

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)

از ساعت ۸ تا ۹:۵۰ صبح



آزمون ۲۰ بهمن ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	عادی	۱۰	۱	۲۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۲	ریاضی پایه	۱۰	۲۱	۳۰
۳	عادی	۱۰	۳۱	۵۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۴	هندسه ۲	۱۰	۵۱	۶۰
	هندسه ۱	۱۰		
۵	عادی	۱۰	۷۱	۹۰
	پیشروی سریع	۱۰		

تحلیل آزمون: کار را که کرد ... آن که تمام کرد

وقتی آزمون به پایان می‌رسد، هنوز یک بخش مهم از برنامه باقی مانده است؛ یعنی تحلیل آزمون. تحلیل آزمون هم یادگیری‌های ناقص شما را کامل می‌کند و جنبه آموزشی دارد و هم مهارت‌های آزمون دادن شما را مورد توجه قرار می‌دهد و دید شما را بازتر می‌کند. در کنار آن تحلیل آزمون می‌تواند در برنامه‌ریزی برای آزمون بعدی هم به شما کمک کند.



آزمون «۲۰ بهمن ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات عادی و سریع: ۱۱۰ دقیقه

از ساعت ۸ تا ۹:۵۰ صبح

تعداد کل سوالات: ۹۰ سؤال

(۵۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

زنگنه سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۱۰	حسابان ۲
	۱۰	
۲۱-۳۰	۱۰	ریاضی پایه
۳۱-۵۰	۱۰	هندسه ۳
	۱۰	
۵۱-۶۰	۱۰	هندسه ۲
۶۱-۷۰	۱۰	هندسه ۱
۷۱-۹۰	۱۰	ریاضیات گسسته
	۱۰	

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
حسابان ۲ و ریاضی پایه	شاهین پروازی- عادل حسینی- افشین خاصه‌خان- محمدرضا راسخ- جمشید عباسی- حمید علیزاده- کامیار علییون- کیان کریمی خراسانی- سپهر متولی- حامد معنوی- مهدی ملارمضانی- مهرداد ملوندی- میلاد منصور	
هندسه	امیر حسین ابومحبوب- اسحاق اسفندیار- علی ایمانی- جواد ترکمن- سیدمحمدرضا حسینی- فرد- افشین خاصه‌خان- کیوان دارابی- سوگند روشنی- محمد صحت‌کار- مهرداد ملوندی	
ریاضیات گسسته	علی ایمانی- جواد ترکمن- فرزاد جوادی- سیدمحمدرضا حسینی- فرد- کیوان دارابی- مصطفی دیداری- سوگند روشنی- محمد صحت‌کار- مهرداد ملوندی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	کیوان دارابی محمد صحت‌کار	کیوان دارابی محمد صحت‌کار
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان‌بابایی محمدرضا راسخ	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه‌های برتر	پارسا نوروزی‌منش سهیل تقی‌زاده	پارسا نوروزی‌منش مهید خالئی	پارسا نوروزی‌منش مهید خالئی
مسئول درس مستند سازی	عادل حسینی سمیه اسکندری	امیر حسین ابومحبوب سرژ یقیازاریان تبریزی	امیر حسین ابومحبوب سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری ویراستاران: علیرضا زارعی- امیر قلی‌پور- امیرمحمد موحدی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌الزاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

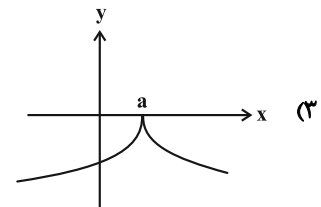
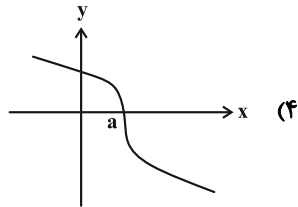
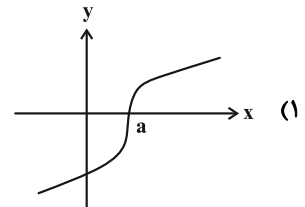
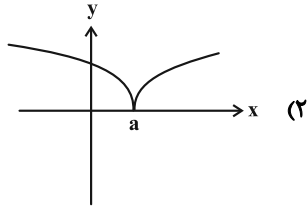
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق: صفحه‌های ۷۱ تا ۸۹

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- تعبیر هندسی $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\infty$ در یک همسایگی $x = a$ ، در کدام نمودار به درستی نشان داده شده است؟



۲- اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3 + 2h) - f(3)}{2h}$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۳- در تابع درجه دوم f داریم: $\frac{a+b}{2} = x_S$ و $f'(a) = f(a) = 2$. اگر خط عمود بر نمودار تابع f در $x = b$ ، محور عرض‌ها را در

عرض ۳- قطع کند، مقدار b کدام است؟

(۲) -۸

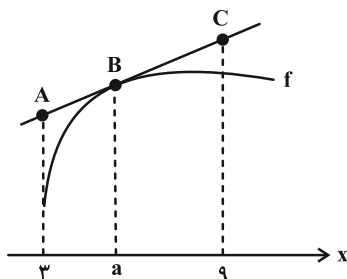
(۱) ۸

(۴) -۴

(۳) ۴

محل انجام محاسبات

۴- در شکل زیر، نمودار تابع f و خط مماس بر آن در $x = a$ رسم شده است، به طوری که $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - 1}{x - a} = 2$. اگر اندازه BC دو برابر اندازه AB باشد، مجموع عرض‌های نقاط A و C کدام است؟



۱۹ (۱)

۱۲ (۲)

۲۶ (۳)

۲۷ (۴)

۵- دامنه مشتق تابع $y = \sqrt{x^3 - 3x - 2}$ کدام است؟

(۲) $(-1, 2)$

(۱) $(0, +\infty)$

(۴) $(2, +\infty)$

(۳) $(-1, +\infty)$

۶- تابع $f(x) = \frac{\sqrt{1 - \sin \pi x}}{2x - [x + \frac{1}{x}]}$ در مجموعه $\{-1, \sqrt{2}\} - \{0\}$ چند نقطه مشتق ناپذیر دارد؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۲) ۲

(۱) ۳

(۴) صفر

(۳) ۱

۷- تابع $f(x) = (kx + 1)[x^2 + kx]$ در $x = -1$ مشتق پذیر است. $f'_-(-3)$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۲) ۵

(۱) ۷

(۴) ۶

(۳) ۴

۸- حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+2|h|) - f(1+h)}{h^2 - h}$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۲) ۱

(۱) -۴

(۴) صفر

(۳) -۳

۹- بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{1 - \sqrt{x^2 - x}}$ چند خط مماس موازی محورهای مختصات می‌توان رسم کرد؟ آزمون وی ای پی

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۶

(۳) ۵

۱۰- تابع $f(x) = |m - |x^2 - 4x + m||$ شش نقطه مشتق ناپذیر دارد. بزرگ‌ترین مقدار صحیح m کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق: صفحه‌های ۹۰ تا ۱۰۱

دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۱- مشتق تابع $y = \sqrt{x^2 + 1}$ در $x = \sqrt{3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) ۲ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۲- فرض کنید f تابعی مشتق‌پذیر با دامنه \mathbb{R} باشد. اگر $f(x) = f'(2)x^2 + x$ باشد، مقدار $f'(3)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲
 (۳) -۱ (۴) ۱

۱۳- تابع f یک چندجمله‌ای است. اگر $f'(2x) + f''(x) = 4x + 1$ و $(f \circ f')(0) = 3$ باشد، عرض از مبدأ تابع f کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳
 (۳) ۴ (۴) ۱

۱۴- اگر $f(x) = 3^{\log_3 x^2}$ و $g(x) = 2^{\log_2 |x|}$ باشند، مقدار تابع $f' \cdot g + f \cdot g'$ به ازای $x = 2$ کدام است؟ آزمون وی ای پی

- (۱) ۲ (۲) ۴
 (۳) ۸ (۴) ۱۶

۱۵- اگر $f(x) = \left(\frac{1 + \sin 4x}{\sin 2x + \cos 2x}\right)^2$ باشد، حاصل $f'\left(\frac{\pi}{16}\right)$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $-2\sqrt{2}$
 (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $-4\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۱۶- معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x \tan \frac{\pi x}{2}$ در $x = \frac{1}{2}$ کدام است؟

(۱) $2\pi x = \pi + 4y$

(۲) $(2\pi + 4)x = \pi + 4y$

(۳) $x = y$

(۴) $x + 1 = \pi + 2y$

۱۷- اگر $f(x) = x^2 - 4x + 4$ و $g(x) = x - 2$ باشد، حاصل عبارت $(\frac{f'g - 2g'f}{2\sqrt{fg^2}})(3)$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $\sqrt{3}$

۱۸- اگر $f(x) = \frac{[-x]x}{x^2 + [\frac{4}{x}]}$ و $g(x) = \sqrt{5-x} - 4$ باشد، $(fog)'_+(1)$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) $\frac{7}{4}$

(۲) $-\frac{7}{4}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $-\frac{3}{4}$

۱۹- در شکل زیر بخشی از نمودار تابع f و خط مماس بر آن در $x = 2$ رسم شده است. اگر مشتق دوم تابع $y = f(\sqrt{x})$ در $x = 4$

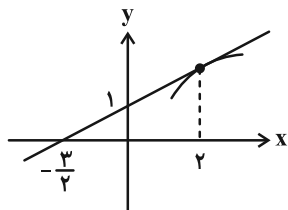
برابر صفر باشد، مقدار $f''(2)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{4}{3}$



۲۰- با فرض $f(x^2 + 2x) = \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$ و $g(x) = \frac{-1}{f^2(x)}$ ، مقدار $g'(24)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{20}$

(۲) $\frac{1}{40}$

(۳) $-\frac{1}{40}$

(۴) $-\frac{1}{20}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی پایه: ریاضی ۱: معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۶۹ تا ۹۳ / حسابان ۱: جبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۳۶

۲۱- بیشترین مقدار عبارت $2x - (x-1)(x+2)$ کدام است؟

(۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) -1

۲۲- چند عدد صحیح در نامعادله $\frac{3x - |x-2|}{x+2} \leq 1$ قرار می‌گیرد؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۲۳- اگر α و β جواب‌های معادله $2x^2 - 11x - 3 = 0$ هستند. جواب‌های کدام معادله $\frac{1}{2\alpha-1}$ و $\frac{1}{2\beta-1}$ است؟

(۱) $13x^2 + 9x - 1 = 0$ (۲) $13x^2 + 9x + 1 = 0$

(۳) $16x^2 + 9x - 1 = 0$ (۴) $16x^2 + 9x + 1 = 0$

۲۴- نمودار تابع $y = kx^2 - 3kx - 1$ از حداقل سه ناحیه دستگاه مختصات عبور می‌کند. حدود k کدام است؟

(۱) $\mathbb{R} - [-\frac{9}{4}, 0]$ (۲) $(-\frac{9}{4}, +\infty) - \{0\}$

(۳) $(-\frac{4}{9}, +\infty) - \{0\}$ (۴) $\mathbb{R} - [-\frac{4}{9}, 0]$

۲۵- دو مهندس کامپیوتر قصد انجام پروژه‌ای واحد را دارند. اگر همین پروژه را مهندس اول به تنهایی انجام دهد، ۴ روز بیشتر از

همکاری مشترکشان زمان نیاز دارد و همین زمان برای مهندس دوم، ۹ روز بیشتر از مدت زمان همکاری مشترکشان است.

مدت زمان همکاری مشترک این دو مهندس چند روز است؟

(۱) ۴ (۲) ۶

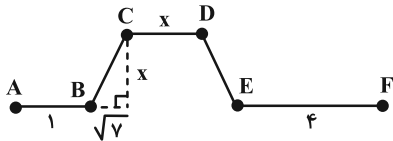
(۳) ۸ (۴) ۱۰

۲۶- بزرگ‌ترین جواب معادله $\sqrt{3x^2 + \frac{1}{x}} = x + 1$ چند برابر کوچک‌ترین جواب آن است؟

(۱) ۲-۲

(۳) $-\sqrt{2}$

۲۷- طول مسیر A تا F در شکل زیر برابر با ۱۶ کیلومتر است. طول BC کدام است؟ (BC = DE) آزمون وی ای پی



(۱) ۴

(۲) $\frac{31}{3}$

(۳) $\frac{20}{3}$

(۴) ۳

۲۸- اگر $x = \alpha$ تنها جواب معادله $|x+3| - |x-5| = k$ و $k\alpha < 0$ باشد، چند مقدار صحیح برای k پیدا می‌شود؟

(۱) صفر

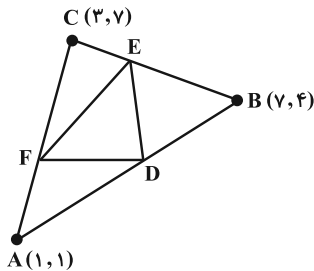
(۳) ۲

۲۹- خط $y = 1$ در چند نقطه نمودار تابع $y = |x+2| + |x^2 - 3|$ را قطع می‌کند؟

(۱) صفر

(۳) ۲

۳۰- در شکل زیر، نقاط D، E و F به ترتیب روی اضلاع AB، BC و AC به گونه‌ای هستند که $\frac{AD}{BD} = \frac{BE}{CE} = \frac{CF}{AF} = 2$. مساحت مثلث DEF کدام است؟



(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

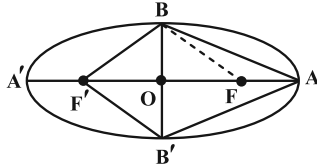
(۴) ۷

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی (تا پایان انتقال (محورها)): صفحه‌های ۴۷ تا ۵۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- در بیضی شکل زیر نسبت مساحت چهارضلعی $ABF'B'$ به مساحت مثلث ABF برابر ۵ است. خروج از مرکز کدام است؟



(۱) $\frac{3}{5}$

(۲) $\frac{3}{7}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{3}{4}$

۳۲- در یک بیضی $A(5, 1)$ و $A'(-1, 1)$ دو سر قطر بزرگ و فاصله کانونی بیضی برابر ۳ است. مجموع طول و عرض رأس ناکانونی

بیضی که در ناحیه اول دستگاه مختصات قرار دارد کدام است؟

(۲) $2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

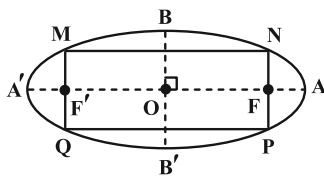
(۱) $3 + \sqrt{3}$

(۴) $4\sqrt{3}$

(۳) $3 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$

۳۳- در بیضی زیر، داریم $BF = 2\sqrt{3}$ و $AF = \sqrt{3}$ ؛ از F و F' عمودهایی بر محور کانونی بیضی رسم می‌کنیم، محیط چهارضلعی

$MNPQ$ کدام است؟



(۱) $8\sqrt{3}$

(۲) $12\sqrt{3}$

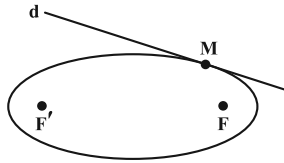
(۳) $9\sqrt{3}$

(۴) $10\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

۳۴- در بیضی زیر، طول قطر بزرگ $3\sqrt{3}$ ، فاصله کانونی برابر $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{21}$ و $MF = \sqrt{3}$ و خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. و از کانون

F' خطی موازی MF رسم کنیم تا خط d را در N قطع کند. زاویه بین پاره خط NF' و خط d چند درجه است؟



(۱) ۳۰

(۲) ۴۵

(۳) ۶۰

(۴) ۷۵

۳۵- نقاط $(-1, 5)$ و $(-1, 2)$ به ترتیب رأس و کانون یک سهمی هستند. معادله این سهمی کدام است؟

(۲) $(y+1)^2 = 6(x-5)$

(۱) $(y+1)^2 = -6(x-5)$

(۴) $(y+1)^2 = 12(x-5)$

(۳) $(y+1)^2 = -12(x-5)$

۳۶- می خواهیم مجسمه‌ای را به گونه‌ای نصب کنیم که فاصله آن از رودخانه و ساختمان A به یک اندازه باشد. اگر معادله رودخانه را

$y=1$ و مختصات ساختمان A را نقطه $(5, 2)$ در نظر بگیریم، مجسمه را در کدام یک از نقاط زیر می توان نصب کرد؟

(۱) $(-3, 6)$

(۲) $(-2, 5)$

(۳) $(-1, 4)$

(۴) $(0, 5)$



۳۷- خطی که از کانون یک سهمی به موازات خط هادی آن رسم می‌شود، سهمی را در نقاط $(2, 2)$ و $(2, -1)$ قطع می‌کند. معادله

این سهمی کدام می‌تواند باشد؟

$$(2) \quad y^2 - 6y + 8x = -9$$

$$(1) \quad y^2 - 6y - 8x = -9$$

$$(4) \quad y^2 - 6y - 8x = -23$$

$$(3) \quad y^2 - 6y + 8x = -23$$

۳۸- معادله مکان هندسی مرکز دایره‌های گذرا از نقطه $(2, -1)$ و مماس بر خط $x = 4$ ، کدام است؟

$$(2) \quad (y+1)^2 = -4(x-2)$$

$$(1) \quad (y+1)^2 = -2(x-2)$$

$$(4) \quad (x-3)^2 = -4(y+1)$$

$$(3) \quad (x-3)^2 = -2(y+1)$$

۳۹- به مرکز کانون سهمی $x^2 = 4y$ یک دایره به شعاع ۳ رسم می‌کنیم. این دایره سهمی را در دو نقطه قطع می‌کند، فاصله این دو

نقطه از هم چقدر است؟

$$(2) \quad 3\sqrt{2}$$

$$(1) \quad 2\sqrt{2}$$

$$(4) \quad 8\sqrt{2}$$

$$(3) \quad 4\sqrt{2}$$

۴۰- خط $y = 2$ محور تقارن و محور y ها خط هادی یک سهمی است که از نقطه $M(4, 6)$ عبور می‌کند. اگر نقاط A و B روی این

سهمی از رأس و کانون آن به یک فاصله باشند، آن‌گاه مساحت مثلث OAB کدام است؟ (O مبدأ مختصات است.)

$$(2) \quad 3\sqrt{2}$$

$$(1) \quad 3$$

$$(4) \quad 6\sqrt{2}$$

$$(3) \quad 6$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی - بردارها: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۳

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۴۱- اگر کانون سهمی $x = \frac{y^2}{4} - \frac{y}{2} + c$ روی خط $x = 2y$ واقع باشد، مقدار c کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{3}{4}$
 (۳) $\frac{5}{4}$
 (۴) $\frac{3}{2}$

