

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	<p>درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>a b</math> آن گاه <math> a, b  = m</math>.</p> <p>ب) معادله هم‌نهشتی <math>a x \equiv b \pmod{m}</math> دارای جواب است اگر و تنها اگر <math>(a, b)   m</math>.</p> <p>پ) تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی فرد است.</p> <p>ت) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر ۶ است.</p>	۱
۲	<p>به روش بازگشتی ثابت کنید، اگر <math>a &gt; 0</math> آن گاه <math>a + \frac{1}{a} \geq 2</math>.</p>	۱
۳	<p>اگر عدد طبیعی <math>a &gt; 1</math>، در دو شرط <math>a   4k + 9</math> و <math>a   6k + 14</math> صدق کند، مقدار <math>a</math> را بیابید.</p>	۱
۴	<p>فرض کنید <math>a</math> عددی طبیعی باشد، حاصل <math>[21a^2, 35a^3]</math> را به دست آورید.</p>	۱
۵	<p>باقی مانده تقسیم <math>13^{22}</math> را بر ۱۷ به دست آورید.</p>	۱
۶	<p>ثابت کنید می‌توان دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر، برای اعداد صحیح <math>a, b, c</math> و عدد طبیعی <math>m</math>، اگر <math>a \equiv b \pmod{m}</math> آن گاه <math>ac \equiv bc \pmod{m}</math>.</p>	۱
۷	<p>جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی <math>9x + 13y = 7</math> را به دست آورید.</p>	۱/۵
۸	<p>گراف <math>G</math> به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.</p>  <p>الف) <math>\delta(G)</math> را مشخص کنید.</p> <p>ب) اندازه گراف را تعیین کنید.</p> <p>پ) مجموعه همسایگی بسته رأس <math>b</math> را بنویسید.</p> <p>ت) اگر <math>N_G(d) = \{e, x, b\}</math> باشد، کدام رأس است <math>x</math>؟</p>	۱/۲۵
۹	<p>الف) گراف <math>k</math> - منتظم از مرتبه <math>n</math> را تعریف کنید.</p> <p>ب) آیا گراف ۳ - منتظم از مرتبه ۵ وجود دارد؟ دلیل بیاورید.</p>	۱
۱۰	<p>گراف <math>G</math> به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.</p>  <p>الف) دوری به طول ۵ مشخص کنید.</p> <p>ب) مکمل گراف <math>G</math> را رسم کنید.</p>	۱

« بقیه سوالات در صفحه دوم »

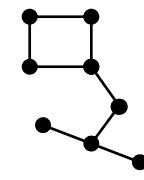
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۱	برای گراف روبه‌رو: الف) یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مشخص کنید. ب) مجموعه‌ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد.	۱/۲۵																		
۱۲	اگر $n$ تعداد رئوس گراف و $\Delta$ ماکزیمم درجه گراف باشد، الف) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گر برابر $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ است. ب) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گری بزرگ‌تر از $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ باشد.	۱/۲۵																		
۱۳	با حروف کلمه «می سی سی پی» چند جایگشت ۸ حرفی با معنا یا بی معنا می‌توان نوشت؟	۱																		
۱۴	۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک متمایز را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک ردیف قرار داد، به طوری که: الف) کتاب‌ها یکی در میان قرار گیرند. ب) کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند.	۱/۲۵																		
۱۵	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $x_1 > 2$ , $x_3 > 3$ باشند.	۱																		
۱۶	بررسی کنید، آیا دو مربع لاتین $3 \times 3$ روبه‌رو متعامدند؟	۰/۷۵																		
	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	
۱	۲	۳																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۱۷	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.	۱/۷۵																		
۱۸	مجموعه اعداد $A = \{1, 2, 3, \dots, 84\}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از $A$ دارای ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ است.	۱																		
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"																		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱	الف) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) ب) نادرست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) (نتیجه ابتدای صفحه ۴۰) ت) درست (۰/۲۵) (نکته قسمت دوم فعالیت صفحه ۷۸)	۱	
۲	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \quad (0/25) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad (0/25) \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می باشد. (۰/۲۵) (مثال اول صفحه ۷)	۱	
۳	$a 4k+9 \Rightarrow a -6(4k+9)+4(6k+14) \Rightarrow a 2 \quad (0/25) \xrightarrow{a>1} a=2 \quad (0/25)$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ سوال ۱)	۱	
۴	$A=21a^2=3 \times 7 \times a^2 \quad (0/25), \quad B=35a^2=5 \times 7 \times a^2 \quad (0/25) \Rightarrow [A,B]=105a^2 \quad (0/5)$ (مشابه سوال ۱۶ صفحه ۱۷)	۱	
۵	$13 \equiv -4 \pmod{17} \rightarrow 13^2 \equiv 16 \equiv -1 \pmod{17} \rightarrow 13^{22} \equiv -1 \pmod{17} \xrightarrow{-1 \equiv 16} x \equiv 16 \pmod{17}$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)	۱	
۶	$x \equiv h \pmod{m} \rightarrow m a-h \quad (0/25) \rightarrow m a(a-h) \quad (0/25) \rightarrow m aa-ha \quad (0/25) \rightarrow aa-ha \quad (0/25)$ (ویژگی ۲ صفحه ۱۹)	۱	
۷	$13y \equiv 7, (13 \equiv 4, 7 \equiv 16 \quad (0/25)) \rightarrow 4y \equiv 16 \quad (0/25) \xrightarrow{(4,9)=1} y \equiv 4 \quad (0/25)$ $v = 9k + 4 \quad (0/25), \quad x = -13k - 8 \quad (0/25)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹) (لطفا برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)	۱/۵	
۸	الف) $\delta(G) = 1$ (۰/۲۵) ب) $q = 6$ (۰/۲۵) پ) $N_G[b] = \{b, a, c, d\}$ (۰/۵) ت) $x = c$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۴۱)	۱/۲۵	
۹	الف) گرافی از مرتبه $n$ که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد $k, (0 \leq k < n)$ باشد. (۰/۵) (تعریف صفحه ۳۵) ب) وجود ندارد. (۰/۲۵) زیرا: تناقض (قسمت ت سوال ۸ صفحه ۴۲)	۱	
۱۰	الف) $a, c, d, b, e, a$ (۰/۵) ب) (مشابه شکل ۱۶ صفحه ۳۷) (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)	۱	
۱۱	الف) مجموعه احاطه گر با ۴ عضو مانند: $\{c, f, h, \sigma\}$ (۰/۵) ب) احاطه گر مینیمال مانند: (لطفا برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.) (۰/۷۵)	۱/۲۵	

