

دوازدهم ریاضی



آزمون ۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	حسابان ۲	۴۰	۱	۴۰
	هندسه ۳			
	ریاضیات گسسته			



آزمون «۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سؤال

مدت پاسخ‌گویی کل : ۶۰ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۴۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۲۰	حسابان ۲
۲۱-۳۰	۱۰	هندسه ۳
۳۱-۴۰	۱۰	ریاضیات گسسته
۱-۴۰	۴۰	جمع کل

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
شاهین پروازی- عادل حسینی- مسعود خندانی- حمید علیزاده- کامیار علییون- مهرداد ملوندی- میلاد منصوری- جهانبخش نیکنام	حسابان ۲	
امیرحسین ابومحبوب- اسحاق اسفندیار- فرزاد جوادی- سیدمحمد رضا حسینی- فرد- مصطفی دیداری- مهدیار راشدی- سوگند روشنی- هومن عقیلی- احمد رضا فلاح- مهرداد ملوندی- نیلوفر مهدوی	هندسه و گسسته	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه های برتر	پارسا نوروزی منش سهیل تقی زاده	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: کل کتاب: صفحه‌های ۱ تا ۱۴۴

۱- کدام خط مجانب نمودار تابع $y = \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x - 3}$ نیست؟

- (۱) $y = -3$ (۲) $y = 1$ (۳) $x = 1$ (۴) $x = -3$

۲- اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = 3x^2 + mx + 2m + 1$ بر $x - 2$ برابر ۳ باشد، باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای

$q(x) = mx^2 - mx + 3$ بر $x + 2$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) 8 (۳) -6 (۴) -12

۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 1$ روی کدام بازه‌ها، به ترتیب از راست به چپ صعودی و نزولی است؟

- (۱) $(-\infty, 3]$ ، $(3, +\infty)$ (۲) $(1, 5)$ ، $[-2, 0]$

- (۳) $[-10, -1]$ ، $[0, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -3)$ ، $[-3, +\infty)$

۴- کدام ترتیب تبدیلات، برای تبدیل نمودار تابع $y = \sqrt{2x - 1}$ به نمودار تابع $y = \sqrt{2 - 3x}$ درست است؟

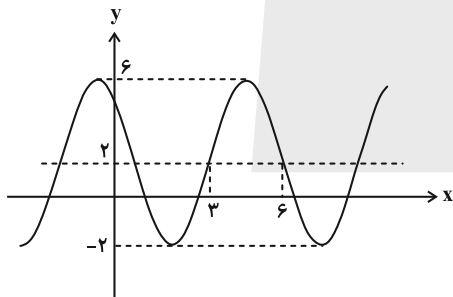
(۱) انتقال به چپ به اندازه ۳ واحد، ضرب طول نقاط در $\frac{2}{3}$ ، قرینه نسبت به محور y ها

(۲) انتقال به راست به اندازه ۱ واحد، ضرب طول نقاط در $\frac{2}{3}$ ، قرینه نسبت به محور y ها

(۳) ضرب طول نقاط در ۲، انتقال به سمت راست به اندازه ۱ واحد، تقسیم طول نقاط بر ۳، قرینه نسبت به محور y ها

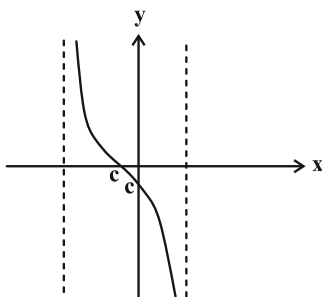
(۴) ضرب طول نقاط در ۲، انتقال به چپ به اندازه ۳ واحد، تقسیم طول نقاط بر ۳، قرینه نسبت به محور y ها

۵- بخشی از نمودار تابع $y = a \sin bx + c$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل $\frac{ab}{c}$ چند برابر π است؟



- (۱) $-\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) $-\frac{3}{2}$
(۴) $\frac{2}{3}$

۶- بخشی از نمودار تابع $f(x) = a - a \tan(bx + \frac{1}{3})\pi$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل ab کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3} + 1}{24}$
(۲) $\frac{\sqrt{3} + 1}{12}$
(۳) $\frac{\sqrt{3} - 1}{24}$
(۴) $\frac{\sqrt{3} - 1}{12}$

محل انجام محاسبات

۷- معادله $\cos 4x = 1 + \sin^2 3x$ در بازه $(-\pi, m)$ دارای ۴ جواب است. بیشترین مقدار m کدام است؟

- (۱) 2π (۲) 4π (۳) $\frac{7\pi}{2}$ (۴) $\frac{5\pi}{2}$

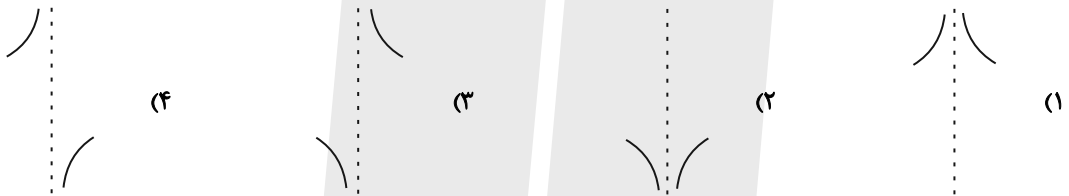
۸- انتهای کمان‌های جواب‌های معادله $2\sin 4x + \tan x = 0$ روی دایرهٔ مثلثاتی تشکیل یک چندضلعی محدب می‌دهند. مساحت این چندضلعی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

۹- اگر $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+a}{x^2-ax+b} = -\infty$ باشد، b کدام مقدار را نمی‌تواند بپذیرد؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{5}$ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{\Delta x + 4[-x]}{x^2 - 3[x]x + 2[x]^2}$ در یک همسایگی $x=2$ کدام است؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است.)



۱۱- اگر $f\left(\frac{3x-1}{x+1}\right) = \frac{x-5|x|+1}{x+2|x|-1}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} [f(x)]$ کدام است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -2 (۲) 1 (۳) -7 (۴) -6

۱۲- در تابع $f(x) = \frac{12^\circ}{x} + 5$ ، آهنگ لحظه‌ای تغییر در $x=2$ چند برابر آهنگ متوسط تغییر در بازه $[4, 6]$ است؟

- (۱) 6 (۲) 3 (۳) -3 (۴) -6

۱۳- مشتق تابع $f(x) = \sqrt{4 + \cos^2 \pi x}$ در $x = \frac{1}{4}$ چند برابر π است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{6}$ (۲) $-\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{\sqrt{17}}{17}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۱۴- اگر مشتق راست تابع $f(x) = \frac{a[3x+1]}{x} + bx[x^2]$ در $x=1$ ، دو واحد از مشتق چپ آن در این نقطه بیشتر باشد، حاصل $2b - a$

کدام است؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) -1 (۴) صفر

۱۵- تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$ اگر تابع $g(x) = \begin{cases} f'(x) + f''(x) & ; x < k \\ f(x) & ; x \geq k \end{cases}$ با شرط $a + 2b = c$ در \mathbb{R}

مشتق پذیر باشد، مجموع مربعات مقادیر قابل قبول k کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۱۲
(۳) ۶
(۴) ۱۰

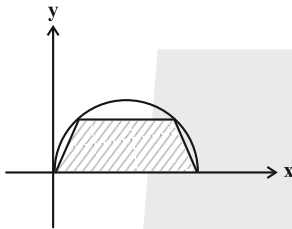
۱۶- برد تابع $f(x) = x^5 - 5x$ با دامنه $[0, 2]$ کدام است؟

- (۱) $[-4, 20\sqrt{5}]$
(۲) $[0, 4]$
(۳) $[-4, 22]$
(۴) $[0, 22]$

۱۷- نقطه‌ای با طول $\frac{6}{y}$ در تابع $y = x^2 \sqrt{2x - a}$ بحرانی است. مجموع مقادیر a کدام است؟

- (۱) $\frac{27}{14}$
(۲) $\frac{31}{14}$
(۳) $\frac{24}{7}$
(۴) $\frac{26}{7}$

۱۸- مطابق شکل زیر، دوزنقه‌ای در ناحیه بین محور x ها و نمودار رابطه $x^2 + y^2 - 4x = 0$ محاط شده است. بیشترین مقدار مساحت



دوزنقه کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$
(۲) $3\sqrt{3}$
(۳) $\sqrt{5}$
(۴) ۱

۱۹- خط گذرا از نقاط عطف نمودار تابع $f(x) = |x|(x^2 - 3x)$ به صورت $y = ax + b$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) -۱
(۳) -۲
(۴) -۳

۲۰- نقطه $(-3, -27)$ ، اکستریم نسبی نمودار تابع $f(x) = (ax + b)x^3$ است. طول نقطه برخورد خطهای مماس بر نمودار تابع f در

نقاط عطف آن کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $-\frac{3}{2}$
(۳) $-\frac{1}{2}$
(۴) -۱

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: کل کتاب: صفحه‌های ۹ تا ۸۴

۲۱- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر $A^{-1} = \alpha A + \beta I$ باشد، حاصل $\frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۳

۲۲- فرض کنید A و B ماتریس‌های مربعی از مرتبه ۳ و وارون پذیر هستند. حاصل ماتریس زیر کدام است؟

$$X = (BA^{-1})^{-1}(A+B)(B^{-1}A)^{-1}$$

- (۱) $A^{-1} + B^{-1}$ (۲) $A + B$ (۳) $AB^{-1} + BA^{-1}$ (۴) $A^T B^{-1} + B^T A^{-1}$

۲۳- اگر $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{bmatrix}$ ، $|A| = 10$ ، $\begin{vmatrix} b & c \\ y & z \end{vmatrix} = 2$ و $\begin{vmatrix} a & c \\ x & z \end{vmatrix} = 3$ باشد، مقدار $ay - bx$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) $-\frac{1}{2}$

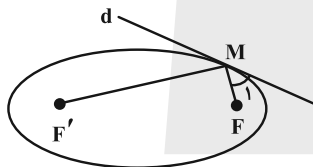
۲۴- دایره‌ای بر دو خط $y = x - 4$ و $x = y + 10$ مماس است. این دایره از خط $2y = 2x - 11$ و تری با کدام طول جدا می‌کند؟

- (۱) $\frac{9\sqrt{5}}{8}$ (۲) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ (۳) $\frac{4\sqrt{6}}{9}$ (۴) $\frac{3\sqrt{5}}{8}$

۲۵- در یک بیضی افقی، رأس ناکانونی بیضی و طول قطر بزرگ $4\sqrt{2}$ می‌باشد. اگر یکی از کانون‌های بیضی روی خط $y = x$ قرار داشته باشد، مختصات این کانون کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $(-2, -2)$ (۲) $(3, 3)$ (۳) $(2, 2)$ (۴) $(0, 0)$

۲۶- در شکل زیر زاویه $\hat{M}_1 = 45^\circ$ و خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. اگر طول قطر کوچک بیضی ۸ باشد، مساحت مثلث MFF' کدام است؟



- (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۲۴ (۴) ۸

۲۷- نقطه $(-1, 2)$ رأس یک سهمی و $(3, 6)$ نقطه‌ای از این سهمی است. اگر محور تقارن این سهمی موازی محور x ها باشد، فاصله کانون و رأس این سهمی از یکدیگر چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۶

۲۸- چهار بردار \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} و \vec{d} به اندازه‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ مفروض‌اند به طوری که $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$ است. حاصل $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{c} \cdot \vec{d}$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۱۴

۲۹- نقاط $A(1, 2, -1)$ ، $B(0, 1, 2)$ و $C(-1, 3, 4)$ رئوس مثلث ABC هستند، مربع طول کوتاه‌ترین ارتفاع مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{29}{10}$ (۳) $\frac{37}{15}$ (۴) $\frac{3}{11}$

۳۰- اگر سه بردار $\vec{a} = (-4, m+2, 5)$ ، $\vec{b} = (2, 0, 1)$ و $\vec{c} = (-1, m, 3)$ با یک صفحه موازی باشند کدام بردار بر این صفحه عمود است؟

- (۱) $\vec{i} - 2\vec{k}$ (۲) $3\vec{i} + \vec{j} - 6\vec{k}$ (۳) $\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ (۴) $2\vec{i} + 7\vec{j} - 4\vec{k}$

محل انجام محاسبات

ریاضیات گسسته: کل کتاب: صفحه‌های ۱ تا ۸۴ / شمارش بدون شمردن / ریاضی ۱: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۳۱- در تقسیم عدد طبیعی و فرد a بر ۵۵ ، باقی‌مانده از ۲ برابر خارج قسمت یک واحد کمتر است. مجموع ارقام حداکثر مقدار a کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۳۲- دو عدد طبیعی a و b چنان مفروض‌اند که $(۱۸b, ۲۴a) = ۶۰$ ؛ مقدار (a, b) کدام است؟

(۱) ۲ یا ۵ (۲) ۵ یا ۱۰ (۳) فقط ۲ (۴) فقط ۵

۳۳- اگر a کوچک‌ترین عدد سه رقمی و مضرب ۱۱ باشد که باقیمانده‌اش در تقسیم بر ۷ و ۱۲ به ترتیب برابر ۳ و ۲ است، در آن صورت مجموع ارقام فرد a کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۴ (۳) ۶ (۴) ۱۰

۳۴- چند نقطه با مختصات طبیعی روی خط به معادله $۹x + ۱۱y = ۶۲۵$ قرار دارد؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

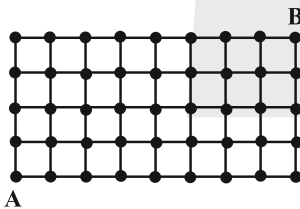
۳۵- در یک گراف از مرتبه ۷ عدد احاطه‌گری برابر ۱ است. اگر این گراف فقط شامل ۱ دور باشد، در این صورت چند مسیر به طول ۲ دارد؟ (برگشت مسیر را مسیر جدید در نظر نگیرید.)

(۱) ۱۳ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۲۱

۳۶- اگر γ عدد احاطه‌گری مربوط به گراف ۱ -منتظم از مرتبه ۱۴ و γ' عدد احاطه‌گری مربوط به مکمل آن گراف باشد، مقدار $\gamma + \gamma'$ کدام است؟

(۱) ۱۴ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۹

۳۷- برای حرکت از نقطه A به B فقط مجاز به حرکت به راست و بالا هستیم. به چند صورت می‌توانیم این کار را انجام دهیم، هرگاه هیچ دو بار پشت سر هم به بالا حرکت نکرده باشیم؟



(۱) ۱۲۶

(۲) ۲۵۲

(۳) ۷۰

(۴) ۵۶

۳۸- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $\sum_{i=1}^4 x_i = ۲۰$ با شرط $x_1 x_2 = ۴$ کدام است؟

(۱) ۴۹ (۲) ۴۰ (۳) ۵۹ (۴) ۵۰

۳۹- چند تابع یک‌به‌یک از مجموعه $A = \{۰, ۳, ۷, ۸\}$ به مجموعه $B = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$ می‌توان نوشت که شامل عضو $(۳, ۳)$ نباشد؟

(۱) ۱۱۹ (۲) ۹۶ (۳) ۶۰ (۴) ۲۴

۴۰- حداقل چند نقطه با مختصات صحیح در فضای \mathbb{R}^3 باید انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم مؤلفه‌های مختصات نقطه وسط دو تا از آن‌ها حتماً صحیح است؟

(۱) ۲۸ (۲) ۲۵ (۳) ۹ (۴) ۷

دوازدهم ریاضی



آزمون ۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۲	فیزیک ۳	۳۰	۴۱	۷۰
۳	شیمی ۳	۲۰	۷۱	۹۰



آزمون «۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفتر قلمچی

مدت پاسخ گویی: ۶۵ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۴۱-۷۰	۳۰	فیزیک
۷۱-۹۰	۲۰	شیمی
۴۱-۹۰	۵۰	جمع کل

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
مهران اسماعیلی- زهره آقامحمدی- علیرضا جباری- محسن سلماسی-وند- آراس محمدی- محمد کاظم منشادی محمود منصوری- امیراحمد میرسعید- سیده ملیحه میرصالحی- حسام نادری- مجتبی نکوئیان محمد نهاوندی-مقدم	فیزیک	
محمدرضا پورجاوید- سعید تیزرو- پیمان خواجوی-مجد- روزبه رضوانی- امیرحسین طیبی- محمد عظیمیان-زواره علیرضا کیانی-دوست- هادی مهدی-زاده- میلاد میرحیدری	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	زهره آقامحمدی	میلاد میرحیدری محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
بازبینی نهایی رئیس هیات برتر	حسین بصیر ترکمپور	احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	حسام نادری	ماهان زواری
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی حسین شاهسواری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

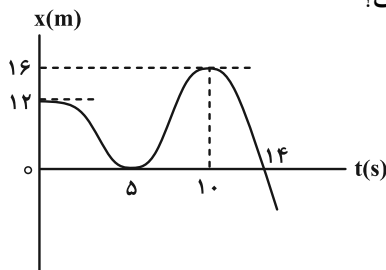
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

فیزیک ۳: کل کتاب: صفحه‌های ۱ تا ۱۵۶

۴۱- با توجه به نمودار مکان- زمان شکل مقابل، چند مورد از عبارتهای داده شده درست است؟



الف) از لحظه $t=0s$ تا $t=5s$ ، تندی متحرک در حال افزایش است.

