

دوازدهم ریاضی



آزمون ۱۴ اردیبهشت ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	حسابان ۲	۴۰	۱	۴۰
	هندسه ۳			
	ریاضیات گسسته			

جلسه مشاوره روز آزمون با کاظم قلمچی
ساعت ۱۳

<https://l.kanoon.ir/JalaseRE>

جلسه مشاوره هفتگی مدیرگروه آزمون دوازدهم ریاضی (مهرداد ملوندی)

<https://www.skyroom.online/ch/ghalamchi1400/hriazi12>

روزهای شنبه ساعت ۱۸



آزمون «۱۴ اردیبهشت ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه سؤال

مدت پاسخ گویی کل : ۶۰ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۴۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۲۰	حسابان ۲
۲۱-۳۰	۱۰	هندسه ۳
۳۱-۴۰	۱۰	ریاضیات گسسته
۱-۴۰	۴۰	جمع کل

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-شاهین پروازی-عادل حسینی-طاهر دادستانی-کیان کریمی خراسانی مهدی ملارمضانی-مهرداد ملوندی	حسابان ۲	هندسه و گسسته
امیر حسین ابومحجوب-اسحاق اسفندیار-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-مصطفی دیداری سوگند روشنی-فرشاد صدیقی فر-هومن عقیلی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی		

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحجوب	امیر حسین ابومحجوب
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	امیر محمد کریمی مهرداد ملوندی	امیر محمد کریمی مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه های برتر	پارسا نوروزی منش سهیل تقی زاده	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحجوب	امیر حسین ابومحجوب
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه، محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

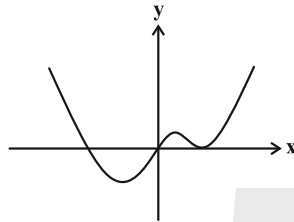
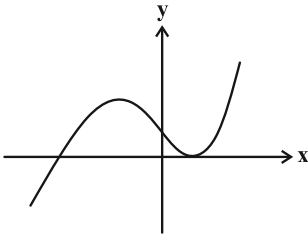
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

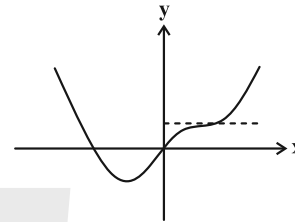
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۳۰

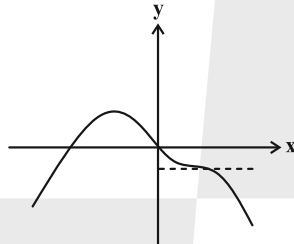
۱- نمودار تابع f' در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع f ، کدام می‌تواند باشد؟



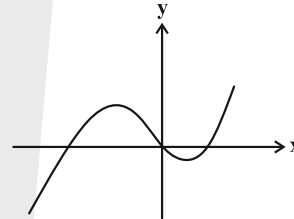
(۲)



(۱)

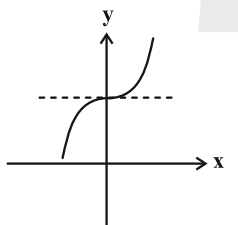


(۴)

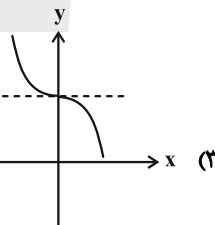


(۳)

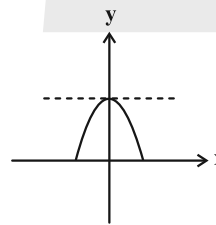
۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3+1}$ در همسایگی $x=0$ کدام است؟



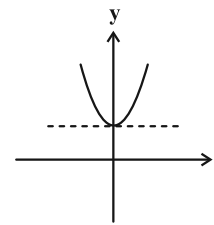
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۳- نقطه $(-1, 3)$ ماکزیمم نسبی نمودار تابع $y = 2x^3 + ax^2 + bx + 1$ است. مقدار مینیمم نسبی تابع کدام است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{17}{27}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{5}{9}$ (۱)

۴- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x^2 - 4x}{2x^2 - 4x + m}$ فاقد اکسترمم نسبی است. حدود m کدام است؟

$\{2\}$ (۴)

$[4, +\infty)$ (۳)

$(-\infty, 4)$ (۲)

\mathbb{R} (۱)

محل انجام محاسبات

۵- بازه‌ای از دامنه تابع $y = \tan \pi x - kx$ را می‌توان یافت که تابع روی آن غیریکنوا است. کمترین مقدار k کدام است؟

(۱) π

(۲) ۱

(۳) ۴

(۴) کمترین مقدار ندارد.

۶- تقعر نمودار تابع $y = \frac{(x+2)^2}{2} + \sqrt{-2x}$ در بازه $[a, b]$ رو به پایین است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۷- تقعر نمودار تابع $f(x) = ax^3 + (1-a^2)x^2 + 3x$ در بازه $(\frac{1}{2}, +\infty)$ رو به بالاست. مقدار $f(a)$

کدام است؟

(۱) ۱۵

(۲) ۱۰

(۳) $-\frac{22}{16}$

(۴) ۳۴

۸- حدود a کدام باشد تا تابع $f(x) = (x-2)^{|x|} + ax$ در $x=3$ اکسترمم نسبی داشته باشد؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) $-3 \leq a \leq -1$

(۲) $-3 \leq a \leq -2$

(۳) $-4 \leq a \leq -2$

(۴) $-6 \leq a \leq -4$

(۳) $-\frac{1}{2}$

۹- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{x-2} & ; x < 1 \\ x^2 + ax^2 + b & ; x \geq 1 \end{cases}$ روی \mathbb{R} اکیداً یکنواست. b کدام مقدار را نمی‌تواند بپذیرد؟

(۱) صفر

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) $-\frac{1}{2}$

(۴) $-\sqrt{2}$

۱۰- مقدار و نوع اکسترمم نسبی تابع $y = \frac{x-\sqrt{x}}{x+1}$ کدام است؟

(۱) مینیمم ، $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

(۲) ماکزیمم ، $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$

(۳) مینیمم ، $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$

(۴) ماکزیمم ، $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

(۳) مینیمم ، $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$

حسابان ۲ - آشنا

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۱۱- تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + x$ همواره صعودی است. حدود a کدام است؟

- (۱) $0 \leq a < 2$ (۲) $-\sqrt{3} \leq a < 2$ (۳) $|a| \leq \sqrt{3}$ (۴) $|a| \leq 2$

۱۲- کدام عبارت در مورد تابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2\sqrt{x^2-1}}$ درست است؟

- (۱) تابع f روی بازه $(0, 1) \cup (1, \infty)$ صعودی است.
 (۲) تابع f روی بازه‌های $(0, 1)$ و $(1, \infty)$ صعودی است.
 (۳) تابع f روی بازه $(1, \infty)$ صعودی و روی بازه $(0, 1)$ نزولی است.
 (۴) تابع f روی بازه $(1, \infty)$ نزولی و روی بازه $(0, 1)$ صعودی است.

۱۳- تابع $y = (x-2)^5(x-3)^6$:

- (۱) یک ماکزیمم نسبی و یک مینیمم نسبی دارد.
 (۲) یک ماکزیمم نسبی دارد و مینیمم نسبی ندارد.
 (۳) یک مینیمم نسبی دارد و ماکزیمم نسبی ندارد.
 (۴) ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی ندارد.

۱۴- مقدار ماکزیمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$ کدام است؟

- (۱) $-1 + \sqrt{5}$ (۲) $1 + \sqrt{5}$ (۳) $-1 + \sqrt{3}$ (۴) $1 + \sqrt{3}$

۱۵- فاصله نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}(x-7)^2$ از یکدیگر کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) $6\sqrt{37}$ (۳) ۷ (۴) $7\sqrt{2}$

۱۶- بیشترین فاصله تابع $f(x) = \sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{x+1}$ از محور x ها کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt[3]{2}$ (۳) $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$ (۴) $\sqrt[3]{4}$

۱۷- از نقطه ماکزیمم نسبی تابع $f(x) = x^4 - 2x^2 - 12$ خطی موازی محور x ها رسم می‌کنیم. این خط نمودار تابع را در دو نقطه دیگر

قطع می‌کند. فاصله این دو نقطه از هم کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۸- در چند نقطه واقع بر نمودار تابع $y = |x^2 - 2x|$ ، جهت تقعر عوض می‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

۱۹- مجموعه طول نقاطی که تقعر نمودار تابع $y = \frac{-2}{x^2 + 3}$ رو به بالا باشد، کدام است؟

- (۱) $|x| < 1$ (۲) $|x| < 2$ (۳) $|x| > \sqrt{2}$ (۴) $|x| > \sqrt{3}$

۲۰- نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}(x+4)$ روی کدام بازه اکیداً صعودی است و تقعر رو به پایین دارد؟

- (۱) $(0, 2)$ (۲) $(-\infty, -1)$ (۳) $(2, +\infty)$ (۴) $(-1, 0)$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: بردارها: صفحه های ۶۹ تا ۸۰

۲۱- در صفحه مثلث ABC ، رابطه $\vec{BA} + (x+y-6)\vec{BC} + (x-2y)\vec{AC} = \vec{0}$ برقرار باشد. نیمساز داخلی زاویه بین بردارهای $\vec{a} = (x, y)$ و $\vec{b} = (y, x)$ کدام است؟

(۱) $\vec{i} - \vec{j}$ (۲) $\vec{i} + \vec{j}$ (۳) $2\vec{i} - \vec{j}$ (۴) $\vec{i} - 2\vec{j}$

۲۲- در متوازی الاضلاع $ABCD$ ، از رأس A به نقطه P وسط ضلع CD وصل می کنیم. اگر O محل هم‌رسی دو قطر و M تقاطع پاره خط AP و قطر BD باشد، بردار \vec{MO} برابر کدام است؟

(۱) $2\vec{DP} + 2\vec{DC}$ (۲) $\frac{\vec{DC} + \vec{DB}}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}\vec{DC} + \frac{1}{2}\vec{DA}$ (۴) $\frac{1}{3}\vec{DP} + \frac{1}{6}\vec{DA}$

۲۳- اگر $\vec{a} = (-10, 5, 10)$ ، $\vec{b} = (8, -12, -12)$ و \vec{b}' و \vec{a}' به ترتیب تصاویر قائم بردار \vec{a} و \vec{b} روی بردار $\vec{a} - \vec{b}$ باشد، مجموع مؤلفه های تصویر قائم بردار $\vec{a}' - \vec{b}'$ روی صفحه xy کدام است؟

(۱) صفر (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

۲۴- اگر \vec{a} و \vec{b} بردارهایی بیکه و $|\vec{a} + \vec{b}| = \frac{\sqrt{5}}{2}$ باشد، حاصل $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot (3\vec{a} - 2\vec{b})$ چقدر است؟

(۱) $4/375$ (۲) $4/75$ (۳) $5/625$ (۴) $5/25$

۲۵- بردارهای \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} بیکه هستند به طوری که $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = \vec{0}$. طول تصویر قائم بردار \vec{a} روی $2\vec{a} - 3\vec{c}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{7}$ (۲) $\frac{\sqrt{7}}{14}$ (۳) $\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{3}{14}$

۲۶- به ازای کدام مقدار m زاویه بین دو بردار $\vec{a} = m\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ مساوی 45° است؟

(۱) 1 (۲) 2 (۳) -1 (۴) -2

۲۷- اگر $|\vec{a}| = 4$ و $|\vec{b}| = 2\sqrt{2}$ و زاویه بین این دو بردار با جهت مثبت محور Ox به ترتیب 60° و 45° باشد، در مورد بردار $\vec{a} - \vec{b}$ کدام همواره صحیح است؟

- (۱) در صفحه xy است. (۲) منطبق بر محور Oy است.
(۳) عمود بر محور Oy است. (۴) عمود بر محور Ox است.

۲۸- کدام یک از موارد زیر، از خواص ضرب داخلی دو بردار نیست؟

- (۱) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
(۲) $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$
(۳) برای دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} : $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$
(۴) $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

۲۹- اگر $6 = x + 2y + z$ باشد، حداقل مقدار $6x^2 + 2y^2 + 2z^2$ کدام است؟

(۱) 9 (۲) 12 (۳) 18 (۴) 36

۳۰- اگر اندازه بردارهای \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} به ترتیب برابر 2 ، 3 و 4 و $\vec{0} = 2\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}$ باشد، حاصل عبارت $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ کدام است؟

(۱) $7/5$ (۲) $-7/5$ (۳) $-12/5$ (۴) $12/5$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: ترکیبات (تا پایان فعالیت صفحه ۷۸): صفحه‌های ۶۲ تا ۷۹

متعامد باشند، مجموع درایه‌های هاشور خورده در مربع لاتین

		۴	۲
۱		x	

و

۱			
		۱	

۳۱- اگر دو مربع لاتین

کدام است؟

		x
	x	
x		

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۳۲- به چند طریق می‌توان ۴ جایزه متمایز را بین ۴ نفر تقسیم کرد به قسمی که به حداقل یک نفر هیچ جایزه‌ای نرسد؟

۲۴۲ (۴)

۲۶۲ (۳)

۲۵۲ (۲)

۲۳۲ (۱)

۳۳- می‌خواهیم برای کار ۶ کارگر با ۶ ماشین ریسندگی در ۶ روز هفته به گونه‌ای برنامه‌ریزی کنیم که هر کارگر در هر روز با یک

ماشین ریسندگی و در طول هفته با هر دستگاه دقیقاً یکبار کار کرده باشد. به چند طریق می‌توان چنین برنامه‌ای نوشت؟

۶ (۲)

۱ (۱)

(۴) امکان‌پذیر نیست.

