

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوال	نمره
------	------	------

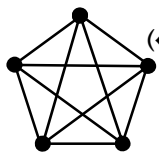
۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) برای هر دو عدد حقیقی x و y ، داریم: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$. ب) اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ یا $a = 0$ یا $b = 0$. پ) اگر $a, b \in \mathbb{R}$ داریم: $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$. ت) حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۱/۲۵	ثابت کنید اگر a و b دو عدد حقیقی نامنفی باشند، داریم: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.	۲
۱/۲۵	فرض کنیم a و n دو عدد طبیعی باشند به طوری که $a 2n+3$ و $a 3n+4$. نشان دهید $a = 1$.	۳
۱/۵	ثابت کنید اگر $p > 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 6k+1$ یا $p = 6k+5$ ($k \in \mathbb{W}$) نوشته می‌شود.	۴
۱	رقم یکان عدد $(7^{13} + 5)$ را به دست آورید.	۵
۱	معادله سیاله $2x + 5y = 19$ را حل کنید.	۶
۲/۵	گراف G به صورت مقابل رسم شده است. به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) ماکزیمم و مینیمم درجه را مشخص کنید. ب) سه دوره به طول ۳ بنویسید. پ) ماکزیمم درجه در مکمل گراف G چند است؟ ت) $N_G(e)$ را با اعضا بنویسید. ث) آیا گراف G همبند است؟	۷
۱	هفت نفر در یک اتاق هستند و برخی از آن‌ها با یکدیگر دست می‌دهند. ۶ نفر از آن‌ها هر کدام دقیقاً با دو نفر دست داده‌اند. نشان دهید نفر هفتم نمی‌تواند دقیقاً با ۵ نفر دست داده باشد.	۸
۱	گراف کامل K_p دارای ۱۰ یال است. ابتدا p را به دست آورید و سپس گراف را رسم کنید.	۹
۱/۵	عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص کنید.	۱۰
۰/۷۵	هشت نفر به چند طریق می‌توانند در سه اتاق، سه نفره، چهار نفره و یک نفره قرار بگیرند؟	۱۱
۱/۷۵	معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 \geq 1$ و $x_2 > 3$ باشند؟	۱۲
۰/۵	یک مربع لاتین چرخشی 4×4 بنویسید.	۱۳

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
۱۴	در یک کلاس ۲۵ نفری، ۱۵ نفر فوتبال و ۱۴ نفر والیبال بازی می کنند. مشخص کنید چند نفر نه فوتبال بازی می کنند و نه والیبال، به شرط آن که بدانیم ۹ نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی می کنند.	۱
۱۵	تعداد تابع های یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی را بشمارید.	۱
۱۶	۸ نفر را که برای یک برنامه تلویزیونی پیامک ارسال کرده اند، انتخاب کرده ایم و می خواهیم در ۴ مرحله و در هر مرحله یک جایزه را به یکی از این ۸ نفر (با قرعه کشی) به دلخواه بدهیم. این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟ (یک نفر می تواند ۴ جایزه را برنده شود).	۱
۱۷	نشان دهید در یک خانواده ۵ نفری حداقل دو نفر فصل تولدشان یکسان است.	۱
	" موفق باشید "	۲۰
	جمع نمره	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۳) ب) درست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۴) پ) نادرست (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۷) ت) نادرست (۰/۲۵) (مشابه قسمت ث کار در کلاس صفحه ۳)	۱
۲	$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ (۰/۲۵) نابرابری آخر برای a, b نامنفی همیشه درست است. (۰/۲۵). اثبات بازگشتی و حکم برقرار است. (مثال صفحه ۷)	۱/۲۵
۳	$a 2n+4 \Rightarrow a \underbrace{-2(2n+4)}_{(0/25)} + \underbrace{2(2n+3)}_{(0/25)} \Rightarrow a 1 \Leftrightarrow a = \pm 1$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a = 1$ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱)	۱/۲۵
۴	هرگاه p را بر ۶ تقسیم کنیم، خواهیم داشت: $p = 6k$ (۱), $p = 6k + 1$ (۲), $p = 6k + 2 = 2(3k + 1)$ (۳) $p = 6k + 3 = 3(2k + 1)$ (۴), $p = 6k + 4 = 2(3k + 2)$ (۵), $p = 6k + 5$ (۶) (۰/۷۵) در حالات (۱)، (۳) و (۵) زوج و در (۴) بر ۳ بخش پذیر است (۰/۲۵) که با اول بودن p تناقض دارد. بنابراین فقط در حالات (۲) یا (۶)، p می تواند عددی اول باشد که حکم اثبات می شود. (۰/۲۵) (مسئله ۲ صفحه ۱۵)	۱/۵
۵	$7^2 \equiv -1 \pmod{25} \Rightarrow 7^{12} \equiv 1 \pmod{25} \Rightarrow 7^{12} \equiv 7 \pmod{25} \Rightarrow 7^{12} + 5 \equiv 12 \equiv 2 \pmod{25}$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۲۹)	۱
۶	$2x \equiv 19 \pmod{25} \xrightarrow{(2,5)=1} x \equiv 2 \pmod{25} \Rightarrow x = 5k + 2 \pmod{25} \Rightarrow y = -2k + 3 \pmod{25}$ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۲۷)	۱
۷	الف) $\delta(G) = 0$, $\Delta(G) = 4$ (۰/۵) ب) c, a, b, c (۰/۲۵), c, a, e, c (۰/۲۵), c, e, d, c (۰/۲۵) پ) ۵ (۰/۲۵) $N_G(e) = \{a, c, d\}$ (۰/۷۵) ث) خیر (۰/۲۵) (مفاهیم اساسی گراف از صفحه ۳۲ تا صفحه ۳۹)	۲/۵
۸	$\sum_{i=1}^v \deg v_i = 2q$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 6 \times 2 + \deg v_v = 2q$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \deg v_v = 2q - 12 = 2k$ (۰/۲۵) (تمرین ۱۰ صفحه ۴۲)	۱
۹	$\frac{p(p-1)}{2} = 10$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p^2 - p - 20 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p = 5$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۶ صفحه ۴۲) رسم گراف (۰/۲۵) 	۱
۱۰	با توجه $\chi(G) \geq 2$ داریم $\left\lfloor \frac{8}{3+1} \right\rfloor = 2$ (۰/۲۵) لذا حداقل عدد احاطه گری ۲ است. (۰/۲۵) از طرفی $\{e, c\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (۰/۵). پس $\chi(G) \leq 2$ در نتیجه $\chi(G) = 2$ (عدد احاطه گری). (۰/۲۵) (قسمت الف تمرین ۳ صفحه ۵۲)	۱/۵
۱۱	$\frac{8!}{3! \times 4!}$ (۱) (به راه حل $\binom{8}{4} \binom{4}{3} \binom{1}{1}$ نیز نمره داده شود.) (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۵۹)	۰/۷۵