۴۲- دو اشعه نورانی در امتداد خطوط $y = 1$ و $y = -5$ به داخل سهمی نقره‌اندود به معادله $y^2 + 4y + 4x = 0$ می‌تابانیم. مختصات نقطه تلاقی بازتاب این دو پرتو برابر کدام است؟

- (۱) $(-2, 0)$
 (۲) $(0, -2)$
 (۳) $(0, 2)$
 (۴) $(2, 0)$

۴۳- در سهمی $y^2 - 2y + 4x - 7 = 0$ اگر پرتو نوری به معادله $y = 2$ بر درون سطح آینه‌ای سهمی بتابد، پرتو بازتاب محور x ها را در چه طولی قطع می‌کند؟

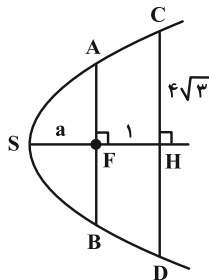
- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $-\frac{1}{3}$
 (۳) -4
 (۴) 3

۴۴- در یک سهمی از کانون به نقطه M روی سهمی یک پاره‌خط رسم کرده‌ایم. FM را امتداد می‌دهیم تا خط هادی را در نقطه N قطع کند. اگر اندازه FM برابر فاصله کانونی باشد، طول MN چند برابر فاصله کانونی است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$
 (۲) $\frac{2}{5}$
 (۳) $\frac{3}{5}$
 (۴) $\frac{4}{5}$

۴۵- در شکل زیر، F کانون سهمی است و وترهای AB و CD با خط هادی موازی هستند. اگر $CH = 4\sqrt{3}$ و $FH = 1$ ، آن‌گاه اندازه

AB چقدر است؟



- (۱) ۸
 (۲) ۹
 (۳) ۱۰
 (۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

۴۶- در سهمی به معادله $y^2 = 8x$ ، یک شعاع نور از کانون سهمی به نقطه A به طول $\frac{1}{4}$ روی نمودار سهمی می‌تابد. اگر خط مماس

بر سهمی در نقطه A ، محور تقارن سهمی را در نقطه B قطع کند آن‌گاه فاصله نقطه B تا کانون سهمی چقدر است؟

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

$$\frac{7}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (3)$$

$$\frac{7}{2} \quad (4)$$

۴۷- معادله یک سهمی به صورت $2y^2 - 5y - 6x + 11 = 0$ است. خطی که از کانون این سهمی می‌گذرد و با خط هادی موازی است

سهمی را در دو نقطه M و N قطع می‌کند. فاصله نقطه M از رأس سهمی چقدر است؟ آزمون وی ای پی

$$\frac{3\sqrt{5}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4\sqrt{5}}{3} \quad (4)$$

۴۸- دو دیش مخابراتی که عمق (گودی) آن‌ها به ترتیب ۲۵ و ۲۰ سانتی‌متر است مفروض‌اند. اگر فاصله کانونی دیش دوم ۵ برابر

فاصله کانونی دیش اول باشد، قطر دهانه دیش اول چند برابر قطر دهانه دیش دوم است؟

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

۴۹- از برخورد خطوطی موازی نیمساز ناحیه‌های اول و سوم با سهمی به معادله $(x-1)^2 = 2(y+3)$ پاره‌خط‌هایی ایجاد شده است.

معادله مکان هندسی وسط این پاره‌خط‌ها کدام است؟

$$x = 1 \quad (1)$$

$$x = 2 \quad (2)$$

$$x = 3 \quad (3)$$

$$x = 4 \quad (4)$$

۵۰- نقاط $M(x, y)$ در رابطه $x+1 \leq y \leq x^2 - 3x - 4$ صدق می‌کنند. بیشترین فاصله نقطه M از مبدأ مختصات چقدر است؟

$$\sqrt{65} \quad (1)$$

$$\sqrt{41} \quad (2)$$

$$\sqrt{34} \quad (3)$$

$$\sqrt{61} \quad (4)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

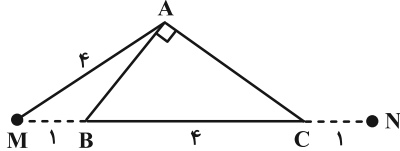
هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۶

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) و هندسه ۱ (۶۱ تا ۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- مطابق شکل، در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، وتر $BC = 4$ را از دو سمت به اندازه ۱ واحد تا نقاط M و N امتداد می‌دهیم. اگر

$AM = 4$ باشد، اندازه AN چقدر است؟



(۱) ۶

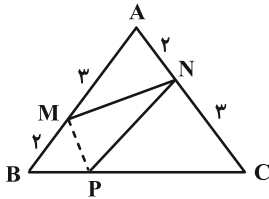
(۲) $\frac{16}{3}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{10}$

۵۲- در مثلث متساوی‌الساقین شکل زیر، نقطه P روی قاعده BC و نزدیک‌تر به رأس B ، این قاعده را به نسبت $\frac{1}{4}$ تقسیم کرده

است. مساحت مثلث PMN چه کسری از مساحت کل است؟



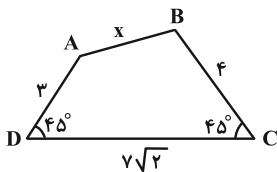
(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{3}{16}$

(۳) $\frac{1}{5}$

(۴) $\frac{2}{9}$

۵۳- در چهارضلعی زیر، با توجه به اندازه‌های داده شده، مقدار x کدام است؟



(۱) $5\sqrt{2}$

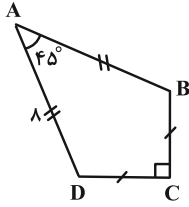
(۲) $4\sqrt{2}$

(۳) ۴

(۴) ۵

محل انجام محاسبات

۵۴- مساحت کایت ABCD در شکل زیر، چند واحد مربع است؟



۲۴ (۱)

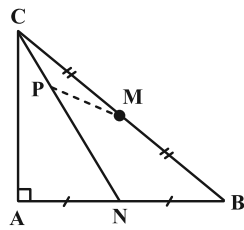
۳۲ (۲)

۴۰ (۳)

۴۸ (۴)

۵۵- در شکل زیر، مثلث ABC در رأس A قائمه است و نقاط M و N به ترتیب وسط ضلع‌های BC و AB می‌باشند. اگر

$3MP = 2PN = 4CP = 12$ باشد، طول میانه AM چقدر است؟



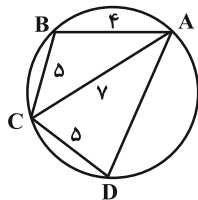
$3\sqrt{5}$ (۱)

$6\sqrt{2}$ (۲)

۶ (۳)

۹ (۴)

۵۶- مساحت چهارضلعی محاطی شکل زیر چقدر است؟



$18\sqrt{3}$ (۱)

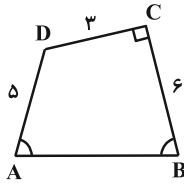
$16\sqrt{3}$ (۲)

$10\sqrt{6}$ (۳)

$12\sqrt{6}$ (۴)

محل انجام محاسبات

۵۷- در چهارضلعی شکل زیر، اگر $\hat{A} = \hat{B}$ و $\hat{C} = 90^\circ$ ، آن گاه طول AB چقدر است؟



(۱) $4\sqrt{3}$

(۲) $3\sqrt{5}$

(۳) ۷

(۴) $2\sqrt{10}$

۵۸- اندازه قطرهای یک متوازی الاضلاع برابر ۴ و $2\sqrt{2}$ واحد و مساحت آن ۴ واحد مربع است. محیط این متوازی الاضلاع برابر کدام است؟

(۲) $2(2 + \sqrt{6})$

(۱) $2(\sqrt{2} + \sqrt{10})$

(۴) $2(2 + \sqrt{10})$

(۳) $2(2 + 2\sqrt{2})$

۵۹- در مثلثی یک ضلع دو برابر ضلع دیگر است. اگر طول نیمساز زاویه بین این دو ضلع ۲ برابر قطعه کوچک تری باشد که از برخورد

این نیمساز با ضلع مقابل ایجاد می شود، در این صورت ضلع بزرگ تر (نظیر) این زاویه چند برابر نیمساز مذکور است؟

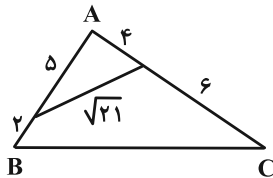
(۲) $\sqrt{2}$

(۱) $\sqrt{3}$

(۴) ۲

(۳) $\frac{3}{2}$

۶۰- در شکل زیر مساحت مثلث ABC کدام است؟



(۱) $25\sqrt{3}$

(۲) $17/5\sqrt{3}$

(۳) ۳۵

(۴) $17/5$

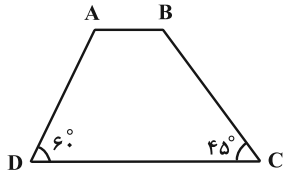
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: چندضلعی‌ها - تجسم فضایی: صفحه‌های ۶۵ تا ۹۶

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) و هندسه ۱ (۶۱ تا ۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۶۱- در دوزنقه زیر، طول قاعده کوچک برابر $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ و طول ساق بزرگ برابر ۶ است. مساحت دوزنقه کدام است؟



(۱) $18 + 3\sqrt{3}$

(۲) $12 + 6\sqrt{3}$

(۳) $12 + 3\sqrt{3}$

(۴) $18 + 6\sqrt{3}$

۶۲- چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد خط و صفحه در فضا همواره درست است؟

(الف) اگر دو صفحه P_1 و P_2 بر صفحه Q عمود باشند دو صفحه P_1 و P_2 نمی‌توانند بر هم عمود باشند.

(ب) اگر خط d و صفحه P بر صفحه Q عمود باشند، آن‌گاه خط d با صفحه P موازی بوده یا بر آن منطبق است.

(ج) اگر دو خط d_1 و d_2 بر خط L عمود باشند، خط‌های d_1 و d_2 نمی‌توانند بر هم عمود باشند.

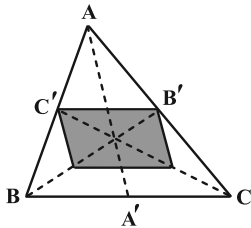
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) هیچ کدام

۶۳- در شکل زیر میان‌های AA' ، BB' و CC' رسم شده‌اند. مساحت متوازی‌الاضلاع رنگی، چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



(۱) $\frac{4}{9}$

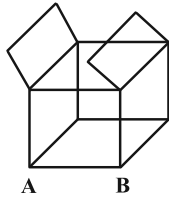
(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

۶۴- در شکل زیر اگر m و n به ترتیب تعداد خطوط متنافر و موازی با AB باشند، حاصل $m - n$ برابر کدام است؟



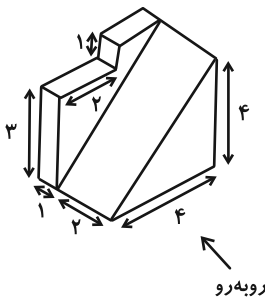
۷ (۱)

۶ (۲)

۵ (۳)

۴ (۴)

۶۵- اگر شکل زیر را در نظر بگیریم. مساحت کدام دو نما با هم یکسان نیست؟



(۱) راست-چپ

(۲) راست-بالا

(۳) چپ-بالا

(۴) روبه‌رو-بالا

۶۶- در مثلث ABC ، دو میانه AM و BN بر هم عمود هستند. اگر مساحت این مثلث برابر ۳۶ و طول میانه BN برابر ۶ باشد، طول

ضلع BC کدام است؟

۱۰ (۲)

۹ (۱)

$2\sqrt{13}$ (۴)

$2\sqrt{10}$ (۳)

۶۷- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۷ است. اختلاف بین حداکثر و حداقل مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی این چندضلعی

کدام است؟

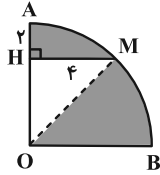
۴ (۲)

۲ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

۶۸- ربع دایره زیر را حول شعاع OA دوران می‌دهیم. حجم ناحیه سایه‌زده شده چقدر است؟ ($AH = 2$ و $MH = 4$)



(۱) 61π

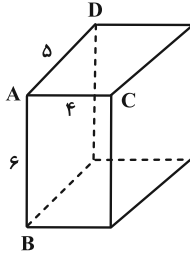
(۲) $\frac{182\pi}{3}$

(۳) 67π

(۴) $\frac{202\pi}{3}$

۶۹- در شکل زیر، صفحه‌ای گذرا از یال AB رسم می‌کنیم تا مکعب مستطیل را قطع کند. اگر فاصله رأس D از سطح مقطع حاصل

برابر $\frac{3}{6}$ واحد باشد، مساحت این سطح مقطع چند واحد مربع است؟



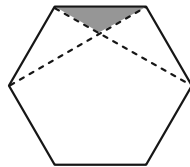
(۱) ۴۰

(۲) $\frac{100}{3}$

(۳) ۲۵

(۴) $\frac{80}{3}$

۷۰- در شکل زیر، مساحت مثلث سایه‌زده چه کسری از مساحت شش ضلعی منتظم است؟



(۱) $\frac{1}{12}$

(۲) $\frac{1}{18}$

(۳) $\frac{1}{24}$

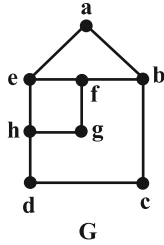
(۴) $\frac{1}{36}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۷۱- چه تعداد از مجموعه‌های زیر، یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف G است؟



الف) $N_G(f)$

ب) $N_{\bar{G}}[f]$

پ) $N_{\bar{G}}(g)$

۱ (۲)

۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

۷۲- عدد احاطه‌گری گراف ۲- منتظم مرتبه ۱۲، کدام نمی‌تواند باشد؟

۵ (۲)

۴ (۱)

۷ (۴)

۶ (۳)

۷۳- اگر دنباله درجات رئوس گراف G به صورت ۲, ۲, ۲, ۲, ۴, ۴ باشد به طوری که دو رأس از درجه Δ با هم مجاور نباشند،

آن‌گاه تعداد γ - مجموعه‌ها و مقدار γ به ترتیب (از راست به چپ) کدام است؟

۲ و ۹ (۲)

۲ و ۸ (۱)

۴ و ۱ (۴)

۴ و ۲ (۳)

۷۴- عدد احاطه‌گری گراف G از مرتبه ۵ برابر $\gamma = 2$ است. اگر اندازه G حداکثر مقدار ممکن باشد، چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد؟

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

محل انجام محاسبات

۷۵- در گرافی از مرتبه ۷، اگر $\delta = 1$ باشد، آن گاه بیشترین مقدار ممکن برای عدد احاطه‌گری چقدر است؟

۵ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۷۶- گراف ساده و ناهمبند G با p رأس از اجتماع دو گراف C_n و P_m تشکیل شده است. اگر عدد احاطه‌گری این گراف برابر ۳ و

مرتبه آن بیشترین مقدار ممکن باشد، آن گاه گراف مکمل G چند یال دارد؟

۲۱ (۱) ۲۲ (۲)

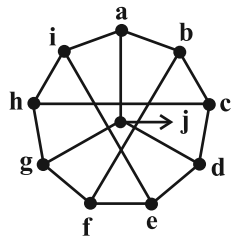
۲۷ (۳) ۲۸ (۴)

۷۷- در یک گراف ساده، درجهٔ ماکزیمم برابر با ۳ و عدد احاطه‌گری برابر ۵ است. مرتبهٔ این گراف چند عدد مختلف می‌تواند باشد؟

۸ (۱) ۹ (۲)

۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۷۸- کدام مجموعه برای گراف زیر یک مجموعهٔ احاطه‌گر غیرمینیمال است؟



{a, b, c, d, j} (۱)

{a, c, f, h} (۲)

{a, g, d} (۳)

{f, e, i, b} (۴)

۷۹- گراف G از مرتبه p و $\gamma(G) = p - 1$ است. گراف \bar{G} چند γ -مجموعه دارد؟ ($p \geq 3$)

۲ (۱) ۱ (۲)

$p - 1$ (۳) $p - 2$ (۴)

۸۰- اگر درجه‌های رئوس گراف ساده G به صورت $(1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 4)$ باشد، آن گاه بیشترین مقدار $\gamma(G)$ کدام است؟

۲ (۱) ۳ (۲)

۴ (۳) ۵ (۴)

ریاضیات گسسته: ترکیبات (تا سر فعالیت صفحه ۵۹): صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ / ریاضی ۱: شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۸۱- ۷ کتاب مختلف را به چند طریق در دو قفسه بچینیم که در هر قفسه حداقل ۱ کتاب قرار بگیرد؟ آزمون وی ای پی

(۲) $7 \times 7!$

(۱) $6 \times 7!$

(۴) $(7^7 - 2) \times 7!$

(۳) $\frac{7!}{2}$

۸۲- در یک اردوی آموزشی، از چهار منطقه شمال، جنوب، غرب و شرق ایران به ترتیب ۵، ۵، ۵ و ۶ دانش آموز حضور دارند. به چند

طریق می‌توان از میان این دانش آموزان ۳ نفر انتخاب کرد به طوری که این ۳ نفر از سه منطقه مختلف انتخاب شده باشند؟

(۲) ۴۷۵

(۱) ۵۷۵

(۴) ۵۰۰

(۳) ۶۰۰

۸۳- تعداد اعداد طبیعی سه رقمی که حداقل یک رقم آن‌ها مضرب ۳ باشد از تعداد اعداد چهاررقمی زوج چقدر کمتر است؟

(۲) ۲۶۲۴

(۱) ۲۶۱۸

(۴) ۳۸۱۶

(۳) ۳۸۰۰

۸۴- ۴ رأس یک مربع را با استفاده از ۵ رنگ مختلف به چند روش می‌توان رنگ آمیزی کرد به طوری که رأس‌های دو سر یک ضلع

همرنگ نباشند؟

(۲) ۲۶۰

(۱) ۱۲۰

(۴) ۳۲۰

(۳) ۲۴۰

۸۵- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ چند عدد پنج رقمی می‌توان نوشت به طوری که دو رقم سمت راست آن‌ها (یکان و دهگان)، زوج و

بقیه ارقام فرد باشند؟ (تکرار ارقام مجاز نیست).