۶! (۳)

۳۴- تعداد مسیرهای به طول ۴ بین دو رأس a و b در گراف کامل K_n با تعداد راه‌های انجام کدام کار برابر است؟

(۱) توزیع ۶ خودکار یکسان بین ۳ نفر به طوری که به هر نفر حداقل یکی برسد.

(۲) توزیع ۶ خودکار مختلف بین ۳ نفر به طوری که به هر نفر حداقل یکی برسد.

(۳) توزیع ۳ خودکار مختلف بین ۶ نفر به طوری که به هر نفر حداکثر یکی برسد.

(۴) توزیع ۳ خودکار یکسان بین ۶ نفر به طوری که به هر نفر حداکثر یکی برسد.

۳۵- چند زیرمجموعه از مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ وجود دارد که حاصل ضرب اعضای آن بر ۶ بخش‌پذیر نباشد؟

۹۶ (۴)

۸۸ (۳)

۱۵۶ (۲)

۱۵۲ (۱)

محل انجام محاسبات

۳۶- با اعمال جایگشت $\begin{cases} a+1 \rightarrow 2 \\ 2a \rightarrow 3 \\ a \rightarrow 4 \\ a-1 \rightarrow 1 \end{cases}$ روی مربع لاتین $A = \begin{bmatrix} 3 & & 4 & \\ & 2 & & \\ & & 1 & \\ & & & 4 \end{bmatrix}$ به مربع لاتین $B = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$ می‌رسیم. مجموع خانه‌های رنگی B کدام است؟

- ۱) ۶
۲) ۸
۳) ۷
۴) ۹

۳۷- اگر $A = \begin{bmatrix} & & 2 \\ & & \\ 3 & & \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} & & \\ 1 & & \\ & & \end{bmatrix}$ دو مربع لاتین باشند، چند مربع لاتین مانند B وجود دارد که با مربع لاتین A متعامد باشد؟

- ۱) صفر
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۳۸- چه تعداد از اعضای مجموعه $\{1, 2, \dots, 120\}$ تنها بر یکی از اعداد ۲، ۳، ۱۱ بخش پذیرند؟

- ۱) ۶۳
۲) ۵۷
۳) ۵۸
۴) ۶۲

۳۹- چند تابع پوша و صعودی از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$ به مجموعه $\{1, 2, 3\}$ وجود دارد؟

- ۱) ۲۵
۲) ۱۵
۳) ۲۷
۴) ۱۲

۴۰- مربع‌های لاتین A و B به صورت زیر مفروضند. با انجام کدام یک از اعمال زیر بر روی B ، مربع جدیدی از B حاصل می‌شود

که با مربع A متعامد است؟

$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

(۱) اعمال جایگشت « $1 \rightarrow 2$ ، $2 \rightarrow 1$ ، $3 \rightarrow 3$ »

(۲) اعمال جایگشت « $2 \rightarrow 1$ ، $3 \rightarrow 2$ ، $1 \rightarrow 3$ »

(۳) ابتدا تعویض جای ستون‌های دوم و سوم با هم و سپس تعویض جای سطر اول و دوم

(۴) انجام جایگشت « $1 \rightarrow 3$ ، $3 \rightarrow 2$ ، $2 \rightarrow 1$ » و سپس تعویض درایه‌های سطر اول و دوم با هم

دوازدهم ریاضی



آزمون ۱۴ اردیبهشت ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۲	فیزیک ۳	۲۰	۴۱	۶۰
۳	شیمی ۳	۱۵	۶۱	۷۵

جلسه مشاوره روز آزمون با کاظم قلمچی
ساعت ۱۳

<https://l.kanoon.ir/JalaseRE>

جلسه مشاوره هفتگی مدیر گروه آزمون دوازدهم ریاضی (مهرداد ملوندی)

<https://www.skyroom.online/ch/ghalamchi1400/hriazi12>

روزهای شنبه ساعت ۱۸



آزمون «۱۴ اردیبهشت ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سوال

مدت پاسخ گویی: ۴۵ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۳۵ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۴۱-۶۰	۲۰	فیزیک
۶۱-۷۵	۱۵	شیمی
۴۱-۷۵	۳۵	جمع کل

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-محسن سلماسی-وند-محمدجواد سورچی-معصومه شریعت‌ناصری محمود منصوری-سیده ملیحه میر صالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی-مقدم	فیزیک	
محمد رضا پور جاوید-سعید تیزرو-روزبه رضوانی-امیر حسین طیبی-علیرضا کیانی دوست-امیر حسین مسلمی هادی مهدی زاده	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	امیر حسین مسلمی
گروه ویراستاری	زهره آقامحمدی	محمد حسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	حسین بصیر تر کمپور	احسان پنجه شاهی
مسئول درس	حسام نادری	ماهان زواری
مستند سازی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین مرتضوی حسین شاهسواری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری فرزانه فتح اله زاده
حروفنگار	سوران نعیمی
ناظر چاپ	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۳: آشنایی با فیزیک اتمی / آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۴۱

۴۱- از یک چشمه نور با توان ورودی ۵ وات و بازده ۲ درصد، در هر دقیقه $1/875 \times 10^{19}$ فوتون گسیل می‌شود. طول موج فوتون

$$(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s} \text{ و } e = 1/6 \times 10^{-19} C, h = 4 \times 10^{-15} eV \cdot s)$$

۳۶۰۰۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

۶۰۰ (۲)

۱۲ (۱)

۴۲- اختلاف طول موج پرتوهای A و B برابر با ۵۰nm است. اگر انرژی هر فوتون پرتوی B، ۶ برابر انرژی هر فوتون پرتوی A

باشد، بسامد پرتوی A چند مگاهرتز است؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

5×10^9 (۴)

3×10^{10} (۳)

5×10^{15} (۲)

3×10^{16} (۱)

۴۳- فرض کنید شدت تابش خورشید در خارج از جو زمین حدود $1240 \frac{W}{m^2}$ باشد، یعنی در هر ثانیه به سطحی برابر $1m^2$ مقدار انرژی

$1240J$ می‌رسد. وقتی این تابش به سطح زمین می‌رسد مقدار زیادی از شدت آن، به علت جذب در جو و ابرها از دست می‌رود.

اگر در هر ثانیه 84×10^{19} فوتون به هر مترمربع از سطح زمین برسد، چند درصد از شدت تابش خورشید، از دست رفته است؟

(طول موج متوسط فوتون‌ها را $600nm$ و تابش را عمود بر سطح زمین در نظر بگیرید.) $(e = 1/6 \times 10^{-19} C \text{ و } hc = 1240 eV \cdot nm)$

۷۵ (۴)

۲۵ (۳)

$77/6$ (۲)

$22/4$ (۱)

۴۴- انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جدا شده از یک فلز با نوری به بسامد f برابر K و انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جدا شده از

همان فلز با نوری به بسامد $2f$ برابر K' است. کدام گزینه رابطه بین K و K' را درست نشان می‌دهد؟

$$\frac{K'}{K} = 2 \quad (2)$$

$$\frac{K'}{K} > 2 \quad (1)$$

(۴) به مدت زمان تابش نورها بستگی دارد.

$$1 < \frac{K'}{K} < 2 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۴۵- چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

(الف) تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش ضعیف بین اتم‌های سازنده آن است.

(ب) گازهای پرفشار و غلیظ، طیفی گسسته را گسیل می‌کنند که شامل طول‌موج‌های معینی است.

(پ) برای تشکیل طیف گسیلی خطی اتم‌های یک گاز، باید از یک منبع تغذیه با ولتاژ بالا استفاده کرد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۶- اگر الکترون اتم هیدروژن از مدار n ام به مدار $n+2$ منتقل شود، انرژی آن $\frac{3}{16}$ ریدبرگ تغییر می‌کند. در این جابه‌جایی، تغییر

شعاع مدار الکترون، چند برابر شعاع بور است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴) ۸

۴۷- شکل زیر گویای کدام موضوع فیزیکی است؟

طول موج الکترومغناطیسی
با طول موج بلندتر

(۱) یکی از ضعف‌های مدل اتمی بور است.

(۲) توجیه درست فیزیک کلاسیک در مورد نحوه تابش فوتون توسط اتم‌ها.

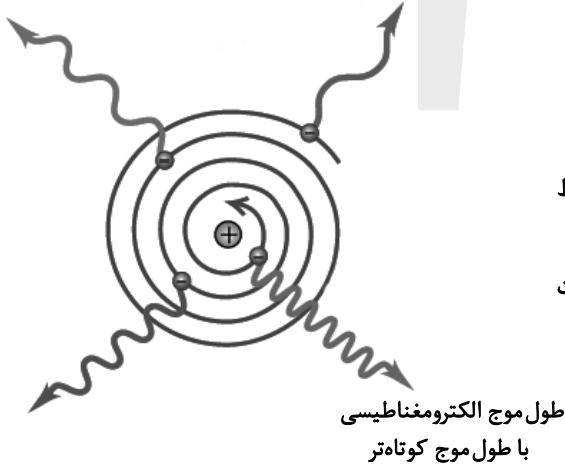
(۳) این‌که چون گردش الکترون به دور هسته شتابدار است از لحاظ

کلاسیکی باید پیوسته تابش کند که بسامد این تابش برابر بسامد حرکت

مداری الکترون می‌باشد.

(۴) این‌که الکترون‌ها پیوسته در حال تابش هستند و هر الکترون فوتون‌هایی

با بسامد ثابت در یک اتم تابش می‌کند.



۴۸- اگر پراثری ترین فوتون حاصل در رشته بالمر ($n' = 2$)، به کلاهی الکتروسکوپ باردار بتابد، فاصله تیغه‌ها تغییر نمی‌کند. با

تاباندن کدام یک از موارد زیر به کلاهی الکتروسکوپ، ممکن است فاصله تیغه‌ها تغییر کند؟

(۱) کم‌انرژی‌ترین فوتون رشته پفوند ($n' = 5$)

(۲) پراثری‌ترین فوتون رشته پاشن ($n' = 3$)

(۳) پراثری‌ترین فوتون رشته براکت ($n' = 4$)

(۴) کم‌انرژی‌ترین فوتون رشته لیمان ($n' = 1$)

۴۹- بسامد یک فوتون گسیل شده از اتم هیدروژن برابر $\frac{34}{45} \times 10^{15}$ Hz است. این فوتون گسیلی می‌تواند مربوط به کدام رشته باشد؟

(در رشته بالمر $n' = 2$ ، در رشته پاشن $n' = 3$ است و $h = 4 \times 10^{-15}$ eV.s و $E_R = 13/6$ eV)

(۲) خط سوم رشته بالمر

(۱) خط سوم رشته پاشن

(۴) خط دوم رشته پاشن

(۳) خط چهارم رشته بالمر

۵۰- الکترونی در اتم هیدروژن در تراز $n = 2$ قرار دارد. نسبت کمترین بسامد فوتون جذبی فرابنفش توسط این الکترون به بیشترین

بسامد فوتون گسیلی آن کدام است؟

(۲) $\frac{49}{15}$

(۱) $\frac{15}{49}$

(۴) $\frac{49}{135}$

(۳) $\frac{135}{49}$

۵۱- در فرایند گسیل القایی و تولید باریکه لیزری چند مورد از عبارات‌های زیر درست است؟

(الف) انرژی فوتون ورودی باید بیشتر از اختلاف انرژی بین تراز پایه و حالت برانگیخته باشد.

(ب) وقتی تعداد الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر افزایش پیدا کند، می‌گوییم وارونی جمعیت رخ داده است.

(پ) فوتون‌هایی که باریکه لیزری را ایجاد می‌کنند هم‌جهت و هم‌سامد هستند اما هم‌فاز نیستند.

(ت) انرژی لازم برای آن‌که تعداد الکترون‌ها را به تراز انرژی بالاتر برانگیخته کند می‌تواند توسط تخلیه‌های ولتاژ بالا فراهم شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۲- در مورد ۳ هسته ${}_{11}^{49}A$ ، ${}_{11}^{50}B$ و ${}_{11}^{49}C$ کدام گزینه درست است؟

(۱) تعداد نوترون‌های A و C برابر است.

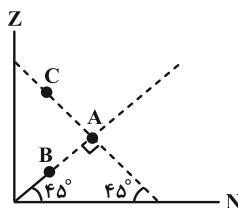
(۲) تعداد نوترون‌های B و C برابر است.

(۳) A و B را می‌توان با روش‌های شیمیایی از یکدیگر جدا کرد.

(۴) ویژگی‌های شیمیایی A و C یکسان است.

۵۳- در شکل زیر، بار هسته A، $4/8 \times 10^{-18}C$ و بار هسته B، $2/4 \times 10^{-18}C$ است. اختلاف عدد جرمی هسته‌های B و C کدام

است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}C$ و مقیاس روی محورهای یکسان است).