ادامه پاسخها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه																
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴																	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																	
ردیف	راهنمای تصحیح																		
نمره																			
۱۲	<p>(سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱)</p> $y_1 = x_1 - 1 \geq 0 \Rightarrow x_1 = 1 + y_1 \quad (۰/۵) , \quad y_2 = x_2 - 4 \geq 0 \Rightarrow x_2 = 4 + y_2 \quad (۰/۵) \Rightarrow$ $1 + y_1 + x_2 + 4 + y_2 + x_3 + x_4 = 14 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y_1 + x_2 + y_2 + x_3 + x_4 = 9 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \text{جواب} = \begin{pmatrix} 9+5-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (۰/۲۵)$																		
۱۳	<p>(توضیحات صفحه ۶۳)</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td></tr> </table> <p>(۰/۵)</p>			۱	۲	۳	۴	۴	۱	۲	۳	۳	۴	۱	۲	۲	۳	۴	۱
۱	۲	۳	۴																
۴	۱	۲	۳																
۳	۴	۱	۲																
۲	۳	۴	۱																
۱۴	<p>(مثال صفحه ۷۴)</p> $ \overline{F \cup V} = S - F \cup V = 25 - (15 + 14 - 9) = 5 \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵)</p>																		
۱۵	<p>$A = \{a_1, a_2, a_3\}, b = \{b_1, b_2, \dots, b_6\}$</p> <p>$f(a_1) = b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_6 \Rightarrow$ به ۶ طریق $f(a_1)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵)</p> <p>$f(a_2) = b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_6 \Rightarrow$ به ۵ طریق $f(a_2)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵)</p> <p>$f(a_3) = b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_6 \Rightarrow$ به ۴ طریق $f(a_3)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین طبق اصل ضرب $6 \times 5 \times 4 = 120$ تابع یک به یک داریم. (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۷۹)</p> <p>(به روش $120 = \frac{6!}{3!} = P(6, 3)$ نیز نمره داده شود.)</p>																		
۱۶	<p>حل مسأله معادل با یافتن تعداد تابع‌های ممکن از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۸ عضوی است. (۰/۵) که برابر با 8^4 است. (۰/۵) (مثال صفحه ۷۸)</p>																		
۱۷	<p>فصل تولد = لانه = ۴ (۰/۲۵) و افراد خانواده = کبوتر = ۵ (۰/۲۵). طبق اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) حداقل یک لانه (فصل) وجود دارد که ۲ کبوتر (دو نفر از اعضای خانواده) در آن قرار می‌گیرند (در یک فصل به دنیا آمده‌اند). (۰/۲۵) (سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۸۰)</p>																		
۲۰	جمع نمره																		

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل‌های صحیح دیگر با ما به تناسب تقسیم فرمایید.»