ب) اندازه سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $5s$ تا $10s$ برابر $0.4 \frac{m}{s}$ است.

پ) متحرک دو بار به طور کامل از مبدأ مکان عبور کرده است.

ت) در بازه زمانی $5s$ تا $12s$ ، جهت بردار شتاب متحرک در خلاف جهت محور x است.

۳ (۴)

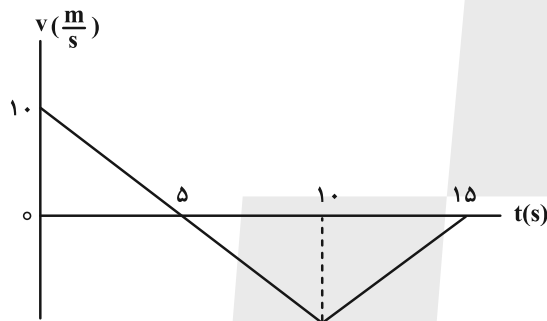
۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۴۲- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. به ترتیب اندازه شتاب متوسط متحرک

در بازه زمانی $t=0s$ تا $t=10s$ و تندی متوسط آن در بازه زمانی $t=0s$ تا $t=15s$ در SI چقدر است؟



۴ و $\frac{5}{3}$ (۱)

۲ و $\frac{5}{3}$ (۲)

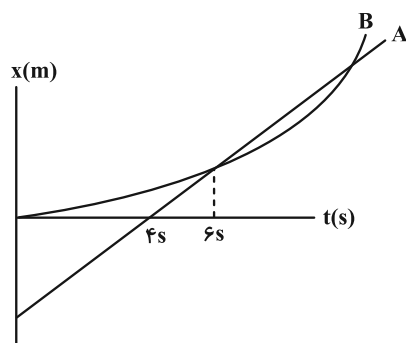
۲ و ۵ (۳)

۴ و ۵ (۴)

۴۳- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که به ترتیب با سرعت و شتاب ثابت حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در چه

لحظه‌ای بر حسب ثانیه تندی دو متحرک با هم برابر می‌شود و فاصله متحرک‌ها از مبدأ مکان در لحظه‌ای که برای دومین بار به

هم می‌رسند، چند برابر فاصله آن‌ها از هم در مبدأ زمان است؟ (تندی اولیه متحرک B، صفر است.)



۱) $1/8$ و ۴

۲) ۲ و ۹

۳) $1/8$ و ۲

۴) ۴ و ۹

محل انجام محاسبات

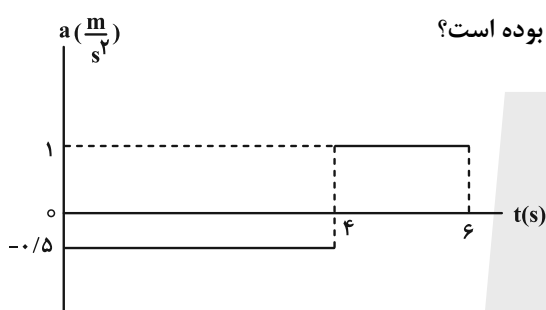
۴۴- متحرکی روی مسیری مستقیم با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2}(2-\sqrt{3})$ شروع به حرکت می‌کند. اگر مدت زمان لازم برای پیمودن $\frac{1}{3}$ ابتدایی

مسیر، ۲s بیشتر از مدت زمان لازم برای پیمودن مابقی مسیر باشد، سرعت متحرک در انتهای $\frac{1}{3}$ ابتدایی مسیر چند متر بر

ثانیه است؟

- (۱) ۲ (۲) $2(2+\sqrt{3})$ (۳) ۴ (۴) $4(2+\sqrt{3})$

۴۵- نمودار شتاب- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به صورت زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در ۶ ثانیه اول



حرکت خود برابر با $7 \frac{m}{s}$ باشد، سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه بوده است؟

- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) ۸
(۴) ۱۰

۴۶- از ارتفاع h از سطح زمین و در شرایط خلأ دو گلوله با اختلاف زمانی چند ثانیه رها شوند به گونه‌ای که در لحظه رسیدن گلوله اول به

زمین، جابه‌جایی آن ۴ برابر جابه‌جایی گلوله دوم باشد و حداکثر فاصله دو گلوله در حین حرکت به ۱۳۵ متر برسد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۷- مطابق شکل زیر، نردبانی به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده و در آستانه سر خوردن است. کدام یک از گزینه‌های زیر در

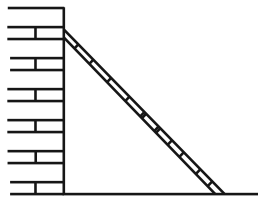
مورد این نردبان نادرست است؟ (μ_s : ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و پای نردبان، m: جرم نردبان، g: شتاب گرانش)

(۱) نیروهای وارد بر این نردبان متوازن هستند.

(۲) اندازه نیروی اصطکاک وارد بر نردبان برابر با اندازه نیروی وارد بر آن از طرف دیوار قائم است.

(۳) از طرف سطح افقی به نردبان، نیروی اصطکاک به سمت راست وارد می‌شود تا مانع سر خوردن

نردبان شود.



(۴) اندازه نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند برابر $\mu_s mg$ است.

۴۸- فتری به طول ۲۵ cm را به سقف یک آسانسور ساکن آویزان می‌کنیم و به انتهای آن وزنه‌ای به جرم ۲ kg می‌بندیم. طول فنر در این حالت به ۳۰ cm می‌رسد. اگر آسانسور شروع به حرکت کند، طول فنر ۱/۲۵ cm دیگر افزایش می‌یابد. شتاب حرکت

آسانسور چند متر بر مربع ثانیه و جهت حرکت آسانسور کدام است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

- (۱) ۲، پایین (۲) ۲/۵، پایین (۳) ۲، بالا (۴) ۲/۵، بالا

۴۹- گلوله‌ای به جرم ۲ kg بر روی سطح افقی به ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۲ با سرعت اولیه ۷۰ حرکت می‌کند. اگر نیروی $F = 8N$ در خلاف جهت حرکت گلوله بر آن وارد شود، در مدت t_1 متوقف شده و در مدت زمان t_2 بعد از توقف به مکان

اولیه‌اش برمی‌گردد. نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ کدام است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۵۰- اگر جرم جسمی ۱۶ برابر شود و انرژی جنبشی آن ۷۵ درصد کاهش یابد، اندازه تکانه این جسم چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۵۱- جسمی به جرم ۱ kg با تندی ثابت $4 \frac{m}{s}$ ، مسیر دایره‌ای به شعاع ۲ m را در سطحی افقی طی می‌کند. اندازه تغییر نیروی

مرکزگرای وارد بر این جسم در مدت ۱/۵ s چند نیوتون است؟ $(\pi = 3)$

- (۱) صفر (۲) ۸ (۳) $8\sqrt{2}$ (۴) ۱۶

۵۲- ماهواره‌ای در ارتفاع $11 R_e$ از سطح زمین به دور آن می‌چرخد. اگر این ماهواره به ارتفاع $47 R_e$ از سطح زمین منتقل شود،

تندی و دوره گردش آن به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟ (R_e شعاع کره زمین است.)

- (۱) $\sqrt{2}$ و $2\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ و $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ و ۲ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $2\sqrt{2}$

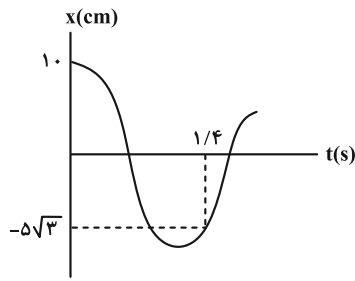
۵۳- دوره تناوب یک نوسانگر هماهنگ ساده که در امتداد قائم نوسان می‌کند برابر با $T = 5s$ و دامنه نوسان‌های آن برابر با

$A = 6cm$ است. اگر نوسانگر از مکان $x = +A$ حرکت خود را آغاز کند، در لحظه $t = \frac{5}{3}s$ نوسانگر در حال نقطه تعادل

است و تندی آن در حال است.

- (۱) دور شدن از، افزایش (۲) دور شدن از، کاهش (۳) نزدیک شدن به، افزایش (۴) نزدیک شدن به، کاهش

۵۴- نمودار مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. بیشینه تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi \approx 3$)



(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{8}$

(۴) ۱

۵۵- اگر آونگ ساده‌ای از سطح زمین به ارتفاع $h = \frac{R_e}{2}$ منتقل شود، دوره نوسان آن چند برابر می‌شود؟ (R_e : شعاع زمین)

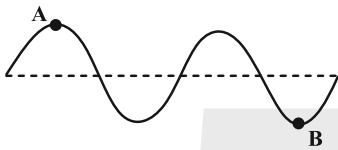
(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

۵۶- اگر در شکل زیر، موج فاصله نقطه A تا B را در $0.9s$ طی کند، بسامد چشمه موج چند هرتز است؟



(۱) $\frac{10}{9}$

(۲) 0.6

(۳) 0.9

(۴) $\frac{5}{3}$

۵۷- در یک اتاق مربعی شکل که قطر کف آن $8m$ و ارتفاع سقف آن $3m$ است، یک منبع صوت را در مرکز سقف نصب می‌نماییم.

اختلاف تراز شدت صوت در نقطه‌ای در مرکز کف اتاق و نقطه‌ای در گوشه اتاق، چند دسی‌بل است؟ (نقاط روی زمین قرار دارند

و اتلاف انرژی نداریم، $\log 2 \approx 0.3$ و $\log 3 \approx 0.5$)

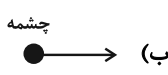
(۴) ۱۸

(۳) ۸

(۲) ۴

(۱) ۲

۵۸- شکل‌های زیر مربوط به حرکت یک چشمه نور و یک ناظر است. در کدام یک از شکل‌ها انتقال به آبی رخ می‌دهد؟



(۴) الف و پ

(۳) الف و ب

(۲) ب

(۱) الف

۵۹- اتومبیلی با تندی ثابت $40 \frac{m}{s}$ بین دو صخره‌ای که در فاصله ۱۷۰۰ متری از یکدیگر قرار دارند، بر روی خط راست حرکت می‌کند.

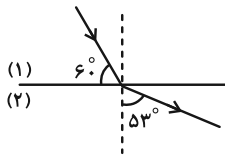
اگر در یک لحظه معین راننده اتومبیل بوق بزند، پس از مدتی پژواک حاصل از دو صخره را برای اولین بار به‌طور همزمان

می‌شنود. اختلاف فاصله اتومبیل از دو صخره به هنگام بوق زدن چند متر بوده است؟ $(v_{\text{صوت}} = 340 \frac{m}{s})$

- (۱) ۷۵۰ (۲) ۹۵۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۵۰۰

۶۰- در شکل زیر، اگر پرتو نوری از محیط (۱) وارد محیط (۲) شود و مسافت مشخصی را در مدت زمان t_1 در محیط (۱) بپیماید، همین

مسافت را در چه مدت زمانی بر حسب t_1 در محیط (۲) طی می‌کند؟ $(\sin 37^\circ = 0.6)$



(۱) $\frac{6}{5} t_1$

(۲) $\frac{5}{6} t_1$

(۳) $\frac{5}{8} t_1$

(۴) $\frac{8}{5} t_1$

۶۱- طول تار 40 cm و جرم آن 20 g است. اگر بسامد اصلی آن 285 Hz باشد، نیروی کشش تار تقریباً چند نیوتون است؟

- (۱) ۲۵۰۰ (۲) ۲۶۰۰ (۳) ۲۷۰۰ (۴) ۲۸۰۰

۶۲- تعداد فوتون‌هایی که در مدت ۲۴ ثانیه توسط یک لامپ تک رنگ نور قرمز در خلأ گسیل می‌شود، برابر با $3/2 \times 10^{22}$ است. اگر

طول موج نور قرمز 660 nm باشد، توان لامپ چند وات است؟ $(h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}, c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۸۰۰

۶۳- در طیف اتم هیدروژن، بیشینه بسامد خطوط در رشته براکت $(n' = 4)$ ، چند برابر کمینه بسامد خطوط در رشته لیمان $(n' = 1)$ است؟

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) ۱۲ (۳) $\frac{400}{9}$ (۴) $\frac{9}{400}$

محل انجام محاسبات

۶۴- در مورد دو عنصر ^{12}C و ^{13}C کدام مورد نادرست است؟

(۱) عدد نوترونی متفاوت دارند.

(۲) ایزوتوپهای کربن هستند.

(۳) مکان آنها در جدول تناوبی عناصر، در کنار هم است.

(۴) درصد فراوانی عنصر ^{12}C در طبیعت بیشتر از ^{13}C است.

۶۵- اگر یک ماده پرتوزا با نیمه عمر مشخصی داشته باشیم، پس از چند نیمه عمر ۸۰ درصد از این ماده از بین می رود؟ ($\log 2 \approx 0.3$)

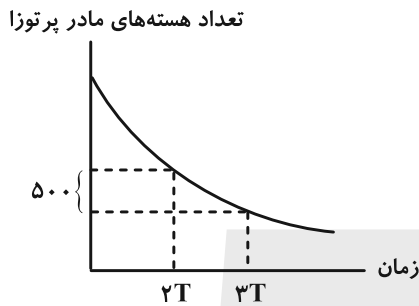
(۴) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{3}{5}$

(۲) $\frac{7}{3}$

(۱) $\frac{3}{7}$

۶۶- نمودار تغییرات تعداد هسته های مادر پرتوزا در یک نمونه بر حسب زمان به صورت زیر است. تعداد هسته های مادر پرتوزای اولیه چقدر



است؟ (T نیمه عمر است.)

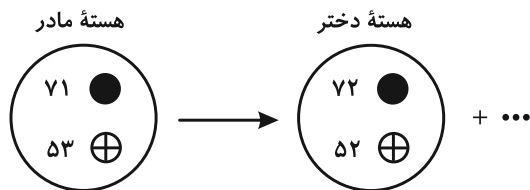
(۱) ۲۰۰۰

(۲) ۴۰۰۰

(۳) ۸۰۰۰

(۴) ۱۶۰۰۰

۶۷- شکل زیر، واپاشی β^- را نشان می دهد. نام ذره گسیل شده کدام است؟



(۱) آلفا

(۲) گاما

(۳) پوزیترون

(۴) الکترون

۶۸- یک عنصر رادیواکتیو چه ذراتی را می تواند تابش کند تا عدد اتمی آن ۷ واحد و عدد جرمی آن ۱۲ واحد کاهش یابند؟

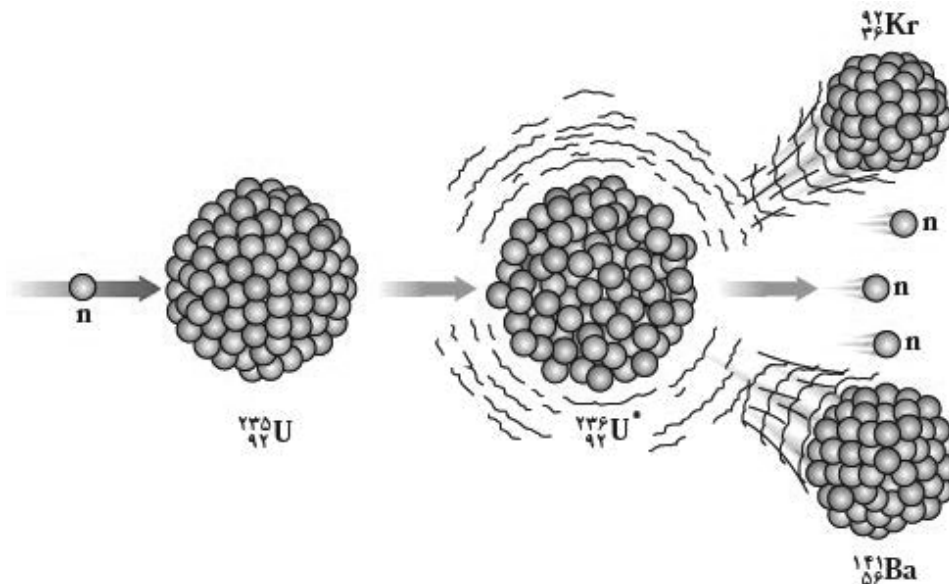
(۲) دو ذره آلفا و سه پوزیترون

(۱) سه ذره آلفا و یک الکترون

(۴) سه ذره آلفا

(۳) سه ذره آلفا و یک پوزیترون

۶۹- کدام یک از عبارتهای زیر در مورد واکنشی که در شکل زیر نشان داده شده است، نادرست است؟



(۱) این شکل یکی از واکنشهای ممکن شکافت هسته‌ای می‌باشد.

(۲) در این واکنش، جرم محصولات کمتر از جرم هسته مرکب است.

(۳) هسته مرکب ${}_{92}^{236}\text{U}$ در کمتر از 10^{-14} ثانیه واپاشیده می‌شود.