۱۵ (۱)

۳۰ (۲)

۶۰ (۳)

۹۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۵۴- ایزوتوپ ${}_{25}^{61}X$ را می توان به روش از ایزوتوپ ${}_{25}^{59}X$ و به روش از ایزوتوپ ${}_{26}^{61}Y$ جدا کرد. (روش مؤثرتر را انتخاب کنید).

(۱) شیمیایی - شیمیایی

(۲) غیر شیمیایی - غیر شیمیایی

(۳) غیر شیمیایی - شیمیایی

(۴) شیمیایی - غیر شیمیایی

۵۵- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

الف) تمام هسته‌های با $Z > 83$ ، ناپایدارند و واپاشی آن‌ها به سرعت رخ می‌دهد.

ب) زمان فروپاشی توریم بسیار کند است.

پ) برای پایداری هسته باید نیروی دافعه الکترواستاتیکی بین پروتون‌ها از جاذبه بین نوکلئون‌ها بسیار کمتر باشد.

ت) به‌طور کلی، با افزایش Z هسته‌های پایدار، نسبت $\frac{N}{Z}$ افزایش می‌یابد.

ث) جرم یک هسته برابر مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده آن است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۶- نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها

(۱) با مربع فاصله بین دو نوکلئون نسبت عکس دارد.

(۲) متناسب با تعداد نوکلئون‌های هسته، افزایش می‌یابد.

(۳) کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند.

(۴) بین دو پروتون از نوع دافعه و بین پروتون و نوترون از نوع جاذبه است.

۵۷- در یک آزمایش فوتوالکتریک، تابع کار فلزی 2eV است. اگر نوری با طول موج 310nm بر سطح فلز بتابد، بیشینه سرعت

فوتوالکتردها برابر v است و اگر نوری با طول موج 496nm بر فلز بتابد، بیشینه سرعت فوتوالکتردها برابر v' است. $\frac{v'}{v}$

کدام است؟ ($hc = 1240\text{eV}\cdot\text{nm}$)

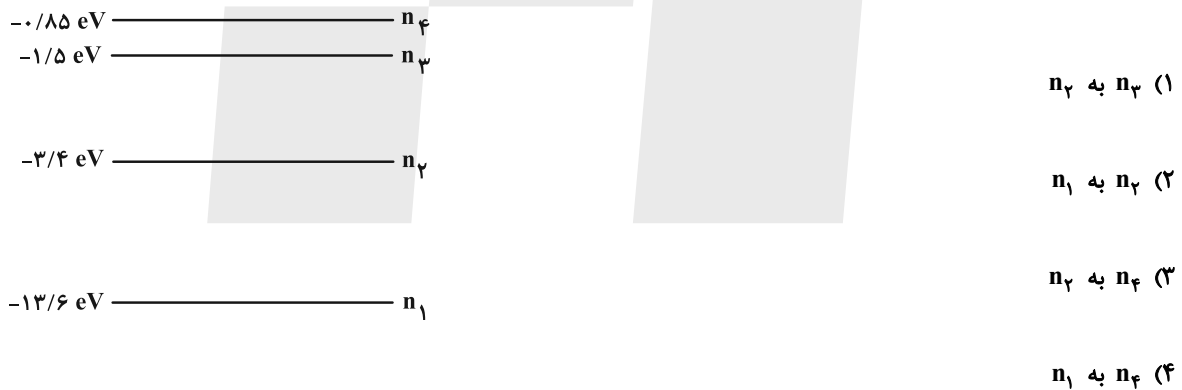
(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) 2 (۴) $\frac{1}{2}$

۵۸- اگر R ثابت ریدبرگ، h ثابت پلانک و c تندی نور در خلأ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر از جنس کمیت انرژی است؟

(۱) hcR (۲) $\frac{hc}{R}$ (۳) $\frac{R}{hc}$ (۴) $\frac{hR}{c}$

۵۹- شکل زیر، تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. کدام گذار بین دو تراز می‌تواند به گسیل فوتونی با بسامد

$4/75 \times 10^{14}\text{Hz}$ منجر شود؟ ($h = 4 \times 10^{-15}\text{eV}\cdot\text{s}$)



۶۰- در یک واکنش هسته‌ای ۹ میلی‌گرم جرم به انرژی تبدیل شده است. انرژی حاصل معادل با چند کیلووات ساعت است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

(۱) 81×10^8 (۲) $2/25 \times 10^5$ (۳) 81×10^{10} (۴) $2/25 \times 10^8$

شیمی ۳: شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر (تا انتهای دما، عاملی برای جابه‌جایی تعادل و تغییر K): صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۶۱- تعادل $A(g) \rightleftharpoons 2B(g)$ ؛ $\Delta H > 0$ ، $K_1 = 1 \text{ mol.L}^{-1}$ در دمای 20°C برقرار است و غلظت تعادلی A در آن برابر با 0.04

مولار می‌باشد؛ اگر در فشار ثابت، دمای این محفظه را طوری تغییر دهیم که ثابت تعادل جدید آن برابر با $K_2 = 0.18 \text{ mol.L}^{-1}$

باشد، دمای ثانویه این محفظه کدام می‌تواند باشد و غلظت تعادلی B در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه چند مولار تغییر

کرده است؟

(۲) 0.08 ، 30

(۱) 0.04 ، 30

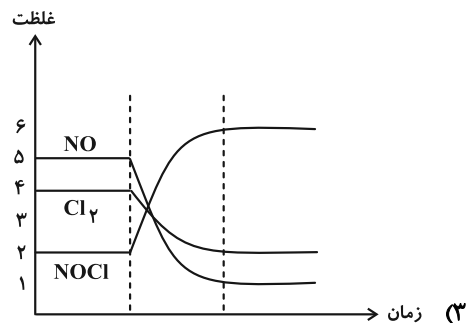
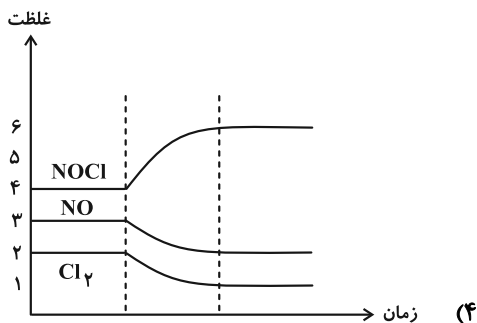
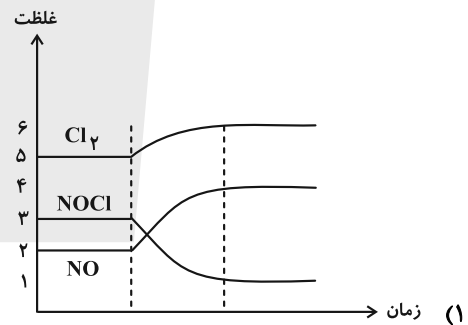
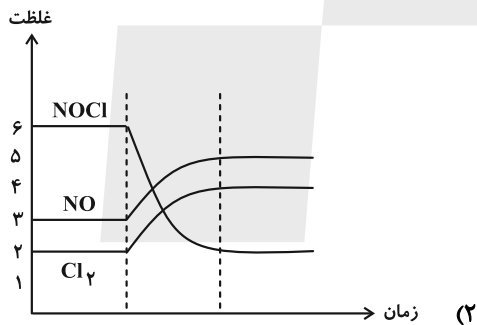
(۴) 0.08 ، 300

(۳) 0.04 ، 300

۶۲- با افزایش دما در تعادل گازی زیر، نمودار تغییرات غلظت مواد موجود در تعادل چگونه تغییر می‌کند؟



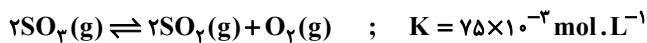
$\Delta H > 0$



محل انجام محاسبات



۶۳- مقداری گاز گوگرد تری اکسید را در ظرف دربسته به حجم V لیتر وارد می‌کنیم. اگر مقدار مول SO_3 و SO_2 بعد از برقراری تعادل یکسان و برابر با $0/6$ باشد، حجم ظرف برحسب لیتر و مقدار مول اولیه SO_3 به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟



(۱) $1/2, 2$ (۲) $0/6, 4$

(۳) $0/6, 2$ (۴) $1/2, 4$

۶۴- چند مورد از مطالب زیر، عبارت داده شده را به درستی تکمیل می‌کند؟ (دما ثابت است.)

«در فرایند هابر، در صورت مقدار در تعادل جدید نسبت به تعادل قبل، می‌یابد.»

- خارج کردن مقداری گاز نیتروژن از محفظه واکنش - ثابت تعادل - کاهش
- افزودن مقداری گاز نیتروژن به محفظه واکنش - جرم گاز هیدروژن - افزایش
- افزودن مقداری گاز هیدروژن به محفظه واکنش - غلظت گاز هیدروژن - افزایش
- خارج کردن مقداری گاز آمونیاک از محفظه واکنش - غلظت گاز نیتروژن - کاهش

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۶۵- درستی یا نادرستی چه تعداد از عبارتهای زیر همانند عبارت «در دمای اتاق، واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه پیش نمی‌رود.» می‌باشد؟

- در شرایط بهینه برای تولید دو مول آمونیاک از گازهای هیدروژن و نیتروژن، حجم تقریبی واکنش‌دهنده‌های گازی معادل $1/2$ لیتر می‌باشد.
- گیاهان با جوی سرشار از گاز نیتروژن احاطه شده‌اند و می‌توانند این عنصر ضروری برای رشد خود را به‌طور مستقیم از هوا جذب کنند.
- واکنش تعادلی با افزایش غلظت یکی از مواد شرکت کننده در جهتی پیش می‌رود که تا حد امکان مقداری از آن را مصرف کند و به تعادل اولیه برسد، اما در این جابه‌جایی مقدار K ثابت می‌ماند.

● در صورتی که در واکنش تعادل: $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ در دمای $200^\circ C$ ، مقداری گاز NH_3 از ظرف واکنش خارج شود، مقدار تعادلی تمامی گازها در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه کاهش یافته، اما مقدار K ثابت می‌ماند.

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

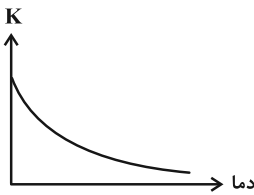
۶۶- اگر در واکنش تعادلی $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$ حجم محفظه واکنش را در دمای ثابت نصف کنیم، چند مورد از موارد زیر در

طی این فرایند افزایش می‌یابد؟

- غلظت مولار I_2
 - غلظت هیدروژن یدید
 - ثابت تعادل
 - جرم مولکول‌های یید
 - مجموع شمار مولکول‌ها
 - شمار اتم‌های هیدروژن
- (۱) ۲ (۲) ۳
- (۳) ۴ (۴) ۵

۶۷- اگر در واکنش تعادلی گاز $nA \rightleftharpoons mB$ ، آنتالپی B بیشتر از A باشد و $\frac{n}{m} < 1$ کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- با انتقال آن به ظرف بزرگ‌تر در دمای ثابت، [A] کاهش و [B] افزایش می‌یابد. زیرا تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.
- اگر مخلوط تعادلی را در یک ظرف آب و یخ قرار دهیم شمار ذره‌ها داخل ظرف کمتر می‌شود.
- نمودار ثابت تعادل بر حسب دما برای آن به صورت زیر است:



- سرعت رسیدن آن به تعادل زیاد است. زیرا این تعادل گرماگیر است.

- ثابت تعادل آن به یقین بزرگ‌تر از ۱ است.

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱

۶۸- اگر ثابت تعادل واکنش $2A(g) + bB(g) \rightleftharpoons 2C(g) + 2D(g)$ برابر با $0.25 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$ باشد. تعادل را به سمت

جابه‌جا می‌کند.

- (۱) کاهش فشار - راست
- (۲) افزایش فشار - چپ
- (۳) افزایش حجم - راست
- (۴) کاهش حجم - راست

۶۹- براساس واکنش $N_2(g) + 2O_2(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ به ترتیب ۵ و ۱ مول از گازهای اکسیژن و نیتروژن در ظرف یک لیتری و

دریسته وارد و گرم شده‌اند. اگر این واکنش پس از مصرف ۵۰٪ از گاز نیتروژن اولیه به تعادل برسد، مقدار K برحسب

$L \cdot mol^{-1}$ کدام است؟

۰/۲۵ (۲)

۰/۱۲۵ (۱)

۴ (۴)

۱ (۳)

۷۰- اگر در واکنش تعادلی $2A_2(g) \rightleftharpoons D_2(g)$ مقدار K برابر ۱ باشد، بیشینه بازده درصدی این واکنش هنگامی که غلظت اولیه

A_2 برابر $1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ باشد، کدام است؟

۵۰ (۲)

۲۵ (۱)

۸۵ (۴)

۷۵ (۳)

۷۱- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

الف) با افزایش دمای مخلوط تعادلی حاوی N_2O_4 و NO_2 ، مخلوط تعادلی پررنگ‌تر می‌شود.

ب) کاهش دما، سبب کوچک‌تر شدن ثابت تعادل گازی: $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ ، $\Delta H < 0$ می‌شود.

پ) کاهش حجم ظرف، سبب جابه‌جا شدن تعادل: $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$ ، در جهت رفت می‌شود.