ادامه پاسخها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه									
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹										
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir										
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره										
۱۲	<p>(الف) برای مثال اگر <math>n=10</math>، رسم <math>C_{10}</math> یا <math>P_{10}</math>. (۰/۲۵) در این گرافها: <math>\gamma(G) = \left  \frac{n}{\Delta+1} \right  = 4</math> (۰/۲۵). (کار در کلاس صفحه ۴۹)</p>  <p>(ب) در گرافی مشابه <math>\gamma(G) = 3</math> (۰/۲۵) ولی <math>\left  \frac{n}{\Delta+1} \right  = 2</math> (۰/۲۵). (فعالیت صفحه ۵۰)</p> <p>(لطفا برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)</p>	۱/۲۵										
۱۳	<p>(مشابه مثال صفحه ۵۸) <math>\frac{8!}{\dots} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{\dots} = 840</math> (۰/۲۸)</p>	۱										
۱۴	<p>(الف) <math>\dots</math> (ب) <math>\dots</math> (مشابه مثال صفحه ۵۷)</p>	۱/۲۵										
۱۵	<p><math>y_1 + x_2 + y_3 + x_4 + x_5 = 14 \Rightarrow y_1 + x_2 + y_3 + x_4 + x_5 = 7</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{4}</math> (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱)</p>	۱										
۱۶	<p>متعامدند. زیرا در جدول ترکیب شده از دو مربع لاتین، عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵)</p> <p>(شماره ۳ کار در کلاس صفحه ۶۶)</p> <table border="1" data-bbox="207 1209 399 1366"> <tr> <td>۱۱</td> <td>۲۲</td> <td>۳۳</td> </tr> <tr> <td>۳۲</td> <td>۱۳</td> <td>۲۱</td> </tr> <tr> <td>۲۳</td> <td>۳۱</td> <td>۱۲</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p>	۱۱	۲۲	۳۳	۳۲	۱۳	۲۱	۲۳	۳۱	۱۲	۰/۷۵	
۱۱	۲۲	۳۳										
۳۲	۱۳	۲۱										
۲۳	۳۱	۱۲										
۱۷	<p><math>1 \leq j \leq 3 \quad A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j \quad 1 \leq i \leq 4\}</math></p> <p><math>A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, B = \{b_1, b_2, b_3\}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math> S  = 3^4</math> (۰/۲۵), <math> A_i  = 2^4</math> (۰/۲۵), <math> A_i \cap A_j  = 1^4</math> (۰/۲۵), <math> A_1 \cap A_2 \cap A_3  = 0</math> (۰/۲۵)</p> <p><math> \overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3}  =  S  -  A_1 \cup A_2 \cup A_3  = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36</math> (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه فعالیت صفحه ۷۷)</p>	۱/۷۵										
۱۸	<p>(سوال ۱۲ صفحه ۸۳)</p> <p>تعداد کبوترها = ۴۳ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = ۴۲ و به صورت زیر هستند. (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵) <math>\underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \dots, \underline{\quad}</math></p> <p>۱,۸۴    ۲,۸۳    ۳,۸۲    ۴۲,۴۳</p> <p>چنان چه قرار باشد کبوترها لانه ها را اشغال کنند، آن گاه طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو عدد وجود دارد که در یک لانه جای می گیرند و مجموعشان ۸۵ است. (۰/۲۵)</p>	۱										

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»