(۴) این واکنش با جذب یک نوترون کند آغاز می‌شود.

۷۰- در آزمایش فوتوالکتریک که با نوری با بسامد f انجام شده است، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها J 8×10^{-19} است. اگر

بسامد نور ۲۵ درصد کاهش یابد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها، ۴۰ درصد کاهش می‌یابد. تابع کار فلز چند الکترون

ولت است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ و $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

۵ (۱)

۳ (۳)

وقت پیشنهادی: ۲۰ دقیقه

شیمی ۳: کل کتاب: صفحه‌های ۱ تا ۱۲۳

۷۱- با توجه به ترکیبات داده شده، چند مورد از مطالب زیر به درستی بیان شده است؟

- اوره
- اتیلن گلیکول
- روغن زیتون
- بنزین
- وازلین
- صابون جامد با زنجیر هیدروکربنی سیرشده ۱۷ کربنه

الف) ۵۰٪ از آن‌ها در هگزان حل می‌شوند.

ب) دو مورد از آن‌ها، تعداد اتم هیدروژن برابری دارند.

پ) در ساختار یک مورد از آن‌ها، عنصر فلزی یافت می‌شود.

ت) دو مورد از آن‌ها در ساختار خود دارای یک پیوند دوگانه هستند.

ث) نیمی از آن‌ها قادر به تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود می‌باشند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۲- همه عبارت‌های زیر درست است، به جز

(۱) پاک‌کننده‌ای با فرمول $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{14}\text{COO}^- \text{K}^+$ براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کند.

(۲) رسوب تشکیل شده بر روی دیواره کتری با صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی قابل زدودن نیست.

(۳) جوهرنمک و سود سوزآور از نظر شیمیایی فعال‌اند و خاصیت خوردگی دارند.

(۴) مخلوط پودر Al و سدیم هیدروکسید از جمله پاک‌کننده‌های غیرصابونی است و در واکنش با آب گاز H_2 و گرما تولید می‌کند.

۷۳- با توجه به مقادیر ثابت یونش نیترواسید ($K_a = 4/5 \times 10^{-4}$) و استیک اسید ($K_a = 1/8 \times 10^{-5}$) کدام یک از عبارت‌های زیر

درست است؟

(۱) در شرایط یکسان، غلظت یون نیترات موجود در نیترواسید از غلظت یون استات در استیک اسید بیشتر است.

(۲) در شرایط یکسان، سرعت واکنش نیترواسید با نوار منیزیم کمی بیشتر از سرعت این واکنش با استفاده از هیدروکلریک اسید است.

(۳) در محلول‌هایی با حجم و غلظت یکسان از این دو اسید، تعداد مولکول‌های یونیده نشده در استیک اسید بیشتر است.

(۴) در شرایط یکسان، استیک اسید نیز مانند نیترواسید از کلرواتانویک اسید ($K_a = 1/35 \times 10^{-3}$) قوی‌تر است.

محل انجام محاسبات

۷۴- نسبت تقریبی غلظت یون هیدروکسید به هیدرونیوم در محلول حاصل از مخلوط کردن ۳۰۰mL محلول هیدروکلریک اسید با

pH = ۱/۵ و ۶۰۰mL محلول هیدروبرمیک اسید با pH = ۴ کدام است؟ (log ۳ = ۰/۵)

(۱) 10^{-11} (۲) 10^{11} (۳) 10^{-10} (۴) 10^{10}

۷۵- چه تعداد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- تعداد ذرات حاصل از انحلال یک مول لیتیم اکسید در آب بیشتر از تعداد ذرات حاصل از انحلال همین مقدار منیزیم اکسید در آب است.
- بر پایه نظریه آرنیوس، با انحلال ۳۷/۵٪ از ترکیب‌های « CO_2 ، K_2O ، $C_6H_5O_6$ ، C_6H_5OH ، NH_3 ، CH_3COCH_3 ، N_2O_5 ، SO_3 » در آب، محلول خنثی ایجاد می‌شود.
- تعداد مول آنیون حاصل از اضافه کردن یک مول آهک به مقدار زیادی آب با تعداد مول یون‌های حاصل از انحلال یک مول پتاسیم نترات در آب برابر است.

• مجموع تعداد جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در یون هیدرونیوم با تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در یون متانوات ($HCOO^-$) برابر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۶- چند مورد از عبارتهای زیر در مورد برقکافت آب نادرست است؟ ($H = 1, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

- نیم‌واکنش انجام شده در سطح الکترود با بار منفی به صورت $4e^- + 4H^+ + O_2 \rightarrow 2H_2O$ خواهد بود.
- در اطراف آند، ضمن تولید گاز اکسیژن، pH نیز افزایش می‌یابد.
- گاز حاصل از کاهش مولکول‌های آب را می‌توان از واکنش بین یک فلز و یک اسید نیز تهیه کرد.
- نسبت جرم گاز تولید شده در کاتد به جرم گاز تولید شده در آند برابر ۰/۱۲۵ است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۷۷- اطلاعات مربوط به ۴ واکنش اکسایش-کاهش خودبه‌خودی در جدول زیر آورده شده است؛ اطلاعات موجود در چند واکنش به

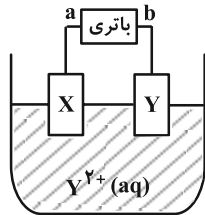
نادرستی بیان شده است؟

شمار e^- مبادله شده در معادله موازنه شده واکنش	گونه حاصل از کاهش	گونه حاصل از اکسایش	کاهنده	اکسنده
۲	اتم آهن	یون روی	یون آهن (II)	اتم روی
۳	یون منگنز (III)	اتم مس	اتم منگنز	یون مس (I)
۲	اتم آهن	یون مس (II)	اتم مس	یون آهن (II)
۶	یون وانادیم (III)	یون آلومینیم	اتم آلومینیم	یون وانادیم (V)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۷۸- با توجه به شکل زیر که یک سلول الکترولیتی برای آبکاری را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



• a قطب منفی سلول بوده و به تیغه محل انجام نیم‌واکنش کاهش متصل است.

• با گذشت زمان، غلظت یون‌های Y^{2+} ثابت می‌ماند.

• در این فرایند ماده X مصرف یا تولید نمی‌شود.

• جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی این سلول همانند سلول‌های گالوانی از آند به کاتد است.

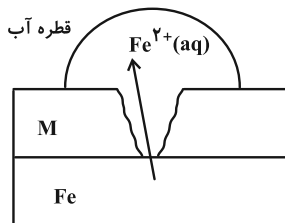
۴ (۴)

۳ (۳)

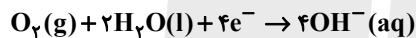
۲ (۲)

۱ (۱)

۷۹- شکل زیر نوعی ورق آهنی با روکشی از فلز M را نشان می‌دهد. با توجه به آن کدام گزینه نادرست است؟



$$E^\circ (\text{Fe}^{2+} / \text{Fe}) = -0.44 \text{ V}$$



$$E^\circ = +0.44 \text{ V}$$

(۱) جهت حرکت الکترون‌ها با جهت حرکت یون Fe^{2+} همسو است.

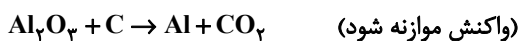
(۲) emf سلول گالوانی تشکیل شده در صورتی که E° فلز M برابر -0.14 V باشد برابر 0.3 V است.

(۳) در این واکنش O_2 نقش اکسنده و آب نقش الکترولیت را داشته و در واکنش شرکت می‌کند.

(۴) از این نوع ورق نمی‌توان برای ساخت تانکر آب و کانال کولر استفاده کرد.

۸۰- در فرایند هال، چگالی آلومینیم مذاب از الکترولیت مورد استفاده است و به ازای تولید 540 kg آلومینیم، مترمکعب

کربن دی‌اکسید با چگالی $1/6 \text{ g.L}^{-1}$ تولید می‌شود. ($\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Al} = 27 : \text{g.mol}^{-1}$)



(۲) بیشتر- ۴۱۵

(۱) بیشتر- ۴۱۲/۵

(۴) کمتر- ۴۱۵

(۳) کمتر- ۴۱۲/۵

محل انجام محاسبات

۸۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) یخ و یخ خشک، هر دو جزو جامدهای مولکولی بوده و حالت فیزیکی یکسانی دارند، اما نوع نیروی جاذبه بین مولکولی در آن‌ها متفاوت است.
- (۲) هر ترکیبی که در دما و فشار اتاق به حالت گازی شکل است جزو مواد مولکولی طبقه‌بندی می‌شود و واحدهای سازنده این مواد، نقش کلیدی در تعیین خواص و رفتار آن‌ها دارند.
- (۳) برای تمامی ترکیب‌های « Si(s) و $\text{C}_6\text{H}_{14}\text{(l)}$ ، HF(g) ، $\text{Cl}_4\text{(g)}$ » می‌توان واژه نیروهای بین مولکولی را به کار برد.
- (۴) در ساختار یخ، نسبت تعداد پیوندهای هیدروژنی به پیوندهای اشتراکی که هر اتم اکسیژن می‌تواند تشکیل دهد، برابر ۱ است.
- ۸۲- مخلوطی از فلئوئوریدهای عناصر سدیم و منیزیم در دسترس داریم؛ اگر برای فروپاشی کامل شبکه بلور این مخلوط به $8/870$ کیلوژول انرژی نیاز باشد و در اثر این فرایند $4/214 \times 10^{23}$ یون فلئوئورید گازی تولید شود؛ درصد مولی منیزیم فلئوئورید در مخلوط جامد اولیه کدام است؟

ترکیب	آنتالپی فروپاشی ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)
سدیم فلئوئورید	۹۲۶
منیزیم فلئوئورید	۲۹۶۵

۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

۸۳- به 200 میلی‌لیتر محلول $0.5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ وانادیم (V)، $3/25$ گرم فلز روی اضافه کرده‌ایم. پس از اتمام واکنش و مصرف کامل فلز روی، رنگ محلول کدام است؟ ($\text{Zn} = 65 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۴) بنفش

(۳) سبز

(۲) آبی

(۱) زرد

۸۴- الماس و گرافن از نظر با یکدیگر شباهت دارند اما از نظر با هم تفاوت دارند.

(۲) وجود پیوند اشتراکی در ساختار - شفاف بودن

(۱) رسانایی الکتریکی - وجود پیوند اشتراکی در ساختار

(۴) شفاف بودن - انعطاف‌پذیری

(۳) ساختار سه بعدی - رسانایی الکتریکی

۸۵- با توجه به آرایش الکترونی عنصرهای داده شده، ترکیب یونی حاصل از واکنش کدام دو عنصر از آن‌ها دارای بیشترین آنتالپی فروپاشی شبکه است؟

A : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2$

B و A (۱)

B : $1s^2 2s^2 2p^3$

D و A (۲)

C : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$

B و C (۳)

D : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2 4p^4$

D و C (۴)

محل انجام محاسبات

۸۶- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16, S = 32 : g \cdot mol^{-1}$)

(آ) در مولکول HCl احتمال حضور جفت الکترون پیوندی پیرامون هسته اتم با شعاع اتمی کمتر، کمتر می باشد.

(ب) بار جزئی اتم مرکزی در مولکولهای متان و گوگرد دی اکسید با مولکول کربن تتراکلرید متفاوت است.

(پ) آمونیاک یک مولکول چهار اتمی قطبی بوده و مولکولهای چهار اتمی نمی توانند شکل خطی داشته باشند.

(ت) کربونیل سولفید برخلاف کربن دی سولفید در میدان الکتریکی جهت گیری می کند و درصد جرمی کربن در کربونیل سولفید و اوره

یکسان است.

(ث) حالت فیزیکی کربن تتراکلرید (CCl_4) و کلروفرم (CH_2Cl) در دمای اتاق مایع می باشد و عدد اکسایش کربن در CO_2 و CCl_4

یکسان است.

۳ (۲)

۴ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

۸۷- شکل زیر شمایی از فناوری تولید آمونیاک به روش هابر را نشان می دهد. با توجه به آن کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در این فرایند گازهای هیدروژن و نیتروژن واکنش نداده،

مجدد به محفظه واکنش بازمی گردند.

(۲) دمای مناسب قسمت A جهت پیشروی فرایند، $-40^\circ C$

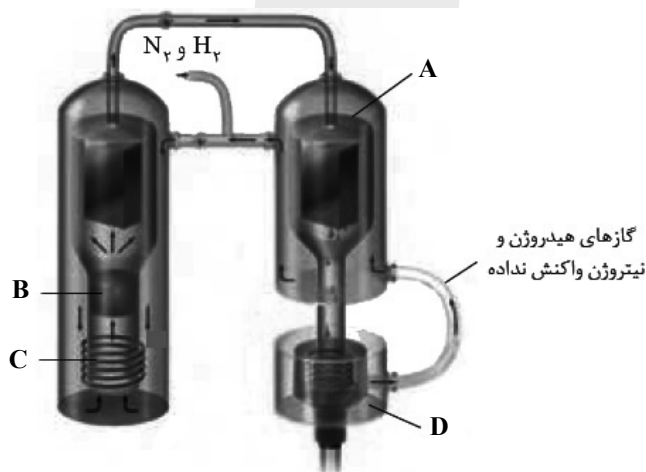
است.

(۳) از مادهای که در قسمت D جمع آوری می شود، در تولید

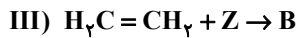
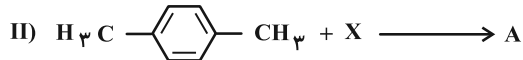
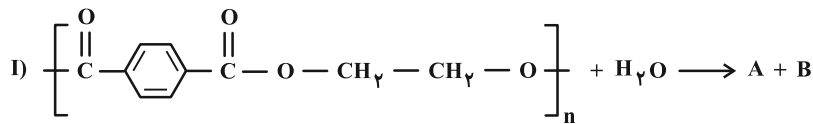
کودهای شیمیایی استفاده می شود.

(۴) قسمت های A و B به ترتیب مربوط به سردکننده و

گرم کننده فرایند است.



۸۸- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام عبارتها درست است؟



آ) واکنش (I) از نوع اکسایش-کاهش است و ماده A ترفتالیک اسید نام دارد.

ب) حل‌شونده محلول‌های X و Z یک ماده هستند و محلول X نسبت به محلول Z پررنگ‌تر است.

پ) عدد اکسایش کربن در اتن با عدد اکسایش کربن در کلروفرم متفاوت است و ترکیب B الکلی با ۲ گروه هیدروکسیل است.

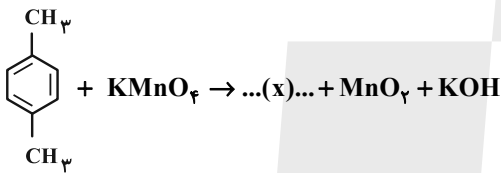
ت) واکنش دهنده واکنش (II) در نفت خام وجود ندارد و این واکنش انرژی فعال‌سازی بزرگی دارد.

۱) آ، ت (۲) ب، پ (۳) آ، پ (۴) ب، ت

۸۹- در واکنش موازنه نشده زیر که مربوط به تهیه یکی از مونومرهای سازنده بطری آب می‌باشد، اختلاف تعداد جفت الکترون‌های

پیوندی و ناپیوندی در فراورده X برابر بوده و از اکسایش گرم از واکنش‌دهنده مولکولی در حضور مقدار کافی از

واکنش‌دهنده یونی با بازده ۷۵٪، مقدار ۴/۹۸ گرم از فراورده X تولید می‌شود. (C = ۱۲, H = ۱, O = ۱۶ : g.mol⁻¹)



۴/۲۴ - ۱۵ (۲)

۴/۴۲ - ۱۷ (۱)

۴/۴۲ - ۱۵ (۴)

۴/۲۴ - ۱۷ (۳)

۹۰- با توجه به داده‌های جدول زیر که مربوط به تعادل $2\text{N}_2\text{O}_5(\text{g}) \rightleftharpoons 4\text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$ است، چه تعداد از موارد زیر با قرار دادن

دما (°C)	ثابت تعادل
۲۵	3×10^{-4}
۲۵۰	$7 \times 10^{+2}$
۴۵۰	$4 \times 10^{+6}$

سامانه با دمای ۲۵°C در حمام آب یخ رخ نمی‌دهد؟

• فشار گاز موجود در ظرف کاهش می‌یابد.

• مقدار عددی ثابت تعادل افزایش می‌یابد.

• درصد مولی مولکول‌های دو اتمی کاهش می‌یابد.