ت) در تعادل $Co(H_2O)_6^{2+}(aq) + 4Cl^-(aq) \rightleftharpoons CoCl_4^{2-}(aq) + 6H_2O(l)$ ، با افزایش حجم محلول تعادل به سمت رفت جابه‌جا می‌شود.

۲ (۲)

۱ (۱)

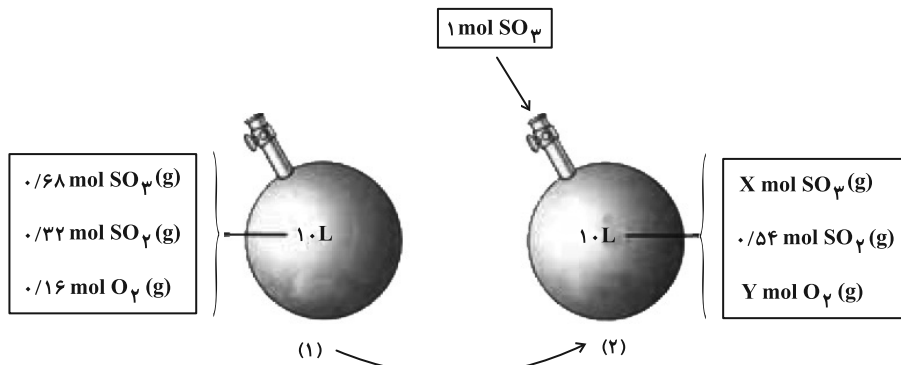
۴ (۴)

۳ (۳)

محل انجام محاسبات

۷۲- با توجه به شکل زیر که به واکنش تعادلی $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ در یک ظرف سر بسته ۱۰ لیتری در دمای ثابت

مربوط است. کدام عبارت نادرست است؟



(۱) اختلاف شمار مولکولهای SO₂ و O₂ در تعادل جدید (۲) به تقریب برابر $10^{23} \times 7/16$ است.

(۲) مقدار ثابت تعادل در ظرف (۱) برابر $282/2 L \cdot mol^{-1}$ است.

(۳) با افزودن SO₂ به ظرف (۱)، فشار سامانه گازی تغییری نمی‌کند زیرا حجم ثابت است.

(۴) تعادل توانسته است با ۲۲٪ تغییر اعمال شده مقابله کند.

۷۳- کدام گزینه درستی یا نادرستی جملات «الف» و «ب» را به ترتیب به درستی نشان می‌دهد؟

الف) با انتقال واکنش تعادلی: $2HBr(g) \rightleftharpoons H_2(g) + Br_2(g)$ ، به ظرف سر بسته بزرگ‌تر در دمای ثابت، تعادل در جهت خاصی جابه‌جا نشده و مقدار ثابت تعادل تغییری نمی‌کند.

ب) با در نظر گرفتن داده‌های جدول زیر که مربوط به تعادل گازی: $aA \rightleftharpoons bB$ در ظرفی ۱۰ لیتری می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت مقدار b بزرگ‌تر از a می‌باشد و برای افزایش درصد مولی B در این تعادل، می‌توان حجم سامانه را به ۲۰ لیتر رساند.

(۱) درست - درست

(۲) درست - نادرست

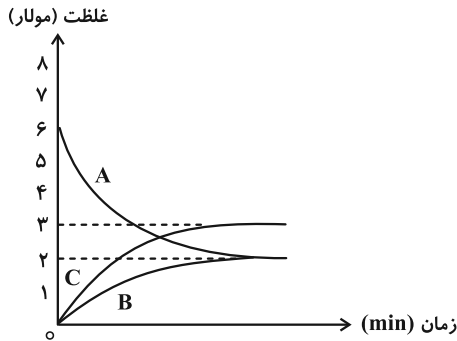
(۳) نادرست - نادرست

(۴) نادرست - درست

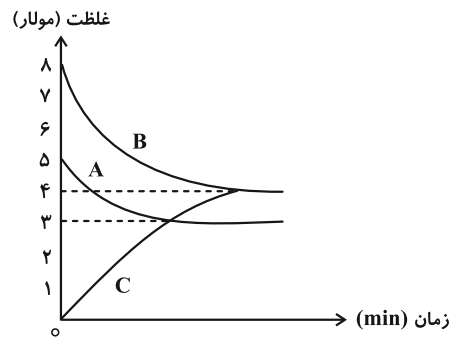
mol _A	mol _B	فشار
۰/۴۰	۰/۴۰	۵ atm
۰/۶۰	۰/۲۸	۱۵ atm

محل انجام محاسبات

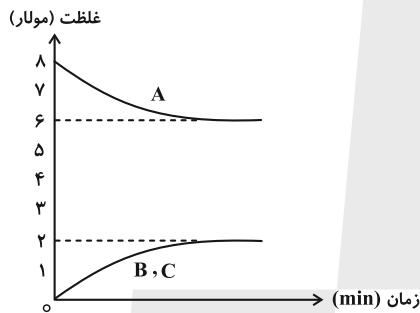
۷۴- در چند مورد از نمودارهای زیر، با کاهش حجم سامانه در دمای ثابت، تعادل‌های گازی را در جهت برگشت جابه‌جا می‌کنند؟



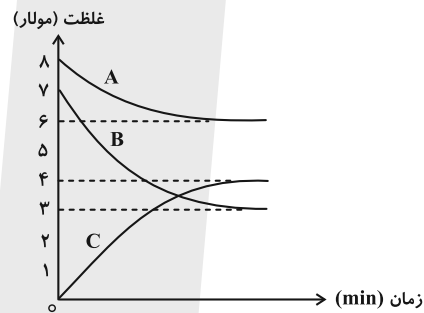
(ب)



(ا)



(ت)



(پ)

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

۷۵- چند مورد از عبارتهای زیر به درستی بیان شده‌اند؟

- هنگامی که دمای یک سامانه محتوی تعادل گازی تغییر می‌کند، پس از رسیدن به تعادل جدید، افزون بر تغییر غلظت مواد شرکت کننده، مقدار K نیز تغییر می‌کند.
- در شرایط بهینه تولید آمونیاک توسط هابر، تنها ۲۸ درصد جرمی مخلوط را آمونیاک تشکیل می‌دهد.
- افزودن مقداری مول ماده جامد در یک واکنش تعادلی، تأثیری بر جابه‌جایی تعادل نخواهد داشت.
- کاتالیزورها در واکنش شرکت می‌کنند اما در پایان واکنش دست‌نخورده باقی می‌مانند، از این رو می‌توان آن‌ها را بارها و بارها به کار برد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)





آزمون ۱۴ اردیبهشت ۱۴۰۳

دفترچه پاسخ

اختصاصی دوازدهم ریاضی

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	کاظم اجلالی-سیدرضا اسلامی-شاهین پروازی-عادل حسینی-طاهر دادستانی-کیان کریمی خراسانی مهدی ملارمضانی-مهرداد ملوندی
هندسه و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فرزاد جوادی-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-مصطفی دیداری سوگند روشنی-فرشاد صدیقی-فر-هومن عقیلی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی
فیزیک	زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-محسن سلماسی-وند-محمدجواد سورچی-معصومه شریعت-ناصری محمود منصوری-سیده ملیحه-میرصالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی-مقدم
شیمی	محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-روزبه رضوانی-امیرحسین طیبی-علیرضا کیانی-دوست-امیرحسین مسلمی هادی مهدی-زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه و گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده-مقدم امیرحسین مسلمی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	پارسا نوروزی-منش سهیل تقی-زاده	پارسا نوروزی-منش	حسین بصیر تر-کمبور	احسان پنجه-شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان-تبریزی	علیرضا همایون-خواه	امیرحسین مرتضوی حسین شاهسواری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی-زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله-زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲

۱- گزینه «۱»

(مهررادر ملونری)

نمودار تابع f' یک ریشه ساده دارد. پس تابع f فقط یک اکسترمم خواهد داشت. این اکسترمم از جنس مینیمم است.

(حسابان ۲- صفحه ۱۲۳)

۲- گزینه «۱»

(ظاهر «داستانی»)

تفاوت گزینه‌ها در یکنوایی تابع، علامت مشتق اول در اطراف $x=0$ است.

$$f'(x) = -\frac{x(x^3 + 3x - 2)}{(x^3 + 1)^2}$$

در اطراف $x=0$ ، $f'(x)$ را تعیین علامت می‌کنیم:

x	0
$f'(x)$	$- \quad 0 \quad +$
$f(x)$	$\searrow \quad \nearrow$

پس $x=0$ ، مینیمم نسبی تابع خواهد بود.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۳- گزینه «۳»

(عارل حسینی)

مختصات نقطه $(-1, 3)$ در ضابطه تابع صدق می‌کند:

$$3 = 2(-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + 1 \Rightarrow a - b = 4 \quad (1)$$

از طرفی چون $x = -1$ طول اکسترمم مشتق‌پذیر تابع است، مشتق تابع در این نقطه صفر است.

$$y' = 6x^2 + 2ax + b \xrightarrow{x=-1} 0 = 6 - 2a + b$$

$$\Rightarrow 2a - b = 6 \quad (2)$$

$$a = 2, \quad b = -2$$

از معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$\Rightarrow y' = 6x^2 + 4x - 2 = 2(x+1)(3x-1)$$

پس طول مینیمم نسبی $x = \frac{1}{3}$ است و مقدار تابع در این نقطه برابر است با:

$$y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^3 + 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{3}\right) + 1 = \frac{17}{27}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۴- گزینه «۴»

(مهوری ملارمضانی)

باید معادله $f'(x) = 0$ جواب مرتبه فرد نداشته باشد. پس داریم:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 4x}{2x^2 - 4x + m}$$

$$f'(x) = \frac{m(4x - 4)}{(2x^2 - 4x + m)^2}$$

اگر $m \neq 2$ باشد، عبارت $4x - 4$ به ازای $x = 1$ صفر می‌شود، پس $x = 1$ طول اکسترمم نسبی تابع است و اگر $m = 0$ باشد، تابع با دامنه $\{0, 2\}$ با \mathbb{R} با تابع ثابت $f(x) = 1$ مساوی است که در تمامی نقاط اکسترمم نسبی دارد.

دقت کنید که اگر $m = 2$ باشد، تابع $f(x) = 1 - \frac{1}{(x-2)^2}$ اکسترمم ندارد.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۵- گزینه «۴»

(عارل حسینی)

مشتق تابع را حساب می‌کنیم:

$$y' = \pi(1 + \tan^2 \pi x) - k = \pi \tan^2 \pi x + \pi - k$$

عبارت $\tan^2 \pi x$ همواره نامنفی است. پس برای غیریکنوا شدن تابع، لازم است شرط منفی شدن y' را بررسی کنیم:

$$\pi \tan^2 \pi x + \pi - k < 0 \Rightarrow \tan^2 \pi x < \frac{k}{\pi} - 1$$

برای این‌که بازه‌ای پیدا کنیم، نامعادله بالا باید جواب داشته باشد، در نتیجه

$$\Rightarrow k > \pi$$

لازم است $\frac{k}{\pi} - 1$ مثبت باشد:

این یعنی کمترین مقداری برای k نمی‌توان پیدا کرد.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۶- گزینه «۴»

(سیدرضا اسلامی)

مشتق دوم تابع را به دست می‌آوریم:

$$y' = x + 2 - \frac{1}{\sqrt{-2x}} \Rightarrow y'' = 1 - \frac{1}{\sqrt{(-2x)^3}}$$

باید نامعادله $y'' \leq 0$ را حل کنیم:

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{(-2x)^3}} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{(-2x)^3} \leq 1 \Rightarrow (-2x)^3 \leq 1$$

$$\Rightarrow -2x \leq 1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$

دامنه تابع نیز بازه $[-\infty, 0]$ است، پس بازه مورد نظر $[-\frac{1}{2}, 0]$ است.

$$\Rightarrow b - a = \frac{1}{2}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

۷- گزینه «۲»

(شاهین پروازی)

$$f'(x) = 3ax^2 + 2(1-a^2)x + 3$$

$$f''(x) = 6ax + 2(1-a^2)$$

صفرهای ضابطه $y = 3x^2 + 2ax$ ، $x_1 = 0$ و $x_2 = -\frac{2a}{3}$ هستند که نباید در دامنه $(1, +\infty)$ باشند:

$$\Rightarrow -\frac{2a}{3} \leq 1 \Rightarrow a \geq -\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \leq a < 0 \quad \text{از (1) و (2) به دست می‌آید:}$$

شرط دیگر برای اکیداً صعودی شدن تابع این است که

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \geq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad \text{باشد.}$$

$$\Rightarrow 1 + a + b \geq -a \Rightarrow b \geq -2a - 1$$

حدود عبارت $-2a - 1$ بازه $(-1, 2]$ است. بنابراین $b > -1$ شرطی درست برای b است. هر چند که مقدار b وابسته به مقدار a است.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۰. گزینه «۳» (کاملاً ایملی)

مشتق تابع را به دست می‌آوریم:

$$y' = \frac{\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1}{(x+1)^2} = \frac{(\sqrt{x}+1)^2 - 2}{2\sqrt{x}(x+1)^2}$$

و سپس ریشه‌های آن را به دست می‌آوریم:

$$y' = 0 \Rightarrow (\sqrt{x}+1)^2 = 2 \xrightarrow{\sqrt{x} > 0} \sqrt{x} + 1 = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow x = 3 - 2\sqrt{2}$$