(۲) ۱۶۰

(۱) ۱۴۴

(۴) ۱۸۲

(۳) ۱۶۸

۸۶- پنج حرف a و سه حرف b را به چند طریق می توان در جدول زیر قرار داد که در هر سطر، حتماً حرف b وجود داشته باشد؟

۳۶ (۱)

۴۸ (۲)

۴۰ (۳)

۲۴ (۴)

۸۷- با جابه جایی ارقام عدد ۲۵۵۰۰۰ چند عدد متمایز ۶ رقمی بخش پذیر بر ۵ می توان نوشت؟

۲۶ (۲)

۲۵ (۱)

۵۰ (۴)

۴۶ (۳)

۸۸- با ارقام و حروف کد aab1۱۲۲ چند کد با هفت کاراکتر می توان ساخت که فقط دو حرف کنار هم باشند؟

۲۴۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

۲۸۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۸۹- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۷، بدون تکرار ارقام، چند عدد هفت رقمی می توان نوشت که در آن ها ارقام زوج از چپ به راست به

ترتیب صعودی باشند؟

۸۴۰ (۲)

۸۶۴ (۱)

۴۸۰ (۴)

۴۳۲ (۳)

۹۰- یک رئیس، یک معاون و ۶ کارمند می خواهند یک جلسه کاری ۵ نفره تشکیل دهند. این جلسه به چند طریق ممکن است تشکیل

شود هرگاه از بین رئیس و معاون، حداقل یک نفر در جلسه حضور داشته باشد ولی دو کارمند خاص با هم در جلسه نباشند؟

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

۴۸ (۴)

۳۴ (۳)

برای شروع نیمسال دوم کارنامه دارید: اکنون کارنامه نیمسال اول خود را دریافت کرده اید و می توانید هدفگذاری و برنامه ریزی دقیق تری برای نیمسال دوم داشته باشید.

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)

از ساعت ۹:۵۰ تا ۱۱ صبح



آزمون ۲۰ بهمن ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	عادی	۱۰	۹۱	۱۱۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۲	زوج کتاب	۱۰	۱۱۱	۱۲۰
		فیزیک ۱	۱۰	۱۲۱
۳	عادی	۱۰	۱۳۱	۱۵۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۴	زوج کتاب	۱۰	۱۵۱	۱۶۰
		شیمی ۱	۱۰	۱۶۱

تحلیل آزمون: کار را که کرد... آن که تمام کرد

وقتی آزمون به پایان می‌رسد، هنوز یک بخش مهم از برنامه باقی مانده است؛ یعنی تحلیل آزمون. تحلیل آزمون هم یادگیری‌های ناقص شما را کامل می‌کند و جنبه آموزشی دارد و هم مهارت‌های آزمون دادن شما را مورد توجه قرار می‌دهد و دید شما را بازتر می‌کند. در کنار آن تحلیل آزمون می‌تواند در برنامه‌ریزی برای آزمون بعدی هم به شما کمک کند.



آزمون «۲۰ بهمن ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات عادی و سریع: ۷۰ دقیقه
از ساعت ۹:۵۰ تا ۱۱ صبح

تعداد کل سوالات: ۸۰ سؤال

(۴۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

زنگنه سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۹۱-۱۱۰	۱۰	عادی
	۱۰	فیزیک ۳
۱۱۱-۱۲۰	۱۰	فیزیک ۲
۱۲۱-۱۳۰	۱۰	فیزیک ۱
۱۳۱-۱۵۰	۱۰	شیمی ۳
	۱۰	شیمی ۲
۱۵۱-۱۶۰	۱۰	شیمی ۱
۱۶۱-۱۷۰	۱۰	شیمی ۱

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کامران ابراهیمی-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-دانیال راستی-محمدجواد سورچی-معصومه شریعت‌ناصری-پوریا علاقه‌مند غلامرضا محبی-آراس محمدی-محمد کاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-سیده ملیحه میرصالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان محمد نهاوندی‌مقدم	فیزیک	
محمدرضا پورجواد-امیر حاتمیان-بیمان خواجوی‌مجد-امین خوشنویسان-حمید ذبحی-روزبه رضوانی-میلاد شیخ‌الاسلامی‌خیایو امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-پارسا عیوض‌پور-سیدمهدی‌غفوری-امیرمحمد کنگرانی-هادی مهدی‌زاده	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	پارسا عیوض‌پور
گروه ویراستاری	زهره آقامحمدی	امیرحسین مسلمی محمدحسن محمدزاده مقدم
بازبینی نهایی رتبه‌های برتر	معین یوسفی‌نیا حسین بصیر ترکمبور	علی رضایی احسان پنجه‌شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	حسام نادری	پارسا عیوض‌پور
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مهرداد ملوندی	مدیر گروه
نرگس غنی‌زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری	گروه مستندسازی
ویراستاران: پویا عربی-امیرحسین توحیدی-محسن دستجردی	حروف‌نگار
فرزانه فتح‌اله‌زاده	ناظر چاپ
سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

۹۵- به انتهای میله‌ای آهنی با چکش ضربه زده می‌شود و در انتهای دیگر میله دو صدا با فاصله زمانی $47/5 \text{ ms}$ دریافت می‌شود. در صورتی که این آزمایش را با میله‌ای به طول مشابه از جنس مس انجام دهیم، اختلاف زمانی دو صدا چند ms خواهد بود؟

(تندی صوت در هوا، آهن و مس به ترتیب $300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ، $6000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $5000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌باشد.)

- (۱) 45 (۲) 47 (۳) 50 (۴) 56

۹۶- اگر یکای کمیت $\epsilon_0 \mu_0 f \lambda$ با یکای آهنگ تغییرات حجم یکسان باشد، حاصل $\gamma \cdot (\alpha - \beta)$ کدام است؟ (μ_0 ، f و ϵ_0 به ترتیب ضریب تراوایی مغناطیسی خلأ و بسامد و ضریب گذردهی الکتریکی خلأ، در SI هستند.)

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{21}{4}$ (۳) -5 (۴) $-\frac{1}{4}$

۹۷- شنونده‌ای در مبدأ زمان، از محل یک چشمه صوت با سرعت ثابت دور می‌شود. در ۵ ثانیه دوم حرکت، تراز شدت صوتی که شنونده دریافت می‌کند، چند دسی‌بل و چگونه تغییر می‌کند؟ ($\log 2 = 0/3$ و از جذب انرژی صوت توسط محیط صرف نظر شود.)

- (۱) ۶dB کاهش می‌یابد. (۲) ۶dB افزایش می‌یابد.
(۳) ۹dB کاهش می‌یابد. (۴) ۹dB افزایش می‌یابد.

۹۸- یک چشمه صوت شروع به پخش صدایی می‌کند و شنونده (۱) و (۲) با اختلاف زمانی $0/18 \text{ s}$ این صدا را می‌شنوند. در این وضعیت

نسبت تراز شدت صوتی که به هر شنونده می‌رسد به صورت $\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{4}{3}$ است. اگر توان چشمه $\frac{5}{8}$ برابر شود، این نسبت $\frac{\beta'_1}{\beta'_2} = \frac{27}{20}$

می‌شود. فاصله شخص (۱) تا چشمه چند متر است؟ ($\log 2 = 0/3$ ، $300 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{صوت } v$ و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.)

- (۱) $1/25$ (۲) $7/5$ (۳) $62/5$ (۴) ۹۰

۹۹- کدام یک از عبارات زیر درست هستند؟

الف) ارتفاع بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند.

ب) بلندی صوت همان شدت صوت است.

پ) کمترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره 2000 Hz تا 5000 Hz است.

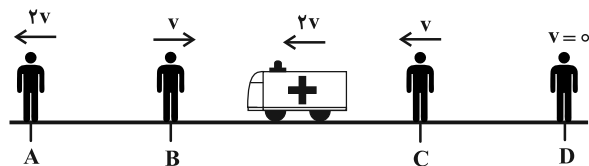
ت) گوش انسان قادر به شنیدن تن‌های صدای 20 Hz تا 20000 Hz است.

ث) اگر ناظری به طرف چشمه صوت ساکن حرکت کند طول موج کوتاه‌تری را نسبت به وضعیتی که ساکن است اندازه می‌گیرد به همین دلیل صوت را با بسامد بیشتر دریافت می‌کند.

- (۱) الف و ت (۲) الف، ت و ث (۳) الف، پ و ث (۴) الف، ب و ت

۱۰۰- در شکل زیر، یک آمبولانس با تندی ثابت $2v$ به سمت چپ در حرکت است و آژیری با بسامد f_S و طول موج λ_S تولید می‌کند.

با توجه به تندی و جهت حرکت چهار شنونده A، B، C و D چند مورد از مقایسه‌های زیر درست است؟



الف) $f_A > f_S$ ، $\lambda_A > \lambda_S$

ب) $f_B > f_S$ ، $\lambda_B < \lambda_S$

ج) $f_C > f_S$ ، $\lambda_C = \lambda_S$

د) $f_D > f_S$ ، $\lambda_D > \lambda_S$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: برهم کنش های موج: صفحه های ۸۹ تا ۱۰۲

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۰۱- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

الف) در نمودار پرتویی، یک پرتو، پیکان مستقیمی است عمود بر جبهه های موج و نشان دهنده جهت انتشار موج.
ب) در پدیده پژواک، اگر تأخیر زمانی بین دو صوت اولیه و بازتابیده، $0/2$ ثانیه باشد، گوش انسان نمی تواند پژواک را از صوت مستقیم اولیه تمیز دهد.

پ) بازتاب پخشنده وقتی رخ می دهد که نور به سطحی برخورد کند که صیقلی و هموار نباشد.

ت) تندی امواج روی سطح آب به عمق آن بستگی دارد و در قسمت های عمیق کمتر است.

ث) پدیده سراب به دلیل تغییر ضریب شکست در لایه های هوا به علت اختلاف دما بین آن ها رخ می دهد.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۲- دو دانش آموز مطابق شکل زیر، مقابل صخره ای ایستاده اند. دانش آموز (۱) فریاد می زند و دانش آموز (۲) دو صدا به فاصله یک ثانیه از هم می شنود. اگر دانش آموز (۱)، ۶۸ متر به صخره نزدیک شود سپس فریاد بزند، دانش آموز (۲) دو صدا را با فاصله چند

ثانیه از هم می شنود؟ $(v_{\text{صوت در هوا}} = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}})$



۰/۲ (۱)

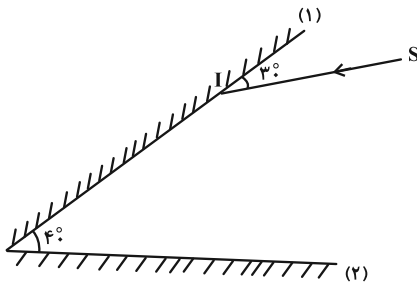
۰/۳ (۲)

۰/۴ (۳)

۰/۶ (۴)

۱۰۳- مطابق شکل زیر، پرتو نور SI به آینه (۱) می تابد. امتداد پرتو بازتاب نهایی با امتداد پرتو SI، زاویه چند درجه می سازد؟ (ابعاد

آینه ها به اندازه کافی بزرگ است.)



۱۴° (۱)

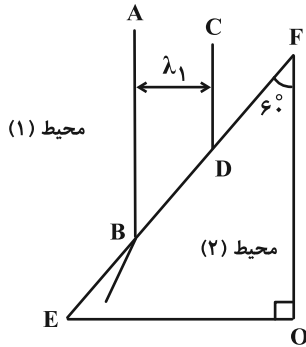
۱۵° (۲)

۱۶° (۳)

۱۷° (۴)

محل انجام محاسبات

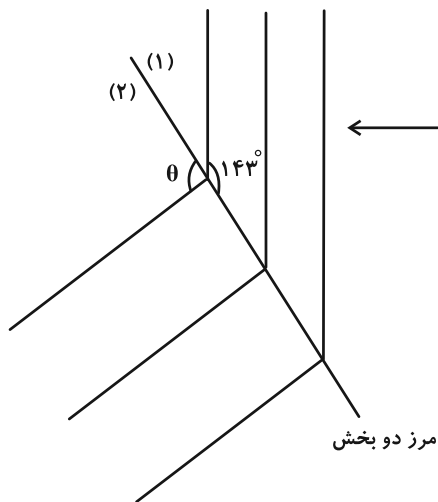
۱۰۴- مطابق شکل زیر، جبهه‌های موجی بر مرز بین محیط (۱) و محیط (۲) فرود آمده‌اند. کدام مورد درست بیان شده است؟ (CD موازی OF است.)



- (۱) ادامه جبهه موج CD در محیط (۲) با جبهه موج AB موازی است.
- (۲) تندی موج در محیط (۲) بزرگ‌تر از تندی موج در محیط (۱) است.
- (۳) بسامد موج در اثر وارد شدن به محیط (۲) کاهش می‌یابد.
- (۴) زاویه پرتو تابش (تابیده شده) به سطح EF برابر 6° است.

۱۰۵- مطابق شکل زیر، جبهه‌های موج تخت، روی سطح آب تشتت موج از بخش (۱) به بخش (۲) با عمق متفاوت وارد می‌شود. اگر

نسبت ضرایب شکست دو محیط، $\frac{4}{3}$ باشد، زاویه θ چند درجه است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



(۱) 143°

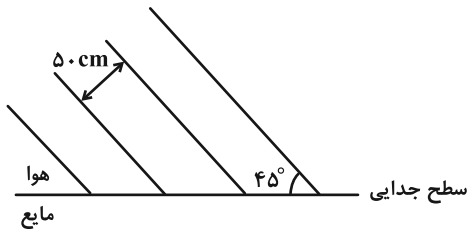
(۲) 127°

(۳) 15°

(۴) 134°

۱۰۶- مطابق شکل، جبهه‌های یک موج صوتی از هوا به مایعی تابیده و هنگام ورود به آن، 15° منحرف می‌شوند. طول موج صوت در این

مایع چند سانتی‌متر است؟



(۱) $50\sqrt{2}$

(۲) $50\sqrt{6}$

(۳) $25\sqrt{2}$

(۴) $25\sqrt{6}$

محل انجام محاسبات

۱۰۷- نور مسافت d را در محیط شفاف (۱) در مدت زمان t و همین مسافت را در محیط شفاف (۲) در مدت زمان $\frac{4}{3}t$ طی می‌کند.

سرعت نور در محیط (۲) چند درصد از محیط (۱) کمتر است و اگر نور با زاویه تابش 53° از محیط (۱) وارد محیط (۲) شود چند

درجه از راستای اولیه‌اش منحرف می‌شود؟ ($\sin 53^\circ = 0/8$ ، $\sin 37^\circ = 0/6$ و $\sin 30^\circ = 0/5$)

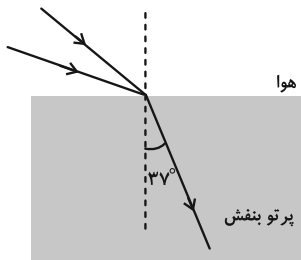
(۱) 16° و 20%

(۳) 16° و 25%

۱۰۸- مطابق شکل زیر، دو پرتو آبی و قرمز به سطح یک تیغه متوازی‌السطوح می‌تابند. زاویه بین دو پرتو فرودی آبی و قرمز چند درجه

باشد تا در داخل تیغه تنها یک پرتو بنفش داشته باشیم؟ (ضریب شکست تیغه برای نور قرمز $\frac{7}{6}$ و برای نور آبی $\frac{4}{3}$ ،

$\sin 37^\circ = 0/6$ ، $\sqrt{3} = 1/7$ و $\sqrt{2} = 1/4$ است.) آزمون وی ای پی



(۱) 7°

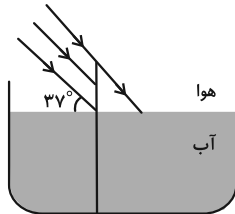
(۲) 8°

(۳) 15°

(۴) 16°

۱۰۹- مطابق شکل میله‌ای به طول $2/1m$ به صورت عمودی بر کف استخر به عمق $1/5m$ نصب شده است و پرتوهای خورشید به

صورت موازی به میله می‌تابند. طول سایه میله در کف استخر در SI کدام است؟ ($n_{\text{آب}} = \frac{4}{3}$ و $\cos 53^\circ = 0/6$)



(۱) $1/125$

(۲) $0/8$

(۳) $1/925$

(۴) $0/6$

۱۱۰- در چند مورد پراش بارزتری را مشاهده خواهیم کرد؟ (a : پهنای شکاف)

الف) حاصل $\frac{\lambda}{a}$ افزایش یابد. (ب) حاصل af کاهش یابد.