• شدت رنگ قهوه‌ای در مخلوط واکنش کاهش می‌یابد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



آزمون ۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۳

دفترچه پاسخ

اختصاصی دوازدهم ریاضی

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
شاهین پروازی- عادل حسینی- مسعود خندانی- حمید علیزاده- کامیار علییون- مهرداد ملوندی- میلاد منصوری جهانپخش نیکنام	حسابان ۲	
امیرحسین ابومحبوب- اسحاق اسفندیار- فرزاد جوادی- سیدمحمدرضا حسینی- فرد- مصطفی دیداری- مهدیار راشدی سوگند روشنی- هومن عقیلی- احمدرضا فلاح- مهرداد ملوندی- نیلوفر مهدوی	هندسه و ریاضیات گسسته	
مهران اسماعیلی- زهره آقامحمدی- علیرضا جباری- محسن سلماسی- آراس محمدی- محمدکاظم منشادی محمود منصوری- امیراحمد میرسعید- سیده ملیحه میرصالحی- حسام نادری- مجتبی نکوئیان محمد نهاوندی- مقدم	فیزیک	
محمدرضا پورجاوید- سعید تیزرو- پیمان خواجوی- مجد- روزبه رضوانی- امیرحسین طیبی- محمد عظیمیان- زواره علیرضا کیانی- دوست- هادی مهدی- زاده- میلاد میرحیدری	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه و گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	میلاد میرحیدری محمدحسن محمدزاده-مقدم امیرحسین مسلمی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	پارسا نوروزی-منش سهیل تقی زاده	پارسا نوروزی-منش	حسین بصیر ترکمبور	احسان پنجه شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین مرتضوی حسین شاهسواری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲

گزینه ۱

(مسعود خدرانی)
خطوط $x = -3$ و $x = 1$ مجانب‌های قائم نمودار تابع و خط $y = 1$ نیز مجانب افقی آن است.

(مسایان ۲- مرهای نامتناهی- مر در پی نوابت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸، ۶۷ و ۶۸)

گزینه ۴

(امتناهات نوابی- ری ۱۴۰۲)
باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x - a$ برابر $p(a)$ است، پس باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x - 2$ برابر $p(2)$ است:

$$p(2) = 3(2)^2 + m(2) + 2m + 1 = 4m + 13 = 3 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$$

و باقی‌مانده تقسیم $q(x)$ نیز بر $x + 2$ برابر $q(-2)$ است:

$$r = q(-2) = \left(-\frac{5}{2}\right)(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12$$

(مسایان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

گزینه ۲

(امتناهات نوابی- فررار ۱۴۰۲)
روش اول:

$$f(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

ضریب‌های $\frac{1}{2}$ تأثیری روی یکنوایی ندارند، پس یکنوایی تابع f با یکنوایی تابع $y = (x^2 + 1)^2$ یکسان است. چون $x^2 + 1$ همواره مثبت است، یکنوایی این تابع نیز همانند یکنوایی تابع $y = x^2$ است. در نتیجه تابع f روی بازه $[-\infty, 0]$ اکیداً نزولی و روی بازه $[0, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

روش دوم:

$$f'(x) = 2x^3 + 2x = 2x(x^2 + 1)$$

پس به ازای $x < 0$ علامت مشتق منفی و به ازای $x > 0$ علامت آن مثبت است. این یعنی تابع f روی بازه $[-\infty, 0]$ اکیداً نزولی و روی بازه $[0, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

(مسایان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

گزینه ۴

(کامیار علییون)
ما گزینه پاسخ را شرح می‌دهیم، بررسی گزینه‌های نادرست، این‌که به ضابطه نادرستی می‌رسند، تمرین خودتان باشد:

$$y = \sqrt{2x-1} \xrightarrow{x \rightarrow \frac{1}{2}} \text{ضرب طول نقاط در } 2 \rightarrow y = \sqrt{x-1}$$

$$\xrightarrow{x \rightarrow 3x} \text{تقسیم طول نقاط بر } 3 \rightarrow y = \sqrt{x+2}$$

$$y = \sqrt{3x+2} \xrightarrow{x \rightarrow (-x)} \text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها} \rightarrow y = \sqrt{2-3x}$$

(مسایان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۱

(امتناهات نوابی- ری ۱۴۰۲)
بیشترین و کمترین مقدار تابع به ترتیب ۶ و ۲- هستند:

$$\Rightarrow \begin{cases} y_{\max} = |a| + c = 6 \\ y_{\min} = -|a| + c = -2 \end{cases} \Rightarrow |a| = 4, c = 2$$

از طرفی نصف دوره تناوب برابر $3 - 3 = 6$ و در نتیجه دوره تناوب برابر ۶ است:

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{3}$$

چون نمودار در $x = 0$ نزولی است، باید a و b را غیرهم‌علامت در نظر بگیریم:

$$\Rightarrow a = -4, b = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{ab}{c} = \frac{-4 \times \frac{\pi}{3}}{2} = -\frac{2}{3}\pi$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

گزینه ۱

(میلار منهوری)
عرض از مبدأ با یکی از صفرهای تابع برابر است:

$$\text{عرض از مبدأ} : c = f(0) = a - a \tan \frac{\pi}{3} = a - a\sqrt{3}$$

اگر همین مقدار را در تابع جای‌گذاری کنیم، حاصل باید برابر صفر شود:

$$f(a - a\sqrt{3}) = a - a \tan(ab(1 - \sqrt{3})\pi + \frac{\pi}{3}) = 0$$

$$\Rightarrow \tan(ab(1 - \sqrt{3})\pi + \frac{\pi}{3}) = 1$$

$$\Rightarrow ab(1 - \sqrt{3})\pi + \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow ab(1 - \sqrt{3}) = k - \frac{1}{12} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z} \quad (*)$$

دقت کنید که حاصل‌ضرب a و b باید مثبت باشند؛ زیرا تابع رسم شده نزولی است.

معادله دو مجانب قائم رسم شده در نمودار صورت سؤال، $x = \frac{1}{6b}$ و

$$x = -\frac{5}{6b}$$

$(-\frac{5}{6b}, 0)$ قرار بگیرند:

$$-\frac{5}{6b} < a(1 - \sqrt{3}) < 0 \xrightarrow{b > 0} -\frac{5}{6} < ab(1 - \sqrt{3}) < 0$$

$$\xrightarrow{(*)} -\frac{5}{6} < k - \frac{1}{12} < 0$$



شش ضلعی حاصل با طول ضلع ۱ منتظم است و مساحت آن برابر $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ است.

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۹- گزینه «۴» (موردار ملونری)

در دو حالت مسئله را بررسی می‌کنیم:

(۱) $x = 1$ ریشه مضاعف منجر باشد:

$$x^2 - ax + b = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow a = 2, b = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+a}{x^2 - ax + b} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+2}{(x-1)^2} = \frac{\text{عدد مثبت}}{0^+} = +\infty$$

که با فرض سؤال در تناقض است.

(۲) $x = 1$ ریشه ساده منجر است:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+a}{x^2 - ax + b} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+a}{(x-1)(x+1-a)} = -\infty$$

چون $x-1 > 0$ است، نتیجه می‌گیریم که $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+a}{x+1-a}$ باید منفی باشد:

$$\Rightarrow \frac{1+a}{2-a} < 0 \Rightarrow a < -1 \text{ یا } a > 2 \xrightarrow{b=a-1} b < -2 \text{ یا } b > 1$$

$$\Rightarrow b \notin [-2, 1]$$

(مسابان ۲- فرهای نامتناهی- هر در پی‌نوایت: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۴)

۱۰- گزینه «۳» (عادل سینی)

حدهای چپ و راست را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x-8}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x-8}{(x-1)(x-2)} = \frac{\text{عدد مثبت}}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5x-12}{x^2 - 6x + 8} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5x-12}{(x-4)(x-2)} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^-} = +\infty$$

(مسابان ۲- فرهای نامتناهی- هر در پی‌نوایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۱- گزینه «۳» (مسعود قدرانی)

$$y = \frac{3x-1}{x+1}$$

مجانب افقی آن است:

تنها مقدار صحیحی از k که در نامساوی بالا قرار می‌گیرد، $k = 0$ است.

$$\Rightarrow ab(1-\sqrt{3}) = -\frac{1}{12} \Rightarrow ab = -\frac{1}{12(1-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}+1}{24}$$

دقت کنید که چون عرض از مبدأ منفی است، مقدار a مثبت و در نتیجه مقدار b نیز مثبت به دست می‌آید.

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۷- گزینه «۲» (عادل سینی)

حدود عبارت سمت چپ بازه $[-1, 1]$ و حدود عبارت سمت راست بازه $[1, 2]$ است، پس این دو عبارت هنگامی با هم برابرند که هر دو برابر ۱ باشند.

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 4x = 1 \Rightarrow 4x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ \sin 3x = 0 \Rightarrow 3x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

جواب‌های مشترک دو دسته جواب بالا $x = k\pi$ است. حال اگر بازه $(-\pi, m)$ شامل ۴ جواب باشد، این جواب‌ها باید صفر، π ، 2π و 3π باشند، پس بیشترین مقدار m برابر 4π است.

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۸- گزینه «۴» (میلاد منصوری)

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$2 \sin 4x = -\tan x \Rightarrow 4 \sin 2x \cos 2x = -\tan x$$

$$\text{از اتحادهای } \sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \text{ و } \cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} \text{ استفاده می‌کنیم و داریم:}$$

$$\frac{\lambda \tan x(1 - \tan^2 x)}{(1 + \tan^2 x)^2} = -\tan x$$

قطعاً جواب‌های معادله $\tan x = 0$ ، جزء جواب‌های معادله هستند.

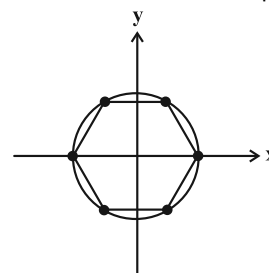
$$\Rightarrow x = k\pi; k \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

حال اگر $\tan x \neq 0$ باشد، داریم:

$$(\tan^2 x + 1)^2 = -\lambda(1 - \tan^2 x) \Rightarrow \tan^4 x - 6 \tan^2 x + 9 = 0$$

$$\Rightarrow \tan^2 x = 3 \Rightarrow \tan x = \pm\sqrt{3} \quad (2)$$

در نتیجه اگر انتهای کمان‌های (۱) و (۲) را روی دایره مثلثاتی نشان دهیم، به شش ضلعی زیر خواهیم رسید.



برای این که تابع مشتق‌های چپ و راست داشته باشد، لازم است که پیوسته باشد:

$$\Rightarrow \frac{\gamma a}{(1)} = \frac{fa}{(1)} + b(1) \Rightarrow a + b = 0 \quad (1)$$

حال تابع مشتق را در همین همسایگی به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{\gamma a}{x^2} & ; x < 1 \\ -\frac{fa}{x^2} + b & ; x > 1 \end{cases} \Rightarrow f'_-(1) = -\gamma a, \quad f'_+(1) = -fa + b$$

مشتق راست ۲ واحد از مشتق چپ بیشتر است:

$$\Rightarrow -fa + b + \gamma a = 2 \Rightarrow b - a = 2 \quad (2)$$

از دستگاه معادلات (۱) و (۲) به دست می‌آید:

$$b = 1, \quad a = -1 \Rightarrow 2b - a = 3$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۵- گزینه «۳» (میان‌بندش نیکنام)

ضابطه تابع g را می‌سازیم:

$$g(x) = \begin{cases} \gamma ax + \gamma a + b & ; x < k \\ ax^2 + bx + c & ; x \geq k \end{cases}$$

$$\xrightarrow{c=a+\gamma b} g(x) = \begin{cases} \gamma ax + \gamma a + b & ; x < k \\ ax^2 + bx + a + \gamma b & ; x \geq k \end{cases}$$

هر کدام از ضابطه‌ها در دامنه‌شان مشتق‌پذیراند. پس کافی است مشتق‌پذیری را فقط در $x = k$ بررسی کنیم. برای این کار شرط پیوستگی را ابتدا بررسی می‌کنیم:

$$\Rightarrow \gamma ak + \gamma a + b = ak^2 + bk + a + \gamma b$$

$$\Rightarrow ak^2 + (b - \gamma a)k - a + b = 0 \quad (1)$$

شرط دیگر این است که مشتق‌های چپ و راست با هم برابر باشند:

$$g'(x) = \begin{cases} \gamma a & ; x < k \\ \gamma ax + b & ; x \geq k \end{cases}$$

$$\xrightarrow{g'_-(k) = g'_+(k)} \gamma a = \gamma ak + b$$

$$\gamma ak + b - \gamma a = 0 \quad (2)$$

با قرار دادن تساوی (۲) در تساوی (۱) داریم:

$$ak^2 + (-\gamma ak)k - a + \gamma a - \gamma ak = 0 \Rightarrow k^2 + \gamma k - 1 = 0$$

معادله بالا دو جواب حقیقی دارد که مجموع مربعات آن‌ها برابر است با:

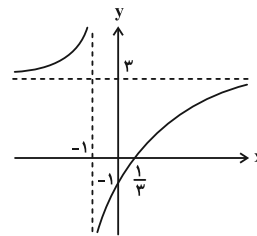
$$k_1^2 + k_2^2 = (k_1 + k_2)^2 - 2k_1k_2 = (-\gamma)^2 - 2(-1) = \gamma^2 + 2 = 6$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۶- گزینه «۳» (امتحانات نهایی - شهریور ۱۴۰۲)

مقدار تابع در ابتدا و انتهای دامنه را حساب می‌کنیم:

$$f(0) = 0, \quad f(2) = 22$$



پس برای محاسبه حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ لازم است که در تابع

$$y = f\left(\frac{3x-1}{x+1}\right) \quad x \text{ را به } -\infty \text{ میل دهیم:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 5|x| + 1}{x + 2|x| - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x}{-x} = -6$$

اما تابع $y = -\frac{6x+1}{x+1}$ روی هر دو شاخه‌اش نزولی است. پس در $-\infty$ با

مقادیر کمتر از -6 به آن میل می‌کند. در نتیجه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} [f(x)] = [(-6)^-] = -7$$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - در در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۱۲- گزینه «۱» (امتحانات نهایی - فروردین ۱۴۰۲)

$$f'(x) = -\frac{120}{x^2} \quad \text{آهنگ لحظه‌ای تغییر همان مشتق است:}$$

$$\Rightarrow x = 2 \quad \text{آهنگ لحظه‌ای تغییر در } x = 2 \text{ برابر } f'(2) = -30$$

آهنگ متوسط تغییر را هم به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$\bar{f} = \frac{f(6) - f(4)}{6 - 4} = \frac{(25) - (35)}{2} = -\frac{10}{2} = -5$$

پس آهنگ لحظه‌ای تغییر ۶ برابر آهنگ متوسط تغییر است.

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۳- گزینه «۱» (کامیار علیون)

$$f'(x) = \frac{\gamma \pi (-\sin \pi x)(\cos \pi x)}{2\sqrt{4 + \cos^2 \pi x}} = -\frac{\pi \sin 2\pi x}{2\sqrt{4 + \cos^2 \pi x}}$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{\pi \sin \frac{\pi}{2}}{2\sqrt{4 + \cos^2 \frac{\pi}{4}}} = -\frac{\sqrt{2}}{6} \pi$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۱۴- گزینه «۲» (کامیار علیون)

در یک همسایگی $x = 1$ ضابطه‌های تابع را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\gamma a}{x} & ; x < 1 \\ \frac{fa}{x} + bx & ; x \geq 1 \end{cases}$$

و سپس نقاط بحرانی بازه (۰, ۲) را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = 5x^4 - 5 \xrightarrow{f'(x)=0} x^4 = 1 \xrightarrow{0 < x < 2} x = 1$$

و مقدار تابع در این نقطه بحرانی برابر $f(1) = -4$ است. در نتیجه برد تابع بازه $[-4, 22]$ است.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

گزینه «۴» ۱۷-

(میلاد منصوری)

ابتدا مشتق تابع را حساب می‌کنیم:

$$y' = 2x\sqrt{2x-a} + \frac{2x^2}{3\sqrt{(2x-a)^3}} \Rightarrow y' = \frac{2x(2x-a)}{3\sqrt{(2x-a)^3}}$$

$x = \frac{6}{y}$ یا ریشه صورت است (بحرانی مشتق پذیر) و یا ریشه مخرج است (بحرانی بازگشت پذیر). پس داریم:

$$x = \frac{6}{y} : \sqrt{\left(\frac{6}{y}\right)^2 - 3a} = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$x = \frac{6}{y} : 2\left(\frac{6}{y}\right) - a = 0 \Rightarrow a = \frac{12}{y}$$

پس مجموع مقادیر a برابر $\frac{26}{y}$ است.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

گزینه «۲» ۱۸-

(شاهین پروازی)

نمودار داده شده مربوط به نیم‌دایره $y = \sqrt{4x-x^2}$ به شعاع ۲ است. حال اگر ارتفاع دوزنقه را h در نظر بگیریم، قاعده بالایی دوزنقه برابر $2\sqrt{4-h^2}$ است. قاعده پایینی هم که برابر قطر دایره است، پس مساحت دوزنقه برابر است با:

$$S(h) = (2 + \sqrt{4-h^2})h ; \quad 0 < h < 2$$

در جواب معادله $S'(h) = 0$ بیشترین مساحت دوزنقه حاصل می‌شود:

$$S'(h) = 2 - \frac{2h^2 - 4}{\sqrt{4-h^2}} \xrightarrow{S'(h)=0}$$

$$h^2 - 2 = \sqrt{4-h^2} \Rightarrow h^2 = 3 \Rightarrow h = \sqrt{3}$$

پس بیشترین مقدار مساحت برابر $S(\sqrt{3}) = 3\sqrt{3}$ است.

