

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۱۰ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی (گنگ، گویا) است. ب) اگر برای دو عدد صحیح a و b داشته باشیم $a b$ ، برای هر $m \in \mathbb{Z}$ داریم: $(a mb, ma b)$. پ) اگر $a b$ آن گاه ب.م.م دو عدد a و b برابر با (a, a) است. ت) اگر $ac \equiv bc$ و $(c, m) = d$ آن گاه رابطه $(a \equiv b, a \equiv b)$ برقرار خواهد بود.	۱
۲	اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha - \beta$ گنگ است.	۱/۵
۳	ثابت کنید باقی مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸، برابر یک است.	۱/۵
۴	اگر در تقسیم، مقسوم و مقسوم علیه، هر دو بر عدد صحیح n بخش پذیر باشند، ثابت کنید باقی مانده تقسیم نیز همواره بر n بخش پذیر است.	۱/۲۵
۵	معادله سیاله $6x + 7y = 185$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۷۵
۶	با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مقدار $q - \Delta(G)$ را بیابید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) با ذکر دلیل مشخص کنید گراف مکمل G چند یال دارد؟	۰/۷۵ ۰/۱۵ ۰/۷۵
۷	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) هر مجموعه احاطه گر مینیمال، یک مجموعه احاطه گر مینیمم است. ب) اگر G یک گراف n رأسی با ماکزیمم درجه Δ باشد آن گاه $\gamma(G) > \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$. پ) در گراف P_n عدد احاطه گری برابر با $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ است. ت) $\lceil 3/48 \rceil = 4$.	۱
۸	عدد احاطه گری گراف G (شکل مقابل) را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۹	گراف C_{10} را رسم کنید. الف) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی از آن را تعیین نمایید.	۱/۵

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۱۰ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
۱۰	می‌خواهیم با حروف «ش»، «الف» و «ت» و ۵ عدد ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ یک رمز شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم، مطلوب است، تعداد کل رمزهایی که در هر یک از آن‌ها حروف کنار هم باشند.	۰/۵
۱۱	با حروف کلمه <u>جیرجیرک</u> چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت؟	۱
۱۲	به چند طریق می‌توان از بین ۶ نوع گل متفاوت، ۱۰ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که از گل نوع سوم حداقل ۴ شاخه و از نوع ششم بیش از ۲ شاخه انتخاب کنیم؟	۱/۷۵
۱۳	در مربع لاتین A (شکل زیر) جای سطر اول و سوم را با هم جابه‌جا کنید تا مربع لاتین B ایجاد شود. سپس با ذکر دلیل بررسی کنید آیا A و B دو مربع لاتین متعامد هستند؟	۱/۲۵
	$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} ۲ & ۳ & ۱ \end{matrix} \\ \begin{matrix} ۳ & ۱ & ۲ \end{matrix} & \\ \begin{matrix} ۱ & ۲ & ۳ \end{matrix} & \end{matrix}$	
۱۴	از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰۰، $(1 \leq n \leq 300)$ چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر است ولی بر ۵ بخش پذیر نیست؟	۱/۵
۱۵	ثابت کنید در بین هر سه عدد طبیعی، حداقل دو عدد طبیعی وجود دارد که مجموعشان عددی زوج است؟	۱
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱	الف) گنگ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۵) ب) $a \mid mb$ (۰/۲۵) (ویژگی ۱ صفحه ۱۰)						۱
	پ) $ a $ (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۱۳) ت) $a \equiv b$ (۰/۲۵) (ویژگی ۷ صفحه ۲۲)						
۲	فرض خلف: فرض کنیم $\alpha - \beta$ گویا باشد. (۰/۲۵) می‌دانیم جمع دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta) \in \mathbb{Q}$ (۰/۲۵). یعنی $2\alpha \in \mathbb{Q}$ (۰/۲۵). در نتیجه $\alpha \in \mathbb{Q}$ (۰/۲۵) و این با فرض گنگ بودن α تناقض دارد. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. (۰/۲۵) (سوال ۳ صفحه ۸)						۱/۵
۳	$a = 2k + 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a^2 = 4k^2 + 4k + 1$ (۰/۲۵) $= 4k(k+1) + 1$ (۰/۲۵) $= 4 \times 2q + 1$ (۰/۲۵) $= 8q + 1$ (۰/۲۵) ضرب دو عدد صحیح متوالی $\Rightarrow r = 1$ (۰/۲۵) (مسأله ۳ صفحه ۱۵)						۱/۵
۴	$a = bq + r$, $0 \leq r < b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a - bq = r$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} n \mid a \\ n \mid b \end{cases}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow n \mid a - bq$ (۰/۲۵) $\Rightarrow n \mid r$ (۰/۲۵) (تمرین ۱۲ صفحه ۱۷)						۱/۲۵
۵	$6x \equiv 185 = 23 \times 7 + 24$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 6x \equiv 24$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{(6,7)=1} x \equiv 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 7k + 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 6(7k + 4) + 7y = 185$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = -6k + 23$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۱۴ صفحه ۳۰)						۱/۷۵
۶	الف) $7 - 4 = 3$ (۰/۲۵) (مفهوم اندازه گراف صفحه ۳۵ و مفهوم ماکزیمم درجه صفحه ۳۷) ب) $abcd a$ یا $ad b c a$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) پ) $q(\overline{G}) = 8$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 7 + q(\overline{G}) = 15$ (۰/۲۵) $\Rightarrow q(\overline{G}) = 8$ (۰/۲۵) $\Rightarrow q(G) + q(\overline{G}) = \frac{p(p-1)}{2}$ (۰/۲۵) (مسأله ۳ صفحه ۳۸)						۲
۷	الف) نادرست (۰/۲۵) (تعریف احاطه گر مینیمم صفحه ۴۴ و تعریف احاطه گر مینیمال صفحه ۴۶) ب) نادرست (۰/۲۵) (کادر بالای صفحه ۴۹) پ) درست (۰/۲۵) (تمرین ۵ صفحه ۵۳) ت) درست (۰/۲۵) (مفهوم سقف یک عدد در صفحه ۴۸)						۱
۸	طبق قضیه داریم $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۵). $\left\lfloor \frac{10}{3+1} \right\rfloor = 3 \leq \gamma(G)$ (۰/۵) از طرفی مجموعه $D = \{b, e, g\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (۰/۵) لذا $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۲۵). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵). (مشابه کار در کلاس صفحه ۵۰)						۱/۵
ادامه پاسخها در صفحه دوم							