پ) حاصل $\frac{T}{a}$ افزایش یابد. (ت) حاصل $\frac{af}{T}$ کاهش یابد.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

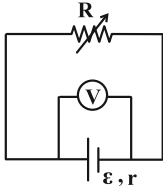
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۸۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوستا ۲ برابر شود، اختلاف پتانسیل دو سر باتری $\frac{6}{5}$ برابر می‌شود. نسبت $\frac{R}{r}$ کدام است؟



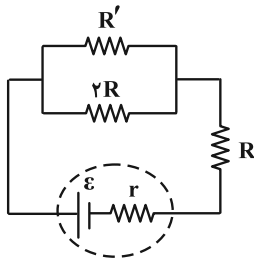
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۱۲- در مدار شکل زیر، توان مصرفی در مقاومت R ، دو برابر توان مصرفی در مقاومت R' است. $\frac{R}{R'}$ کدام است؟



۲ (۱)

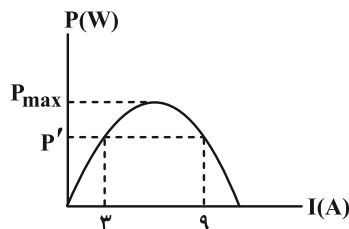
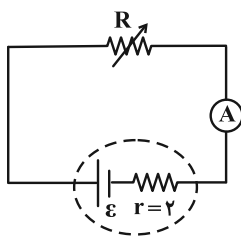
$\frac{1}{2}$ (۲)

۴ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۴)

۱۱۳- در مدار شکل زیر با تغییر مقاومت رئوستا توان خروجی مولد را تغییر می‌دهیم و در نتیجه نمودار توان خروجی مولد بر حسب

جریان عبوری به صورت زیر رسم شده است. حاصل $\frac{P_{max}}{P'}$ کدام است؟



$\frac{3}{4}$ (۱)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{5}{4}$ (۳)

$\frac{4}{5}$ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۱۴- سه مقاومت $R_1 = 8\Omega$ ، $R_2 = 12\Omega$ و $R_3 = 24\Omega$ را به گونه‌ای به یکدیگر متصل کرده‌ایم که مقاومت معادل مجموعه 18Ω شده است. اگر دو سر مجموعه را به اختلاف پتانسیل ۹۰ ولت وصل کنیم، توان مصرفی مقاومت R_2 چند وات از توان مصرفی مقاومت R_1 بیشتر است؟

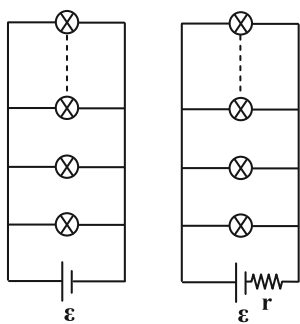
۱۸۷/۵ (۴)

۱۷۸/۵ (۳)

۱۷۵ (۲)

۷۵ (۱)

۱۱۵- در شکل زیر، n لامپ مشابه یک بار در مدار ۱ و یک بار در مدار ۲، به صورت موازی با هم بسته می‌شوند. اگر یکی از لامپ‌ها



مدار (۱)

مدار (۲)

بسوزد، نور لامپ‌های دیگر به ترتیب در مدار ۱ و مدار ۲ چه تغییری می‌کند؟

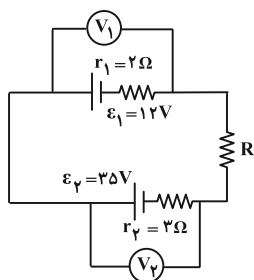
(۱) افزایش - کاهش

(۲) افزایش - افزایش

(۳) ثابت - افزایش

(۴) ثابت - کاهش

۱۱۶- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی V_1 عدد ۲۰ ولت را نشان می‌دهد. ولت‌سنج آرمانی V_2 چند ولت را نشان می‌دهد؟



۱ (۱)

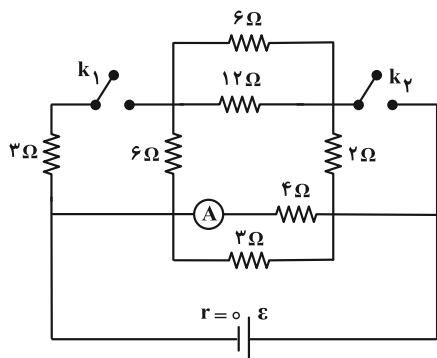
۱۳ (۲)

۴۷ (۳)

۲۳ (۴)

۱۱۷- در مدار شکل زیر، اگر هر دو کلید k_1 و k_2 باز باشند، آمپرسنج آرمانی، جریان I_1 و اگر هر دو کلید k_1 و k_2 بسته باشند،

آمپرسنج آرمانی، جریان I_2 را نشان می‌دهد. حاصل $\frac{I_2}{I_1}$ کدام است؟



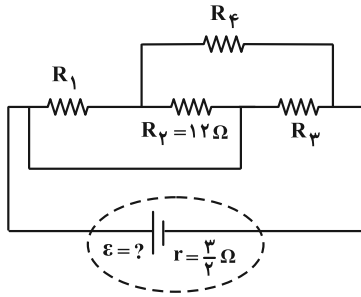
۱ (۱)

$\frac{9}{8}$ (۲)

$\frac{8}{9}$ (۳)

۲ (۴)

۱۱۸- با توجه به مدار داده شده، اگر توان مصرفی در هر یک از مقاومت‌های خارجی با هم برابر و افت پتانسیل باتری ۳۷ باشد، نیروی



محرکه باتری چند ولت است؟ آزمون وی ای پی

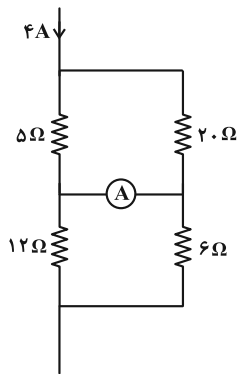
۳ (۱)

۱۶/۵ (۲)

۹ (۳)

۱۲ (۴)

۱۱۹- در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می‌دهد؟



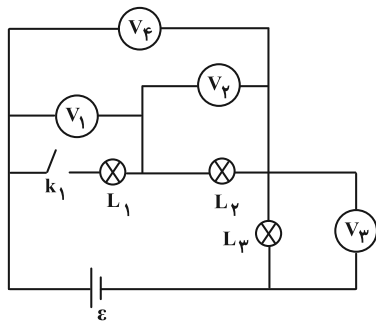
۱۴/۱۵ (۱)

۴/۱۵ (۲)

۲۸/۱۵ (۳)

۴/۵ (۴)

۱۲۰- در مدار شکل زیر، وقتی کلید k_1 بسته است، همه لامپ‌ها روشن‌اند. با قطع کلید k_1 ، چند تا از ولت‌سنج‌ها عدد صفر را نشان می‌دهند؟



۰ (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ تا ۸۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- انرژی جنبشی جسم A، ۴ برابر انرژی جنبشی جسم B است. اگر جرم دو جسم برابر باشد با انجام چند مورد از کارهای زیر

انرژی جنبشی دو جسم برابر خواهد بود؟

الف) جرم جسم B دو برابر و تندی آن $2\sqrt{2}$ برابر گردد.

ب) جرم جسم B نصف و جرم جسم A دو برابر گردد.

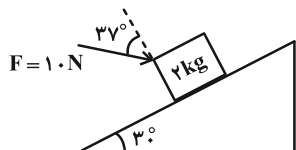
ج) تندی و جرم جسم A، $\frac{1}{3}$ برابر و تندی و جرم جسم B، $\frac{1}{4}$ برابر گردد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲۲- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۲ kg روی سطح شیب‌داری که با افق زاویه 30° می‌سازد، تحت نیروی F به سمت پایین سطح

شیب‌دار، حرکت می‌کند. بعد از ۲ متر جابه‌جایی روی سطح شیب‌دار، کار نیروی وزن چند برابر کار کل انجام شده روی جسم

می‌شود؟ (بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر ۲ N است، $g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\cos 37^\circ = 0.8$)



(۱) ۵-

(۲) ۵

(۳) ۲-

(۴) ۲

۱۲۳- بر جسمی به جرم ۸ kg که روی سطح افقی ساکن است، نیروی $\vec{F} = 60\vec{i} + 40\vec{j}$ وارد شده و جسم را در سوی محور x به اندازه

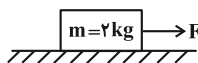
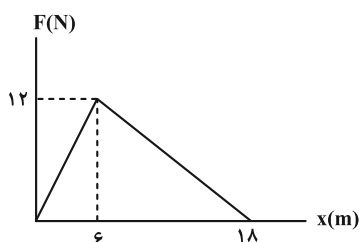
۱۰ متر جابه‌جا می‌کند. اگر نیروی اصطکاک وارد بر جسم، ۲۰ N باشد، تندی جسم به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟

(۱) ۱۰ (۲) $10\sqrt{2}$ (۳) ۵ (۴) $5\sqrt{2}$

۱۲۴- نمودار نیروی افقی وارد شده به جسمی به جرم $m = 2 \text{ kg}$ بر حسب مکان آن، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت این جسم در

مبدأ مکان به صورت $\vec{v}_0 = (5 \frac{m}{s})\vec{i}$ باشد، تندی آن در مکان $x = 14 \text{ m}$ چند متر بر ثانیه است؟ (سطح افقی دارای اصطکاک

بوده و اندازه آن برابر با مقدار ثابت $2/5$ نیوتون است.)



(۱) $5\sqrt{5}$

(۲) $5\sqrt{3}$

(۳) $4\sqrt{10}$

(۴) $3\sqrt{10}$

محل انجام محاسبات

۱۲۵- توان لازم برای رساندن سرعت یک موشک از ۰ به ۷ در مدت زمان t برابر ۴۰ وات است. توان لازم برای رساندن سرعت همان

موشک از ۷ به $7\sqrt{2}$ در مدت زمان $\frac{t}{2}$ چند وات است؟

- ۶۰ (۱) ۸۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴)

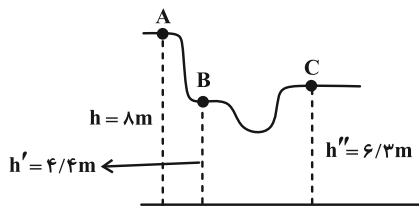
۱۲۶- جسمی به جرم ۲ کیلوگرم را با تندی $10 \frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم و جسم تا ارتفاع $4/5$ متر بالا می‌رود.

تندی جسم در نیمه راه، چند متر بر ثانیه است؟ (نیروی مقاومت هوا در طول مسیر ثابت است و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- $5\sqrt{5}$ (۱) ۵ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴)

۱۲۷- متحرکی به جرم m از ارتفاع h از نقطه A با سرعت اولیه $8\sqrt{2} \frac{m}{s}$ به حرکت درمی‌آید. اختلاف سرعت متحرک در نقاط B و

C چند $\frac{km}{h}$ است؟ ($m = 3/6 kg$ ، $g = 10 \frac{m}{s^2}$ و اصطکاک نداریم.)



- $5\sqrt{2}$ (۱)
۱۸ (۲)
 $5\sqrt{2}$ (۳)
۹ (۴)
 $5\sqrt{2}$ (۵)
۳۶ (۶)
 $18\sqrt{2}$ (۷)
۵ (۸)

۱۲۸- تویی به جرم ۴۰۰ گرم از ارتفاع ۹ متری رها می‌شود. این توپ بعد از برخورد با زمین، ۲۰ درصد انرژی جنبشی‌اش را از دست می‌دهد و

تا ارتفاع h' بالا می‌آید. با فرض این که مقاومت هوا در طول مسیر ثابت و برابر $0.5 N$ باشد، h' چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

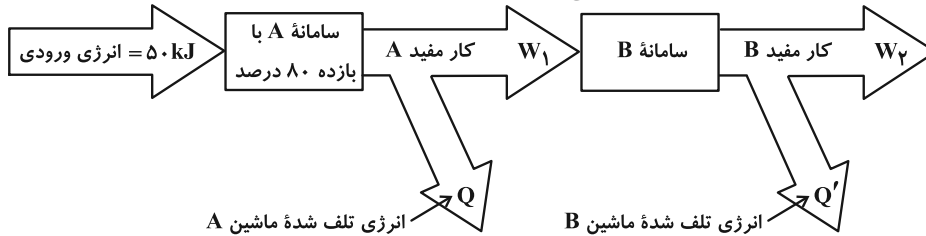
- $5/6$ (۱) $6/3$ (۲) ۷ (۳) $7/2$ (۴)

۱۲۹- یک بالابر با توان مصرفی ۶۰۰W جسم ساکنی به جرم ۱۲kg را از سطح زمین بلند می‌کند. بعد از گذشت $4/3$ s، جسم در ارتفاع

۴ متری قرار دارد و تندی آن $2 \frac{m}{s}$ می‌باشد. بازده بالابر چند درصد است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- ۶۰ (۱) ۶۳ (۲) ۸۰ (۳) ۸۴ (۴)

۱۳۰- شکل زیر طرح‌واره‌ای از دو ماشین A و B را نشان می‌دهد. اگر $Q - Q' = 5 kJ$ باشد، بازده ماشین B چند درصد است؟



- 70 (۱) 75 (۲) 80 (۳) $87/5$ (۴)

برای نیم‌سال دوم آگاه‌تر شده‌اید: در آغاز سال نسبت به هر درس شناخت کافی نداشتید، اما الان نسبت به نقاط قوت و ضعف خود آگاه‌تر شده‌اید و می‌توانید از این آگاهی برای برنامه‌ریزی بهتر، استفاده کنید.

شیمی ۳: شیمی جلوبه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری (تا انتهای فلزها، عنصرهایی شکل‌پذیر با جلایی زیبا): صفحه‌های ۶۷ تا ۸۶ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۳۱- با توجه به نمودار زیر که نقاط ذوب و جوش چند ماده و گستره دمایی که مایع هستند را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر

به نادرستی بیان شده‌اند؟



- نوع نیروی بین ذرات در ماده B از نوع پیوند هیدروژنی باشد.
- ماده A می‌تواند در ساختار حالت جامد خود، دارای دریای الکترونی باشد.
- حالت فیزیکی مواد A، B و C در دمای اتاق، به ترتیب جامد، مایع و گاز می‌باشد.
- اگر هر دو ماده A و C، عناصر خالص باشند، ممکن است بتوانند با یکدیگر واکنش دهند.
- گستره دمایی مایع بودن NaCl که به عنوان شارژ یونی در فناوری تولید برق از پرتوهای خورشیدی مورد استفاده قرار می‌گیرد، نسبت به ماده A بیشتر است.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۳۲- چند مورد از مطالب داده شده نادرست است؟

- اتم مرکزی در مولکول‌های کربونیل سولفید و متان یکسان است و کربونیل سولفید به دلیل داشتن ساختار خطی، ناقطبی است.
- به دلیل توزیع یکنواخت الکترون‌ها در مولکول‌های دو اتمی، این مولکول‌ها در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.
- هنگام سرد کردن مخلوط گازی شامل دی‌متیل اتر و پروپان، مولکول‌های دی‌متیل اتر در دمای بالاتری به حالت مایع در می‌آیند.
- مولکول‌های آمونیاک و کلروفرم هر دو قطبی‌اند و اتم مرکزی هر دو مولکول دارای بار جزئی منفی است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۳- با توجه به جدول زیر که آنتالپی فروپاشی شبکه را برای برخی ترکیب‌های یونی نشان می‌دهد، کدام‌یک از مقایسه‌های زیر

نادرست است؟

آنیون \ کاتیون	F ⁻	Cl ⁻	Br ⁻
Li ⁺	a		
Na ⁺		b	c
K ⁺	d	e	f

a > d > e (۱)

a > c > b (۲)

b > e > f (۳)

b > c > f (۴)

محل انجام محاسبات

۱۳۴- چند مورد از عبارتهای زیر از نظر درستی یا نادرستی همانند عبارت زیر است؟

«بعد از سیلیسیم، فراوانترین عنصر در پوسته جامد زمین اکسیژن است.»

- اتم سیلیسیم همانند کربن، تنها با تشکیل پیوندهای کووالانسی به آرایش هشت تایی می‌رسد.
- نیروهای بین مولکولی سیلیس بسیار قوی‌تر از یخ خشک است.
- کربن و سیلیسیم هر دو متعلق به گروه چهاردهم جدول تناوبی هستند که تاکنون یونی از آنها شناخته نشده است.
- اگر آنتالپی پیوندهای C-C و Si-O به ترتیب برابر ۳۴۸ و ۳۶۸ کیلوژول بر مول باشد، آنتالپی پیوند Si-Si می‌تواند ۳۸۳ کیلوژول بر مول باشد.

۳ (۱)

۴ (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)

۱۳۵- چند مورد از عبارتهای زیر در رابطه با «گرافن» نادرست است؟

- تک لایه‌ای از گرافیت است که شفاف و انعطاف‌پذیر می‌باشد.
- اتمهای کربن در آن با پیوندهای اشتراکی حلقه‌های شش گوشه تشکیل داده‌اند.
- یک گونه شیمیایی سه بعدی است و رسانای جریان برق می‌باشد.
- استحکام ویژه‌ای دارد و مقاومت کششی آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) صفر

۱۳۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) سیلیس در حالت خالص و تراش خورده شفاف، زیبا و سخت بوده و یخ نیز ظاهری شبیه به آن دارد.
- (ب) مولکولهای آب در ساختار یخ در یک آرایش منظم و سه بعدی با تشکیل پیوندهای کووالانسی حلقه‌های شش گوشه با استحکام ویژه پدید می‌آورند.

- (پ) در ساختار یک جامد کووالانسی میان همه اتمها پیوندهای اشتراکی وجود دارد و چنین موادی دیرگداز هستند.
- (ت) تنها برای توصیف ۴ ماده زیر از واژه‌هایی نظیر ماده مولکولی، فرمول مولکولی و نیروهای بین مولکولی استفاده می‌شود.

(SO_۲ ، N_۲ ، SiC ، I_۲ ، C_۶H_۶ ، HCl ، NaCl) آزمون وی ای پی

(ث) رفتار فیزیکی مواد مولکولی به نوع و قدرت نیروهای بین مولکولی آنها بستگی دارد.

۵ (۱)

۴ (۲)

۳ (۳)

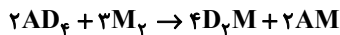
۲ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۲

🔔 دانش‌آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۴۱- در اثر مصرف ۴/۱۰۲ گرم از مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها در واکنش فرضی زیر، ۹۰ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. اگر در اثر مجاورت با کاتالیزگر مناسب، مجموع انرژی فعال‌سازی واکنش‌های رفت و برگشت، از ۳۵۰ kJ به ۲۷۰ kJ برسد، انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت در اثر مجاورت با کاتالیزگر مناسب، چند درصد تغییر یافته است؟ (بازده درصدی واکنش را ۷۵٪ در نظر بگیرید: $D = 1 : g \cdot mol^{-1}$, $A = 12$, $M = 16$)



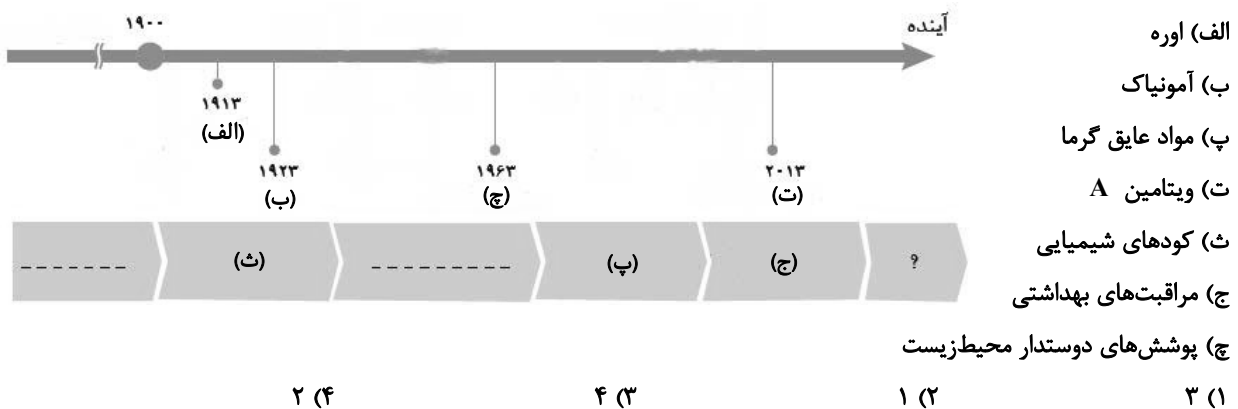
۳۲ (۴)

۲۰ (۳)

۱۶ (۲)

۱۰ (۱)

۱۴۲- با توجه به نمودار زیر، چند مورد از مطالب داده شده درست است؟



۱۴۳- چند مورد از عبارات‌های زیر درست است؟

- برای حذف ۵٪ مول از هیدروکربنی با فرمول مولکولی C_8H_{12} در مبدل کاتالیستی $112L$ گاز اکسیژن در شرایط STP نیاز است.
- در دمای اتاق، واکنش بین دو گاز اکسیژن و هیدروژن در حضور توری پلاتینی به صورت انفجاری انجام می‌شود.
- در واکنش‌هایی که $\Delta H > 0$ است، سطح انرژی ذرات ایجاد شده در قله نمودار انرژی-پیشرفت به سطح انرژی فرآورده‌ها نزدیک‌تر است.
- اکسیدی از گوگرد که هنگام حرکت خودروها تولید می‌شود، در هر مولکول خود ۶ الکترون پیوندی دارد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۴۴- کدام موارد از عبارات‌های بیان شده نادرست است؟

- (الف) در مبدل‌های کاتالیستی خودروها از فلزهای رودیم (Rh)، پالادیم (Pd) و پلاتین (Pt) به عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.
- (ب) کاتالیزگرها در واکنش‌های شیمیایی با کاهش انرژی فعال‌سازی، سرعت و آنتالپی واکنش را افزایش می‌دهند.
- (پ) با این‌که مبدل‌های کاتالیستی برای مدت طولانی کار می‌کنند اما پس از مدت معینی کارایی آن‌ها کاهش می‌یابد و دیگر قابل استفاده نیستند.
- (ت) واکنش گازهای هیدروژن و اکسیژن در حضور پودر روی سریع‌تر از این واکنش در حضور توری پلاتینی است.