دقت کنید که قاعده بالایی را به صورت زیر به دست آورده‌ایم:

$$\sqrt{4x-x^2} = h \Rightarrow 4x-x^2 = h^2 \Rightarrow x^2 - 4x + h^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2\sqrt{4-h^2}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

گزینه «۳» ۱۹-

(شاهین پروازی)

ابتدا ضابطه تابع f را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 + 3x^2 & ; x < 0 \\ x^3 - 3x^2 & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -3x^2 + 6x & ; x < 0 \\ 3x^2 - 6x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

تابع f در \mathbb{R} پیوسته و مشتق پذیر است. برای به دست آوردن نقاط عطف به f'' نیاز داریم:

$$f''(x) = \begin{cases} -6x + 6 & ; x < 0 \\ 6x - 6 & ; x > 0 \end{cases} \xrightarrow{f''(x)=0} 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$x = 1$ طول یکی از نقاط عطف نمودار تابع است اما از آنجایی که جهت تقعر (علامت f'') در $x = 0$ تغییر می‌کند، $x = 0$ نیز طول یکی دیگر از نقاط عطف است. پس نقاط $(0, 0)$ و $(1, -2)$ نقاط عطف هستند که خط $y = -2x$ از آن‌ها عبور می‌کند.

$$\Rightarrow a = -2, b = 0 \Rightarrow a + b = -2$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

گزینه «۴» ۲۰-

(عمیر علیزاده)

مختصات نقطه اکسترمم در ضابطه تابع صدق می‌کند:

$$f(-3) = (-3a + b) - 27 = -27 \Rightarrow b - 3a = 1 \quad (۱)$$

از طرفی مشتق تابع در این نقطه باید برابر صفر باشد:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx = (3ax + 2b)x^2 \xrightarrow{f'(-3)=0} -12a + 2b = 0 \Rightarrow b = 6a \quad (۲)$$

از معادلات (۱) و (۲) به دست می‌آید: $a = 1$ و $b = 6$.

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + 6x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 12x$$

$$\Rightarrow f''(x) = 6x + 12$$

این یعنی نقاط $(0, 0)$ و $(-2, -16)$ ، نقاط عطف تابع هستند که معادله خط‌های مماس بر نمودار تابع در این نقاط به ترتیب $y = 0$ و $y = 16x + 16$ هستند. نقطه برخورد این دو خط، نقطه $(-1, 0)$ است.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ x & y \end{vmatrix} = -2 \Rightarrow ay - bx = -2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

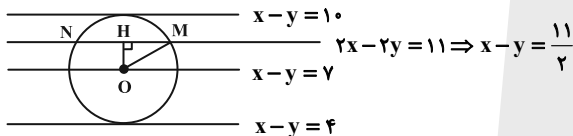
(سوکندر روشنی)

گزینه «۲» -۲۴

دو خط $x-y=4$ و $x-y=10$ موازی‌اند، در نتیجه شعاع دایره، نصف فاصله بین دو خط موازی است.

$$2R = \frac{|10-4|}{\sqrt{1+1}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

مرکز دایره نیز روی خط $x-y=7$ قرار دارد. بنابراین:



$$OH = \frac{|7-\frac{11}{2}|}{\sqrt{1+1}} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$\Delta OMH: \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2 + x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{18}{4} - \frac{18}{16} = \frac{3 \times 18}{16} = \frac{9 \times 6}{16}$$

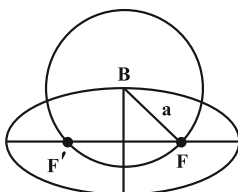
$$\Rightarrow x = \frac{3\sqrt{6}}{4} \Rightarrow MN = 2x = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(امد رضا فلاح)

گزینه «۴» -۲۵

می‌دانیم فاصله رأس ناکانونی B از هر یک از کانون‌های بیضی برابر مقدار a می‌باشد. پس دایره به مرکز B و شعاع a از کانون‌های بیضی می‌گذرد.



هندسه ۳

گزینه «۱» -۲۱

(اسحاق اسفندیار)

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2\alpha + \beta & \alpha \\ -\alpha & \alpha + \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{1}{3} \\ \beta = 1 \end{cases}$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(مهرداد ملونری)

گزینه «۲» -۲۲

داریم:

$$\begin{cases} (BA^{-1})^{-1} = (A^{-1})^{-1} B^{-1} = AB^{-1} \\ (B^{-1}A)^{-1} = A^{-1}(B^{-1})^{-1} = A^{-1}B \end{cases}$$

$$\Rightarrow X = \underbrace{(AB^{-1})(A+B)(A^{-1}B)}_{AB^{-1}A + AB^{-1}B} = (AB^{-1}A + A)(A^{-1}B)$$

$$= AB^{-1} \underbrace{AA^{-1}}_I B + \underbrace{AA^{-1}}_I B = A \underbrace{B^{-1}B}_I + B = A + B$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(امد رضا فلاح)

گزینه «۲» -۲۳

$$|A| = 10 \xrightarrow{\text{بسط حول سطر دوم}} 1 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} b & c \\ y & z \end{vmatrix}$$

$$+ 2 \times (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} a & c \\ x & z \end{vmatrix} + 3 \times (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} a & b \\ x & y \end{vmatrix} = 10$$

$$\Rightarrow -1 \times (2) + 2 \times 3 - 3 \begin{vmatrix} a & b \\ x & y \end{vmatrix} = 10 \Rightarrow -3 \begin{vmatrix} a & b \\ x & y \end{vmatrix} = 6$$



نقطه (۶، ۳) روی این سهمی قرار دارد، پس:

$$(6-2)^2 = 4a(3+1) \Rightarrow a = 1$$

لذا فاصله کانون و رأس این سهمی از یکدیگر برابر ۱ است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۲۸- گزینه «۲» (هومن عقیلی)

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = \vec{d} - \vec{c} \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{d} - \vec{c}|^2$$

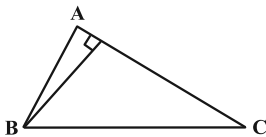
$$\Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{d}|^2 + |\vec{c}|^2 - 2\vec{c} \cdot \vec{d}$$

$$1 + 4 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 16 + 9 - 2\vec{c} \cdot \vec{d}$$

$$\Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{c} \cdot \vec{d} = 20 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{c} \cdot \vec{d} = 10$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۲۹- (سوکندر روشنی)



$$|AB| = \sqrt{1+1+9} = \sqrt{11}$$

$$|AC| = \sqrt{4+1+25} = \sqrt{30}$$

$$|BC| = \sqrt{1+4+4} = 3$$

در نتیجه کوتاه‌ترین ارتفاع به بلندترین ضلع وارد می‌شود که ارتفاع BH است.

$$S = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2} |(-1, -1, 3) \times (-2, 1, 5)|$$

$$= \frac{1}{2} |(-8, -1, -3)| = \frac{\sqrt{64+1+9}}{2} = \frac{\sqrt{74}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{74}}{2} = \frac{1}{2} \times |BH| \times \sqrt{30} \Rightarrow |BH| = \frac{\sqrt{74}}{\sqrt{30}} \Rightarrow |BH|^2 = \frac{74}{30} = \frac{37}{15}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

۳۰- گزینه «۴» (سیدمحمدرضا حسینی‌فر)

ضرب مختلط این سه بردار صفر است، پس:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -4 & m+2 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & m & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow m = 2$$

بردار عمود بر این صفحه همراستا با هر یک از بردارهای $\vec{a} \times \vec{c}$ ، $\vec{a} \times \vec{b}$ و $\vec{b} \times \vec{c}$ است.

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -2\vec{i} - 7\vec{j} + 4\vec{k}$$

بردار گزینه «۴» با این بردار همراستا است.

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

$$2a = 4\sqrt{2} \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$$

پس معادله دایره به مرکز B و شعاع $2\sqrt{2}$ به صورت

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$$

$y = x$ را به دست می‌آوریم:

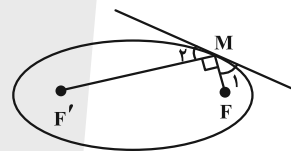
$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 8 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow 2(x-2)^2 = 8 \Rightarrow (x-2)^2 = 4$$

$$\Rightarrow x-2 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow F(4, 4) \\ \text{یا} \\ x = 0 \Rightarrow F(0, 0) \end{cases}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

(اسحاق اسفندیار)

۲۶- گزینه «۱»



$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 45^\circ \Rightarrow \hat{F}MF' = 90^\circ$$

$$\Delta MFF': MF^2 + MF'^2 = FF'^2$$

$$\Rightarrow (MF + MF')^2 - 2MF \times MF' = (2c)^2$$

$$\Rightarrow 2MF \times MF' = 4a^2 - 4c^2$$

$$\Rightarrow MF \times MF' = 2(a^2 - c^2) = 2b^2 = 32$$

$$S_{MFF'} = \frac{1}{2} (MF \times MF') = 16$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

(مهرادر ملونری)

۲۷- گزینه «۳»

سهمی افقی است که با توجه به موقعیت نقطه (۶، ۳) نسبت به رأس

(۲، -۱)، دهانه آن به سمت راست باز می‌شود و معادله آن به صورت زیر

$$(y-2)^2 = 4a(x+1)$$

خواهد بود:

ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۳»

(اعداد رضا فلاح)

مطابق فرض:

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

$$a = 55q + 2q - 1 = 57q - 1$$

$$0 \leq r < b \Rightarrow 0 \leq 2q - 1 < 55 \Rightarrow 1 \leq 2q < 56 \Rightarrow 1 \leq q < \frac{56}{2} = 28$$

از طرفی $a + 1 = 57q$ و چون a فرد باشد پس q زوج است.

$$q < 28 \Rightarrow q_{\max} = 26$$

$$a = 57q - 1 = 57 \times 26 - 1 = 1481 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 14$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۲- گزینه «۲»

(مهرزاد ملونری)

با توجه به فرض و تجزیه اعداد، نتایج زیر حاصل می‌شود:

$$(2^3 \times 3 \times a, 2 \times 3^2 \times b) = 2^2 \times 3 \times 5$$

۱) عدد b فقط یک عامل ۲ دارد ولی در مورد تعداد عوامل ۲ در عدد a ,

اظهار نظر نمی‌توان کرد.

۲) عدد a فاقد عامل ۳ است.

۳) از بین دو عدد a و b ، یکی حتماً فقط یک عامل ۵ و دیگری حداقل

یک عامل ۵ دارد.

۴) اعداد a و b ، هیچ عامل اول مشترک بزرگ‌تر از ۵ ندارند.

(نتیجه کلی) بسته به این که عدد a عامل ۲ داشته باشد یا خیر، مقدار

(a, b) یکی از اعداد 10 یا 5 می‌تواند باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۳۳- گزینه «۴»

(نیلوفر مهروی)

نکته:

$$\left. \begin{matrix} m \\ a \equiv b \\ n \\ a \equiv b \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \equiv b \pmod{[m,n]}$$

$$\left. \begin{matrix} 7 \\ a \equiv 3 \Rightarrow a \equiv 3 + 5(7) \Rightarrow a \equiv 38 \\ 12 \\ a \equiv 2 \Rightarrow a \equiv 2 + 3(12) \Rightarrow a \equiv 38 \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \equiv 38 \pmod{[7,12]}$$

$$\begin{matrix} 84 \\ \Rightarrow a \equiv 38 \Rightarrow a = 84k + 38 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 11 \\ a \equiv 0 \Rightarrow 84k + 38 \equiv 0 \Rightarrow -4k + 5 \equiv 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 11 & 11 & & 11 \\ \Rightarrow 4k \equiv 5 \equiv 16 & \xrightarrow{+4} & k \equiv 4 \end{matrix} \pmod{(4,11)=1}$$

به ازای $k = 4$ ، کوچک‌ترین عدد سه رقمی مضرب ۱۱ برای a حاصل می‌شود.

$$k = 4 \Rightarrow a = (84 \times 4) + 38 = 374$$

مجموع ارقام فرد: $3 + 7 = 10$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۴- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)

با تبدیل معادله سیاله به معادله همنهشتی، آن را حل می‌کنیم:

$$9x + 11y = 625 \Rightarrow 11y \equiv 625 \pmod{9} \Rightarrow 2y \equiv 4 \pmod{9}$$

$$\xrightarrow{+2} y \equiv 2 \pmod{9} \Rightarrow y = 9k + 2$$

$$9x + 11(9k + 2) = 625 \Rightarrow 9x = -99k + 603$$

$$\Rightarrow x = -11k + 67$$

$$\left. \begin{matrix} x > 0 \Rightarrow -11k + 67 > 0 \Rightarrow k < \frac{67}{11} \\ y > 0 \Rightarrow 9k + 2 > 0 \Rightarrow k > -\frac{2}{9} \end{matrix} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 0 \leq k \leq 6$$

بنابراین هفت نقطه با مختصات طبیعی روی این خط وجود دارد.

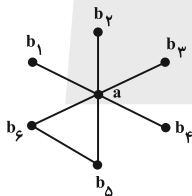
(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۳۵- گزینه «۳»

(مهرزاد ملونری)

عدد احاطه‌گری گراف برابر ۱ است، پس رأسی از درجه ۶ (رأس فول) دارد.

از طرفی این گراف، فقط یک دور دارد، پس نمودار آن به صورت زیر است:



مسیرهای به طول ۲ به صورت زیر دسته‌بندی می‌شوند:

الف) مسیرهایی که فاقد یال $b_5 b_6$ هستند؛ تعداد این مسیرها برابر است با

$$\binom{6}{2} = 15 \quad \text{انتخاب ۲ رأس متمایز از بین رئوس b_1 تا b_6 ؛}$$

ب) مسیرهایی که شامل یال $b_5 b_6$ هستند؛ تعداد این مسیرها ۲ تا است:

$$ab_5 b_6 \text{ و } ab_6 b_5$$

پس در مجموع ۱۷ مسیر به طول ۲ دارد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۸ و ۴۴)

۳۶- گزینه «۴»

(غرزاد جواری)

گراف ۱- منتظم از مرتبه ۱۴ دارای هفت یال است. برای یافتن γ کافی

است از هر یال یک رأس را انتخاب کنیم تا همه رئوس گراف احاطه شوند،

پس $\gamma = 7$. با رسم مکمل گراف بالا می‌توان دریافت که با انتخاب هر دو

رأس دلخواه از \bar{G} می‌توان همه رئوس را احاطه کرد، پس: $\gamma' = 2$. لذا:

$$\gamma + \gamma' = 7 + 2 = 9$$



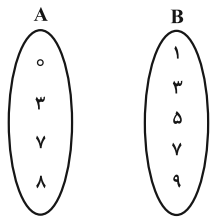
$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{16+2-1}{2-1} = \binom{16}{1} = 17$$

$$\text{تعداد کل جواب‌های صحیح و نامنفی} = 16 + 16 + 17 = 49$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۳۹- گزینه «۲» (مهریار راشدی)

عدد ۳ از مجموعه A باید ۱ عضو از مجموعه B (به غیر از ۳) انتخاب کند، عدد صفر نیز از بین ۴ عضو باقی‌مانده در مجموعه B باید یک عضو انتخاب کند، عدد ۷ از مجموعه A باید از بین ۳ عضو باقی‌مانده در B، یک عضو را انتخاب کند و در نهایت برای عدد ۸، دو انتخاب می‌ماند که باید یکی را انتخاب کند.



$$\binom{3}{4} \times \binom{0}{4} \times \binom{7}{3} \times \binom{8}{2} = 96$$

بنابراین ۹۶ تابع یک‌به‌یک از A به B می‌توان نوشت که شامل (۳، ۳) نباشد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه ۷۸)

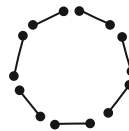
۴۰- گزینه «۳» (مهریار راشدی)

نقطه (x, y, z) با مختصات صحیح را در فضای \mathbb{R}^3 در نظر بگیرید. هر یک از مؤلفه‌های x, y و z می‌توانند ۲ حالت (زوج یا فرد) داشته باشند. بنابراین بسته به زوج یا فرد بودن مؤلفه‌ها ۸ حالت مختلف داریم.

$$\text{حالت } 2 \times 2 \times 2 = 8 \Rightarrow (x, y, z) \text{ حالت } 2 \times 2 \times 2$$

برای این‌که نقطه وسط A و B دارای مؤلفه‌های صحیح باشد باید دو نقطه A و B از نظر زوج یا فرد بودن هر مؤلفه مختصات مثل هم باشند، مثلاً هر دو به شکل (زوج و فرد و فرد) باشند. چون ۸ حالت مختلف داریم، حداقل ۹ نقطه لازم است تا مطمئن باشیم دو تای آنها از نظر زوج یا فرد بودن هر مؤلفه مثل هم هستند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ و ۳۴)

۳۷- گزینه «۱» (مصطفی دیراری)

برای حرکت از A به B باید ۸ مرتبه به راست و ۴ مرتبه به بالا حرکت کنیم. پس کافی است جایگشت‌های حروف

RRRRRRRR UUUU را به دست آوریم به طوری که هیچ دو حرف U کنار هم نباشند؛ ابتدا همه Rها را به یک روش می‌چینیم:

$$-R-R-R-R-R-R-R-R-$$

۹ جای خالی ابتدا و انتها و همچنین بین Rها وجود دارد که کافی است ۴ تا از آنها را انتخاب و در آنها U قرار دهیم. پس:

$$\text{تعداد حالت‌ها} = \binom{9}{4} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۳۸- گزینه «۱» (فرزاد جوادری)

از رابطه $x_1 \cdot x_2 = 4$ سه حالت زیر نتیجه می‌شود:

$$\text{حالت اول: } x_1 = 1 \text{ و } x_2 = 4$$

$$\text{حالت دوم: } x_1 = 4 \text{ و } x_2 = 1$$

$$\text{حالت سوم: } x_1 = 2 \text{ و } x_2 = 2$$

تعداد جواب‌های سه معادله زیر را شمرده و با هم جمع می‌زنیم:

$$1 + 4 + x_3 + x_4 = 20 \Rightarrow x_3 + x_4 = 15$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{15+2-1}{2-1} = \binom{17}{1} = 16$$

$$4 + 1 + x_3 + x_4 = 20 \Rightarrow x_3 + x_4 = 15$$

$$16 = \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی}$$

$$2 + 2 + x_3 + x_4 = 20 \Rightarrow x_3 + x_4 = 16$$

فیزیک ۳

۴۱- گزینه «۱»

(مسام ناری)

هیچ کدام از عبارتها درست نیستند.

