

رشته : ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح	سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته
مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	تعداد صفحه : ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

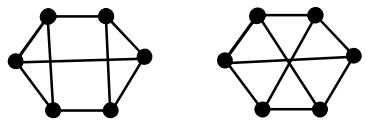
۱	ثابت کنید حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۱	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a b$ و $m, n$ دو عدد طبیعی باشند که $m \leq n$ ، آن گاه $a^m   b^n$ . ب) اگر $a b$ آن گاه $(a, b) = a$ . پ) اگر $a \equiv b^m$ باشد، آن گاه باقی مانده های تقسیم دو عدد $a$ و $b$ بر $m$ مساوی اند. ت) منظور از حل معادله هم نهشتی، پیدا کردن همه جواب های حقیقی است که در معادله $ax \equiv b^m$ صدق کند.	۲
۱	اگر $a > 1$ ، $a 4+9k$ و $a 3+5k$ ، ثابت کنید $a$ عددی اول است.	۳
۱/۵	اگر $a$ عددی صحیح و دلخواه باشد، ثابت کنید همواره یکی از اعداد صحیح $a+2$ یا $a+4$ بر ۳ بخش پذیر است.	۴
۱	اگر دو عدد $(5-3a)$ و $(7-4a)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(6+9a)$ را به دست آورید.	۵
۱/۵	معادله سیاله $18 = 5x + 2y$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۶
۲/۲۵	با توجه به گراف $G$ (شکل مقابل)، به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مسیر به طول ۳ از $a$ به $c$ بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) درجه رأس $a$ در گراف $G$ را تعیین کنید. ت) آیا گراف $G$ همبند است؟ دلیل ارائه کنید. ث) $N_G(f)$ را معین کنید.	۷
۱/۲۵	گراف $G$ ، ۳- منتظم است و اندازه آن ۳ واحد کمتر از ۲ برابر تعداد رأس های گراف است. مرتبه گراف را به دست آورده و گراف $G$ را رسم کنید.	۸
۱/۵	عدد احاطه گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۹
۱	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱۰
۱	می خواهیم ۲۰ نفر را به ۴ گروه ۵ نفره تقسیم کنیم. به چند طریق این کار امکان پذیر است؟	۱۱
۱	کوتاه پاسخ دهید. علی و حسین و ۵ نفر دیگر را به چند طریق می توان در یک صف کنار هم قرار داد، به طوری که: الف) علی و حسین کنار هم باشند. ب) ابتدا و انتهای صف علی و حسین ایستاده باشند.	۱۲

« بقیه سؤالات در صفحه دوم »