الف و پ (۴)

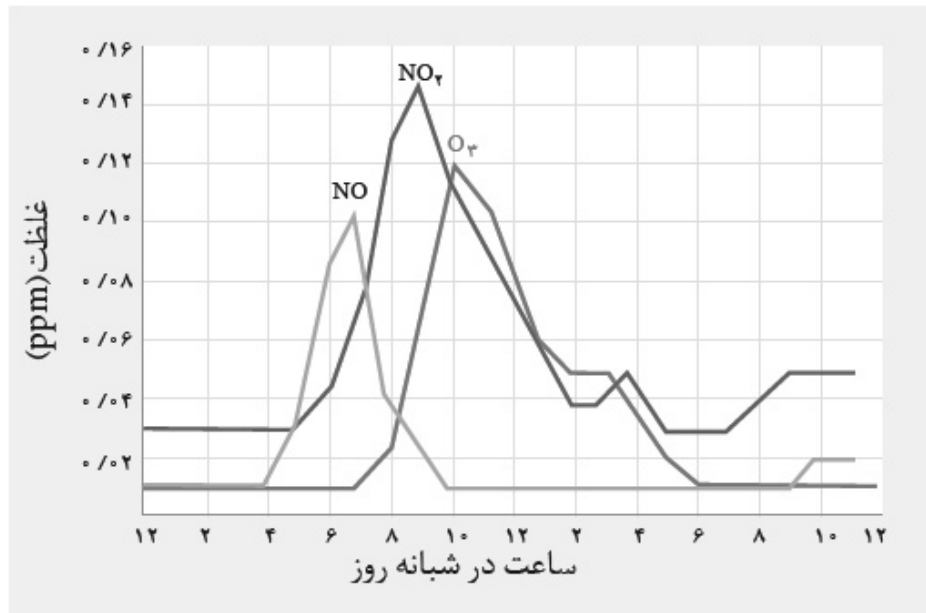
ب و ت (۳)

ب و پ (۲)

الف و ب (۱)

محل انجام محاسبات

۱۴۵- اگر حجم اکسیژن تولید شده از واکنش $2KNO_3(s) \rightarrow 2KNO_2(s) + O_2(g)$ با حجم گاز اوزون موجود در ۱۰ تن هوای آلوده در ساعت ۱۰ صبح برابر باشد، چند گرم پتاسیم نیترات در واکنش تجزیه شده است؟ (حجم مولی گازها را ۲۰ لیتر فرض کنید.)
 آزمون وی ای پی ($K = 39, N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

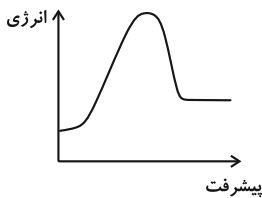


- (۱) ۵/۰۵
- (۲) ۵۰/۵
- (۳) ۲۰/۲
- (۴) ۲/۰۲

۱۴۶- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) مواد تنها با پرتوهای مرئی برهمکنش دارند به همین دلیل برای شناسایی مواد فقط از این نوع پرتوها استفاده می‌شود.
- (۲) مقدار اوزون تروپوسفری موجود در هوا که در اثر واکنش گاز نیتروژن دی‌اکسید با گاز اکسیژن در حضور نور خورشید تولید می‌شود، در شب هنگام، به صفر می‌رسد.
- (۳) برخی اکسیدهای نافلزی موجود در هوای آلوده، اسید آرنیوس محسوب نمی‌شوند.
- (۴) روند تغییرات غلظت اکسیدهای نیتروژن در هواکره در طول روز مشابه هم است.

۱۴۷- با توجه به نمودار زیر، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) علامت ΔH این واکنش مخالف علامت آنتالپی واکنش اکسایش گلوکز است.
- (۲) نمودار انرژی-پیشرفت واکنش تشکیل نیتروژن مونوکسید از نیتروژن و اکسیژن می‌تواند این گونه باشد.
- (۳) با افزایش دما، فقط انرژی واکنش‌دهنده‌ها افزایش یافته و سرعت واکنش بیشتر می‌شود.
- (۴) تاثیر کاتالیزگر بر تغییر آنتالپی این واکنش همانند تأثیر آن بر تغییر آنتالپی واکنش تولید آمونیاک است.

۱۴۸- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) هوای پاک و خشک مخلوطی از گازهای گوناگون است که به‌طور یکنواخت در هواکره پخش شده‌اند.
- (۲) هوای آلوده حاوی آلاینده‌هایی است که اغلب بی‌رنگ هستند و نمی‌توان به آسانی وجود آن‌ها را تشخیص داد.
- (۳) هرگاه یک نمونه ماده در برابر پرتوهای الکترومغناطیسی قرار گیرد، گستره معینی از آن را جذب و باقی را عبور می‌دهد.
- (۴) گاز نیتروژن با گاز اکسیژن در دمای اتاق واکنش نمی‌دهد اما درون موتور خودرو اندکی از آن‌ها به نیتروژن مونوکسید تبدیل می‌شود.

۱۴۹- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

(آ) هر سه واکنش مربوط به حذف آلاینده‌های CO، C_xH_y و NO در مبدل‌های کاتالیستی، از نوع اکسایش- کاهش و گرماگیر می‌باشند.

(ب) سرعت واکنش $H_2(g) + Cl_2(g) \rightarrow 2HCl(g)$ در دمای $250^\circ C$ از دمای اتاق بیشتر بوده و انرژی فعال‌سازی این واکنش در دمای بالاتر کمتر است.

(پ) در سطح سرامیک‌های درون مبدل کاتالیستی، توده‌های فلزی با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند و پس از مدت معینی کارایی مبدل کاهش می‌یابد.

(ت) در مبدل‌های کاتالیستی خودروهای دیزلی از آمونیاک به عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود و یکی از فراورده‌های تولیدی گاز N_2 می‌باشد.

(ث) برای افزایش کارایی مبدل‌های کاتالیستی در خودروهای بنزینی، گاهی سرامیک را به شکل مش (دانه)‌های ریز درآورده و کاتالیزورها را روی سطح آن می‌نشانند.

(۱) آ، ب، پ

(۲) ب، ت، ث

(۳) آ، ب، ت

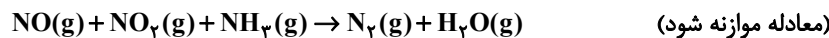
(۴) آ، پ، ث

۱۵۰- یک خودروی دیزلی دارای مبدل کاتالیستی است که با آمونیاک کار می‌کند. این مبدل در هر کیلومتر ۳ گرم گاز NO و $4/6$ گرم

گاز NO_2 مصرف می‌کند. اگر مخزن آمونیاک این خودرو ۳۴ کیلوگرم از این ماده داشته باشد به تقریب تا چند کیلومتر

می‌تواند از آلودگی هوا جلوگیری کند و مجموع عددهای اکسایش اتم‌های نیتروژن در واکنش‌دهنده‌ها کدام است؟

$$(H = 1, N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1})$$



$$(۲) \quad 4 - 2 \times 10^4$$

$$(۱) \quad 3 - 2 \times 10^4$$

$$(۴) \quad 3 - 10^4$$

$$(۳) \quad 4 - 10^4$$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: در پی غذای سالم: صفحه‌های ۴۹ تا ۷۵

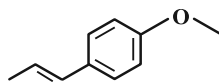
توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۵۱- کدام موارد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- الف) انرژی گرمایی یک استخر آب با دمای 38°C بیشتر از انرژی گرمایی یک لیوان آب با دمای 67°C است.
 ب) روغن زیتون در مقایسه با آب، ظرفیت گرمایی بیشتری دارد و به همین دلیل تخم‌مرغ در آب بهتر می‌پزد.
 پ) ظرفیت گرمایی یک ماده علاوه بر جنس، به مقدار آن، دما و فشار محیط بستگی دارد.
 ت) ظرفیت گرمایی ویژه فلزی که در کلاه فضانوردان استفاده می‌شود بیشتر از ظرفیت گرمایی ویژه هفتمین عنصر دسته p جدول تناوبی است.
- ۱) الف، پ، ت ۲) ب، پ ۳) الف، پ ۴) ب، ت

۱۵۲- چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد ترکیب زیر نادرست است؟

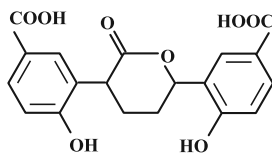


- الف) طعم و بوی رازیانه به دلیل وجود این ترکیب است.
 ب) ترکیبی آروماتیک است و گروه عاملی اتری دارد.
 پ) هر مولکول آن شامل ۲۷ جفت الکترون پیوندی است.
 ت) مجموع شمار اتم‌های مولکول آن برابر با مجموع شمار اتم‌های ۲- هیتانول است.
- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۵۳- اگر در اثر سوختن کامل مقادیر مولی برابری از گازهای متان و اتان، در مجموع $9/9 \times 10^{23}$ مولکول اکسیژن به مصرف برسد و تفاوت گرمای تولیدی از این دو واکنش برابر با 204 kJ باشد، در همان شرایط دما و فشار، اگر مقادیر مولی برابر دیگری از گازهای اتان و بوتان در واکنش‌های سوختن کامل، به مصرف برسد و تفاوت جرم آب تولیدی از این دو واکنش برابر با $8/1$ گرم باشد، تفاوت گرمای تولیدی از

این دو واکنش (سوختن اتان و بوتان) برحسب kJ کدام است؟ ($N_A = 6 \times 10^{23}$, $\text{H} = 1$, $\text{C} = 12$, $\text{O} = 16$, $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- ۱) ۱۰۲ ۲) ۲۰۴ ۳) ۳۰۶ ۴) ۴۰۸



۱۵۴- با توجه به ساختار داده شده چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- در آن ۳۲ الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- شمار پیوندهای دو گانه در آن ۷۵ درصد بیشتر از بنزالدهید است.
- دارای دو گروه کربوکسیلیک اسید، دو گروه الکی و یک گروه اتری است.
- تعداد اتم‌های هیدروژن این ساختار دو برابر تعداد اتم‌های کربنی است که تنها به یک هیدروژن اتصال دارند.

- ۱) ۴ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۵۵- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- ا) ذره‌های سازنده یک ماده افزون بر انرژی جنبشی دارای انرژی پتانسیل نیز هستند.
 ب) همه مواد پیرامون ما در دما و فشار اتاق، آنتالپی معینی دارند.
 پ) مقدار عددی « ΔH » یک فرایند بزرگی آن را نشان می‌دهد در حالی که علامت مثبت و منفی به ترتیب نشان‌دهنده گرماده و گرماگیر بودن آن است.
 ت) در واکنش فتوسنتز برخلاف واکنش اکسایش گلوکز، سطح انرژی فرآورده‌ها از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها بالاتر است.
 ث) هر نمونه ماده مجموعه‌ای از شمار بسیار زیادی ذره‌های سازنده است و این ذره‌ها افزون بر جنبش‌های نامنظم، با یکدیگر برهم‌کنش نیز دارند.

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۴۵ تا ۶۹

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۶۱- همه عبارات‌های زیر نادرست‌اند به جز

(۱) از فراوان‌ترین گاز نجیب هوا برای پر کردن تایر خودروها، در صنعت سرماسازی برای انجماد مواد غذایی و برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی استفاده می‌شود.

(۲) حدود ۷۵ درصد از حجم هواکره، در نزدیک‌ترین لایه به زمین (تروپوسفر) که همان بخشی است که ما در آن زندگی می‌کنیم قرار دارد.

(۳) درصد حجمی گاز آرگون در هوای پاک و خشک از مجموع درصد حجمی سایر گازهای نجیب این هوا بیشتر است.

(۴) برای جداسازی گازهای هواکره پس از جداسازی گرد و غبار با استفاده از فشار، دمای هوا را پیوسته کاهش می‌دهند و نخستین ماده‌ای که به صورت جامد از آن جدا می‌شود کربن دی‌اکسید می‌باشد.

۱۶۲- کدام عبارات‌های زیر صحیح است؟

(آ) در هواکره اکسیژن فقط به صورت مولکول‌های دواتمی وجود دارد، هر چند مقدار این گاز در لایه‌های گوناگون متفاوت است.

(ب) اکسیژن در ساختار اغلب مولکول‌های زیستی مثل پروتئین‌ها وجود دارد.

(پ) روند تغییرات فشار گاز اکسیژن برحسب ارتفاع، مشابه روند تغییرات دمای هوا در لایه استراتوسفر است.

(ت) مجموع شمار اتم‌ها در ترکیب آهن (II) اکسید از مجموع شمار اتم‌ها در فرمول شیمیایی سیلیس کمتر است.

(ث) برخی فلزها مثل پلاتین به حالت آزاد در طبیعت وجود دارند.

(۱) آ، ب، پ (۲) ت، ث

(۳) ب، ت، ث (۴) پ، ت

۱۶۳- چند مورد از عبارات‌های زیر صحیح هستند؟

(الف) فراورده‌های سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی کربن مونوکسید و بخار آب می‌باشند.

(ب) در صنعت برای تولید سولفوریک اسید، نخست گوگرد را می‌سوزانند سپس فراورده ناقطبی حاصل از این واکنش را طی فرایندهای دیگر به H_2SO_4 تبدیل می‌کنند.

(پ) طول موج نور حاصل از سوختن گوگرد کوتاه‌تر از نور حاصل از سوختن سدیم است.

(ت) میل ترکیبی اکسیژن با هموگلوبین خون کمتر از ۰/۰۰۵ برابر میل ترکیبی کربن مونوکسید با هموگلوبین خون است.

(ث) برخی از فراورده‌های حاصل از سوختن زغال سنگ می‌توانند در شرایط مناسب باعث ایجاد باران اسیدی شوند.

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۶۴- در کدام گزینه پاسخ صحیح هر چهار پرسش به درستی بیان شده است؟

الف) نسبت شمار جفت الکترون پیوندی در مولکول SOCl_2 به شمارالکترون ناپیوندی در NO^+ چند است؟

ب) در نام گذاری ترکیب SiCl_4 از پیشوندهای یونانی استفاده می شود یا اعداد رومی؟

پ) نسبت کاتیون به آنیون در اکسید کاتیونی از Cu_2O که سه لایه پر دارد کدام است؟

ت) اگر فرمول ترکیب یونی کلسیم کربید به صورت CaC_x باشد فرمول سدیم کربید چیست؟

(۱) $\frac{3}{4}$ - یونانی - ۲ - NaC (۲) $\frac{3}{8}$ - رومی - ۱ - Na_2C_2

(۳) $\frac{3}{4}$ - رومی - ۱ - NaC (۴) $\frac{3}{8}$ - یونانی - ۲ - Na_2C_2

۱۶۵- کدام گزینه جاهای خالی عبارت زیر را به درستی تکمیل می کند؟

«اگر دمای هوا به اندازه کلوین از نقطه چگالش CO_2 باشد، گازهای موجود در هوا به شکل مایع درمی آیند.»

(۱) ۱۹۲- بالاتر- تمام (۲) ۱۵۰- پایین تر- تمام

(۳) ۱۹۲- پایین تر- اغلب (۴) ۱۵۰- پایین تر- اغلب

۱۶۶- چند مورد از مطالب زیر درباره اثر گلخانه ای درست است؟

- نور خورشید هنگام گذر از هواکره با مولکول ها و دیگر ذره های آن برخورد می کند و تنها بخش کوچکی از آن به سطح زمین می رسد.
- نسبت طول موج پرتوهای بازتابیده از زمین به طول موج پرتوهای جذب شده توسط زمین بزرگ تر از یک است.
- کره زمین با لایه ای از گازها به نام هواکره احاطه شده است که این لایه مانع گرم تر شدن کره زمین می شود.
- حضور CO_2 در هواکره، مانع از خروج به تقریب ۴۰٪ پرتوهای فروسرخ آزاد شده از زمین می شود.

(۱) ۴ (۲) ۳

(۳) ۲ (۴) ۱

۱۶۷- نسبت شمار جفت الکترون های ناپیوندی به شمار جفت الکترون های پیوندی در چند مورد به درستی ذکر شده است؟

(آ) گوگرد دی اکسید: ۲ (ب) سیلیسیم تترافلوئورید: ۳

(پ) یون کربنات: $\frac{8}{3}$ (ت) کربن دی سولفید: ۲

(ث) دی نیتروژن مونواکسید: ۱

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۶۸- با توجه به جدول زیر که تولید y کیلووات ساعت برق از منابع مختلف را نشان می‌دهد، کدام منابع به ترتیب مربوط به انرژی خورشید و نفت خام هستند؟

ستون ۱	ستون ۲	ستون ۳
برق مصرفی در ماه (کیلووات ساعت)	منبع تولید برق	مقدار CO_2 تولید شده در ماه (کیلوگرم)
y	a	$0/36 \times y$
	b	$0/9 \times y$
	c	$0/7 \times y$
	d	$0/03 \times y$
	e	$0/05 \times y$
	f	$0/01 \times y$

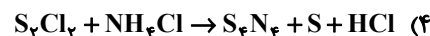
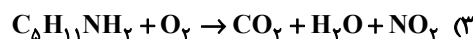
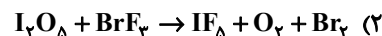
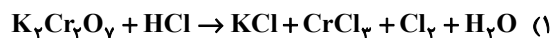
c , e (۲)

b , f (۱)

c , f (۴)

b , e (۳)

۱۶۹- در کدام یک از واکنش‌های زیر پس از موازنه، اختلاف مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها بزرگ‌تر است؟



۱۷۰- هر خودرو به‌طور میانگین سالانه مسافتی حدود ۲۲۰۰۰ کیلومتر را طی می‌کند. در هر سال به تقریب چند لیتر گاز کربن

دی‌اکسید در شرایط استاندارد بر اثر استفاده از خودرویی با برجسب آلاینده‌گی $\frac{250 \text{ g } CO_2}{1 \text{ km}}$ ، وارد هوا کره می‌شود و در یک

سال با توجه به جدول زیر تعیین کنید برای از بین بردن ردپای کربن دی‌اکسید تولید شده توسط هر خودرو به تقریب حداقل

چند درخت با قطر ۷ cm نیاز است؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

۸ - ۱۳	۷	≤ 3	میانگین قطر درخت (سانتی‌متر)
۹/۴	۴/۴	۱	مقدار CO_2 مصرفی در سال (برحسب کیلوگرم)

$$1250 - 2/8 \times 10^6 \quad (2)$$

$$1500 - 2/8 \times 10^6 \quad (1)$$

$$1250 - 2/4 \times 10^6 \quad (4)$$

$$1500 - 2/4 \times 10^6 \quad (3)$$

برای نیم‌سال دوم انگیزه‌تان بیشتر است: همانند نیمه دوم فوتبال، در نیم‌سال دوم، هم انگیزه برای پیشرفت بیشتر است و هم سخت‌کوشی‌تان بیشتر خواهد بود.



