16+9}} = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow r^2 = OH^2 + HB^2 = 1+9 = 10</math></p> <p>معادله دایره: <math>(x-1)^2 + (y+1)^2 = 10</math></p>	۱.۲۵

راهنمای تصحیح آزمونی نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	
۱۰	<p>الف) صفحه ۴۹ کتاب درسی</p> <p>روش اول:</p> $\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases}, \quad a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9 = 4 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{5} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ <p>روش دوم:</p> $\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases}, \quad e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ <p>ب) صفحه ۴۷ کتاب درسی</p> <p>محل تلاقی <math>PF'</math> با بیضی را <math>M</math> می نامیم (یا مشخص کردن <math>M</math> روی شکل). (۵/۲۵)</p> <p>در مثلث <math>PMF</math> بنا بر قضیه نامساوی مثلث داریم: <math>PF + MP &gt; MF</math> (۵/۲۵)</p> <p>پس با افزودن <math>MF'</math> به طرفین نامساوی خواهیم داشت:</p> $PF + \overbrace{MP + MF'}^{PF'} > MF + MF' \Rightarrow PF + PF' > 2a$ <p>نگارشی دیگر:</p> <p>محل تلاقی <math>PF'</math> با بیضی را <math>M</math> می نامیم (یا مشخص کردن <math>M</math> روی شکل). (۵/۲۵)</p> $PF + PF' = PF + \overbrace{PM + MF'}^{PF'} > MF + MF' = 2a$	۱.۲۵
۱۱	<p>صفحه ۵۵ کتاب درسی</p> $y^2 - 4y = 4x \Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 4x + 4 \Rightarrow (y - 2)^2 = 4(x + 1)$ <p>لذا سهمی فوق یک سهمی افقی رو به راست می باشد و در آن داریم:</p> $\begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow S(-1, 2) \text{ راس سهمی} \quad \text{و} \quad 4a = 4 \Rightarrow a = 1$ <p>خط هادی <math>x = -2</math> و کانون <math>F(0, 2)</math></p> <p>(اگر خواسته های سوال از روی شکل مشخص شده بود همانند بارم بندی بالا نمره تعلق گیرد.)</p>	۱.۵
۱۲	<p>الف) <math>x = 2</math> (۵/۲۵) صفحه ۶۶ کتاب درسی (ب) <math>(2, 1, 0)</math> (۵/۲۵) صفحه ۷۶ کتاب درسی</p> <p>پ) صفر (۵/۲۵) صفحه ۸۲ کتاب درسی (ت) <math>-3\vec{k}</math> یا <math>(0, 0, -3)</math> (۵/۲۵) صفحه ۸۲ کتاب درسی</p>	۱

ریاضی و فیزیک		رشته:	هندسه ۳		راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس:
مدت آزمون:	۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	۸:۰۰ صبح	تاریخ آزمون:	۱۴۰۳/۰۵/۲۳
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
ردیف	راهنمای تصحیح				نمره
۱۳	<p>صفحه ۷۹ کتاب درسی</p> <p><b>روش اول:</b> فرض می کنیم <math>\theta</math> زاویه بین دو بردار غیر صفر <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> باشد، در این صورت:</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta \Rightarrow \underbrace{ \vec{a} \cdot \vec{b} }_{\circ/۵} = \underbrace{ \vec{a}   \vec{b} }_{\circ/۵} \underbrace{ \cos \theta }_{\leq 1} \leq \underbrace{ \vec{a}   \vec{b} }_{\circ/۵} \quad (۱)$ <p><b>روش دوم:</b> فرض می کنیم <math>\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)</math> , <math>\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)</math> در این صورت:</p> $ \vec{a} \cdot \vec{b}  \leq  \vec{a}   \vec{b}  \Leftrightarrow  \vec{a} \cdot \vec{b} ^2 \leq  \vec{a} ^2  \vec{b} ^2 \Leftrightarrow (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)$ $\Leftrightarrow \underbrace{a_1^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 + a_3^2 b_3^2 + 2a_1 b_1 a_2 b_2 + 2a_1 b_1 a_3 b_3 + 2a_2 b_2 a_3 b_3}_{\circ/۲۵} \leq \underbrace{a_1^2 b_1^2 + a_1^2 b_2^2 + a_1^2 b_3^2 + a_2^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 + a_2^2 b_3^2 + a_3^2 b_1^2 + a_3^2 b_2^2 + a_3^2 b_3^2}_{\circ/۲۵}$ $\Leftrightarrow \underbrace{0 \leq a_1^2 b_1^2 - 2a_1 b_1 a_2 b_2 + a_2^2 b_1^2 + a_1^2 b_1^2 - 2a_1 b_1 a_3 b_3 + a_3^2 b_1^2 + a_2^2 b_1^2 - 2a_2 b_2 a_3 b_3 + a_3^2 b_2^2}_{\circ/۲۵} \Leftrightarrow 0 \leq (a_1 b_1 - a_2 b_2)^2 + (a_1 b_1 - a_3 b_3)^2 + (a_2 b_2 - a_3 b_3)^2$ <p>چون رابطه اخیر همواره درست بوده و روابط بالا بازگشت پذیرند پس حکم همواره برقرار است. (۰/۲۵)</p>				۱
۱۴	<p>صفحات ۸۰ و ۸۴ کتاب درسی</p> $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b} = (2, -1, 1) - (1, 0, 1) = (1, -1, 0)$ $\vec{c} \cdot \vec{b} = 2 + 0 + 0 = 2$ $ \vec{b}  = \sqrt{1 + 0 + 1} = \sqrt{2}$ $\Rightarrow \vec{c}' = \frac{\vec{c} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{2}{2} (1, 0, 1) = (1, 0, 1)$				۱.۲۵
۱۵	<p>صفحه ۸۴ کتاب درسی</p> $\vec{AB} = (-1, -2, 0)$ $\vec{AC} = (-1, 0, 3)$ $\Rightarrow \vec{AB} \times \vec{AC} = (-6, 3, -2) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}  \vec{AB} \times \vec{AC}  = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 9 + 4} = \frac{7}{2}$				۱.۵

ریاضی و فیزیک		رشته:	هندسه ۳		راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس:
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	ساعت شروع:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	دوازدهم	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
نمره	راهنمای تصحیح				ردیف
۰.۷۵	<p style="text-align: right;">صفحه ۸۳ کتاب درسی</p> <p style="text-align: right;"><u>روش اول:</u></p> $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -2 \Rightarrow V = \underbrace{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }_{\circ/۲۵} =  -2  = 2$ <p style="text-align: right;"><u>روش دوم:</u></p> $\vec{b} \times \vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1, 1, -1) \Rightarrow \underbrace{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})}_{\circ/۲۵} = 0 - 1 - 1 = -2 \Rightarrow V = \underbrace{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }_{\circ/۲۵} =  -2  = 2$ <p>(اگر برای محاسبه حجم متوازی السطوح از ترتیب های دیگر ضرب مختلط استفاده شده بود مشابه بالا نمره داده شود.)</p>				۱۶