

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	گزاره درست را اثبات کنید و برای گزاره نادرست، مثال نقض ارائه دهید. الف) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش پذیر است.	۱/۷۵
۲	اگر باقی مانده تقسیم عدد $a$ بر ۴ برابر ۳ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $2a + 3$ بر ۸ را به دست آورید.	۱/۲۵
۳	اگر $n \in \mathbb{N}$ ، $9k + 7$ و $7k + 6$ ، ثابت کنید $n = 1$ یا $n = 5$ .	۱
۴	باقی مانده تقسیم $7^{30}$ بر ۱۵ را به دست آورید.	۱/۵
۵	معادله هم نهشتی $5x \equiv 2$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۲۵
۶	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) مجموع درجه های رأس های هر گراف ..... تعداد یال ها است. ب) در یک گراف $k$ -منتظم، ماکزیمم درجه رأس برابر با ..... است. پ) در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف $G$ ، مجموعه یا مجموعه های احاطه گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه گر ..... گراف $G$ می نامیم. ت) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رأس هایش، دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر ..... می نامیم.	۱
۷	گراف $G$ را در نظر گرفته و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $N_G[a]$ را با اعضا مشخص کنید. ب) یک دور به طول ۴ در این گراف مشخص کنید. پ) یک مسیر به طول ۳ و یک مسیر به طول ۴ از $a$ به $c$ بنویسید.	۱/۲۵
۸	در گراف $G$ ، درجه رأس ۷ برابر با ۹ است و درجه رأس ۷ در گراف $\bar{G}$ برابر با ۱۲ است. مرتبه گراف $G$ را مشخص کنید.	۰/۷۵
۹	گرافی ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید، به طوری که: الف) مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱
۱۰	عدد احاطه گری گراف زیر را مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.	۱/۲۵
۱۱	با ارقام عدد ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۳، ۴ چند عدد ۷ رقمی می توان نوشت.	۰/۷۵
۱۲	به چند طریق می توان از بین ۵ نوع گل، ۱۱ شاخه گل انتخاب کرد، اگر بخواهیم، از گل نوع دوم حداقل ۲ شاخه و از گل نوع پنجم بیش از ۳ شاخه انتخاب کنیم.	۱/۲۵

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سوال	نمره
------	------	------

۱۳	مربع لاتین مقابل را در نظر بگیرید و با اعمال یک جایگشت بر روی ۱، ۲، ۳، ۴ یک مربع لاتین جدید به دست آورید.	۱	<table border="1"> <tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table>	۳	۴	۱	۲	۱	۲	۳	۴	۲	۱	۴	۳	۴	۳	۲	۱																				
۳	۴	۱	۲																																				
۱	۲	۳	۴																																				
۲	۱	۴	۳																																				
۴	۳	۲	۱																																				
۱۴	در هر مورد متعامد بودن دو مربع لاتین داده شده را بررسی کنید.	۱	<table border="1"> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> </table> (الف) <table border="1"> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table> (ب) <table border="1"> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table>	۳	۲	۱	۱	۳	۲	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۱	۳	۲	۳	۲	۱	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱
۳	۲	۱																																					
۱	۳	۲																																					
۲	۱	۳																																					
۲	۱	۳																																					
۱	۳	۲																																					
۳	۲	۱																																					
۳	۱	۲																																					
۲	۳	۱																																					
۱	۲	۳																																					
۱	۲	۳																																					
۳	۱	۲																																					
۲	۳	۱																																					
۱۵	به چند طریق می توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن که هیچ کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد؟ (به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم).	۱																																					
۱۶	در بین اعداد طبیعی مانند $n$ ، به طوری که $1 \leq n \leq 100$ ، چند عدد وجود دارد که بر ۶ یا ۱۰ بخش پذیر است؟	۱																																					
۱۷	در یک اردوی دانش آموزی حداقل چند دانش آموز حضور داشته باشند تا اطمینان داشته باشیم که لااقل ۷ نفر از آن ها ماه تولد یکسانی دارند؟	۱																																					
۱۸	قرار است سه کارگر $W_1, W_2, W_3$ در سه روز متوالی با سه ماشین نخریسی و با ۳ نوع الیاف کار کنند، به گونه ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقاً یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار رفته باشد. برای این منظور برنامه ریزی کنید.	۱																																					
	"موفق باشید"	۲۰	جمع نمره																																				