آزمون ۲۰ بهمن ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
شاهین پروازی- عادل حسینی- افشین خاصه- خان- محمد رضا راسخ- جمشید عباسی- حمید علیزاده- کامیار علییون- کیان کریمی خراسانی- سپهر متولی- حامد معنوی- مهدی ملارمضانی- مهرداد ملوندی- میلاد منصوری	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیر حسین ابومحبوب- اسحاق اسفندیار- علی ایمانی- جواد ترکمن- سید محمد رضا حسینی فرد- افشین خاصه- خان- کیوان دارابی- سوگند روشنی- محمد صحت کار- مهرداد ملوندی	هندسه	
علی ایمانی- جواد ترکمن- فرزاد جوادی- سید محمد رضا حسینی فرد- کیوان دارابی- مصطفی دیداری- سوگند روشنی- محمد صحت کار- مهرداد ملوندی	ریاضیات گسسته	
کامران ابراهیمی- زهره آقامحمدی- علیرضا جباری- دانیال راستی- محمد جواد سورچی- معصومه شریعت ناصری- پوریا علاقه مند- غلامرضا محبی- آراس محمدی- محمد کاظم منشادی- امیر احمد میر سعید- سیده ملیحه میر صالحی- حسام نادری- مجتبی نکوئیان- محمد نهاوندی- مقدم	فیزیک	
محمد رضا پورچاوید- امیر حاتمیان- پیمان خواجوی مجد- امین خوشنویسان- حمید ذبحی- روزبه رضوانی- میلاد شیخ الاسلامی خیاوی- امیر حسین طیبی- محمد عظیمیان زواره- پارسا عیوض پور- سید مهدی غفوری- امیر محمد کنگرانی- هادی مهدی زاده	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	کیوان دارابی محمد صحت کار	کیوان دارابی محمد صحت کار	حسام نادری	پارسا عیوض پور
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی محمد رضا راسخ	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	امیر حسین مسلمی محمد حسن محمدزاده مقدم
بازبینی نهایی رتبه های برتر	پارسا نوروزی منش سهیل تقی زاده	پارسا نوروزی منش مهید خالئی	پارسا نوروزی منش مهید خالئی	معین یوسفی نیا حسین بصیرتر کمبور	علی رضایی احسان پنجه شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۲

گزینه «۴» -۱

(افشین فاضله‌فان)

تابع f باید در $x = a$ اکیداً نزولی باشد و در آن بتوان خط مماس قائم رسم کرد.

(حسابان ۲ - صفحه ۸۸)

گزینه «۲» -۲

(یمشیر عباس)

از تساوی $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \frac{3}{2}$ نتیجه می‌شود که $f'(3) = \frac{3}{2}$ است

و از نکته $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + mh) - f(x_0 + nh)}{rh} = \frac{m-n}{r} f'(x_0)$ داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3 + 4h) - f(3)}{3h} = \frac{4-0}{3} f'(3) = 2$$

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

گزینه «۱» -۳

(سپهر متولی)

در تابع درجه دوم، اگر $f(x_1) = f(x_2)$ باشد، آن‌گاه

$$f'(x_1) + f'(x_2) = 0$$

$$\begin{cases} f(a) = f(b) = 1 \\ -f'(a) = f'(b) = -2 \end{cases}$$

پس شیب خط عمود بر نمودار تابع در $x = b$ برابر $\frac{1}{2}$ است و معادله این

خط $y = \frac{1}{2}x - 3$ به دست می‌آید. از آنجا که $f(b) = 1$ است، مقدار

$$1 = \frac{1}{2}b - 3 \Rightarrow b = 8$$

b را حساب می‌کنیم:

(حسابان ۲ - صفحه ۸۰)

گزینه «۳» -۴

(سپهر متولی)

با توجه به تعریف مشتق، از تساوی $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - 11}{x - a} = 2$ نتیجه می‌گیریم

که $f'(a) = 2$ و $f(a) = 11$ است. از طرفی با توجه به ویژگی نقاط روی

یک خط، نتیجه می‌گیریم که $\frac{x_C - x_B}{x_B - x_A} = 2$ است. پس داریم:

$$\frac{9-a}{a-3} = 2 \Rightarrow a = 5$$

پس $f(5) = 11$ و $f'(5) = 2$ است و در نتیجه معادله خط مماس $y = 2x + 1$ است.

$$\Rightarrow \begin{cases} y_A = 2(3) + 1 = 7 \\ y_C = 2(9) + 1 = 19 \end{cases} \Rightarrow y_A + y_C = 26$$

(حسابان ۲ - مشابه تمرین ۸ صفحه ۸۳)

گزینه «۴» -۵

(مهردار ملونری)

$$y = \sqrt{x^2 - 3x - 2} = \sqrt{(x+1)(x^2 - x - 2)}$$

$$= \sqrt{(x+1)^2(x-2)}$$

دامنه تابع $\{ -1 \} \cup [2, +\infty)$ است و بدیهی است که در همسایگی $x = -1$ و در همسایگی چپ $x = 2$ تابع تعریف نشده است. پس دامنه تابع مشتق بازه $(2, +\infty)$ است.

(حسابان ۲ - صفحه ۸۹)

گزینه «۲» -۶

(موری ملارمقانی)

ریشه‌های عبارت رادیکالی جزء نقاط مشتق‌ناپذیر تابع هستند، زیرا تابع یکی از همسایگی‌های چپ یا راست این نقاط تعریف نمی‌شود:

$$1 - \sin \pi x = 0 \Rightarrow \sin \pi x = 1 \Rightarrow \pi x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = 2k + \frac{1}{2}$$

در مجموعه $\{ 0 \} - \{ \sqrt{2} \} - \{ -1 \}$ فقط $x = \frac{1}{2}$ در این مجموعه قرار

می‌گیرد. همچنین در نقاطی که عبارت $x + \frac{1}{2}$ عددی صحیح می‌شود، تابع

مشتق‌ناپذیر است که در مجموعه مورد نظر $x = -\frac{1}{2}$ و $x = \frac{1}{2}$ چنین

ویژگی‌هایی دارند، پس تابع در مجموعه مورد سؤال ۲ نقطه مشتق‌ناپذیر دارد.

(حسابان ۲ - صفحه ۸۹)

گزینه «۴» -۷

(میلار منصور)

چون عامل ضربی پشت جزء صحیح، از درجه یک است، تنها حالتی که برای مشتق‌پذیری تابع در $x = -1$ امکان‌پذیر است، این است که $x = -1$

طول رأس سهمی $y = x^2 + kx$ باشد.



$$\begin{cases} x^2 - x = 0 \Rightarrow x = 0, 1 \\ 1 - \sqrt[3]{x^2 - x} = 0 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

یعنی تابع f چهار مماس قائم دارد. تابع f در $\mathbb{R} - \{0, 1, \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}\}$

پیوسته و مشتق‌پذیر است و داریم:

$$x^2 - x \geq -\frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt[3]{x^2 - x} \geq -\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$

$$\Rightarrow 1 - \sqrt[3]{x^2 - x} \leq 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \Rightarrow f(x) \leq \sqrt[3]{1 + \frac{1}{\sqrt[3]{4}}}$$

یعنی بیشترین مقدار تابع f برابر $\sqrt[3]{1 + \frac{1}{\sqrt[3]{4}}}$ است و چون تابع در این

نقطه پیوسته و مشتق‌پذیر است، قطعاً در آن مماس افقی (موازی محور x ها)

دارد. پس در کل، ۵ خط مماس موازی محورها در این تابع می‌توانیم رسم کنیم.

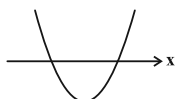
(مسئله ۲- مکمل مثال صفحه ۱۸۸)

۱- گزینه «۲»

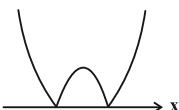
(عادل حسینی)

نمودار یک تابع درجه دوم $y = g(x)$ را که در آن Δ مثبت است، مطابق

شکل زیر در نظر بگیرید:



نمودار تابع $y = |g(x)|$ مطابق شکل زیر است که دو نقطه مشتق‌ناپذیر دارد:



حال اگر نمودار بالا را k واحد به سمت پایین انتقال دهیم و سپس قدرمطلق

آن را رسم کنیم، به نمودار زیر می‌رسیم که شش نقطه مشتق‌ناپذیر دارد:



با این شرط که مقدار مثبت k از قدرمطلق عرض رأس سهمی $y = g(x)$

کمتر باشد.

حال همین استدلال را برای تابع f دنبال می‌کنیم و برای این که شش نقطه

مشتق‌ناپذیر داشته باشد، لازم است که شروط زیر برقرار باشد:

$$\Rightarrow -\frac{k}{2} = -1 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow f(x) = (2x+1)[x^2 + 2x]$$

و داریم:

$$\begin{aligned} f'_-(-3) &= \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{(2x+1)[x^2 + 2x] + 15}{x+3} \\ &= \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{2(2x+1) + 15}{x+3} = \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{6(x+3)}{x+3} = 6 \end{aligned}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۰ و ۱۶ تا ۱۹)

۸- گزینه «۱»

(موری ملارمضانی)

در یک همسایگی $x = 1$ می‌توانیم ضابطه‌های تابع f را به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} -2x+1 & ; x \leq 1 \\ -x & ; x > 1 \end{cases}$$

تابع در $x = 1$ پیوسته است و داریم: $f'_+(1) = -1$ و $f'_-(1) = -2$

حال حاصل حد را حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+2|h|) - f(1+h)}{h^2 - h} &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+2|h|) - f(1)}{h^2 - h} - \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h^2 - h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1-2h) - f(1)}{-h} - \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{-h} \end{aligned}$$

در کسر اول، اگر $-2h$ را H در نظر بگیریم، داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1-2h) - f(1)}{-h} = \lim_{H \rightarrow 0^+} \frac{f(1+H) - f(1)}{H}$$

در نهایت حاصل حد برابر است با:

$$\begin{aligned} &= 2 \lim_{H \rightarrow 0^+} \frac{f(1+H) - f(1)}{H} + \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\ &= 2f'_+(1) + f'_-(1) = -4 \end{aligned}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۹- گزینه «۳»

(عادل حسینی)

دامنه تابع \mathbb{R} است، اما مشتق تابع در ریشه‌های عبارت $x^2 - x$ و همچنین

ریشه‌های عبارت $1 - \sqrt[3]{x^2 - x}$ تعریف نمی‌شوند. این نقاط دقیقاً همان

نقاطی است که تابع f در آنجا مماس قائم (موازی محور y ها) دارد.



حال رابطه داده شده را می‌سازیم:

$$f'(2x) + f''(x) = 4ax + b + 2a = 4x + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$f(x) = x^2 - x + c \quad \text{پس داریم:}$$

$$\frac{f'(0) = -1}{f'(0) = -1} \rightarrow f(f'(0)) = f(-1) = 2 + c = 3 \Rightarrow c = 1$$

c همان عرض از مبدأ تابع f است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۳ و ۹۸)

۱۴- گزینه «۲» (معمرباشا، پاسخ)

بنابراین ابتدا ضابطه تابع $f \times g$ را محاسبه می‌کنیم:

$$(f \times g)(x) = 3^{\log_6 x^2} \times 2^{\log_6 |x|} = 3^{\log_6 x^2} \times 2^{\log_6 x^2}$$

$$= 6^{\log_6 x^2} = x^2 ; \quad x \neq 0$$

$$\Rightarrow (f \times g)'(x) = 2x ; \quad (x \neq 0)$$

$$\Rightarrow (f \times g)'(2) = 4$$

(حسابان ۲- صفحه ۹۴)

۱۵- گزینه «۱» (جمشید عباسی)

باید ضابطه تابع را ساده کنیم:

$$f(x) = \left(\frac{\sin^2 2x + \cos^2 2x + 2 \sin 2x \cos 2x}{\sin 2x + \cos 2x} \right)^2$$

$$= \left(\frac{(\sin 2x + \cos 2x)^2}{\sin 2x + \cos 2x} \right)^2 = (\sin 2x + \cos 2x)^2$$

با استفاده از اتحاد $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ داریم:

$$f(x) = \left(\sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \right)^2 = 2 \sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

و همچنین از اتحاد $2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$ داریم:

$$f(x) = 1 - \cos 2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right) = 1 + \sin 4x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 4 \cos 4x \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{16}\right) = 4 \cos \frac{\pi}{4} = 2\sqrt{2}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

$$\begin{cases} m > 0 & (1) \\ \Delta > 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4m > 0 \Rightarrow m < 4 & (2) \\ m < |y_s| \Rightarrow m < \left| \frac{16 - 4m}{-4} \right| \\ \Rightarrow m < 4 - m \Rightarrow m < 2 & (3) \end{cases}$$

اشتراک سه مجموعه بالا بازه (۰, ۲) است. بزرگ‌ترین عدد صحیح این بازه فقط $m = 1$ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

حسابان ۲- پیشروی سریع

۱۱- گزینه «۱» (اخشین فاضلان)

ضابطه تابع مشتق به صورت زیر است:

$$y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \xrightarrow{x=\sqrt{3}} y' = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۴ و ۹۶)

۱۲- گزینه «۳» (معمرباشا، پاسخ)

از طرفین رابطه داده شده مشتق می‌گیریم:

$$f(x) = f'(2)x^2 + x \Rightarrow f'(x) = 2f'(2)x + 1$$

و $x = 2$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f'(2) = 4f'(2) + 1 \Rightarrow f'(2) = -\frac{1}{3}$$

بنابراین ضابطه تابع f به صورت $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x$ است. حال داریم:

$$f'(x) = -\frac{2}{3}x + 1 \Rightarrow f'(3) = -1$$

(حسابان ۲- صفحه ۹۳)

۱۳- گزینه «۴» (شاهین پروازی)

اگر f یک چندجمله‌ای درجه n باشد، f' و f'' به ترتیب چندجمله‌ای درجه (n-1) و (n-2) هستند و چون حاصل جمع f' و f'' تابعی درجه یک است، $y = f(x)$ تابعی درجه دوم است:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 2ax + b, \quad f''(x) = 2a$$

$$f'(2x) = 4ax + b$$



حال حاصل را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} g'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{5-x}} \Rightarrow g'(1) = -\frac{1}{4} \\ h'(x) = -\frac{2x^2+4}{(x^2-2)^2} \Rightarrow h'(-2) = -3 \end{cases} \xrightarrow{(*)} (fog)'_+(1) = \frac{3}{4}$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۹۳ و ۹۶)

(غشبین فاضه‌فان)

۱۹- گزینه «۳»

$$y = f(\sqrt{x}) \Rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} f'(\sqrt{x})$$

$$\Rightarrow y'' = \frac{-2(\frac{1}{2\sqrt{x}})}{4x} \cdot f'(\sqrt{x}) + \frac{1}{4x} f''(\sqrt{x})$$

$$\xrightarrow{x=4} -\frac{1}{4(4)\sqrt{4}} f'(\sqrt{4}) + \frac{1}{4(4)} f''(2) = 0$$

با توجه به نمودار شیب خط مماس در $x=2$ یا همان $f'(2)$ برابر $\frac{2}{3}$

است. پس داریم:

$$-\frac{1}{32} \left(\frac{2}{3}\right) + \frac{1}{16} f''(2) = 0 \Rightarrow f''(2) = \frac{1}{3}$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۹۳، ۹۶ و ۹۸)

(شاهین پروازی)

۲۰- گزینه «۴»

از تابع $y = g(x)$ مشتق می‌گیریم:

$$g(x) = -f^{-2}(x) \Rightarrow g'(x) = 2f^{-3}(x) f'(x)$$

$$\Rightarrow g'(24) = \frac{2f'(24)}{f^3(24)} \quad (**)$$

برای محاسبه $f'(24)$ از ضابطه $f(x^2+2x) = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ مشتق می‌گیریم:

$$f(x^2+2x) = (\sqrt{x}-1)^{-1}$$

$$\Rightarrow (2x+2)f'(x^2+2x) = -(\sqrt{x}-1)^{-2} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

با جای‌گذاری $x=4$ داریم:

$$1 \cdot f'(24) = -\left(\frac{1}{4}\right) \Rightarrow f'(24) = -\frac{1}{40}$$

با جای‌گذاری $x=4$ ، $f(24)$ هم برابر یک به دست می‌آید. پس داریم:

$$\xrightarrow{(*)} g'(24) = \frac{2\left(-\frac{1}{40}\right)}{1^3} = -\frac{1}{20}$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۹۳ و ۹۶)

(مهم‌رشا، اسبخ)

۱۶- گزینه «۲»

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \tan \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$$

حال مشتق تابع را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = \tan \frac{\pi x}{2} + \frac{\pi}{2} x (1 + \tan^2 \frac{\pi x}{2})$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = \tan \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} (1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}) = 1 + \frac{\pi}{2}$$

پس معادله خط به صورت زیر است:

$$y - \frac{1}{2} = \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) \left(x - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow (2\pi + 4)x = \pi + 4y$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

(کامیار علییون)

۱۷- گزینه «۱»

ابتدا عبارت خواسته شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{f'g - 2fg'}{2\sqrt{f}g^2} = \frac{\frac{f'g}{2\sqrt{f}} - \frac{2fg'}{2\sqrt{f}}}{g^2} = \frac{\frac{f'}{2\sqrt{f}}g - \sqrt{f}g'}{g^2} = \left(\frac{\sqrt{f}}{g}\right)'$$

حال بایستی ضابطه $\frac{\sqrt{f}}{g}$ را به دست آوریم:

$$\left(\frac{\sqrt{f}}{g}\right)'(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2} = \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{x-2} = \frac{|x-2|}{x-2}$$

که در یک همسایگی $x=3$ با تابع $y=1$ مساوی است. بنابراین مشتق آن صفر خواهد بود.