با در نظر گرفتن نقطه‌ای فرضی مانند $x = 4$ ، نتیجه می‌گیریم که به ازای

$$x > 3 - 2\sqrt{2}; y' > 0 \quad \text{و برای } 0 \leq x < 3 - 2\sqrt{2}; y' < 0 \quad \text{است.}$$

پس اکسترمم از نوع مینیمم است. حال مقدار آن را حساب می‌کنیم:

$$y = \frac{3 - 2\sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1)}{4 - 2\sqrt{2}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۲۶)

حسابان ۲- آشنا

۱۱. گزینه «۳» (رافل تهری ۸۲)

در توابع چندجمله‌ای، در هر بازه‌ای که $y' \geq 0$ باشد، تابع همواره صعودی

$$y = x^3 + ax^2 + x \quad \text{است، پس داریم:}$$

$$y' = 3x^2 + 2ax + 1 \geq 0$$

عبارت درجه دوم $a'x^2 + b'x + c'$ وقتی همواره نامنفی است اگر $a' > 0$ و

$\Delta \leq 0$ باشد.

$$\Rightarrow \Delta = 4a^2 - 12 \leq 0 \Rightarrow a^2 \leq 3 \Rightarrow |a| \leq \sqrt{3}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

با توجه به ریشه $f''(x)$ جدول تعیین علامت f'' به صورت زیر است:

x	$\frac{a^2 - 1}{3a}$
f''	$- \quad \quad +$

$$\frac{a^2 - 1}{3a} = \frac{1}{2} \quad \text{و با توجه به صورت مسئله داریم:}$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad 2$$

اگر $a = -\frac{1}{2}$ ، تعذر نمودار تابع در بازه $(-\infty, \frac{1}{2})$ به طرف بالا خواهد

بود که خلاف فرض مسئله است. پس $a = 2$ قابل قبول است.

$$\Rightarrow f(x) = 2x^3 + (-3)x^2 + 3x \Rightarrow f(a) = f(2) = 10$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

۸. گزینه «۲»

(کیان کریمی فراسانی)

تابع f در $x = 3$ پیوسته است و در یک همسایگی آن داریم:

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 + ax & ; x < 3 \\ (x-2)^3 + ax & ; x \geq 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2(x-2) + a & ; x < 3 \\ 3(x-2)^2 + a & ; x > 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'_-(3) = 2 + a, \quad f'_+(3) = 3 + a$$

برای این که در $x = 3$ اکسترمم داشته باشیم، مشتق‌های چپ و راست باید

غیرهم علامت باشند:

$$\Rightarrow (2+a)(3+a) \leq 0 \Rightarrow -3 \leq a \leq -2$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۹. گزینه «۴»

(عادل مسینی)

ابتدا تابع مشتق را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = \begin{cases} -2a & ; x < 1 \\ (x-2)^2 & ; x > 1 \\ 3x^2 + 2ax & ; x > 1 \end{cases}$$

مشتق تابع در $\mathbb{R} - \{1\}$ نباید تغییر علامت دهد. حال با توجه به حدود دامنه

ضابطه $y = 3x^2 + 2ax$ ، متوجه می‌شویم این علامت ثابت، مثبت است،

پس شرایط لازم را برای مثبت شدن f' به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{-2a}{(x-2)^2} > 0 \Rightarrow a < 0 \quad (1)$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow -x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{5}$$

جدول تغییرات رفتار را داریم:

x		$2 - \sqrt{5}$		$2 + \sqrt{5}$	
f'	-	0	+	0	-
f		\	min	/	max

بنابراین تابع به ازای $x = 2 + \sqrt{5}$ ، ماکزیمم نسبی دارد. مقدار $f(2 + \sqrt{5})$ را می‌یابیم:

$$f(2 + \sqrt{5}) = 1 + \frac{2\sqrt{5}}{10 + 4\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۵- گزینه «۲» (کتاب آبی)

با استفاده از آزمون مشتق اول داریم:

$$f(x) = \sqrt[3]{x(x-7)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(x-7)(7x-7)}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

\Rightarrow نقاط بحرانی: $x=7$ ، $x=1$ ، $x=0$

x		0		1		7	
f'	+	0	+	0	-	0	+
f		/	/	max	\	min	/

با توجه به جدول، تابع در $x=7$ و $x=1$ دارای اکسترمم نسبی است، بنابراین:

$$f(1) = 1(1-7)^2 = 36 \rightarrow A(1, 36)$$

$$f(7) = \sqrt[3]{7(7-7)^2} = 0 \rightarrow B(7, 0)$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(1-7)^2 + (36-0)^2} = \sqrt{36 + 36^2}$$

$$= \sqrt{36(1+36)} = 6\sqrt{37}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۶- گزینه «۴» (کتاب آبی)

بیشترین فاصله تابع از محور x ها همان ماکزیمم مقدار تابع است. با استفاده از مشتق گیری داریم:

$$f(x) = \sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+2)^2}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow \sqrt[3]{(x+2)^2} = \sqrt[3]{(x+1)^2} \Rightarrow |x+2| = |x+1|$$

۱۲- گزینه «۲»

(داخل ریاضی ۱۴۰۰)

ابتدا دامنه تابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2\sqrt{x^2-1}}$ را می‌یابیم:

$$D_f : \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}}]0, +\infty) - \{1\}$$

$$\Rightarrow D_f = [0, 1) \cup (1, +\infty)$$

حال مشتق تابع f را می‌یابیم:

$$f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2\sqrt{x^2-1}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{x}{\sqrt{(x^2-1)^3}}$$

با توجه به دامنه، مشتق تابع f در بازه‌های $(0, 1)$ و $(1, +\infty)$ موجود و همواره مثبت است. پس تابع f روی دو بازه $(0, 1)$ و $(1, +\infty)$ صعودی است. توجه کنید که تابع f در $x=1$ ناپیوسته است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۳- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

نقاط اکسترمم نسبی، ریشه‌های ساده یا مکرر مرتبه فرد معادله $y' = 0$ هستند، لذا:

$$y' = 5(x-2)^4(x-3)^6 + 6(x-2)^5(x-3)^5$$

$$\Rightarrow y' = (x-2)^4(x-3)^5(11x-27)$$

تابع در نقاط به طول‌های $x = \frac{27}{11}$ و $x = 3$ اکسترمم نسبی دارد ولی

$x = 2$ اکسترمم نسبی نخواهد بود، زیرا در آن ریشه مکرر مرتبه زوج دارد. برای تعیین نوع نقطه، از آزمون مشتق اول استفاده می‌کنیم، با تعیین علامت y' خواهیم داشت:

x		2		$\frac{27}{11}$		3	
y'	+	0	+	0	-	0	+
y		/	/	max	\	min	/

بنابراین تابع یک ماکزیمم نسبی و یک مینیمم نسبی دارد.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۴- گزینه «۱»

(فاج تهری ۹۹)

برای به‌دست آوردن ماکزیمم نسبی، ابتدا مشتق را برابر صفر قرار داده و جدول تغییرات تابع را تشکیل می‌دهیم:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1} = 1 + \frac{2(x-2)}{x^2 + 1}$$

$$f'(x) = 2x \times \frac{-x^2 + 4x + 1}{(x^2 + 1)^2}$$

با توجه به نمودار دیده می‌شود که جهت تقعر در نقاط به طول‌های صفر و ۲ عوض می‌شود.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

۱۹- گزینه «۱» (راغل ریاضی ۹۰)

در بازه‌ای که تقعر تابع رو به بالاست، $y'' > 0$ است، لذا:

$$y = \frac{-2}{x^2 + 3} \Rightarrow y' = \frac{2(2x)}{(x^2 + 3)^2}$$

$$\Rightarrow y'' = \frac{4(3 - 2x^2)}{(x^2 + 3)^3}$$

مخرج کسر همواره مثبت است، لذا باید:

$$3 - 2x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 1.5 \Rightarrow |x| < 1.22$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

۲۰- گزینه «۱» (کتاب آبی)

باید بازه‌ای را بیابیم که در آن $f' > 0$ و $f'' < 0$ باشد، بنابراین:

$$f(x) = \sqrt[3]{x(x+4)}$$

$$f'(x) = \frac{4x+4}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\frac{f'(x) > 0}{3\sqrt[3]{x^2}} \rightarrow \frac{4(x+1)}{3\sqrt[3]{x^2}} > 0 \Rightarrow x > -1 \quad (I)$$

ابتدا تابع f' را ساده کرده و سپس f'' را می‌یابیم:

$$f'(x) = \frac{4}{3}(x+1)x^{-\frac{2}{3}} = \frac{4}{3}\left(x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{2}{3}}\right)$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{4}{9\sqrt[3]{x^2}}\left(\frac{x-2}{x}\right)$$

$$\frac{f''(x) < 0}{x} \rightarrow \frac{x-2}{x} < 0 \Rightarrow 0 < x < 2 \quad (II)$$

اشتراک (I) و (II) $\rightarrow 0 < x < 2$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

$$\Rightarrow x+2 = -(x+1) \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{3}{2}\right) = \sqrt[3]{-\frac{3}{2}+2} - \sqrt[3]{-\frac{3}{2}+1} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}}{2} = \sqrt[3]{4}$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۷- گزینه «۱» (کتاب آبی)

از تابع مشتق گرفته و جدول تعیین علامت آن را تشکیل می‌دهیم:

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 12$$

$$f'(x) = 4x^3 - 4x \xrightarrow{f'(x)=0} 4x(x^2-1) = 0$$

$$\Rightarrow x=0, x=1, x=-1$$

x	-1	0	1
f'	-	+	-
f	↘ min	↗ max	↘ min

با توجه به جدول تابع در $x=0$ دارای ماکزیمم نسبی است و عرض آن

$$f(0) = -12$$

پس خط موازی محور x ها در این نقطه ماکزیمم نسبی به صورت

$y = -12$ است. برای یافتن نقاط دیگر تقاطع این خط با تابع f ، معادله

تلاقی زیر را حل می‌کنیم:

$$f(x) = -12 \Rightarrow x^4 - 2x^2 - 12 = -12$$

$$\Rightarrow x^4 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x=0, x=\sqrt{2}, x=-\sqrt{2}$$

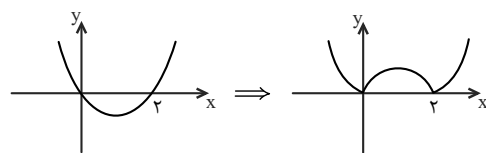
$$\Rightarrow AB = |x_A - x_B| = |\sqrt{2} - (-\sqrt{2})| = 2\sqrt{2}$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۸- گزینه «۲» (کتاب آبی)

نمودار تابع $y = |x^2 - 2x|$ را به کمک تابع $y = x^2 - 2x$ ،

رسم می‌کنیم:



$$y = x^2 - 2x$$

$$y = |x^2 - 2x|$$

هندسه ۳

۲۱- گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)

در مثلث ABC ، بردارهای \vec{BC} و \vec{BA} در یک راستا نیستند پس موقعی رابطه داده شده برقرار است که داشته باشیم:

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + y = 6 \end{cases} \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = 2, x = 4$$

$$\begin{cases} \vec{a} = (4, 2) \\ \vec{b} = (2, 4) \end{cases} \Rightarrow \text{نیمساز داخلی} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{(4, 2)}{\sqrt{20}} + \frac{(2, 4)}{\sqrt{20}}$$

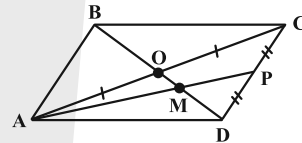
$$= \frac{(6, 6)}{\sqrt{20}}$$

$$\times \frac{\sqrt{20}}{6} \rightarrow (1, 1)$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۲۲- گزینه «۴»

(سوکندر روشنی)



می‌دانیم در هر متوازی‌الاضلاع قطرهای منصف یکدیگرند، در نتیجه

$$OA = OC \text{ است.}$$

در نتیجه M محل هم‌رسمی میانه‌های مثلث ACD است.

$$\vec{DM} = 2\vec{MO}$$

$$\text{از طرفی: } \vec{DC} + \vec{DA} = \vec{DB} = 2\vec{DO}$$

$$\Rightarrow \vec{DO} = \frac{1}{2}(\vec{DC} + \vec{DA}) \xrightarrow{\vec{DO} = 2\vec{MO}}$$

$$2\vec{MO} = \frac{1}{2}(\vec{DC} + \vec{DA}) \Rightarrow \vec{MO} = \frac{1}{6}(2\vec{DP} + \vec{DA})$$

$$= \frac{1}{3}\vec{DP} + \frac{1}{6}\vec{DA}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۲۳- گزینه «۱»

(امیررضا فلاح)

$$\vec{a}' - \vec{b}' = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|\vec{a} - \vec{b}|^2} (\vec{a} - \vec{b}) - \frac{\vec{b} \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|\vec{a} - \vec{b}|^2} (\vec{a} - \vec{b})$$

$$= \frac{\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) - \vec{b} \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|\vec{a} - \vec{b}|^2} (\vec{a} - \vec{b}) = \frac{(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|\vec{a} - \vec{b}|^2} (\vec{a} - \vec{b})$$

$$= \frac{|\vec{a} - \vec{b}|^2}{|\vec{a} - \vec{b}|^2} (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a} - \vec{b}$$

$$\Rightarrow \vec{a}' - \vec{b}' = (-10, 5, 10) - (8, -13, -12) = (-18, 18, 22)$$

$$\xrightarrow{\text{تصویر قائم روی } xy} (-18, 18, 0)$$

$$\Rightarrow \text{مجموع مؤلفه‌ها} = -18 + 18 = 0$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۲۴- گزینه «۱»