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: 1399/04/08	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
1	الف) نادرست (0/25) $\sqrt{2}, -\sqrt{2} \in Q^C$ (0/25), $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0 \notin Q^C$ (0/25) ب) درست (0/25) $(2k+1)^2 - 1 = \underbrace{4k^2 + 4k + 1}_{(0/25)} - 1 = \underbrace{4k(k+1)}_{(0/25)} = \underbrace{4 \times 2q}_{(0/25)} = 8q$	1/75
2	الف) دو برابر (0/25) (نتیجه ابتدای صفحه 40) پ) مینیمم (0/25) (تعریف صفحه 44)	1/25
3	الف) $N_G[a] = \{a, b, e, d\}$ (0/5) (مشابه مثال صفحه 36) ب) دور به طول 4 $a, b, e, d$ (0/25) (تعریف دور صفحه 38) (در قسمت ب اگر دور را به صورت $a, d, e, b, a$ نوشت، نمره داده شود.) پ) مسیر به طول 3 $a, e, b, c$ (0/25) و مسیر به طول 4 $a, d, e, b, c$ (0/25) (مشابه مثال صفحه 38)	1
4	الف) $\deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p-1$ (0/25) $\Rightarrow 9+12 = p-1$ (0/25) $\Rightarrow p = 22$ (0/25)	1/5
5	الف) $7^2 = 49 \equiv 4$ (0/25) $\Rightarrow 7^4 \equiv 16 \equiv 1$ (0/5) $\Rightarrow 7^{28} \equiv 1$ (0/25) $\xrightarrow{\times 7^{15} \equiv 4} 7^{30} \equiv 4$ (0/25) (مشابه سوال 8 و 9 صفحه 29)	1/25
6	الف) دو برابر (0/25) (نتیجه ابتدای صفحه 40) پ) مینیمم (0/25) (تعریف صفحه 44)	1
7	الف) $N_G[a] = \{a, b, e, d\}$ (0/5) (مشابه مثال صفحه 36) ب) دور به طول 4 $a, b, e, d$ (0/25) (تعریف دور صفحه 38) (در قسمت ب اگر دور را به صورت $a, d, e, b, a$ نوشت، نمره داده شود.) پ) مسیر به طول 3 $a, e, b, c$ (0/25) و مسیر به طول 4 $a, d, e, b, c$ (0/25) (مشابه مثال صفحه 38)	1/25
8	الف) $\deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p-1$ (0/25) $\Rightarrow 9+12 = p-1$ (0/25) $\Rightarrow p = 22$ (0/25)	0/75
9	الف) گراف روبه‌رو از مرتبه 6 و دارای تنها یک مجموعه احاطه‌گریکتا $\{a, b\}$ است. (0/25) ب) گراف مقابل دارای سه مجموعه احاطه‌گری به اندازه 2 است که عبارتند از: $\{a, d\}, \{f, c\}, \{e, b\}$ . (0/25) (ذکر یک مجموعه کافی است.)	1
10	برای گراف مورد سوال داریم $3 \leq \gamma(G) \leq \left\lfloor \frac{10}{3+1} \right\rfloor = 3 \Rightarrow \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ (0/5). از طرفی مجموعه $\{g, h, d\}$ یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف است (0/25). لذا $\gamma(G) \leq 3$ (0/25). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (0/25). (قسمت دوم کار در کلاس صفحه 50)	1/25
11	الف) گراف روبه‌رو از مرتبه 6 و دارای تنها یک مجموعه احاطه‌گریکتا $\{a, b\}$ است. (0/25) ب) گراف مقابل دارای سه مجموعه احاطه‌گری به اندازه 2 است که عبارتند از: $\{a, d\}, \{f, c\}, \{e, b\}$ . (0/25) (ذکر یک مجموعه کافی است.)	0/75
12	الف) $\frac{7!}{2! \times 3!}$ (0/5) = 42 (0/25) ب) $\frac{7!}{2! \times 3!}$ (0/5) = 42 (0/25)	0/75
12	قسمت پ تمرین 8 صفحه 71 $x_1 + \dots + x_5 = 11$ , $x_2 \geq 2$ , $x_5 \geq 4$ (0/25) $x_1 + y_2 + 2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 = 11$ (0/25) $\Rightarrow x_1 + y_2 + x_3 + x_4 + y_5 = 5$ (0/25) $\Rightarrow$ جواب $= \binom{5+5-1}{5-1} = \binom{9}{4}$ (0/5)	1/25

ادامه پاسخها در صفحه دوم

مدت امتحان: 120 دقیقه	ساعت شروع: 8 صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: 1399/04/08		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال 1399	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

13	<p>با استفاده از جایگشت <math>1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 1</math> (0/5) مربع لاتین به صورت مقابل داریم.</p> <p>(مشابه تمرین 12 صفحه 72)</p> <p>(برای جایگشت‌های دیگر نیز بارم مناسب در نظر بگیرید.)</p>	1
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

3	2	1	4
1	4	3	2
4	1	2	3
2	3	4	1

(0/5)