(مسایان ۲- صفحه ۹۴)

(میلاذ منوری)

۱۸- گزینه «۳»

$g(1) = -2$ است و تابع f در $x = -2$ از چپ پیوسته است، تابع g

اکیداً نزولی است و در همسایگی راست $x=1$ ، مقادیر آن کمتر از -2

است، پس برای $x < -2$ ضابطه تابع f را بازنویسی می‌کنیم:

$$x < -2 : h(x) = \frac{2x}{x^2 - 2}$$

از طرفی داریم:

$$(fog)'_+(1) = g'(1)f'_+(g(1)) = g'(1)h'(-2) \quad (**)$$

ریاضی پایه

۲۱- گزینه «۱»

(معدری ملارمغانی)

عبارت را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$2x - (x-1)(x+2) = -x^2 + x + 2$$

بیشترین مقدار عبارت بالا، عرض رأس سهمی $y = -x^2 + x + 2$ است

که از رابطه $y_S = -\frac{\Delta}{4a}$ می‌توانیم مقدار آن را حساب کنیم.

$$\Rightarrow y_S = -\frac{9}{4(-1)} = \frac{9}{4}$$

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۲۲- گزینه «۴»

(موردرار ملونری)

براساس ریشه عبارت قدرمطلق که $x_0 = 2$ است؛ نامعارله را در دو حالت

$x < 2$ و $x \geq 2$ حل می‌کنیم:

$$x < 2 : \frac{3x + (x-2)}{x+2} \leq 1 \Rightarrow \frac{4x-2}{x+2} \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{4x-2}{x+2} - 1 = \frac{3x-4}{x+2} \leq 0 \Rightarrow -2 < x \leq \frac{4}{3}$$

که این بازه زیرمجموعه بازه $x < 2$ قرار دارد.

$$x \geq 2 : \frac{3x - (x-2)}{x+2} \leq 1 \Rightarrow \frac{2x+2}{x+2} \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x+2} - 1 = \frac{x}{x+2} \leq 0 \Rightarrow -2 < x \leq 0$$

که با توجه به شرط $x \geq 2$ ، این بازه قابل قبول نیست. در نهایت مجموعه

جواب‌های نامعارله بازه $[-2, \frac{4}{3}]$ است که شامل ۳ عدد صحیح است.

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

۲۳- گزینه «۳»

(میلار منصور)

جواب‌های معادله مورد نظر را $\alpha' = \frac{1}{2\alpha-1}$ و $\beta' = \frac{1}{2\beta-1}$ در نظر

می‌گیریم:

$$S' = \alpha' + \beta' = \frac{1}{2\alpha-1} + \frac{1}{2\beta-1}$$

$$= \frac{2\alpha + 2\beta - 2}{4\alpha\beta - 2\alpha - 2\beta + 1} = \frac{2(\alpha + \beta) - 2}{4(\alpha\beta) - 2(\alpha + \beta) + 1}$$

در معادله داده شده، $\alpha + \beta = \frac{11}{2}$ و $\alpha\beta = -\frac{3}{2}$ است.

$$\Rightarrow S' = \frac{2(\frac{11}{2}) - 2}{4(-\frac{3}{2}) - 2(\frac{11}{2}) + 1} = -\frac{9}{16}$$

$$P' = \frac{1}{2\alpha-1} \times \frac{1}{2\beta-1} = \frac{1}{4(\alpha\beta) - 2(\alpha + \beta) + 1} = -\frac{1}{16}$$

پس معادله مورد نظر $x^2 + \frac{9}{16}x - \frac{1}{16} = 0$ یا $16x^2 + 9x - 1 = 0$ است.

(مسابان ۱- جبر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

۲۴- گزینه «۴»

(عارل عسینی)

تابع اگر درجه دوم نباشد ($k = 0$)، تابع ثابت $y = -1$ است که فقط از

دو ربع دستگاه مختصات می‌گذرد. پس سهمی یا فقط از سه ناحیه یا از هر

چهار ناحیه عبور می‌کند. در هر حالت، حدود k را می‌یابیم:

الف) عبور از هر ۴ ناحیه: کافی است $\frac{c}{a}$ منفی باشد:

$$\Rightarrow -\frac{1}{k} < 0 \Rightarrow k > 0 \quad (1)$$

ب) عبور از فقط ۳ ناحیه: در این شرط Δ مثبت و P نامنفی است.

$$\Rightarrow \begin{cases} P = -\frac{1}{k} \geq 0 \Rightarrow k < 0 \\ \Delta = 9k^2 + 4k > 0 \Rightarrow -\frac{4}{9} > k \text{ یا } k > 0 \end{cases} \Rightarrow k < -\frac{4}{9} \quad (2)$$

اجتماع (۱) و (۲) مجموعه $\mathbb{R} - [-\frac{4}{9}, 0]$ است.

(مسابان ۱- جبر و معارله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۲۵- گزینه «۲»

(شمیر علیزاده)

اگر دو مهندس با هم کار کنند، پروژه در n روز به اتمام می‌رسد. پس

مهندس اول کار را به تنهایی در $n+4$ و مهندس دوم در $n+9$ روز تمام

می‌کند. پس داریم:

$$\frac{1}{n+4} + \frac{1}{n+9} = \frac{1}{n}$$

با توجه به گزینه‌ها $n = 6$ در معادله بالا صدق می‌کند. برای حل مستقل

معادله نیز داریم:

$$\frac{2n+13}{n^2+13n+36} = \frac{1}{n} \Rightarrow n^2+13n+36 = 2n^2+13n$$

$$\Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

(مسابان ۱- جبر و معارله: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۲۶- گزینه «۳»

(میلار منصور)

طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$3x^2 + \frac{1}{x} = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow 3x^3 + 1 = x^3 + 2x^2 + x \Rightarrow 2x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$$

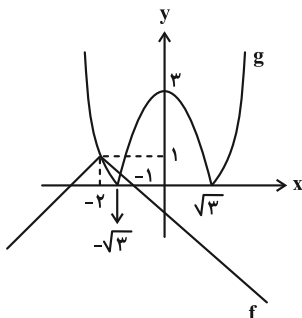


با توجه به نمودار، باید $-8 < k < 8$ باشد تا معادله فقط یک جواب داشته باشد. حال اگر $-2 < k < 0$ باشد، جواب معادله $(x = \alpha)$ مثبت است و شرط $k\alpha < 0$ برقرار می‌شود، در غیر این صورت $k\alpha \geq 0$ خواهد شد. در نتیجه فقط یک مقدار صحیح برای k پیدا می‌شود.

(مسئله ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۲۹- گزینه «۳» (عادل حسینی)

باید معادله $|x^2 - 3| + |x + 2| = 1$ را حل کنیم. برای این کار بهتر است نمودار دو تابع $f(x) = 1 - |x + 2|$ و $g(x) = |x^2 - 3|$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم؛ زیرا تعداد نقاط برخورد این دو نمودار، همان تعداد جواب‌های معادله مورد نظر است:



با توجه به نمودار بالا تعداد جواب‌های معادله برابر ۲ است.

(مسئله ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۱۴ و ۲۴)

۳۰- گزینه «۲» (کیان کریمی فراسانی)

ابتدا نسبت مساحت ADF به ABC را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{S_{ADF}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \sin \hat{A} \cdot AD \cdot AF}{\frac{1}{2} \sin \hat{A} \cdot AB \cdot AC} = \frac{AD}{AB} \cdot \frac{AF}{AC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

به شیوه مشابه، مساحت BDE و CEF نیز $\frac{2}{9}$ مساحت ABC هستند.

$$S_{DEF} = S_{ABC} - S_{ADF} - S_{BDE} - S_{CEF}$$

$$\Rightarrow S_{DEF} = S_{ABC} - 3 \times \frac{2}{9} S_{ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \quad (*)$$

حال مساحت مثلث ABC را حساب می‌کنیم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 7 & 4 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix} = 15$$

$$\xrightarrow{(*)} S_{DEF} = 5$$

(مسئله ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۳۵)

می‌توانیم عبارت را به صورت زیر تجزیه کنیم:

$$2x^2(x-1) - (x-1) = (x-1)(2x^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

هر ۳ جواب هم قابل قبول است، پس نسبت بزرگ‌ترین جواب به کوچک‌ترین جواب برابر $-\sqrt{2}$ است.

(مسئله ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۷- گزینه «۱» (شامر معنوی)

$$AF = AB + BC + CD + DE + EF$$

از طرفی طول پاره خط BC به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(BC)^2 = x^2 + 7 \Rightarrow BC = DE = \sqrt{x^2 + 7}$$

بنابراین داریم:

$$\xrightarrow{AF=16} 1 + 2\sqrt{x^2 + 7} + x + 4 = 16 \Rightarrow 2\sqrt{x^2 + 7} = 11 - x$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x^2 + 28 = x^2 - 22x + 121 \Rightarrow 3x^2 + 22x - 93 = 0$$

$$\Rightarrow (3x + 31)(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 & \text{ق ق} \\ x = -\frac{31}{3} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

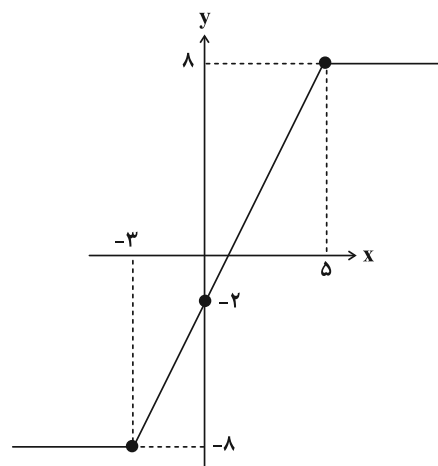
بنابراین اندازه پاره خط BC به صورت زیر به دست می‌آید:

$$BC = \sqrt{x^2 + 7} \xrightarrow{x=3} BC = \sqrt{16} = 4$$

(مسئله ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۲۸- گزینه «۲» (شامر معنوی)

ابتدا نمودار تابع $y = |x + 3| - |x - 5|$ را رسم می‌کنیم:



هندسه ۳

گزینه «۲» ۳۱

با توجه به شکل و فرض سؤال داریم:

$$\frac{S_{ABF'B'}}{S_{ABF}} = \Delta \Rightarrow \frac{BB' \cdot AF'}{OB \cdot AF} = \Delta$$

$$\frac{2b(a+c)}{b(a-c)} = \Delta \Rightarrow \frac{2a+2c}{a-c} = \Delta$$

$$2a+2c = \Delta a - \Delta c \Rightarrow 2c = \Delta a \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{4}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

گزینه «۳» ۳۲

(سوکندر روشنی)

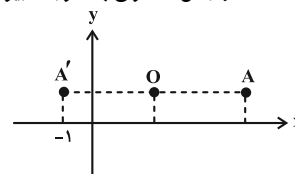
طبق فرض:

$$\begin{cases} |AA'| = 6 = 2a \Rightarrow a = 3 \\ 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \end{cases}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9 = b^2 + 1 \Rightarrow b^2 = 8 \Rightarrow b = \frac{2\sqrt{2}}{1}$$

$$O = \frac{A+A'}{2} = (2, 1)$$

بیضی افقی است و مختصات دو رأس ناکانونی به صورت زیر به دست می‌آید:



$$\begin{cases} B(2, 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) \\ B'(2, 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) \end{cases}$$

رأس ناکانونی B در ناحیه اول دستگاه مختصات قرار دارد:

$$2+1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

گزینه «۴» ۳۳

(اسحاق اسفندیار)

در این بیضی طبق فرض داریم:

$$BF = 2\sqrt{3} = a, \quad AF = a - c = \sqrt{3} \Rightarrow c = \sqrt{3}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 = 9$$

NP و MQ وترهای کانونی بیضی هستند:

$$MQ = NP = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(9)}{2\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

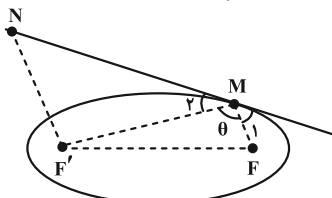
$$MN PQ \text{ محیط} = 2(MQ + MN) = 2(3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) = 10\sqrt{3}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

گزینه «۱» ۳۴

(اسحاق اسفندیار)

طبق فرض و مطابق شکل داریم:



$$MF + MF' = 2a \xrightarrow{MF=2\sqrt{3}} MF' = 2\sqrt{3}$$

بنابر قضیه کسینوس‌ها در مثلث MFF' داریم:

$$FF'^2 = MF^2 + MF'^2 - 2MF \times MF' \times \cos \theta$$

$$\Rightarrow 21 = 3 + 12 - 2(\sqrt{3})(2\sqrt{3}) \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 120^\circ \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 30^\circ$$

طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 30^\circ$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

گزینه «۳» ۳۵

(مهرزاد ملونری)

چون رأس و کانون روی خط $y = -1$ قرار دارند، لذا سهمی افقی است و چون کانون ۳ واحد سمت چپ رأس قرار دارد، دهانه سهمی رو به سمت چپ باز می‌شود و معادله آن به صورت زیر است:

$$(y+1)^2 = -12(x-5)$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

گزینه «۲» ۳۶

(سوکندر روشنی)

مکان هندسی مورد نظر یک سهمی است که خط $y = 1$ خط هادی و نقطه $F(2, 5)$ کانون آن است. مختصات رأس سهمی به صورت $S(2, 3)$ و سهمی قائم است و رو به بالا باز می‌شود.

$$(x-\alpha)^2 = 4a(y-\beta) \Rightarrow (x-2)^2 = \lambda(y-3)$$

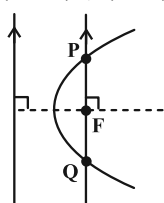
$$\xrightarrow{x=2} 16 = \lambda(y-3) \Rightarrow y = 5 \Rightarrow (2, 5)$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

گزینه «۱» ۳۷

(مهرزاد ملونری)

خطی که از کانون یک سهمی به موازات خط هادی رسم می‌کنیم، بر محور تقارن سهمی عمود است. نمودار سهمی، روی این خط، وتر PQ به اندازه $4a$ جدا می‌کند که به وتر کانونی سهمی موسوم است. طبق فرض، مختصات نقاط P و Q، به صورت $(2, 7)$ و $(2, -1)$ است و در نتیجه:



$$\Rightarrow \begin{cases} y+1=3 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x^2=4y=8 \Rightarrow x=\pm 2\sqrt{2} \\ y+1=-3 \Rightarrow y=-4 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

بنابراین دو نقطه تلاقی $A(2\sqrt{2}, 2)$ و $B(-2\sqrt{2}, 2)$ هستند.

$$|AB| = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۰- گزینه «۴» (کیوان دراپی) (امیرمسین ابومصوب)

با توجه به معادلات محور تقارن و خط هادی، سهمی افقی است و چون نقطه M در سمت راست محور y ها قرار دارد، پس سهمی رو به راست باز می‌شود و معادله آن به صورت مقابل است:

$$(y-2)^2 = 4a(x-h)$$

معادله خط هادی: $x = h - a = 0 \Rightarrow h = a$

$$(y-2)^2 = 4a(x-a) \xrightarrow{M(4, 6)} (6-2)^2 = 4a(4-a)$$

$$\Rightarrow 16 = 4a(4-a) \Rightarrow 4 = 4a - a^2 \Rightarrow a^2 - 4a + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (a-2)^2 = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow \begin{cases} \text{رأس: } S(2, 2) \\ \text{کانون: } F(4, 2) \end{cases}$$

بنابراین خط $x = 3$ عمودمنصف پاره خط SF است و هر نقطه واقع بر آن از رأس و کانون سهمی به یک فاصله است. مختصات نقاط A و B از تلاقی این عمودمنصف با سهمی حاصل می‌شود:

$$(y-2)^2 = 4a(x-2) \xrightarrow{x=3} (y-2)^2 = 4(3-2) = 4$$

$$\Rightarrow y-2 = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} y_A = 2 + 2\sqrt{2} \\ y_B = 2 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow AB$ طول پاره خط AB فاصله مبدأ مختصات از پاره خط AB (خط $x = 3$)، برابر ۳ است، پس داریم:

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

هندسه ۳- پیشروی سریع

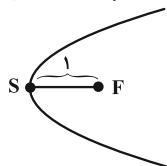
۴۱- گزینه «۳» (کیوان دراپی)

اگر معادله سهمی را به صورت $x = ay^2 + by + c$ در نظر بگیریم، آن‌گاه $S(-\frac{\Delta}{4a}, -\frac{b}{2a})$ رأس سهمی است، پس داریم:

$$x = \frac{y^2}{4} - \frac{y}{2} + c \Rightarrow S = (-\frac{\Delta}{4a}, -\frac{b}{2a}) = (c - \frac{1}{4}, 1)$$

$$p = \frac{1}{4|a|} = \frac{1}{4 \times \frac{1}{4}} = 1 \text{ با } 1 \text{ برابر است}$$

سهمی افقی است و دهانه آن به سمت راست باز می‌شود. پس S و F دارای عرض‌های یکسان بوده اما طول F ، یک واحد از طول S بیشتر است.



$$4a = PQ = 8 \Rightarrow a = 2$$

همچنین چون این دو نقطه روی خط $x = 2$ قرار دارند، پس خط هادی، قائم بوده و سهمی افقی است و نقطه وسط این دو نقطه یعنی $F(2, 3)$ کانون سهمی است. پس یکی از نقاط $(4, 3)$ و $(0, 3)$ رأس سهمی است و لذا معادله سهمی به یکی از دو صورت زیر است:

$$(y-3)^2 = -8(x-4) \text{ , } (y-3)^2 = 8x$$

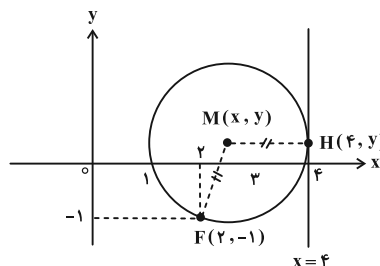
$$\text{توجه: } (y-3)^2 = 8x \Rightarrow y^2 - 6y - 8x = -9$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۳۸- گزینه «۲»

(کیوان دراپی)

اگر $M(x, y)$ مرکز یکی از دایره‌های مورد نظر باشد، طبق شکل زیر، باید $MF = MH$ باشد. پس:



$$\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} = |x-4|$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 - 4x + 4 + (y+1)^2 = x^2 - 8x + 16$$

$$\Rightarrow (y+1)^2 = -4x + 12 \Rightarrow (y+1)^2 = -4(x-3)$$

معادله فوق، مربوط به یک سهمی به رأس $(3, -1)$ است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

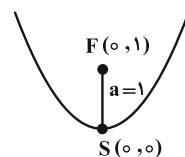
۳۹- گزینه «۳»

(کیوان دراپی)

سهمی $x^2 = 4y$ یک سهمی قائم است که دهانه آن رو به بالا باز می‌شود.

$$(x-0)^2 = 4 \times 1(y-0) \Rightarrow S = (0, 0) \text{ , } a = 1$$

بنابراین مختصات کانون $F(0, 1)$ است. حال معادله دایره‌ای به مرکز $F(0, 1)$ و شعاع ۳ می‌نویسیم.