بررسی موارد:

الف) اندازه شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر تندی متحرک است. در لحظه $t = 0$ و $t = 5$ خط مماس بر نمودار افقی است. پس تندی در این دو لحظه برابر صفر است. در واقع پس از لحظه $t = 0$ تندی افزایش یافته و مجدد در $t = 5$ به مقدار صفر، کاهش یافته است.

ب) سرعت متوسط برابر شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار مکان- زمان است. در اینجا داریم:

$$v_{av} = \frac{x_{10} - x_5}{10 - 5} = \frac{16 - 0}{5} = \frac{16}{5} = 3 \frac{1}{5} \frac{m}{s}$$

پ) متحرک فقط در لحظه $t = 14$ س به طور کامل از مبدأ مکان ($x = 0$) عبور کرده است. توجه کنید که در $t = 5$ س فقط به مبدأ مکان رسیده و از آن عبور نکرده است.

ت) در بازه زمانی ۵ س تا ۱۲ س، ابتدا تقعر نمودار به سمت بالا ($a > 0$) و بعد به سمت پایین ($a < 0$) است. پس بردار شتاب ابتدا در جهت محور X و سپس خلاف جهت محور X است.

(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست: صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

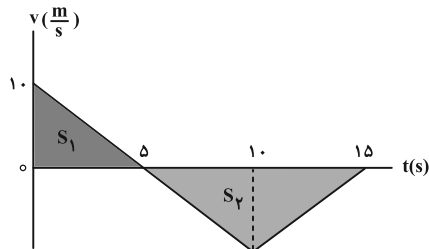
۴۲- گزینه «۳»

(مسام ناری)

برای محاسبه شتاب متوسط، ابتدا سرعت در لحظه $t = 10$ س را به کمک نمودار پیدا می‌کنیم. با توجه به خطی بودن نمودار در بازه $t = 0$ تا $t = 10$ س و تقارن آن در دو طرف $t = 5$ س، سرعت در لحظه $t = 10$ س برابر $-10 \frac{m}{s}$ می‌شود. حال شتاب متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{v_{10} - v_0}{10 - 0} = \frac{-10 - 10}{10} = -2 \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{av}| = 2 \frac{m}{s^2}$$

برای محاسبه تندی متوسط، ابتدا مسافت طی شده را حساب می‌کنیم. می‌دانیم سطح زیر نمودار سرعت- زمان در هر بازه زمانی برابر اندازه جابه‌جایی در آن بازه زمانی است و برای محاسبه مسافت کافی است قدرمطلق مساحت‌های S_1 و S_2 را با هم جمع کنیم:



$$\text{مسافت} = \ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = S_1 + S_2 = \frac{5 \times 10}{2} + \frac{10 \times 10}{2} = 75 \text{ m}$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{75}{15} = 5 \frac{m}{s}$$

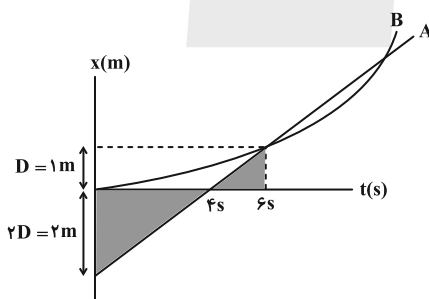
(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست: صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

۴۳- گزینه «۲»

(آراس ممردی)

مطابق شکل، با فرض این که دو متحرک در مکان D به هم رسیده‌اند، از تشابه مثلث‌های مشخص شده داریم:

$$x_{0A} = -2D$$



تذکر: با توجه به خواسته سؤال (نسبت فاصله‌ها)، مقدار D تأثیری در حل سؤال ندارد پس آن را ۱ m در نظر می‌گیریم. از داده‌های نمودار داریم:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{x_A=1m, x_{0A}=-2m, t=6s} 1 = 6v_A - 2 \Rightarrow v_A = \frac{1}{2} \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_A = \frac{1}{2} \frac{m}{s}$$

متحرک B در مدت زمان 6s، به اندازه ۱ m جابه‌جا شده است:

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t \xrightarrow{v_{0B}=0} 1 = \frac{1}{2} \times a_B \times 6^2$$

$$\xrightarrow{(۲)} ۲d = \frac{1}{۲} a(t-۲)^2 + at(t-۲) \quad (۳)$$

و در آخر سرعت انتهای مسیر برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_f = a(t-۲) + v_1 \xrightarrow{(۲)} v_f = a(۲t-۲) \quad (۴)$$

با مقایسه روابط (۱) و (۳)، t را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (۱): d = \frac{1}{۲} at^2 \xrightarrow{\times ۲} ۲d = at^2 \\ (۳): ۲d = \frac{1}{۲} a(t-۲)^2 + at(t-۲) \end{cases}$$

$$\Rightarrow at^2 = \frac{1}{۲} a(t-۲)^2 + at(t-۲) \xrightarrow{\text{طرفین ضربدر ۲}}$$

$$۲at^2 = a(t^2 - ۴t + ۴) + ۲at(t-۲)$$

$$\Rightarrow ۲at^2 = ۳at^2 - ۸at + ۴a \Rightarrow at^2 - ۸at + ۴a = 0$$

$$t^2 - ۸t + ۴ = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = ۴ + ۲\sqrt{۳} \text{ s} & \text{ق ق} \\ t = ۴ - ۲\sqrt{۳} \text{ s} & \text{غ ق} \end{cases}$$

تذکر: $۴ - ۲\sqrt{۳} \text{ s}$ قابل قبول نیست. زیرا در این صورت حاصل $t - ۲$ منفی خواهد شد. در نهایت خواسته سؤال را به دست می‌آوریم.

$$v_1 = at \xrightarrow{t=۴+۲\sqrt{۳}=۲(۲+\sqrt{۳})\text{ s}} v_1 = ۲(۲+\sqrt{۳})(۲-\sqrt{۳}) = ۲ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۴۵- گزینه «۳» (علیرضا بیاری)

ابتدا جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = ۶ \text{ s}$ را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v_{av} = ۷ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta t = ۶ \text{ s}} ۷ = \frac{\Delta x}{۶} \Rightarrow \Delta x = ۴۲ \text{ m}$$

این جابه‌جایی شامل دو مرحله است.

Δx_1 مربوط به جابه‌جایی در ۴ ثانیه اول حرکت و Δx_2 مربوط به

جابه‌جایی در بازه زمانی ۴ s تا ۶ s است. مساحت سطح زیر نمودار شتاب-

زمان در هر بازه زمانی، برابر با تغییر سرعت در آن بازه زمانی است. بنابراین

سرعت متحرک در لحظه $t = ۴ \text{ s}$ برابر است با:

$$\Rightarrow a_B = \frac{1 \text{ m}}{۱۸ \text{ s}^2}$$

قسمت اول سؤال: ابتدا معادله سرعت- زمان متحرک B را می‌نویسیم:

$$v_B = a_B t + v_{0,B} \xrightarrow{a_B = \frac{1 \text{ m}}{۱۸ \text{ s}^2}, v_{0,B} = 0} v_B = \frac{1}{۱۸} t \quad (I)$$

$$v_A = v_B \xrightarrow{v_A = \frac{1 \text{ m}}{۲ \text{ s}}} \frac{1}{۲} = \frac{1}{۱۸} t \Rightarrow t = ۹ \text{ s} \quad \text{خواسته سؤال:}$$

قسمت دوم سؤال: برای این قسمت از سؤال، در آغاز کار معادله مکان- زمان

هر دو متحرک را نوشته و سپس با یکدیگر برابر قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{۲} t^2 \\ x_B = \frac{1}{۳۶} t^2 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} \frac{1}{۳۶} t^2 - \frac{1}{۲} t + ۲ = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = ۶ \text{ s} & \text{ق ق} \\ t = ۱۲ \text{ s} & \text{ق ق} \end{cases}$$

حال $t = ۱۲ \text{ s}$ را در یکی از معادله‌های مکان جای گذاری می‌کنیم:

$$x_A = x_B = \frac{1}{۲} (۱۲)^2 - ۲ = ۴ \text{ m}$$

$$\frac{۴}{۲} = ۲$$

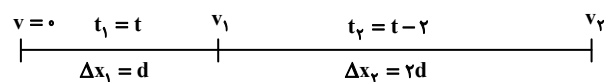
خواسته سؤال:

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

(آراس ممبری)

۴۴- گزینه «۱»

شکل شماتیک زیر نمایی کلی از مسیر طی شده توسط متحرک است:



ابتدا قسمت اول مسیر را بررسی می‌کنیم:

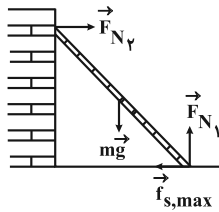
$$\Delta x_1 = \frac{1}{۲} at_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow d = \frac{1}{۲} at^2 \quad (۱)$$

سرعت را نیز در انتهای همین مسیر به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_1 = at \quad (۲)$$

اکنون به بررسی قسمت دوم می‌پردازیم:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{۲} at_2^2 + v_1 t_2 \Rightarrow ۲d = \frac{1}{۲} a(t-۲)^2 + v_1(t-۲)$$



با توجه به این که نردبان در آستانه سُر خوردن است، یعنی در این لحظه در تعادل است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. همچنین نردبان به سمت راست سُر می خورد پس نیروی اصطکاک باید به سمت چپ به پایه آن وارد شود (علت نادرستی گزینه «۳»). همچنین داریم:

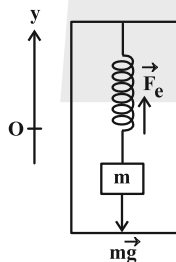
$$\left. \begin{aligned} F_{net,x} = 0 &\Rightarrow F_{N_y} = f_{s,max} \\ F_{net,y} = 0 &\Rightarrow F_{N_x} = mg \end{aligned} \right\} \begin{aligned} f_{s,max} = \mu_s F_{N_x} &\rightarrow F_{N_y} = \mu_s mg \end{aligned}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۱، ۳۵ و ۳۶)

(زهره آقاممدری)

۴۸- گزینه «۴»

ابتدا ثابت فنر را محاسبه می کنیم. در حالت اول که آسانسور ساکن است، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_e = mg \Rightarrow kx = mg \xrightarrow{\substack{x=30-25=5\text{ cm} \\ m=2\text{ kg}, g=10\frac{\text{N}}{\text{kg}}}}$$

$$k \times 5 = 20 \Rightarrow k = 4\frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

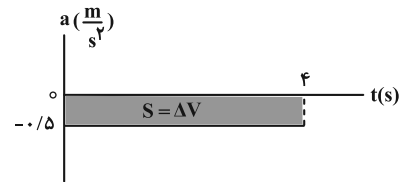
پس از حرکت آسانسور داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F'_e - mg = ma \Rightarrow kx' - mg = ma$$

$$\xrightarrow{\substack{x' = 5 + 1/25 = 6/25\text{ cm} \\ m = 2\text{ kg}, k = 4\frac{\text{N}}{\text{cm}}}} 4 \times 6/25 - 20 = 2a$$

$$\Rightarrow a = \frac{25 - 20}{2} = 2/5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_{(t=4s)} = v_0 + \Delta v = v_0 + (-0.5 \times 4) = v_0 - 2\frac{\text{m}}{\text{s}}$$



اکنون جابه جایی های Δx_1 و Δx_2 را می نویسیم:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow 42 = \left[\frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_0 t_1 \right] + \left[\frac{1}{2} a_2 t_2^2 + (v_0 - 2) t_2 \right]$$

$$\Rightarrow 42 = \left[\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\right) \times 4^2 + v_0 \times 4 \right] + \left[\frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 + (v_0 - 2) \times 2 \right]$$

$$42 = -4 + 4v_0 + 2 + 2v_0 - 4 \Rightarrow 48 = 6v_0 \Rightarrow v_0 = 8\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۱۵ تا ۱۷)

(مهران اسماعیلی)

۴۶- گزینه «۲»

اگر گلوله اول پس از زمان t_1 به زمین برسد و برای گلوله دوم زمان t_2 سپری شده باشد، می توان نوشت:

$$\begin{cases} h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \\ h_2 = \frac{1}{2} g t_2^2 \end{cases} \xrightarrow{\substack{h_1 = h_2 \\ \frac{h_1}{h_2} = 1}} \frac{\frac{1}{2} g t_1^2}{\frac{1}{2} g t_2^2} = 1 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 2 \Rightarrow t_1 = 2t_2$$

در لحظه رسیدن گلوله اول به زمین، دو گلوله حداکثر فاصله را از یکدیگر دارند.

$$h_1 - h_2 = 125 \Rightarrow \frac{1}{2} g t_1^2 - \frac{1}{2} g t_2^2 = 125$$

$$\xrightarrow{g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} t_1^2 - t_2^2 = 25$$

$$(2t_2)^2 - t_2^2 = 25 \Rightarrow t_2^2 = 9 \Rightarrow t_2 = 3\text{ s}$$

$$t_1 = 2t_2 = 6\text{ s} \Rightarrow t_1 - t_2 = 3\text{ s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۲۱ تا ۲۴)

(مسام ناری)

۴۷- گزینه «۳»

ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را مطابق شکل زیر رسم می کنیم:



$$\Rightarrow 8 - 0 = 2 \times 2 \times 10 = 2a_y \Rightarrow a_y = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_y = \frac{1}{2} a t_y^2 + v_0 t_y \Rightarrow |\Delta x_y| = \frac{1}{2} \times 2 t_y^2 = t_y^2$$

حال اگر اندازه جابه‌جایی دو حالت را برابر قرار دهیم، داریم:

$$|\Delta x_1| = |\Delta x_y| \Rightarrow 3 t_1^2 = t_y^2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_y} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲)

(معمور منصوری)

۵۰- گزینه «۱»

$$\begin{cases} K_y = K_1 - \frac{3}{4} K_1 = \frac{1}{4} K_1 \\ m_y = 16 m_1 \end{cases}$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_y}{K_1} = \left(\frac{p_y}{p_1}\right)^2 \times \frac{m_1}{m_y} \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{p_y}{p_1}\right)^2 \times \frac{m_1}{16 m_1}$$

$$\frac{1}{4} = \left(\frac{p_y}{p_1}\right)^2 \times \frac{1}{16} \Rightarrow \left(\frac{p_y}{p_1}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{p_y}{p_1} = 2$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

(مهران اسماعیلی)

۵۱- گزینه «۴»

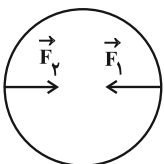
ابتدا دوره چرخش جسم را باید تعیین کنیم تا مشخص شود در مدت

$1/5$ s، نیروی مرکزگرای وارد بر جسم چگونه تغییر کرده است:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad \pi=3, r=2m \rightarrow T = \frac{2 \times 3 \times 2}{4} = 3s$$

با توجه به این که دوره ۳ s است، پس از $1/5$ s جسم نیمی از دایره را طی

می‌کند. بنابراین نیروی مرکزگرا در خلاف جهت اولیه خواهد بود. (مطابق شکل)



چون آسانسور از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، پس حرکت آن

تندشونده است. با توجه به این که جهت شتاب آسانسور رو به بالا است، پس

جهت حرکت آسانسور نیز رو به بالا است. توجه کنید که افزایش طول

۱/۲۵ cm به دلیل حرکت آسانسور است پس می‌توانستیم شتاب آسانسور

را به روش زیر نیز محاسبه کنیم:

$$kx = ma \Rightarrow 4 \times 1/25 = 2a \Rightarrow a = \frac{5}{2} = 2/5 \frac{m}{s^2}$$

چون فنر افزایش طول داشت، قرار دادیم $x = +1/25$ cm و شتاب

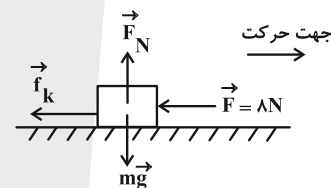
آسانسور مثبت (رو به بالا) به دست آمد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

(معمور نیاوندی مقدم)

۴۹- گزینه «۴»

در حالت اول نیرو خلاف جهت حرکت است.