(مهوراد ملونزی)

چون \vec{a} و \vec{b} بردارهایی یکه‌اند، پس $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ و داریم:

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 \Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{3}{8}$$

حاصل عبارت مورد نظر برابر می‌شود با:

$$(\vec{3}\vec{a} - \vec{2}\vec{b}) \cdot (\vec{2}\vec{a} + \vec{b}) = 6|\vec{a}|^2 + 3\vec{a} \cdot \vec{b} - 4\vec{b} \cdot \vec{a} - 2|\vec{b}|^2$$

$$= 6 - \vec{a} \cdot \vec{b} - 2 = 4 - \left(-\frac{3}{8}\right) = 4 + \frac{3}{8} = \frac{35}{8}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۹)

۲۵- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

$$\vec{a} - \vec{c} = -\vec{b} \Rightarrow |\vec{a} - \vec{c}| = |\vec{b}| \Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{c}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{b}|^2$$

$$1 + 1 - 2\vec{a} \cdot \vec{c} = 1 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}$$

$$|\vec{2}\vec{a} - \vec{3}\vec{c}|^2 = |\vec{2}\vec{a}|^2 + |\vec{3}\vec{c}|^2 - 2(2\vec{a}) \cdot (3\vec{c}) = 4 + 9 - 12\left(\frac{1}{2}\right) = 7$$

$$\Rightarrow |\vec{2}\vec{a} - \vec{3}\vec{c}| = \sqrt{7}$$

(فرشار صدیقی فر)

۲۹- گزینه «۱»

با توجه به نامساوی کشی شوارتز $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$ دو بردار \vec{a} و \vec{b} را

به صورت زیر حدس می‌زنیم و داریم:

$$\begin{cases} \vec{a} = (\sqrt{6x}, \sqrt{2y}, \sqrt{z}) \\ \vec{b} = (\frac{3}{\sqrt{6}}, \sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}) \end{cases}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3x + 2y + z = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |\vec{a}| = \sqrt{6x^2 + 2y^2 + z^2} \\ |\vec{b}| = \sqrt{\frac{9}{6} + 2 + \frac{1}{2}} = 2 \end{cases} \xrightarrow{|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|}$$

$$6 \leq \sqrt{6x^2 + 2y^2 + z^2} \times 2 \Rightarrow 6x^2 + 2y^2 + z^2 \geq 9$$

(هنر سه -۳ بردارها: صفحه ۷۹)

(امیرمسین ابومنیوب)

۳۰- گزینه «۳»

طرفین رابطه $2\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ را با بردار \vec{c} جمع می‌کنیم. در این

صورت داریم:

$$2\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c} = \vec{c} \Rightarrow |2\vec{a} + 2\vec{b} + 2\vec{c}|^2 = |\vec{c}|^2$$

$$\Rightarrow 4|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|^2 = |\vec{c}|^2$$

$$\Rightarrow 4(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c})) = |\vec{c}|^2$$

$$\Rightarrow 4(\underbrace{4+9+16}_{29} + 2x) = 16$$

$$29 + 2x = 4 \Rightarrow 2x = -25 \Rightarrow x = -12.5$$

(هنر سه -۳ بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

$$|\vec{a}'| = \frac{\vec{a} \cdot (2\vec{a} - 3\vec{c})}{|2\vec{a} - 3\vec{c}|} = \frac{|2|\vec{a}|^2 - 3\vec{a} \cdot \vec{c}|}{|2\vec{a} - 3\vec{c}|} = \frac{|2 - \frac{3}{2}|}{\sqrt{7}}$$

$$|\vec{a}'| = \frac{\sqrt{7}}{14}$$

(هنر سه -۳ بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۲۶- گزینه «۲» (هومن عقیلی)

$$\vec{a} = (m, -1, 2), \quad \vec{b} = (1, -1, 0)$$

$$\Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{m+1+0}{\sqrt{m^2+5} \times \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow (m+1)^2 = m^2 + 5 \Rightarrow 2m = 4 \Rightarrow m = 2$$

(هنر سه -۳ بردارها: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۲۷- گزینه «۴» (امیررضا فلاح)

تذکر: زاویه بردار $\vec{a} = (x, y, z)$ با جهت مثبت محور Ox از دستور

$$\cos \alpha = \frac{x}{|\vec{a}|}$$
 حاصل می‌شود.

$$\vec{a} = (x, y, z) \Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{x}{|\vec{a}|} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow \vec{a} = (2, y, z)$$

$$\vec{b} = (x', y', z') \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{x'}{|\vec{b}|} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x'}{2\sqrt{2}} \Rightarrow x' = 2$$

$$\Rightarrow \vec{b} = (2, y', z')$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (0, y - y', z - z')$$

چون مؤلفه x در بردار $\vec{a} - \vec{b}$ برابر صفر است پس بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بر محور

Ox عمود است.

(هنر سه -۳ بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(افشین فاضل‌نار)

۲۸- گزینه «۳»

(برای دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b}) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow$ بر هم عمودند

(هنر سه -۳ بردارها: صفحه ۷۹)

ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۳»

(سوگند روشنی)

با توجه به صورت سؤال

۳	۱	۴	۲	
۱		X		

اولاً

۱				
			۱	

و

$X \neq 1$ و $X \neq 4$ است و از طرفی چون درایه نظیر ۳ در مربع دیگری ۱ است، پس $X \neq 3$ و در نتیجه X فقط می‌تواند ۲ باشد. در نتیجه

	۲	
	۲	
۲		

دو دایره هاشورخورده ۱ و ۳ هستند. $3+1=4$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۳۲- گزینه «۱»

(امد رضا فلاح)

نکته: تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه n عضو به یک مجموعه n عضو از دستور $n!$ حاصل می‌شود.

کافی است از کل توابع تعریف شده از یک مجموعه ۴ عضو به یک مجموعه ۴ عضو، توابع یک به یک را کم کنیم.

جواب = $4^4 - 4! = 256 - 24 = 232$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه ۷۸)

۳۳- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

برای نوشتن چنین برنامه‌ای دو مربع لاتین متعامد 6×6 باید نوشته شود که ممکن نیست. (دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد.)

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۳۴- گزینه «۳»

(مصطفی درباری)

a و b : $1 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

این تعداد برابر با تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعه‌ای ۳ عضوی به مجموعه‌ای ۶ عضوی است که معادل است با توزیع ۳ خودکار مختلف بین ۶ نفر به طوری که به هر نفر حداکثر یک خودکار برسد.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۳۵- گزینه «۱» (مصطفی درباری)

زیرمجموعه X را از مجموعه داده شده در نظر می‌گیریم. حاصل ضرب عضوهای X وقتی بر ۶ بخش‌پذیر نیست که هیچ عدد زوجی عضو X نباشد یا هیچ عددی مضرب ۳ عضو X نباشد.

زیرمجموعه‌هایی که شامل عدد زوج نیست: A

$2^5 \rightarrow$ زیرمجموعه‌های $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

زیرمجموعه‌هایی که شامل عدد مضرب ۳ نیست: B

$2^7 \rightarrow$ زیرمجموعه‌های $\{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$

$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

زیرمجموعه‌های $\{1, 5, 7\}$

$= 2^5 + 2^7 - 2^3 = 152$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۳۶- گزینه «۳» (مصطفی درباری)

مربع لاتین داده شده را کامل می‌کنیم:

۳	۱	۴	۲
۴	۲	۳	۱
۲	۴	۱	۳
۱	۳	۲	۴

مقدار a عدد ۲ است. با اعمال جایگشت داده شده داریم:

$\begin{cases} 3 \rightarrow 2 \\ 4 \rightarrow 3 \\ 2 \rightarrow 4 \\ 1 \rightarrow 1 \end{cases}$

۳	۱	۴	۲
۴	۲	۳	۱
۲	۴	۱	۳
۱	۳	۲	۴

\Rightarrow مجموع = ۷

۲	۱	۳	۴
۳	۴	۲	۱
۴	۳	۱	۲
۱	۲	۴	۳

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۳۷- گزینه «۳»

(اساقی اسفندیار)

۱	۳	۲
۲	۱	۳
۳	۲	۱

مربع لاتین A به صورت A =

مربع B همگی می تواند ۲ و ۳ باشند اما ۱ نمی تواند باشد پس دو مربع

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

لاتین و برای B وجود دارد که با A

متعامد است.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه های ۶۴ تا ۶۷)

۳۸- گزینه «۲»

(نیلوفر مهروی)

اگر مجموعه اعداد بخش پذیر بر ۲ را با A، بر ۳ را با B و بر ۱۱ را با C

نشان دهیم، داریم:

$$|A| = \left[\frac{120}{2} \right] = 60$$

$$|B| = \left[\frac{120}{3} \right] = 40$$

$$|C| = \left[\frac{120}{11} \right] = 10$$

$$|A \cap B| = \left[\frac{120}{6} \right] = 20$$

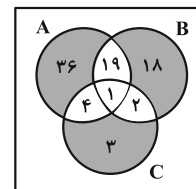
$$|A \cap C| = \left[\frac{120}{22} \right] = 5$$

$$|B \cap C| = \left[\frac{120}{33} \right] = 3$$

$$|A \cap B \cap C| = \left[\frac{120}{66} \right] = 1$$

با کمک نمودار ون تعداد اعدادی که تنها بر یکی از اعداد ۲، ۳ و ۱۱

بخش پذیرند، مشخص می کنیم:



$$36 + 18 + 3 = 57$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه های ۷۳ تا ۷۶)

۳۹- گزینه «۲»

(سیرمهر رضا حسینی فر)

در تابع صعودی، اعضای برد به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب شده اند؛

پس باید تعداد اعضای از دامنه که به اعداد ۱، ۲ و ۳ نظیر می شوند را

مشخص کنیم که جمع این تعداد، برابر ۷ می شود:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7 \xrightarrow{x_i \geq 1} \binom{6}{2} = 15$$

بنابراین ۱۵ تابع پوشا و صعودی می توان ساخت.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه های ۷۷ و ۷۸)

۴۰- گزینه «۴»

(فرزاد یواری)

می دانیم در مربع های لاتین از مرتبه ۳ مانند A و B اگر در هر دو مربع،

درایه های واقع بر قطر اصلی اعداد یکسان بودند آن دو مربع لاتین متعامد

نمی باشند. اما اگر در یکی از مربع ها درایه های قطر اصلی و در دیگری

درایه های قطر فرعی برابر بودند حتماً متعامدند.

در مربع A همه درایه های قطر اصلی ۱ و در مربع B همه درایه های قطر

اصلی برابر با ۳ می باشند پس بنا به نکته بالا A و B متعامد نیستند (چون

از کنار هم قرار دادن دو مربع A و B، اعداد دو رقمی تکراری روی قطر

اصلی ظاهر خواهند شد.)

می بایست عملیاتی روی B انجام گیرد که به جای قطر اصلی، درایه های قطر

فرعی B یکسان شوند. برای این منظور کافی است عملیات ذکر شده در

گزینه «۴» را انجام دهیم.