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	<p>رسم نمودار (۰/۲۵)</p> <p>الف) $D = \{1, 4, 7, 10\}$ (۰/۵) (به گاما مجموعه های درست دیگر نیز نمره داده شود.)</p> <p>ب) $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ (۰/۷۵) (به مجموعه های احاطه گر مینیمال درست دیگر نیز نمره داده شود.)</p> <p>(مشابه سوال ۱۱ صفحه ۵۴)</p>	۱/۵
۱۰	$6! \times 3!$ (۰/۵)	۰/۵
۱۱	$\frac{7!}{2! \times 2! \times 2!}$ (۱)	۱
۱۲	<p>$x_1 + x_7 + x_7 + x_7 + x_7 + x_7 + x_7 = 10$ (۰/۲۵)</p> <p>$x_7 \geq 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_7 = x_7 - 4, y_7 \geq 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$x_7 > 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_7 = x_7 - 3, y_7 \geq 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$x_1 + x_7 + y_7 + 4 + x_7 + x_7 + y_7 + 3 = 10$ (۰/۲۵)</p> <p>$\Rightarrow x_1 + x_7 + y_7 + x_7 + x_7 + y_7 = 3 \Rightarrow C = \binom{8}{5}$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه سوال ۸ صفحه ۷۱)</p>	۱/۷۵
۱۳	<p>$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 12 & 23 & 31 \\ 33 & 11 & 22 \\ 21 & 32 & 13 \end{pmatrix}$</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۵)</p> <p>(مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۷۲)</p> <p>متعامدند. (۰/۲۵) زیرا در مربع آخر هیچ عدد ۲ رقمی تکراری وجود ندارد. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۴	<p>$A = \{1 \leq n \leq 300 \mid n = 4k \ (k \in N)\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A = \left[\frac{300}{4} \right] = 75$ (۰/۲۵)</p> <p>$B = \{1 \leq n \leq 300 \mid n = 5k \ (k \in N)\}$</p> <p>$A \cap B = \{1 \leq n \leq 300 \mid n = 20k \ (k \in N)\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A \cap B = \left[\frac{300}{20} \right] = 15$ (۰/۲۵)</p> <p>$A \cap B' = A - A \cap B$ (۰/۲۵) $= 75 - 15 = 60$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه سوال ۲ صفحه ۸۳)</p>	۱/۵
۱۵	<p>برای این که مجموع دو عدد زوج باشد، هر دو عدد یا باید زوج باشند و یا هر دو فرد. (۰/۲۵) بنابراین تعداد لانه ها برابر ۲ (۰/۲۵) و تعداد کبوترها ۳ است. (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری حداقل یک لانه وجود دارد که دو کبوتر در آن قرار می گیرد. یعنی حداقل دو عدد طبیعی از بین سه عدد وجود دارد که مجموعشان زوج خواهد شد. (۰/۲۵) (سوال ۱۱ صفحه ۸۳)</p>	۱
۲۰	جمع نمره	