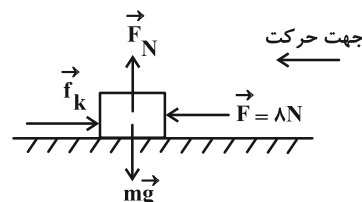
$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$F_{net,x} = ma \Rightarrow -F - f_k = ma \Rightarrow -F - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow -8 - 0 = 2 \times 2 \times 10 = 2a_1 \Rightarrow a_1 = -6 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow |\Delta x_1| = \frac{1}{2} \times 6 t_1^2 = 3 t_1^2$$

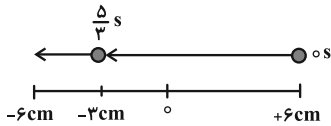
در حالت دوم جسم در جهت نیروی وارد شده حرکت می‌کند.



$$F_{net,x} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow x = 0.06 \cos(0 / 4\pi \times \frac{5}{3}) = 0.06 \times (-\frac{1}{3}) = -0.02 \text{ m}$$

با توجه به این که $\frac{T}{4} < \frac{5}{3} < \frac{T}{2}$ و با رسم پاره خط نوسان می‌توان دریافت که در این لحظه نوسانگر در حال دور شدن از نقطه تعادل و تنیدی آن در حال کاهش است.



(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(مسام ناری)

گزینه «۲» ۵۴

ابتدا بسامد زاویه‌ای نوسانگر را می‌یابیم.

$$x = A \cos(\omega t) \quad \begin{matrix} x = -5\sqrt{3} \text{ cm} \\ A = 10 \text{ cm}, t = 1/4 \text{ s} \end{matrix}$$

$$-5\sqrt{3} = 10 \cos(\omega \times 1/4) \Rightarrow \cos(1/4\omega) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 1/4\omega = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{1/2} = \frac{3}{1/2} = 2/5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

در مرکز نوسان، انرژی پتانسیل صفر و انرژی جنبشی بیشینه است. بنابراین:

$$E = K + U \xrightarrow[U=0]{\text{در مرکز نوسان}} E = K_{\max}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max} = A\omega$$

$$\frac{A=10 \text{ cm}=0.1 \text{ m}}{\omega=2/5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \rightarrow v_{\max} = 0.1 \times 2/5 = 0.04 = \frac{1}{25} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

(مسن سلماسی ونر)

گزینه «۲» ۵۵

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{(r_2/r_1)^2}{r_1}} = \frac{r_2}{r_1} \quad r = h + R_e \rightarrow$$

$$g = \frac{GM_e}{r^2}$$

$$\Delta \vec{F} = \vec{F}_2 - \vec{F}_1 \Rightarrow \Delta F = |\vec{F}_2 - \vec{F}_1| = 2F$$

$$\frac{F = m \frac{v^2}{r}}{\Delta F} \rightarrow \Delta F = 2m \frac{v^2}{r} \quad \begin{matrix} m=1 \text{ kg}, r=2 \text{ m} \\ v = \frac{4}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{matrix} \rightarrow \Delta F = 2 \times 1 \times \frac{4^2}{2} = 16 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۵۳)

(علیرضا بیاری)

گزینه «۴» ۵۲

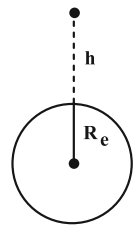
ابتدا فاصله ماهواره از مرکز زمین را در دو حالت به دست می‌آوریم:

$$r = R_e + h$$

$$r_1 = R_e + h_1 = R_e + \frac{11}{25} R_e = \frac{36}{25} R_e$$

$$r_2 = R_e + h_2 = R_e + \frac{47}{25} R_e = \frac{72}{25} R_e$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{\frac{72}{25} R_e}{\frac{36}{25} R_e} = 2$$



تنیدی ماهواره با جذر فاصله آن از مرکز زمین نسبت وارون دارد.

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

دوره گردش ماهواره به دور زمین نیز به صورت زیر، به فاصله آن از مرکز

زمین بستگی دارد:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3} \xrightarrow{\frac{r_2}{r_1}=2} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

(محمود منصوری)

گزینه «۲» ۵۳

با توجه به این که جسم از مکان $x = +A$ شروع به حرکت می‌کند، معادله مکان-زمان آن به شکل $x = A \cos(\omega t)$ می‌باشد.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5} = 0.4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad A = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}$$

$$x = A \cos(\omega t) = 0.06 \cos(0.4\pi t)$$

$$\Rightarrow \Delta\beta = 20(\log 5 - \log 3) = 20(\log \frac{5}{3} - 0/5)$$

$$= 20(\log 10 - \log 20/5)$$

$$\Rightarrow \Delta\beta = 20(10 - 20/5) = 4\text{dB}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

(مسام تدری)

۵۸- گزینه «۴»

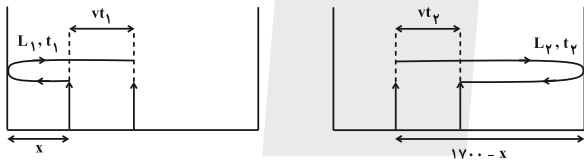
وقتی چشمه نور به ناظر نزدیک شود، طول موج نور کاهش پیدا می‌کند که به آن اصطلاحاً انتقال به آبی می‌گویند. در شکل‌های الف و ب این اتفاق می‌افتد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه ۸۳)

(میشی نکوتیان)

۵۹- گزینه «۳»

اگر مطابق با شکل‌های زیر، زمان پژواک از صخره نزدیک‌تر را با t_1 و زمان پژواک از صخره دورتر را با t_2 نشان دهیم، داریم:



$$L_1 - vt_1 = 2x \xrightarrow{L_1 = v_{\text{صوت}} \times t_1 = 340 \cdot t_1} 340 \cdot t_1 - 40 \cdot t_1 = 2x$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{x}{150} \quad (1)$$

$$L_2 + vt_2 = 2(1700 - x) \xrightarrow{L_2 = v_{\text{صوت}} \times t_2 = 340 \cdot t_2} 340 \cdot t_2 + 40 \cdot t_2 = 2(1700 - x)$$

$$340 \cdot t_2 + 40 \cdot t_2 = 2(1700 - x) \Rightarrow 190 \cdot t_2 = 1700 - x$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{1700 - x}{190} \quad (2)$$

با توجه به برابری زمان‌های پژواک از دو صخره می‌توان نوشت:

$$t_1 = t_2 \xrightarrow{(1), (2)} \frac{x}{150} = \frac{1700 - x}{190} \Rightarrow 34x = 15(1700)$$

$$\Rightarrow x = 750\text{m}$$

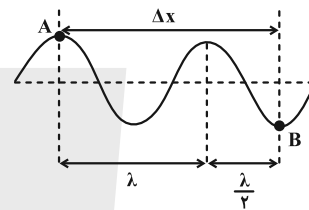
$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{R_e + R_e}{R_e} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(مسام تدری)

۵۶- گزینه «۴»

ابتدا مطابق شکل زیر فاصله نقطه A تا B را بر حسب طول موج می‌یابیم:



$$\Delta x = \lambda + \frac{\lambda}{2} = \frac{3}{2}\lambda$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= v\Delta t \\ \lambda &= vT \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{0/9}{T} \Rightarrow T = 0/6\text{s}$$

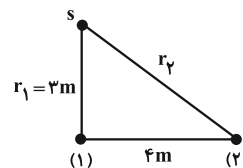
$$\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}\text{Hz}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

(ممر ناوندی مقرر)

۵۷- گزینه «۲»

فاصله دو نقطه از منبع صوت به ترتیب $r_1 = 3\text{m}$ و $r_2 = 5\text{m}$ است.



$$r_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{m}$$

حال از رابطه زیر اختلاف تراز شدت صوت را محاسبه می‌نماییم:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 10 \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \left(\frac{5}{3}\right)^2$$



$$n = 3/2 \times 10^{22}; h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \lambda = 66 \times 10^{-9} \text{ m}; t = 24 \text{ s}$$

$$P = \frac{(3/2 \times 10^{22})(6.6 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{(6.6 \times 10^{-9})(24)} = 400 \text{ W}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۹)

۶۳- گزینه «۱» (مقتبی نکوئیان)

طبق رابطه $f = \frac{c}{\lambda}$ ، برای بیشینه شدن بسامد، باید λ کمینه و برای کمینه شدن بسامد، باید λ بیشینه باشد، بنابراین طبق معادله ریدبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \xrightarrow{\lambda = \frac{c}{f}} f = Rc \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

رشته بَرَاکت: $\begin{cases} n' = 4 \\ n = \infty \end{cases} \Rightarrow f_{\max} = Rc \left(\frac{1}{16} \right) = \frac{1}{16} Rc$

رشته لیمان: $\begin{cases} n' = 1 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow f_{\min} = Rc \left(1 - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} Rc$

$$\Rightarrow \frac{f_{\max}}{f_{\min}} = \frac{\frac{1}{16} Rc}{\frac{3}{4} Rc} = \frac{1}{12}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۳۳ و ۱۳۴)

۶۴- گزینه «۳» (معمور منصوری)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ عدد نوترونی ${}^{12}\text{C}$ برابر ۶ و عدد نوترونی ${}^{13}\text{C}$ برابر ۷ است.

(۲) درست؛ ایزوتوپ‌های یک عنصر، دارای عدد اتمی مساوی و عدد نوترونی متفاوت هستند.

(۳) نادرست؛ ایزوتوپ‌های یک عنصر در جدول تناوبی در یک مکان قرار می‌گیرند.

(۴) درست؛ (طبق اطلاعات جدول کتاب)

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۶۵- گزینه «۲» (امیرامیر میرسعید)

وقتی ۸۰ درصد از ماده از بین می‌رود پس ۲۰ درصد آن باقی مانده است.

$$m = M_0 \left(\frac{1}{2} \right)^n \Rightarrow \frac{20}{100} M_0 = \frac{M_0}{2^n} \Rightarrow 2^n = \frac{100}{20} = 5$$

بنابراین اختلاف فاصله اتومبیل از دو صخره به هنگام بوق زدن برابر است با:

$$d' = (1700 - x) - x = 1700 - 2x = 1700 - 2(750) = 200 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۶۰- گزینه «۳» (سیره‌ملیه میرصالحی)

با توجه به شکل داریم:

$$\theta_1 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\theta_2 = 53^\circ$$

حال با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{0.8}{0.5} = \frac{8}{5}$$

سپس به سراغ رابطه $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ می‌رویم. در این رابطه Δx را ثابت در نظر

می‌گیریم. پس:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow \frac{8}{5} = \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{5}{8} t_1$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه ۹۶)

۶۱- گزینه «۲» (معمراکظم منشاری)

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 285 = \frac{v}{2 \times 0.4} \Rightarrow v = \frac{4}{5} \times 285 = 228 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

$$\Rightarrow 228 = \sqrt{\frac{F \times 0.4}{20 \times 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{F \times 4 \times 10^{-1}}{2 \times 10^{-2}}} = \sqrt{20F}$$

$$\Rightarrow 20F = 228 \times 228 \Rightarrow F = \frac{2599}{2} \approx 260 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۶۲- گزینه «۳» (مقتبی نکوئیان)

با توجه به این که انرژی فوتون‌ها از انرژی لامپ تأمین می‌شود، داریم:

$$\begin{cases} E = nhf = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow Pt = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow P = \frac{nhc}{\lambda t} \\ E = Pt \end{cases}$$



حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\frac{A}{Z}X \rightarrow \frac{A-12}{Z-7}Y + n \frac{4}{2}\alpha + m \frac{1}{1}e^+$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = A - 12 + 4n + m(\cdot) \Rightarrow n = 3 \\ Z = Z - 7 + 2n + m \Rightarrow m = 1 \end{cases}$$

گزینه «۳»: سه ذره آلفا و یک پوزیترون

اگر به جای پوزیترون، الکترون در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{A}{Z}X \Rightarrow \frac{A-12}{Z-7}Y + n \frac{4}{2}\alpha + m \frac{0}{-1}e^-$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = A - 12 + 4n + m(\cdot) \Rightarrow n = 3 \\ Z = Z - 7 + 2n - m \Rightarrow m = -1 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

پس حالتی که e^- داشته باشیم امکان‌پذیر نیست.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۶)

۶۹- گزینه «۳» (مسام ناری)

طبق متن کتاب درسی، گزینه «۳» نادرست است.

شکل درست گزینه «۳»: هسته مرکب ${}_{92}^{236}\text{U}^*$ در کمتر از 10^{-12} ثانیه واپاشیده می‌شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۳۹)

۷۰- گزینه «۳» (لنگور ریاضی خارج کشور- ۱۴۰۱)

با استفاده از معادله انیشتین (معادله فوتوالکتریک) برای فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \begin{cases} K_{\max} = hf - W_0 \\ 0.6 K_{\max} = h(\frac{3}{4}f) - W_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{8 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = hf - W_0 \\ \frac{0.6 \times 8 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = \frac{3}{4}hf - W_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 = hf - W_0 \\ 3 = \frac{3}{4}hf - W_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} hf = 8\text{eV} \\ W_0 = 3\text{eV} \end{cases} \text{ با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول فوق داریم:}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

$$2^n = 5 \Rightarrow \log 2^n = \log 5 \Rightarrow n \log 2 = \log 5$$

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - 0.3 = 0.7$$

$$n \log 2 = \log 5 \Rightarrow n \times \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \Rightarrow n = \frac{7}{3}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۶ و ۱۳۷)

۶۶- گزینه «۲» (مهران اسماعیلی)

تعداد هسته‌های مادر باقی مانده، پس از گذشت زمان t از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \left(n = \frac{t}{T}\right)$$

اگر N_1 و N_2 تعداد هسته‌های مادر باقی مانده پس از گذشت زمان به ترتیب $2T$ و $3T$ باشد، داریم:

$$N_1 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_1} \xrightarrow[n_1 = \frac{t_1 = 2T}{T}]{n_1 = \frac{t_1 = 2T}{T}} N_1 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{N_0}{4}$$

$$N_2 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_2} \xrightarrow[n_2 = \frac{t_2 = 3T}{T}]{n_2 = \frac{t_2 = 3T}{T}} N_2 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{N_0}{8}$$

$$N_1 - N_2 = 500 \Rightarrow \frac{N_0}{4} - \frac{N_0}{8} = 500 \Rightarrow \frac{N_0}{8} = 500$$

$$\Rightarrow N_0 = 4000$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۶ و ۱۳۷)

۶۷- گزینه «۳» (ریاضی داخل ۱۴۰۱- تیرماه)

کافی است معادله واپاشی را نوشته و مجموع اعداد جرمی طرفین معادله را با هم و مجموع اعداد اتمی طرفین را نیز با هم برابر بگذاریم:

$${}_{52}^{124}X \rightarrow {}_{52}^{124}Y + \frac{A}{Z}A \Rightarrow \begin{cases} 124 = 124 + A \Rightarrow A = 0 \\ 52 = 52 + Z \Rightarrow Z = +1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = {}_+^0e = \text{پوزیترون}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۴ و ۱۳۵)

۶۸- گزینه «۳» (مسام ناری)

در یک معادله واپاشی باید:

(۱) مجموع اعداد جرمی سمت راست و چپ معادله با هم برابر شوند.

(۲) مجموع اعداد اتمی سمت راست و چپ معادله با هم برابر شوند.



شیمی ۳

گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

فرمول ترکیبات داده شده:

اوره: $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ / اتیلن گلیکول: $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$ / روغن زیتون:

$\text{C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6$ / بنزین: C_8H_{18} / وازلین: $\text{C}_{25}\text{H}_{52}$ / صابون جامد با

زنجر هیدروکربنی سیرشده ۱۷ کربنه: $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COONa}$

بررسی همه موارد:

الف) نادرست؛ ۴ مورد از آن‌ها (روغن زیتون، بنزین، وازلین، صابون) در هگزان حل می‌شوند.

ب) نادرست؛ هیچ دو ترکیبی تعداد اتم هیدروژن برابری ندارند.

پ) درست؛ در ساختار صابون جامد عنصر فلزی (Na) یافت می‌شود.

ت) درست؛ در ساختار اوره و صابون جامد یک پیوند دوگانه یافت می‌شود.

ث) نادرست؛ ۲ مورد از آن‌ها (اوره و اتیلن گلیکول) قادر به تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکولی هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)

گزینه «۴»

(ممد عظیمیان زواره)

این مخلوط، یک پاک‌کننده خورنده محسوب می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ترکیب داده شده نوعی پاک‌کننده صابونی است. پاک‌کننده‌های صابونی براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.