جایگشت

۱	→	۳
۳	→	۲
۲	→	۱

جایگشت روی B

$$B_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

تعویض سطر اول و دوم

$$B' = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

همه درایه های قطر فرعی B' برابرند، پس A و B' متعامدند.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه های ۶۲ تا ۶۷)

فیزیک ۳

۴۱- گزینه «۲»

(سپرده‌ملیه میرصالحی)

ابتدا توان خروجی چشمه را با استفاده از بازده و توان ورودی به دست می‌آوریم:

$$R_a = \frac{P_{out}}{P_{in}} \Rightarrow \frac{2}{100} = \frac{P_{out}}{5} \Rightarrow P_{out} = 0.1 W$$

با استفاده از روابط $E = nhf = \frac{nhc}{\lambda}$ و $E = P \times t$ می‌توانیم تعداد فوتون‌های خروجی را به دست بیاوریم:

$$E_{out} = P_{out} \times t \Rightarrow \frac{nhc}{\lambda} = P_{out} \times t \Rightarrow \lambda = \frac{nhc}{P_{out} \times t}$$

$$= \frac{1/875 \times 10^{19} \times 4 \times 10^{-15} \times 1/6 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^8}{0.1 \times 60}$$

$$= \frac{36}{6} \times 10^{-7} m = 6 \times 10^{-7} m = 600 nm$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۴۲- گزینه «۴»

(مجتبی نکوئیان)

با توجه به این که انرژی هر فوتون از رابطه $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ به دست می‌آید، داریم:

$$E_B = 6E_A \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_B} = 6 \frac{hc}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = 6\lambda_B$$

$$\lambda_A - \lambda_B = 50 \xrightarrow{\lambda_A = 6\lambda_B} 6\lambda_B - \lambda_B = 50$$

$$\Rightarrow \lambda_B = 10 nm, \quad \lambda_A = 60 nm$$

در نهایت بسامد پرتوی A را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$f_A = \frac{c}{\lambda_A} = \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^{-8}} = 5 \times 10^{15} Hz = 5 \times 10^9 MHz$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه ۱۱۷)

۴۳- گزینه «۲»

(زهره آقاممدری)

ابتدا انرژی فوتون‌های رسیده به سطح زمین را بر حسب ژول محاسبه می‌کنیم:

$$E = nhf = \frac{nhc}{\lambda} (eV) = \frac{nhc}{\lambda} e(J)$$

$$\Rightarrow E = \frac{84 \times 10^{19} \times 1240}{600} \times 1/6 \times 10^{-19} = 0.224 \times 1240 J$$

اکنون شدت تابشی را در سطح زمین به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{At} \xrightarrow{A=1m^2, t=1s} I = 0.224 \times 1240 \frac{W}{m^2}$$

درصد شدت تابش خورشید که به زمین می‌رسد برابر است با:

$$\frac{I}{I_{کل}} \times 100 = \frac{0.224 \times 1240}{1240} \times 100 = 22/4\%$$

شدت تابشی جذب شده $100 - 22/4 = 77/6\%$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۴۴- گزینه «۱»

(معصومه شریعت‌ناصری)

در مورد انرژی جنبشی فوتوالکترون جدا شده داریم:

$$K = hf - W$$

W: انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها

اگر بسامد ۲ برابر شود داریم:

$$K' = 2hf - W$$

اگر معادله $2K$ را تشکیل دهیم:

$$2K = 2hf - 2W$$

و با مقایسه این معادله با معادله K' می‌بینیم که:

$$\begin{cases} 2K = 2hf - 2W \\ K' = 2hf - W \end{cases} \Rightarrow K' > 2K$$

در نتیجه گزینه «۱» درست است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

۴۵- گزینه «۳»

(مجتبی نکوئیان)

موارد (الف) و (ب) نادرست و مورد (پ) درست است.

بررسی موارد نادرست:

(الف) تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازنده آن است.

(ب) گازهای کم‌فشار و رقیق، طیفی گسسته را گسیل می‌کنند که شامل طول‌موج‌های معینی است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۴۶- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

با استفاده از رابطه انرژی الکترون در الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن می‌توان نوشت:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow |\Delta E| = \left| -\frac{E_R}{n^2} - \left(-\frac{E_R}{(n+2)^2} \right) \right|$$

$$\frac{3}{16} E_R = \frac{E_R}{n^2} - \frac{E_R}{(n+2)^2} \Rightarrow \frac{3}{16} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+2)^2}$$

از رابطه فوق مقدار n را به دست می‌آوریم. بهتر است به جای حل وقت‌گیر معادله فوق، با جای‌گذاری مقادیر محدود n در الگوی اتمی بور، به جواب $n = 2$ برسیم. شعاع بور را با a_0 یا r_1 نشان می‌دهیم و کوچک‌ترین شعاع مدار اتم هیدروژن است.

$$\left. \begin{aligned} r_n = n^2 r_1 \xrightarrow{n=2} r_2 = 2^2 r_1 = 4r_1 \\ r_{n+2} = (n+2)^2 r_1 \xrightarrow{n=2} r_4 = 4^2 r_1 = 16r_1 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \Delta r = r_4 - r_2 = 16r_1 - 4r_1 \Rightarrow \Delta r = 12r_1$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۷ و ۱۲۸)

$$E_V - E_V = -\frac{E_R}{\gamma^2} - \left(-\frac{E_R}{\gamma^2}\right) = \frac{49-4}{49 \times 4} E_R = \frac{45}{49 \times 4} E_R = hf_1$$

و بیشترین انرژی گسیلی گذار از تراز ۲ به تراز ۱ است.

$$E_V - E_1 = -\frac{E_R}{\gamma^2} - \left(-\frac{E_R}{\gamma^2}\right) = \frac{3}{4} E_R = hf_2$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{hf_1}{hf_2} = \frac{\frac{45}{49 \times 4} E_R}{\frac{3}{4} E_R} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{15}{49}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۳، ۱۲۴ و ۱۲۱)

۵۱- گزینه «۱» (علیرضا چپاری)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ انرژی فوتون ورودی، دقیقاً باید برابر با اختلاف انرژی بین تراز پایه و حالت برانگیخته باشد.

ب) نادرست؛ وقتی تعداد الکترون‌ها در تراز انرژی بالاتر افزایش پیدا کند می‌گوییم وارونی جمعیت رخ داده است.

پ) نادرست؛ فوتون‌هایی که باریکه لیزری را ایجاد می‌کنند، هم‌جهت و هم‌بسامد و هم‌فاز هستند.

ت) درست؛ انرژی لازم برای آن‌که الکترون‌ها را به تراز انرژی بالاتر برانگیخته کند می‌تواند توسط درخشش‌های شدید نور معمولی و یا تخلیه‌های ولتاژ بالا فراهم شود. بنابراین فقط مورد (ت) درست است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۳۲ و ۱۳۳)

۵۲- گزینه «۲» (محمود منصوری)

A و B عدد اتمی یکسان دارند، پس ایزوتوپ‌های یک عنصر هستند و خواص شیمیایی یکسان دارند و با روش‌های شیمیایی قابل جداسازی نیستند، اما C ماده شیمیایی دیگری است چون عدد اتمی آن با A و B متفاوت است.

$$N = A - Z \Rightarrow \begin{cases} N_A = 28 \\ N_B = 29 \\ N_C = 29 \end{cases}$$

پس نوترون‌های B و C با هم برابر است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۵۳- گزینه «۲» (مجتبی نکوئیان)

با توجه به این‌که بار هسته را تعداد پروتون‌های آن هسته مشخص می‌کند، داریم:

$$q_A = Z_A e \Rightarrow 4 / 8 \times 10^{-18} = Z_A (1 / 6 \times 10^{-19}) \Rightarrow Z_A = 30$$

$$q_B = Z_B e \Rightarrow 2 / 4 \times 10^{-18} = Z_B (1 / 6 \times 10^{-19}) \Rightarrow Z_B = 15$$

۴۷- گزینه «۳» (محمود منصوری)

در مدل اتمی رادرفورد، پیش‌بینی فیزیک کلاسیک این بود که الکترون در حین گردش به دور هسته چون حرکت شتابدار است باید تابش کند و بسامد فوتون‌های گسیل شده برابر با بسامد دوران الکترون به دور هسته است و با کاهش شعاع دوران چون بسامد بیشتر می‌شود، بسامد فوتون‌های گسیلی هم افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۷)

۴۸- گزینه «۴» (مجتبی نکوئیان)

برانرژی‌ترین فوتون حاصل در رشته‌ی بالمر ($n' = 2$)، نمی‌تواند باعث رخ دادن پدیده فوتوالکتریک و تغییر فاصله تیغه‌ها شود، بنابراین باید انرژی پرتوهای فرودی افزایش یابد. انرژی تمامی فوتون‌های گسیل شده در رشته‌ی لیمان ($n' = 1$)، بیشتر از انرژی فوتون‌های گسیل شده رشته‌های بالمر ($n' = 2$)، پاشن ($n' = 3$)، براکت ($n' = 4$) و پفوند ($n' = 5$) است. پس با تاباندن یکی از فوتون‌های رشته لیمان ($n' = 1$)، ممکن است پدیده فوتوالکتریک رخ دهد و فاصله تیغه‌های الکتروسکوپ تغییر کند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۲۳ و ۱۲۴)

۴۹- گزینه «۳» (زهرا آقاممیری)

ابتدا انرژی فوتون گسیل شده را محاسبه می‌کنیم:

$$E = hf = 4 \times 10^{-15} \times \frac{34}{45} \times 10^{15} = \frac{136}{45} \text{ eV}$$

با توجه به رابطه گسیل فوتون از اتم هیدروژن، داریم:

$$hf = E_U - E_L \xrightarrow{E_n = -\frac{E_R}{n^2}} hf = 13 / 6 \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{136}{45} = 13 / 6 \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2}$$

اگر فوتون گسیل شده مربوط به رشته پاشن ($n_L = 3$) باشد:

$$\frac{2}{9} = \frac{1}{9} - \frac{1}{n_U^2} \Rightarrow \frac{1}{n_U^2} = \frac{1}{9} - \frac{2}{9} = -\frac{1}{9}$$

اگر فوتون گسیل شده مربوط به رشته بالمر ($n_L = 2$) باشد:

$$\frac{2}{9} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n_U^2} \Rightarrow \frac{1}{n_U^2} = \frac{1}{4} - \frac{2}{9} = \frac{1}{36} \Rightarrow n_U = 6$$

پس این فوتون مربوط به خط چهارم رشته بالمر است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۹)

۵۰- گزینه «۱» (محمود نواوری مقدم)

کمترین انرژی جذبی برای گذار از تراز ۲ به تراز ۷، در ناحیه فرابنفش قرار دارد.

$$\Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

۵۸- گزینه «۱» (ممنوع سوری)

با توجه به رابطه ریذبرگ $\left(\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right)\right)$ می‌دانیم یکای R در

SI معادل $\frac{1}{m}$ است. از طرفی طبق رابطه $E = \frac{hc}{\lambda}$ درمی‌یابیم یکای

hc در SI معادل J.m است. بنابراین داریم:

$$J = J.m \times \frac{1}{m} \xrightarrow{J=[E], J.m=[hc]} [E] = [hc][R]$$

لذا درمی‌یابیم hcR، از جنس کمیت انرژی است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۲۳)

۵۹- گزینه «۱» (ریاضی خارج ۱۴۰۰)

انرژی فوتون گسیل شده برابر است با:

$$E = hf = 4 \times 10^{-15} \times 4 / 75 \times 10^{14} = 1 / 9 eV$$

می‌دانیم که انرژی فوتون گسیلی برابر با اندازه اختلاف انرژی دو تراز است؛

بنابراین اختلاف انرژی دو تراز را در تک تک گزینه‌ها بررسی می‌کنیم:

$$|E_4 - E_3| = |(-3/4) - (-1/5)| = 1/9 eV \quad (1) \text{ درست}$$

$$|E_1 - E_2| = |(-13/6) - (-3/4)| = 10/2 eV \quad (2)$$

$$|E_4 - E_4| = |-3/4 - (-0/85)| = 2/55 eV \quad (3)$$

$$|E_1 - E_4| = |-13/6 - (-0/85)| = 12/75 eV \quad (4)$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه ۱۲۸)

۶۰- گزینه «۲» (مسام ناری)

کافی است از رابطه $E = mc^2$ استفاده کرده و در آخر انرژی برحسب J را به kWh تبدیل کنیم:

$$E = mc^2 \xrightarrow{m=9mg=9 \times 10^{-5} kg, c=3 \times 10^8 m/s} E = 9 \times 10^{-6} \times 9 \times 10^{16}$$

$$= 81 \times 10^{10} J = 81 \times 10^{10} W.s \times \frac{1kW}{10^3 W} \times \frac{1h}{3600s}$$

$$= 2 / 25 \times 10^5 kWh$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه ۱۴۱)

از طرفی هسته‌های A و B روی خط $Z = N$ قرار گرفته‌اند، پس:

$$N_A = Z_A = 30 \Rightarrow A_A = Z_A + N_A = 60$$

$$N_B = Z_B = 15 \Rightarrow A_B = Z_B + N_B = 30$$

عدد جرمی هسته‌هایی که روی خط عمود بر خط $Z = N$ قرار گرفته‌اند، با

هم برابر است، بنابراین:

$$A_C = A_A = 60 \Rightarrow A_C - A_B = 60 - 30 = 30$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

۵۴- گزینه «۳» (ممنوع منصور)

چون ${}_{25}^{61}X$ و ${}_{25}^{59}X$ عدد اتمی یکسان و عدد نوترونی متفاوت دارند، دارای

خواص شیمیایی یکسان و خواص فیزیکی متفاوت هستند. پس برای جداسازی

آن‌ها از هم، از روش غیرشیمیایی استفاده می‌شود. اما ${}_{25}^{61}X$ و ${}_{25}^{61}X$ عدد

اتمی متفاوت دارند، در نتیجه خواص شیمیایی متفاوت دارند و روش شیمیایی

برای جداسازی آن‌ها مؤثر است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۵۵- گزینه «۳» (مسمن سلماسی‌وند)

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) توریم ($Z = 90$) و اورانیوم ($Z = 92$) استثناء هستند.

ب) برای پایداری باید نیروی الکترواستاتیکی و نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها

موازنه شده باشد.

ث) جرم یک هسته اندکی کمتر از جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده آن هسته

است و این اختلاف جرم به انرژی تبدیل می‌شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۰ و ۱۴۱)

۵۶- گزینه «۳» (ریاضی خارج کشور - تیرماه ۱۴۰۲)

نیروهای هسته‌ای کوتاه‌برد بوده و در فواصل کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر

می‌کند. همچنین از دید نیروی هسته‌ای، تفاوتی بین پروتون و نوترون وجود

ندارد و نیروی بین همگی آن‌ها از نوع جاذبه می‌باشد.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه ۱۴۰)

۵۷- گزینه «۴» (ممنوع نهاوندی‌مقدم)

رابطه K_{max} به صورت مقابل است:

بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1240}{310} - 2 = 2 \\ \frac{1}{2}mv'^2 &= \frac{1240}{496} - 2 = 0.5 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} \frac{v^2}{v'^2} = 4 \Rightarrow \frac{v}{v'} = \sqrt{4} = 2$$

شیمی ۳

۶۱- گزینه «۲»

در تعادل اولیه، غلظت B را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[B]^2}{[A]} \Rightarrow 1 = \frac{[B]^2}{0.04} \Rightarrow [B] = 0.2 \text{ mol.L}$$

از آنجایی که ثابت تعادل کاهش پیدا کرده است درمی‌یابیم که واکنش در جهت برگشت جابه‌جا شده است. از آنجایی که واکنش گرماگیر است می‌توان نتیجه گرفت که دما نیز کاهش پیدا کرده است.