14	<p>(مثال صفحه 65)</p> <p>(الف)</p> <table border="1"> <tr><td>32</td><td>21</td><td>13</td></tr> <tr><td>11</td><td>33</td><td>22</td></tr> <tr><td>23</td><td>12</td><td>31</td></tr> </table> <p>(ب)</p> <table border="1"> <tr><td>13</td><td>21</td><td>32</td></tr> <tr><td>32</td><td>13</td><td>21</td></tr> <tr><td>21</td><td>32</td><td>13</td></tr> </table> <p>متعامدند. زیرا عدد دو رقمی تکراری در مربع وجود ندارد. (0/25)</p> <p>متعامد نیستند. زیرا عدد دو رقمی تکراری در مربع وجود دارد. (0/25)</p>	32	21	13	11	33	22	23	12	31	13	21	32	32	13	21	21	32	13	1
32	21	13																		
11	33	22																		
23	12	31																		
13	21	32																		
32	13	21																		
21	32	13																		

15	<p>تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این کار معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعه 4 عضوی به مجموعه‌ای 8 عضوی (0/25)، یعنی: <math>(0/25) = 168 \circ (0/5) = \frac{8!}{4!} = (8)_4</math>.</p> <p>(مثال پایین صفحه 78)</p>	1
----	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

16	<p>(مشابه کار در کلاس صفحه 76)</p> <p><math>A = \{n \in N \mid 1 \leq n \leq 100, n = 6k\} \Rightarrow  A  = \left[ \frac{100}{6} \right] = 16</math> (0/25)</p> <p><math>B = \{n \in N \mid 1 \leq n \leq 100, n = 10k\} \Rightarrow  B  = \left[ \frac{100}{10} \right] = 10</math> (0/25)</p> <p><math>A \cap B = \{n \mid 1 \leq n \leq 100, n = 30k\} \Rightarrow  A \cap B  = \left[ \frac{100}{30} \right] = 3</math> (0/25) <math>\Rightarrow  A \cup B  = 16 + 10 - 3 = 23</math> (0/25)</p>	1
----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

17	<p>در این مسأله <math>k + 1 = 7 \Rightarrow k = 6</math> (0/25) و تعداد لانه‌ها 12 است (0/25). پس تعداد کبوترها یا معادل با آن تعداد دانش‌آموزان حداقل می‌بایست <math>kn + 1 = 6 \times 12 + 1 = 73</math> باشد. (0/5)</p> <p>(مثال صفحه 82)</p>	1
----	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

18	<p>برای برنامه‌ریزی دو مربع لاتین متعامد در نظر بگیریم. مربع A مربوط به ماشین‌ها و مربع B مشخص‌کننده ایاف است.</p> <p>(سوال 14 صفحه 72)</p> <table border="1"> <tr><td></td><td><math>W_1</math></td><td><math>W_2</math></td><td><math>W_3</math></td><td></td></tr> <tr><td>روز اول</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td rowspan="3">= A</td></tr> <tr><td>روز دوم</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>روز سوم</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td></tr> </table> <p>(0/25)</p> <table border="1"> <tr><td></td><td><math>W_1</math></td><td><math>W_2</math></td><td><math>W_3</math></td><td></td></tr> <tr><td>روز اول</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td rowspan="3">= B</td></tr> <tr><td>روز دوم</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>روز سوم</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr> </table> <p>(0/25)</p> <table border="1"> <tr><td></td><td><math>W_1</math></td><td><math>W_2</math></td><td><math>W_3</math></td><td></td></tr> <tr><td>روز اول</td><td>12</td><td>31</td><td>23</td><td rowspan="3"><math>\Rightarrow</math></td></tr> <tr><td>روز دوم</td><td>33</td><td>22</td><td>11</td></tr> <tr><td>روز سوم</td><td>21</td><td>13</td><td>32</td></tr> </table> <p>عدد سمت چپ هر درآیه نشان‌دهنده ماشین و عدد سمت راست آن مشخص‌کننده نوع ایاف است.</p>		$W_1$	$W_2$	$W_3$		روز اول	1	3	2	= A	روز دوم	3	2	1	روز سوم	2	1	3		$W_1$	$W_2$	$W_3$		روز اول	2	1	3	= B	روز دوم	3	2	1	روز سوم	1	3	2		$W_1$	$W_2$	$W_3$		روز اول	12	31	23	$\Rightarrow$	روز دوم	33	22	11	روز سوم	21	13	32	1
	$W_1$	$W_2$	$W_3$																																																					
روز اول	1	3	2	= A																																																				
روز دوم	3	2	1																																																					
روز سوم	2	1	3																																																					
	$W_1$	$W_2$	$W_3$																																																					
روز اول	2	1	3	= B																																																				
روز دوم	3	2	1																																																					
روز سوم	1	3	2																																																					
	$W_1$	$W_2$	$W_3$																																																					
روز اول	12	31	23	$\Rightarrow$																																																				
روز دوم	33	22	11																																																					
روز سوم	21	13	32																																																					

20	جمع نمره
----	----------

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل‌های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»