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15$ چند جواب صحیح نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 > 2$ و $x_4 \geq 4$ باشد؟	۱/۵
۱۴	الف) تمام مربع های لاتین $2 \times 2$ را بنویسید. ب) آیا دو مربع لاتین $2 \times 2$ متعامد وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱/۲۵
۱۵	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ ( $1 \leq n \leq 200$ ) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر باشند ولی بر ۷ بخش پذیر نباشند؟	۱/۵
۱۶	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آن ها روز تولدشان در هفته، یکسان است؟	۰/۷۵
	"موفق باشید"	جمع نمره ۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱	فرض کنیم $r$ یک عدد گویا و $x$ یک عدد گنگ است. نشان می‌دهیم که $r+x$ یک عدد گنگ است. فرض خلف: فرض کنیم $r+x$ گویا باشد. $(۰/۲۵)$ می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(۰/۲۵) r+x-r \in \mathbb{Q}$ یعنی $x \in \mathbb{Q}$ $(۰/۲۵)$ و این با فرض گنگ بودن $x$ تناقض دارد. پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. $(۰/۲۵)$ (مثال صفحه ۵)						۱
۲	الف) درست $(۰/۲۵)$ (تمرین ۸ صفحه ۱۶) (ب) نادرست $(۰/۲۵)$ (کار در کلاس صفحه ۱۳) پ) درست $(۰/۲۵)$ (تمرین ۶ صفحه ۲۹) (ت) نادرست $(۰/۲۵)$ (تعریف صفحه ۲۴)						۱
۳	$(۰/۲۵) a 27-20 \Rightarrow a 7 \xrightarrow{a>1} a=7 \in P$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵) a 9(5k+3)-5(9k+4) \Rightarrow a 9(5k+3)-5(9k+4)$ (مشابه مثال صفحه ۱۲)						۱
۴	طبق الگوریتم تقسیم داریم: $a=3k$ که بر ۳ بخش پذیر است. $(۰/۲۵)$ یا $(۰/۲۵) a=3k+1 \Rightarrow a+2=3(k+1)$ یا $(۰/۲۵) a=3k+2 \Rightarrow a+4=3(k+2)$ که در هر دو مورد بر ۳ بخش پذیر هستند. $(۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)						۱/۵
۵	$(۰/۲۵) r=4 \Rightarrow 9a+6 \equiv 24 \equiv 4 \pmod{9} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{9}$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵) 4a-7 \equiv 3a-5 \pmod{9}$ (سوال ۱۰ صفحه ۲۹)						۱
۶	$(۰/۲۵) 5x+2(5k+4)=18 \Rightarrow y=5k+4 \Rightarrow y \equiv 4 \pmod{5} \xrightarrow{(2,5)=1} 2y \equiv 18 \pmod{5} \Rightarrow y \equiv 9 \equiv 4 \pmod{5}$ $\Rightarrow x=-2k+2$ $(۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹)						۱/۵
۷	الف) $abgc$ $(۰/۵)$ (تعریف مسیر صفحه ۳۸) (ب) $bc d g b$ $(۰/۵)$ (تعریف دور صفحه ۳۸) پ) ۵ $(۰/۲۵)$ (مسئله صفحه ۳۸) ت) خیر $(۰/۲۵)$ زیرا دارای رأس ایزوله است هیچ مسیری به سایر رئوس وجود ندارد. $(۰/۵)$ (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹) ث) $N_G(f) = \{ \}$ $(۰/۲۵)$ (مشابه مثال صفحه ۳۶)						۲/۲۵
۸	$(۰/۲۵) q=2p-3 \Rightarrow \frac{3p}{2}=2p-3 \Rightarrow p=6$ $(۰/۲۵)$ به یکی از دو گراف زیر $(۰/۵)$ داده شود.  (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵ و مشابه سوال ۶ صفحه ۴۲)						۱/۲۵
۹	طبق قضیه داریم $\gamma(G) \leq 2$ $\left[ \frac{7}{4+1} \right] = 2$ $(۰/۵)$ از طرفی مجموعه $D = \{b, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. $(۰/۵)$ لذا $\gamma(G) \leq 2$ $(۰/۲۵)$ بنابراین $\gamma(G) = 2$ $(۰/۲۵)$ (مشابه فعالیت صفحه ۵۰)						۱/۵
۱۰	$D = \{a, e, c, h\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه‌های مشابه که ویژگی مسئله را داشت، نوشتند، نمره داده شود.) (مشابه سوال ۴ کار در کلاس صفحه ۴۶)						۱
۱۱	در صورتی که جواب را به فرم $\frac{20!}{5! \times 5! \times 5! \times 5!}$ هم نوشتند، نمره داده شود. (مثال صفحه ۵۹) $\binom{20}{5} \binom{15}{5} \binom{10}{5} \binom{5}{5}$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$						۱
۱۲	الف) $6! \times 2!$ $(۰/۵)$ (ب) $2! \times 5!$ $(۰/۵)$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)						۱

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه													
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷															
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>															
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره												
۱۳	$y_1 = x_1 - 3, y_1 \geq 0 \quad (0/25), \quad y_4 = x_4 - 4, y_4 \geq 0 \quad (0/25)$ $y_1 + 3 + x_7 + x_7 + y_4 + 4 + x_8 = 15 \quad (0/25) \Rightarrow y_1 + x_7 + x_7 + y_4 + x_8 = 8 \quad (0/25) \Rightarrow C = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (0/5)$ <p>(مشابه سوال ۹ صفحه ۷۱)</p>						۱/۵												
۱۴	<p>الف) دو نوع مربع لاتین مرتبه ۲ داریم.</p> <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>۲۱</td><td>۱۲</td></tr> </table> <p>ب)</p> <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table> <table style="display: inline-table;"> <tr><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table> <p>متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالاعدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵)</p> <p>(سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۶۶)</p>						۱۲	۲۱	۲۱	۱۲	۱	۲	۲	۱	۲	۱	۱	۲	۱/۲۵
۱۲	۲۱																		
۲۱	۱۲																		
۱	۲																		
۲	۱																		
۲	۱																		
۱	۲																		
۱۵	$A = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 4k\} \quad (0/25) \Rightarrow  A  = \left\lfloor \frac{200}{4} \right\rfloor = 50 \quad (0/25), \quad B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 7k\} \quad (0/25)$ $A \cap B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 28k\} \Rightarrow  A \cap B  = \left\lfloor \frac{200}{28} \right\rfloor = 7 \quad (0/25)$ $ A \cap B'  =  A  -  A \cap B  \quad (0/25) = 50 - 7 = 43 \quad (0/25)$ <p>(سوال ۲ صفحه ۸۳)</p>						۱/۵												
۱۶	$k+1=20 \Rightarrow k=19 \quad (0/25), \quad \underbrace{kn+1}_{(0/25)} = 19 \times 7 + 1 = 134 \quad (0/25)$ <p>(مشابه مثال صفحه ۸۲)</p>						۰/۷۵												
جمع نمره							۲۰												

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بازم را به تناسب تقسیم فرمایید.»