	A(g)	⇌	۲B(g)
تعادل اولیه :	۰/۰۴		۰/۲
تغییرات :	+x		-۲x
تعادل جدید :	۰/۰۴+x		۰/۲-۲x

$$\Rightarrow K_p = \frac{[B]^2}{[A]} = \frac{(0.2-2x)^2}{0.04+x} = 0.18$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 0.8x + 0.04 = 0.072 + 0.18x$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 0.98x + 0.0328 = 0$$

$$\Delta = (0.98)^2 - 4(4)(0.0328) = 0.9604 - 0.5248 = 0.4356$$

$$\Rightarrow x = \frac{0.98 \pm \sqrt{0.4356}}{8} = \frac{0.98 \pm 0.66}{8}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0.205 & \text{غ ق ق} \\ x = 0.04 & \text{ق ق} \end{cases}$$

در نتیجه غلظت تعادلی B در تعادل جدید برابر با ۰/۱۲ مولار می‌باشد که نسبت به تعادل اولیه، ۰/۰۸ مولار کاهش پیدا کرده است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸)

۶۲- گزینه «۱»

با توجه به این که واکنش در جهت رفت گرماگیر است، با افزایش دما طبق اصل لوشاتلیه تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود. به این ترتیب غلظت NOCl کاهش یافته و غلظت گازهای NO و Cl_۲ افزایش می‌یابد (این مورد در نمودارهای ۱ و ۲ مشاهده می‌شود) میزان تغییرات نیز متناسب با ضریب مولی آن‌ها خواهد بود. به این ترتیب نمودار (۱) درست خواهد بود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۸)

۶۳- گزینه «۴»

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$2SO_3(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$$

مول اولیه	n	۰	۰
تغییر مول	-۲x	+۲x	+x
مول در تعادل	n-۲x	۲x	x

$$nSO_3 = 2x \Rightarrow 2x = 0.6 \Rightarrow x = 0.3$$

$$\Rightarrow K = \frac{[SO_2]^2 [O_2]}{[SO_3]^2} \Rightarrow 75 \times 10^{-3} = \frac{(\frac{0.6}{V})^2 (\frac{0.3}{V})}{(\frac{0.6}{V})^2}$$

$$\Rightarrow \frac{0.3}{V} = 75 \times 10^{-3} \Rightarrow V = 4L$$

$$\Rightarrow n - 2x = 0.6 \Rightarrow n = 2x + 0.6$$

$$\Rightarrow n = 2(0.3) + 0.6 \Rightarrow n = 1.2 \text{ mol}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۵)

۶۴- گزینه «۳»

واکنش فرایند هابز:

$$N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$$

(امیرمسین طیبی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ ثابت تعادل تنها به دما بستگی دارد و با افزودن یا کاستن مواد موجود در واکنش، تغییر نمی‌کند.

مورد دوم: نادرست؛ با افزودن گاز نیتروژن، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و از جرم گاز هیدروژن کاسته می‌شود.

مورد سوم: درست؛ با افزودن گاز هیدروژن، در ابتدا غلظت گاز هیدروژن افزایش یافته پس واکنش در جهت رفت، جابه‌جا می‌شود در نتیجه از غلظت گاز هیدروژن کاسته می‌شود اما این کاهش غلظت به اندازه افزایش غلظت اولیه نیست و در مجموع غلظت H_۲ نسبت به تعادل اولیه افزایش یافته است.

مورد چهارم: درست؛ با خارج کردن NH_۳، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و از غلظت N_۲ کاسته می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۶۵- گزینه «۱»

(سعید تیزرو)

موارد اول، دوم و سوم نادرست‌اند.

عبارت مطرح شده در سؤال، مطابق متن صفحه ۱۰۳ کتاب درسی درست است. بررسی موارد:

مورد اول: در شرایط بهینه تولید آمونیاک دمای ۴۵۰°C و فشار ۲۰۰ atm می‌باشند که حجم مولی گازها در این شرایط برابر است با:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22.4}{273K} = \frac{200 \times V_2}{723K} \Rightarrow V_2 \approx 0.3L$$

۰/۳L (۱ mol N_۲ + ۳ mol H_۲) × حجم واکنش‌دهنده‌های گازی

ولی توجه کنید که تنها ۲۸٪ مولی مخلوط را آمونیاک تشکیل می‌دهد یا به بیان دیگر بازده واکنش ۱۰۰٪ نیست و پاسخ ۱/۲ لیتر نخواهد بود.

مورد دوم: گیاهان نمی‌توانند نیتروژن را به‌طور مستقیم از هوا جذب کنند. از این‌رو باید نیتروژن را به شکل ترکیب‌های نیتروژن‌دار از جمله آمونیاک و اوره به خاک افزود.

مورد سوم: مطابق اصل لوشاتلیه، جهت جبران افزایش غلظت یکی از مواد شرکت‌کننده، واکنش در جهتی پیش می‌رود که تا حد امکان مقداری از آن را مصرف کند و به تعادل جدید برسد؛ نه تعادل اولیه.

مورد چهارم: با کاهش مقداری NH_۳ در این واکنش، تعادل جهت جبران این تغییر در مسیر رفت (مصرف N_۲ و H_۲) پیش می‌رود اما نمی‌تواند این کاهش مقدار NH_۳ را به‌طور کامل جبران کند. در نتیجه مقادیر تعادلی تمامی گازها در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه کاهش می‌یابد. همچنین تغییرات غلظت بر مقدار K بی‌تأثیر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۶۶- گزینه «۱»

(امیرمسین طیبی)

با کاهش حجم محفظه واکنش، تعادل در جهتی جابه‌جا نمی‌شود، چون مجموع ضرایب گازها در دو طرف معادله برابر است.

بررسی موارد:

• غلظت مولار I_۲ و HI افزایش می‌یابد زیرا با کاهش حجم محفظه غلظت همه گازها افزایش می‌یابد.

• ثابت تعادل تغییری نمی‌کند چون دما ثابت است.

• شمار اتم‌های هیدروژن و جرم مولکول‌های ید و مجموع شمار مولکول‌ها ثابت است چون واکنش در جهت خاصی جابه‌جا نمی‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۷)

۶۷- گزینه «۴»

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ با توجه به این که ضریب m بزرگ‌تر از n است با انتقال به ظرف بزرگ‌تر V زیاد و P کاهش می‌یابد و تعادل به سمت مول‌گازی بیشتر جابه‌جا می‌شود. اما چون V زیاد شده غلظت همه اجزا کاهش یافته.

مورد دوم: درست؛

$$Q + nA \rightleftharpoons mB \quad (\Delta H > 0)$$

m > n

پ) با کاهش حجم ظرف، تعادل به سمت مول گازی کمتر (برگشت) جابه‌جا می‌شود.
ت) در تعادل ذکر شده با افزایش حجم محلول، تعادل به سمت مول حل‌شونده بیشتر جابه‌جا می‌شود پس به سمت برگشت جابه‌جا می‌شود.
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۷۲- گزینه «۳»
فشار سامانه گازی بیشتر می‌شود زیرا در کل مول گازها بیشتر شده است.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینه «۱»:

	$2SO_2$	O_2	$2SO_3$
مول اولیه	۰/۳۲	۰/۱۶	۰/۶۸
تغییرات مول	$2x$	$+x$	$1-2x$
مول تعادلی	۰/۵۴	Y	X

پس:
 $0/32 + 2x = 0/54 \Rightarrow x = 0/11$
 $X - Y = (0/68 + 1 - 2x) - (0/16 + x) = 1/19 \text{ mol}$
تعداد مولکول‌ها برابر است با:
 $1/19 \times N_A = 7/16 \times 10^{23}$
گزینه «۲»:

$$K_1 = \frac{[SO_3]^2}{[SO_2]^2 [O_2]} = \frac{(0/68)^2}{(0/32)^2 (0/16)} = 282/2 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

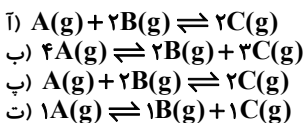
گزینه «۴»:
تغییرات SO_3 حین جابه‌جایی تعادل
مول تزریقی SO_3
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۷۳- گزینه «۱»
هر دو مورد درست‌اند.
بررسی موارد:

الف) با در نظر گرفتن این نکته که مجموع ضرایب مول‌های گازی در دو سمت معادله واکنش یکسان می‌باشند، می‌توان نتیجه گرفت افزایش حجم مطرح شده در سؤال بر جابه‌جایی این تعادل بی‌تأثیر است. همچنین می‌دانیم تنها تغییرات دما می‌توانند بر مقدار ثابت تعادل تأثیر بگذارند.

ب) در این سامانه با افزایش فشار مقدار مول B کاهش و مقدار مول A افزایش یافته است؛ یعنی تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده است. این یعنی تعداد مول گازی واکنش‌دهنده‌ها باید کمتر باشد ($a < b$). برای افزایش مقدار فرآورده تعادل باید در جهت رفت جابه‌جا شود و چون $b > a$ است، در واقع به سمت مول گازی بیشتر پیش برود. پس باید حجم سامانه را افزایش داد یعنی به 20 لیتر رساند.
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۷۴- گزینه «۳»
با کاهش حجم سامانه، تعادل در جهت تعداد مول‌های گازی کمتر جابه‌جا می‌شود. با توجه به نمودارهای داده شده، معادله واکنش‌های فرضی انجام شده عبارت است از:



در بین معادله‌های مشخص شده، معادله‌های «ب» و «ت» چنین شرایطی دارند.
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۷۵- گزینه «۲»
موارد اول، سوم و چهارم درست می‌باشند.
بررسی مورد نادرست:
مورد دوم: در شرایط بهینه تولید آمونیاک در فرایند هابر، تنها ۲۸ درصد مولی مخلوط را آمونیاک تشکیل می‌دهد.
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۰۸)

با کاهش دما، Q کم می‌شود و تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود و به سمت ضریب کمتر می‌رود در نتیجه شمار مول‌های گازی کمتر می‌شود.
مورد سوم: نادرست؛ چون این تعادل گرماگیر است با افزایش دما، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود بنابراین K نیز افزایش می‌یابد.
مورد چهارم: نادرست؛ سرعت یک بحث سینتیکی و آنتالپی یک بحث ترموشیمیایی است. (و نمی‌توان با هم مقایسه کرد).
مورد پنجم: نادرست؛ با توجه به اطلاعات ارائه شده در مسئله نمی‌توان در مورد ثابت تعادل آن نظر داد.
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۶۸- گزینه «۴»
(روزبه رضوانی)

با توجه به واحد ثابت تعادل ($\frac{L}{\text{mol}}$) مشخص است که مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها یک واحد بیشتر از فرآورده‌هاست. بنابراین $b = 3$ ؛ کاهش حجم این واکنش یعنی افزایش فشار، تعادل را به سمت مول گازی کمتر جابه‌جا می‌کند.
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۸)

۶۹- گزینه «۱»
(امیرحسین مسلمی)
با توجه به جدول زیر داریم:

	N_2	O_2	NO_2
مول اولیه	۱	۵	۰
تغییرات مول	$-0/5$	$-0/5 \times 2$	$+0/5 \times 2$
مول تعادلی	$0/5$	۴	۱

ثابت تعادل به صورت: $K = \frac{[NO_2]^2}{[O_2]^2 [N_2]}$ است، بنابراین:

$$K = \frac{(1)^2}{(4)^2 (0/5)} = \frac{1}{8} = 0/125 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۳)

۷۰- گزینه «۲»
(امیرحسین مسلمی)
با توجه به غلظت مواد شرکت‌کننده در تعادل داریم:

	$2A_2$	D_2
غلظت اولیه	۱	۰
غلظت تعادلی	$1-2x$	x

رابطه ثابت تعادل به صورت $K = \frac{x}{(1-2x)^2}$ است، بنابراین:

$$\frac{x}{(1-2x)^2} = 1 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = x$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} & \text{غ ق ق} \\ x = \frac{1}{4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} & \text{ق ق ق} \end{cases}$$

بنابراین بازده درصدی برابر با:

$$\frac{1-2x}{1} \times 100 = 50\%$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۳)

۷۱- گزینه «۱»
(امیرحسین مسلمی)
فقط مورد الف) درست است.

بررسی موارد:
الف) واکنش تجزیه N_2O_4 به NO_2 گرماگیر است و با افزایش دما سبب جابه‌جایی تعادل به سمت رفت و تولید گاز قهوه‌ای رنگ NO_2 می‌شود.
ب) در واکنش گرماده با کاهش دما، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و ثابت تعادل افزایش می‌یابد.