۲) برای این منظور باید از پاک‌کننده‌های خورنده مانند سرکه یا جوهرنمک که خاصیت اسیدی دارند استفاده نمود.

۳) هیدروکلریک اسید (جوهرنمک) و سدیم هیدروکسید (سود سوزآور) پاک‌کننده‌هایی خورنده‌اند و نباید با پوست بدن تماس پیدا کنند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۶، ۱۲ و ۱۳)

گزینه «۳»

(ممد رضا پورجاوید)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: توجه داشته باشید که نیترواسید در مقایسه با استیک اسید قدرت بیشتری داشته و مقدار یونش آن بیشتر است. بنابراین در شرایط یکسان غلظت یون نیتريت (و نه نیترات!) در آن بیشتر از غلظت یون استات موجود در استیک اسید است.

گزینه «۲»: از آنجا که HCl در مقایسه با HNO_3 قدرت اسیدی بیشتری دارد، سرعت واکنش آن با نوار منیزیمی نیز بیشتر خواهد بود.

گزینه «۳»: از آنجا که استیک اسید در مقایسه با نیترواسید ضعیف‌تر است، مولکول‌های کمتری از آن به صورت یونیده شده درمی‌آیند. به این ترتیب تعداد مولکول‌های یونیده نشده آن بیشتر خواهد بود.

گزینه «۴»: با توجه به مقدار K_a کلرواتانویک اسید، این اسید از هر دو اسید ذکر شده در صورت سؤال قوی‌تر خواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

در اثر مخلوط شدن، غلظت یون H^+ برابر با نسبت مجموع مول‌های یون H^+ به حجم کل:

$$\text{pH}_{\text{HCl}} = 1/5 \Rightarrow [\text{H}^+] = 3 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{mol H}^+ = 0.03 (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}) \times 0.3 (\text{L}) = 9 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\text{pH}_{\text{HBr}} = 4 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{mol H}^+ = 10^{-4} (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}) \times 0.6 (\text{L}) = 6 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

$$[\text{H}^+]_{\text{نهایی}} = \frac{(9 \times 10^{-3}) + (6 \times 10^{-5})}{0.3 + 0.6} = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow 10^{-2} \times [\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{-12} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-12}}{10^{-2}} = 10^{-10}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

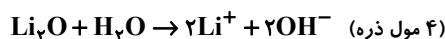
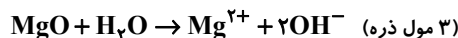


۷۵- گزینه «۴»

(سعیر تیزرو)

تمامی موارد درست هستند.

بررسی مورد اول:

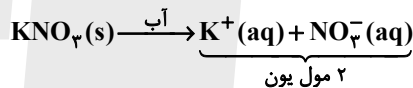
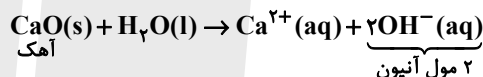


بررسی مورد دوم: ترکیب‌های $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ ، $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ و

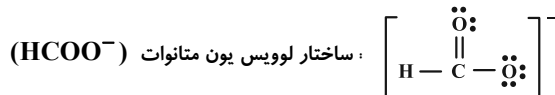
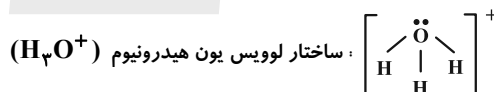
CH_3COCH_3 ، در آب به صورت مولکولی حل شده و یون H^+ یا

OH^- تولید نمی‌کنند. بنابراین محلول آن‌ها خنثی محسوب می‌شود.

بررسی مورد سوم:



بررسی مورد چهارم:



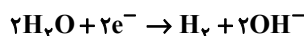
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶ و ۲۳)

۷۶- گزینه «۳»

(مهم‌رضا پوریاوید)

عبارت‌های اول و دوم نادرست هستند.

نیم‌واکنش انجام شده در سطح الکترود با بار منفی (کاتد) به صورت زیر است:



نیم‌واکنش انجام شده در آند به صورت $2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{O}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e}^-$

خواهد بود. هر چند در این شرایط گاز اکسیژن تولید می‌شود، اما به دلیل

تولید یون H^+ با کاهش pH مواجه خواهیم بود.

در کاهش مولکول‌های آب، گاز H_2 تولید می‌شود. این گاز در واکنش

انجام شده بین فلزها و اسیدها نیز به دست می‌آید.

با توجه به واکنش کلی $2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{H}_2 + \text{O}_2$ در مورد نسبت جرمی

گازهای تولید شده در کاتد و آند برابر است با:

$$\frac{\text{گاز تولید شده در کاتد (H}_2\text{)}}{\text{گاز تولید شده در آند (O}_2\text{)}} = \frac{2 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$= \frac{2 \times 2 \text{ g}}{1 \times 32 \text{ g}} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0.125$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۷۷- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

در واکنش I گونه‌های اکسند و کاهنده جابه‌جا نوشته شده‌اند.

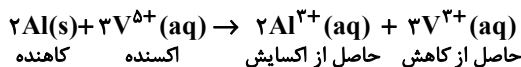
در واکنش II گونه حاصل از کاهش و گونه حاصل از اکسایش جابه‌جا

نوشته شده‌اند.

واکنش III به صورت خودبه‌خودی انجام‌پذیر نیست زیرا قدرت کاهندگی

آهن از مس بیشتر است.

در واکنش IV همه موارد به درستی بیان شده است.



$$\text{e}^- \text{ مبادله شده} = 2 \times 3 = 6\text{e}^-$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

۷۸- گزینه «۴»

(سعیر تیزرو)

همه موارد درست‌اند.

بررسی مورد اول: به علت وجود کاتیون‌های Y^{2+} در محلول الکترولیت

سلول مورد نظر، می‌توان نتیجه گرفت فلز Y به عنوان آند سلول الکترولیتی

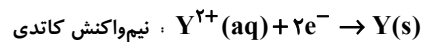
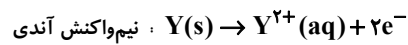
بوده و به قطب مثبت باتری وصل می‌شود. در نتیجه a قطب منفی سلول بوده

و به محل انجام نیم‌واکنش کاهش (کاتد) متصل است.



بررسی مورد دوم: به همان میزان Y^{2+} که در نیم واکنش کاتدی مصرف می شود، به همان میزان نیز در واکنش آندی تولید می شود. بنابراین غلظت Y^{2+} ثابت می ماند.

بررسی مورد سوم: با توجه به نیم واکنش های آندی و کاتدی که یکدیگر را خنثی می کنند، واکنش کلی نخواهیم داشت:



بررسی مورد چهارم: جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی سلول های گالوانی و الکترولیتی از آند به کاتد است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۴۴، ۴۵ و ۶۰)

۷۹- گزینه «۲»

(علیرضا کیانی روست)

گزینه دوم نادرست است؛ زیرا emf سلول بین کاهنده و اکسنده است یعنی Fe و O_2 .

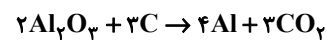
$$emf = 0 / 44 - (-0 / 44) = +0 / 88V$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۵۶ تا ۵۹)

۸۰- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

چگالی Al مذاب تولید شده، بیشتر از الکترولیت مورد استفاده در سلول الکترولیتی است و از دریچه پایینی ظرف خارج می شود.



$$? m^3 CO_2 = 540 kg Al \times \frac{1000 g}{1 kg} \times \frac{1 mol Al}{27 g Al} \times \frac{3 mol CO_2}{4 mol Al}$$

$$\times \frac{44 g CO_2}{1 mol CO_2} \times \frac{1 L CO_2}{1 / 6 g CO_2} \times \frac{1 m^3}{1000 L CO_2} = 412 / 5 m^3$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۶۰ و ۶۱)

۸۱- گزینه «۳»

(سعید تیزرو)

بررسی گزینه ها:

(۱) نیروی جاذبه بین ذره های در یخ $(H_2O(s))$ از نوع پیوند هیدروژنی و در یخ خشک $(CO_2(s))$ از نوع وان دروالسی است.

(۲) تنها مواد مولکولی در دمای اتاق به حالت گاز هستند. خواص شیمیایی این مواد به الکترون های پیوندی و ناپیوندی بستگی دارد.

(۳) سیلیسیم جزو جامدهای کووالانسی است و نمی توان برای آن از واژه نیروهای بین مولکولی استفاده کرد. همچنین Cl_2 ترکیب نیست.

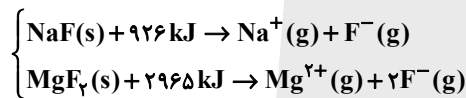
(۴) در ساختار یخ هر اتم O به دو اتم H با پیوند اشتراکی و به دو اتم H از مولکول های دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و مانگراری؛ صفحه های ۷۳ و ۷۴)

۸۲- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

فرض می کنیم a مول NaF و b مول MgF_2 در اختیار داریم:



برای فروپاشی a مول از NaF ، $926 a kJ$ و برای فروپاشی b مول از MgF_2 ، $2965 b kJ$ انرژی نیاز است.

$$\Rightarrow 926 a + 2965 b = 870 / 8 \quad (I)$$

در اثر فروپاشی a مول از NaF ، a مول یون F^- و در اثر فروپاشی b مول MgF_2 ، $2b$ مول F^- تولید می شود.

$$(a + 2b) \times 6 / 02 \times 10^{23} = 4 / 214 \times 10^{23}$$

$$\Rightarrow a + 2b = 0 / 7 mol \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \begin{cases} a = 0 / 3 \\ b = 0 / 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow MgF_2 \text{ درصد مولی} = \frac{0 / 2}{0 / 2 + 0 / 3} \times 100 = 40\%$$

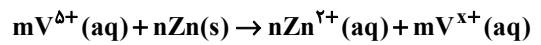
(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و مانگراری؛ صفحه های ۷۹ تا ۸۳)



۸۳- گزینه «۲»

(میلار میرمیری)

رنگ محلول به عدد اکسایش وانادیم وابسته است. در واکنش:



طبق قانون پایستگی بار الکتریکی:

$$5m = 2n + mx$$

برای به دست آوردن x ، ابتدا باید m و n را تعیین کنیم:

$$3/25 \text{ g Zn} = 0/2 \text{ L محلول} \times \frac{0/5 \text{ mol V}^{5+}}{1 \text{ L محلول}}$$

$$\times \frac{n \text{ mol Zn}}{m \text{ mol V}^{5+}} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} \Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{1}{2}$$

این معادله بی‌شمار پاسخ دارد که ساده‌ترین جواب غیرکسری، مورد نظر ما

است. پس: $m = 2$ و $n = 1$

$$10 = 2 + 2x \Rightarrow x = 4$$

در نتیجه رنگ محلول دارای وانادیم (IV)، آبی است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری؛ صفحه ۸۶)

۸۴- گزینه «۴»

(مهمرشا پورهاوید)

وجود پیوند اشتراکی در ساختار الماس و گرافن و شفاف بودن از جمله

ویژگی‌های مشترک این دو ماده هستند. اما گرافن رسانا بوده و الماس نارسانا

است. الماس جامدی سخت و سه بعدی است، در حالی که گرافن ماده‌ای

دو بعدی و انعطاف‌پذیر است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۸۵- گزینه «۱»

(مهمرشا پورهاوید)

با توجه به آرایش‌های الکترونی داده شده، یون‌های پایدار حاصل از هریک از

این اتم‌ها به صورت A^{2+} ، B^{3-} ، C^+ و D^{2-} هستند. بنابراین

بیشترین میزان آنتالپی فروپاشی شبکه مربوط به ترکیب یونی حاصل از A و

B (با فرمول A_3B_4) خواهد بود.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۸۶- گزینه «۲»

(مهمر عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

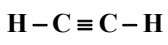
(آ) درست؛ در این مولکول، احتمال حضور جفت الکترون پیوندی پیرامون

هسته اتم هیدروژن کمتر است زیرا خصلت نافلزی آن از کلر کمتر است.

(ب) نادرست؛ بار جزئی اتم مرکزی در مولکول‌های CH_4 ، SO_2 و

CCl_4 به ترتیب منفی، مثبت و مثبت می‌باشد.

(پ) نادرست؛ مولکول اتین (C_2H_2) یک مولکول ۴ اتمی خطی است؛



(ت) درست؛ زیرا SCO برخلاف CS_2 قطبی است.

$$SCO = 60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \quad , \quad CO(NH_2)_2 = 60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\%C = \frac{12 \times 1}{60} \times 100 = 20\%$$

(ث) نادرست؛ فرمول مولکولی کلروفرم $CHCl_3$ می‌باشد.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۸۷- گزینه «۴»

(هاری مهری زاده)

قسمت‌های A و C به ترتیب مربوط به سردکننده و گرم‌کننده فرایند

است. در این فرایند دمای مناسب سردکننده $-40^\circ C$ است و در قسمت

D ، آمونیاک جمع‌آوری می‌شود که در تولید کودهای شیمیایی کاربرد دارد.

همچنین گازهای هیدروژن و نیتروژن واکنش نداده، مجدداً به محفظه واکنش

بازمی‌گردند.

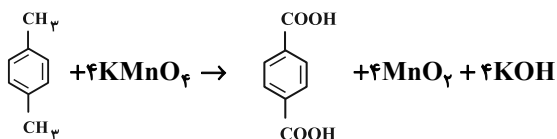


$8 = 4 \times 2 = 8$ = شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترفتالیک اسید

$15 = 23 - 8$ = اختلاف تعداد جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی

پارازایلن (C_8H_{10}) واکنش دهنده مولکولی محسوب می‌شود:

واکنش موازنه شده:



$$x \text{ g } C_8H_{10} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_{10}}{106 \text{ g } C_8H_{10}} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_6O_4}{1 \text{ mol } C_8H_{10}}$$

$$\times \frac{166 \text{ g } C_8H_6O_4}{1 \text{ mol } C_8H_6O_4} \times \frac{75}{100} = 4/98 \text{ g } C_8H_6O_4$$

$$\Rightarrow x = 4/24 \text{ g}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

(سعیر تیزرو)

۹۰- گزینه «۱»

تنها مورد نادرست است.

تعداد مطرح شده در سؤال گرماگیر است؛ زیرا با افزایش دما مقدار K نیز

افزایش یافته است. با قرار دادن سامانه در حمام آب یخ دما کاهش می‌یابد

که جهت جبران آن، تعادل در جهت تولید گرما (q) یعنی در جهت

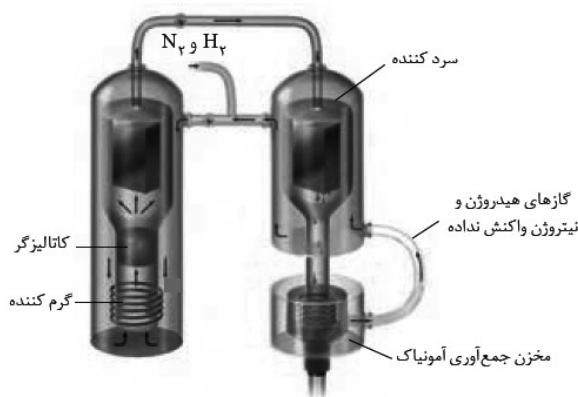
برگشت جابه‌جا می‌شود. با جابه‌جایی واکنش در جهت برگشت NO_2 و

O_2 مصرف می‌شوند که در نتیجه آن فشار گاز، مقدار ثابت تعادل و درصد

مولی مولکول‌های دو اتمی (O_2) کاهش می‌یابد. همچنین با مصرف

NO_2 قهوه‌ای رنگ، شدت رنگ قهوه‌ای در مخلوط واکنش کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)



(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۱۰)

۸۸- گزینه «۲»

(پیمان فوازی‌میر)

بررسی موارد:

(آ) نادرست؛ واکنش آبکافت پلی‌استر از نوع اکسایش- کاهش نیست.

(ب) درست؛ محلول‌های X و Z به ترتیب محلول‌های غلیظ و رقیق پتاسیم پرمنگنات هستند. (محلول پتاسیم پرمنگنات بنفش رنگ است.)

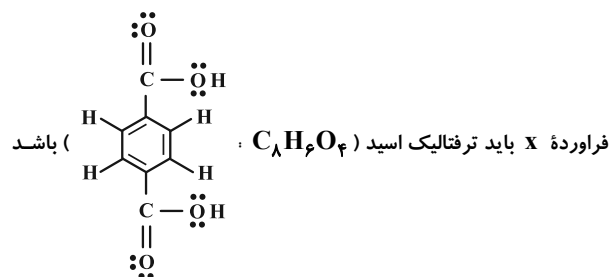
(پ) درست؛ عدد اکسایش کربن در C_7H_8 برابر ۲- و عدد اکسایش کربن در $CHCl_3$ برابر ۲+ است. ترکیب B نیز اتیلن گلیکول با دو گروه هیدروکسیل است.

(ت) نادرست؛ پارازایلن در نفت خام وجود دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

۸۹- گزینه «۲»

(سعیر تیزرو)



که از اکسایش پارازایلن به دست می‌آید.

شمار پیوندهای اشتراکی در ترفتالیک اسید

$$= \frac{(8 \times 4) + (6 \times 1) + (4 \times 2)}{2} = 23$$