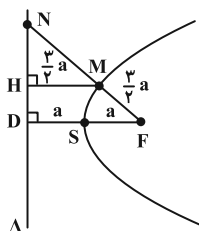
$$x^2 + (y-1)^2 = 9$$

نهایتاً دایره را با سهمی قطع می‌دهیم:

$$\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 9 \\ x^2 = 4y \end{cases} \Rightarrow 4y + (y-1)^2 = 9$$

$$\Rightarrow 4y + y^2 - 2y + 1 = 9$$

$$\Rightarrow y^2 + 2y + 1 = 9 \Rightarrow (y+1)^2 = 9$$



$$MH = MF = \frac{3}{2}a$$

حال در مثلث NDF طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{MH}{FD} = \frac{NM}{NF} \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}a}{2a} = \frac{NM}{NM + \frac{3}{2}a}$$

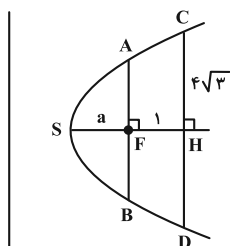
$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{\frac{3}{2}a}{\frac{1}{2}a} = \frac{NM}{\frac{3}{2}a} \Rightarrow NM = \frac{9}{2}a = 4.5a$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه ۵۸ تا ۵۶)

«گزینه ۴»

۴۵- کیوان (ارایی)

از نتیجه یکی از تمرین‌های کتاب استفاده می‌کنیم. اگر قطر دهانه یک گودال به شکل سهمی برابر با d و عمق آن برابر با h باشد، آن گاه:



$$\text{فاصله کانونی} = a = \frac{d^2}{16h}$$

طبق شکل، رابطه فوق به صورت زیر درمی‌آید:

$$a = \frac{|CD|^2}{16|SH|} \Rightarrow a = \frac{(4\sqrt{3})^2}{16(a+1)} \Rightarrow 16a(a+1) = 64 \times 3$$

$$\Rightarrow a^2 + a = 12 \Rightarrow a^2 + a - 12 = 0 \Rightarrow (a+4)(a-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -4 \end{cases} \text{ غ ق}$$

از طرفی AB وتر کانونی سهمی است و اندازه آن با $4a$ برابر است.

$$|AB| = 4a = 4 \times 3 = 12$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه ۵۹ تا ۵۶)

۴۶- ممد صمت‌کار

«گزینه ۱»

با توجه به شکل و در نظر گرفتن خاصیت بازتابندگی سهمی و خواص خطوط موازی و مورب خواهیم داشت:

$$S = (c - \frac{1}{4}, 1) \Rightarrow F = (c + \frac{3}{4}, 1)$$

حال F روی خط $x = 2y$ واقع است، بنابراین:

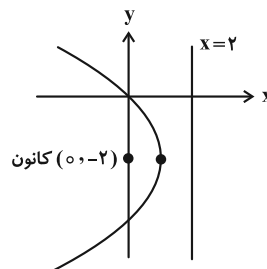
$$c + \frac{3}{4} = 2 \times 1 \Rightarrow c = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۴۲- افشین فاضل‌فان

«گزینه ۲»

می‌دانیم اگر پرتوها موازی محور تقارن بر سهمی بتابند، پرتو بازتاب از کانون آن عبور می‌کند، پس نقطه تلاقی بازتاب این دو پرتو، کانون سهمی است.



$$y^2 + 4y + 4x = 0 \Rightarrow y^2 + 4y + 4 = -4x + 4$$

$$\Rightarrow (y+2)^2 = -4(x-1)$$

F = (0, -2) : کانون $a = 1$ ، رأس سهمی

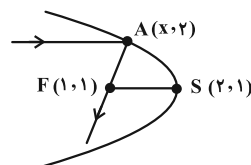
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴۳- علی ایمانی

«گزینه ۱»

$$y^2 - 2y + 1 - 1 + 4x - 7 = 0 \Rightarrow (y-1)^2 + 4x - 8 = 0$$

$$(y-1)^2 = -4x + 8 = -4(x-2) \Rightarrow (y-1)^2 = -4(x-2)$$



نمودار سهمی افقی و رو به چپ است و S(2, 1) رأس سهمی است. نقطه

A(x, 2) روی سهمی است، پس:

$$(2-1)^2 = -4(x-2) \Rightarrow 1 = -4x + 8 \Rightarrow x = \frac{7}{4}$$

$$A(\frac{7}{4}, 2) , F(1, 1) \Rightarrow \text{پرتو بازتاب} : y-1 = \frac{4}{3}(x-1)$$

$$y = 0 \Rightarrow -1 = \frac{4}{3}(x-1) \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴۴- کیوان (ارایی)

«گزینه ۴»

از M عمودی بر خط هادی رسم می‌کنیم. طبق تعریف سهمی:



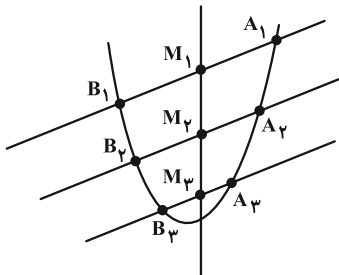
$$\Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{2}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه ۵۹)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۳» ۴۹

سهمی به معادله $(x-1)^2 = 2(y+3)$ ، یک سهمی قائم است که رو به بالا باز می‌شود.



مطابق شکل از برخورد خط‌هایی موازی با نیمساز ناحیه‌های اول و سوم با این سهمی، پاره‌خط‌هایی مانند A_1B_1 ، A_2B_2 ، A_3B_3 و ... حاصل می‌شود که وسط این پاره‌خط‌ها بر روی خطی عمودی قرار دارد. اگر معادلات این دسته خطوط را به صورت $y = x + h$ نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$(x-1)^2 = 2(y+3) \xrightarrow{y=x+h} (x-1)^2 = 2(x+h+3)$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 2x + 2h + 6 \Rightarrow x^2 - 4x - 2h - 5 = 0$$

اگر طول نقاط برخورد (ریشه‌های معادله) برابر x_A و x_B باشد، آن‌گاه طول نقطه وسط پاره‌خط برابر است با:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-\frac{b}{a}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

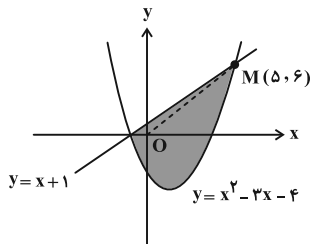
بنابراین معادله مکان هندسی مورد نظر به صورت $x = 2$ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه ۵۹)

(مهرراز ملونری)

گزینه «۴» ۵۰

مطابق شکل، خط $y = x + 1$ را با سهمی $y = x^2 - 3x - 4$ تلاقی می‌دهیم:



$$x^2 - 3x - 4 = x + 1 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

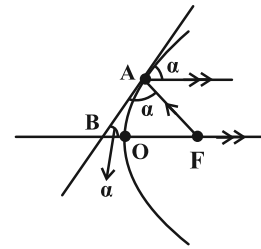
$$\Rightarrow (x-5)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 0 \\ x = 5 \Rightarrow y = 6 \end{cases}$$

در بین نقاط مورد نظر، نقطه $M(5, 6)$ بیشترین فاصله را از مبدأ مختصات

$$OM = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}$$

دارد:

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)



$$\begin{cases} \widehat{FBA} = \alpha \\ \widehat{FAB} = \alpha \end{cases} \Rightarrow \widehat{FBA} = \widehat{FAB}$$

بنابراین مثلث FAB متساوی‌الساقین است و اندازه پاره‌خط BF با پاره‌خط AF برابر است. برای یافتن اندازه پاره‌خط AF باید مختصات کانون سهمی و نقطه A را بیابیم:

$$y^2 = \lambda x \Rightarrow fa = \lambda \Rightarrow a = 2 \Rightarrow F(2, 0)$$

$$y^2 = \lambda x, x_A = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow y^2 = \lambda \times \frac{1}{\lambda} = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \Rightarrow A(\frac{1}{\lambda}, 2)$$

بنابراین:

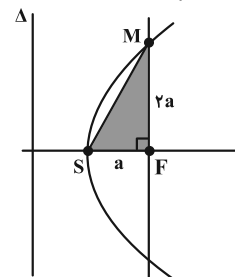
$$BF = AF = \sqrt{(2 - \frac{1}{\lambda})^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{\frac{9}{\lambda} + 4} = \sqrt{\frac{25}{\lambda}} = \frac{5}{\sqrt{\lambda}}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

(مهمر صمدکار)

گزینه «۲» ۴۷

مطابق شکل، اندازه پاره‌خط FM برابر با $2a$ است. بنابراین ابتدا باید از معادله سهمی، مقدار a را بیابیم:



$$fa = \left| \frac{x}{y^2} \right| = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow FM = 2a = \frac{3}{2}$$

در مثلث قائم‌الزاویه FMS داریم:

$$SM^2 = \frac{9}{16} + \frac{9}{4} = \frac{45}{16} \Rightarrow SM = \frac{3\sqrt{5}}{4}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۲» ۴۸

اگر a فاصله کانونی و d و h به ترتیب قطر دهانه و عمق (گودی) یک

دیش مخابراتی باشند، آن‌گاه رابطه $a = \frac{d^2}{16h}$ برقرار است، پس برای این

دو دیش مخابراتی داریم:

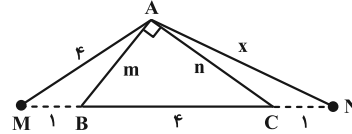
$$\frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{16a_1h_1}{16a_2h_2} \Rightarrow \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{a_1}{a_2} \times \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{5} \times \frac{25}{20} = \frac{1}{4}$$

هندسه ۲

۵۱- گزینه «۴»

(مهررادر ملونری)

مطابق شکل، طول اضلاع قائمه مثلث ABC را m و n می‌گیریم. در مثلث AMN ، قضیه استوارت را یک بار برای AB و بار دیگر برای AC می‌نویسیم:



$$\begin{cases} AM^2 \cdot BN + AN^2 \cdot BM = MN \cdot (AB^2 + BM \cdot BN) \\ AM^2 \cdot CN + AN^2 \cdot CM = MN \cdot (AC^2 + CM \cdot CN) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16 \times 5 + x^2 \times 1 = 6(m^2 + 5) \\ 16 \times 1 + x^2 \times 5 = 6(n^2 + 5) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} 96 + 6x^2 = 6(m^2 + n^2 + 10)$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABC طبق قضیه فیثاغورس داریم $m^2 + n^2 = 16$.

$$\text{پس: } 6x^2 = 6(16 + 10) - 96 \xrightarrow{+6} x^2 = (16 + 10) - 16 = 10$$

$$\Rightarrow x = AN = \sqrt{10}$$

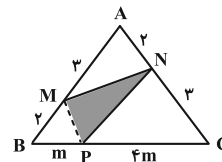
(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)

۵۲- گزینه «۳»

(مهررادر ملونری)

با استفاده از رابطه سینوسی مساحت مثلث، نسبت مساحت هر یک از

مثلث‌های گوشه‌ای را به مساحت کل می‌یابیم:



$$\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AM \cdot AN \cdot \sin \hat{A}}{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A}} = \frac{3 \times 2}{5 \times 5} = \frac{6}{25}$$

به طریق مشابه:

$$\frac{S_{BMP}}{S_{ABC}} = \frac{2m}{5 \times 5m} = \frac{2}{25}, \quad \frac{S_{CNP}}{S_{ABC}} = \frac{2(4m)}{5 \times 5m} = \frac{12}{25}$$

$$\frac{S_{PMN}}{S_{ABC}} = 1 - \left(\frac{6}{25} + \frac{2}{25} + \frac{12}{25} \right) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

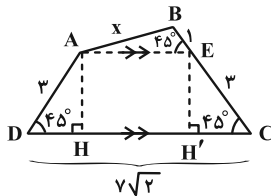
۵۳- گزینه «۴» (پوار ترکمن)

از رأس A ، پاره‌خط AE را موازی قاعده DC رسم می‌کنیم. در این

صورت $\angle AEB = 45^\circ$ و $AECD$ یک دوزنقه متساوی‌الساقین است.

با رسم هر دو ارتفاع این دوزنقه، چون مثلث‌های AHD و $EH'C$

قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین با وتر به طول ۳ می‌باشند، پس:



$$AH = DH = \frac{3\sqrt{2}}{2}, \quad EH' = CH' = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$AE = HH' = DC - (DH + CH')$$

$$= 7\sqrt{2} - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \right) = 4\sqrt{2}$$

اکنون در مثلث ABE ، به کمک قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم:

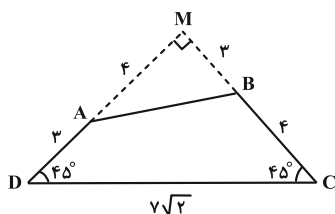
$$AB^2 = AE^2 + BE^2 - 2AE \cdot BE \cdot \cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow x^2 = (4\sqrt{2})^2 + (1)^2 - 2(4\sqrt{2})(1)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 25 \Rightarrow x = 5$$

راه‌حل دوم: مطابق شکل، امتداد AD و BC در نقطه M متقاطع‌اند و

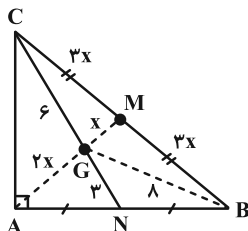
زاویه قائمه می‌سازند. مثلث MCD هم قائم‌الزاویه و هم متساوی‌الساقین

بوده و طول هر ساق آن برابر ۷ است. در مثلث قائم‌الزاویه MAB داریم:



تالیس $GB \parallel PM \rightarrow GB = 2PM = 8$

اما نقطه G همرسی میانه‌های مثلث ABC است و لذا $AG = 2GM$. پس اگر $GM = x$ فرض شود، $AG = 2x$ و در نتیجه $AM = 3x$ است. بنابراین با توجه به این که $AM = BM = CM$ ، لذا طبق قضیه میانه‌ها در مثلث GBC داریم:



$$GB^2 + GC^2 = 2GM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

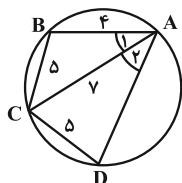
$$\Rightarrow 8^2 + 6^2 = 2x^2 + \frac{(6x)^2}{2} \Rightarrow 100 = 20x^2 \Rightarrow x = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow AM = 3x = 3\sqrt{5}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)

(سیرممد رضا سپینی فرد)

گزینه «۳» -۵۶



$$BC = CD \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{CD} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_r$$

$$\cos \hat{A}_1 = \frac{7^2 + 4^2 - 5^2}{2 \times 7 \times 4} = \frac{5}{7} \Rightarrow \cos \hat{A}_r = \frac{7^2 + AD^2 - 5^2}{2 \times 7 \times AD} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow AD^2 = 10AD + 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} AD = 6 \\ AD = 4 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

برای محاسبه مساحت چهارضلعی، مساحت دو مثلث ABC و ADC را به کمک رابطه هرون محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta ABC: p_1 = \frac{4+5+7}{2} = 8 \Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{8(4)(3)(1)} = 4\sqrt{6} \\ \Delta ADC: p_2 = \frac{6+5+7}{2} = 9 \Rightarrow S_{ADC} = \sqrt{9(4)(3)(2)} = 6\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 10\sqrt{6}$$

توجه: اگر $AD = 4$ باشد آن‌گاه دو مثلث ABC و ADC با هم هم‌نهشت بوده و چون چهارضلعی $ABCD$ محاطی است، بایستی

$$\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \text{ باشد که غیرممکن است!}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۷، ۶۸ و ۷۳)

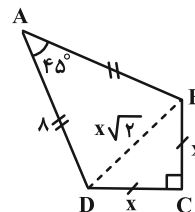
$$MA = 4, MB = 3$$

$$AB^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow AB = 5$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

گزینه «۲» -۵۴ (یواز ترکمن)

قطر BD را رسم می‌کنیم. واضح است که اگر $BC = DC = x$ شوند، آن‌گاه طبق قضیه فیثاغورس، $BD = x\sqrt{2}$ است. اکنون قضیه کسینوس‌ها را در مثلث ABD می‌نویسیم:



$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow (x\sqrt{2})^2 = 8^2 + 8^2 - 2(8)(8)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 8^2(2 - \sqrt{2}) \Rightarrow x^2 = 32(2 - \sqrt{2})$$

حال به محاسبه مساحت کایت می‌پردازیم:

$$S_{ABCD} = S_{\Delta ABD} + S_{\Delta CBD} = \frac{1}{2} \frac{AB \cdot AD \cdot \sin 45^\circ}{\sqrt{2}} + \frac{x^2}{2}$$

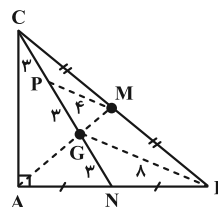
$$= 16\sqrt{2} + \frac{32(2 - \sqrt{2})}{2} = 16\sqrt{2} + 16(2 - \sqrt{2}) = 32$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

گزینه «۱» -۵۵ (یواز ترکمن)

میانه AM (میانه وارد بر وتر که می‌دائیم نصف وتر است) را رسم می‌کنیم. نقطه همرسی دو میانه AM و CN را G در نظر می‌گیریم.

با توجه به این‌که هر میانه مثلث، در نقطه همرسی میانه‌ها، به نسبت ۱ و ۲ تقسیم می‌شود، درمی‌یابیم که $CP = PG = GN = 3$ ، در مثلث GBC ، نقاط P و M وسط اضلاع هستند و طبق عکس قضیه تالیس داریم:



$$AB^2 = 4 + 2 - 2(2)(\sqrt{2}) \cdot \frac{\cos 135^\circ}{2} = 6 + 4 = 10 \Rightarrow AB = \sqrt{10}$$

$$\text{محیط متوازی الاضلاع} = 2(\sqrt{2} + \sqrt{10})$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

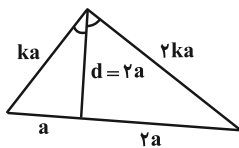
(اخشین فاصه‌فان)

گزینه «۱» -۵۹

می‌دانیم در هر مثلث نسبت دو ضلع زاویه برابر است با نسبت دو قطعه‌ای که از

برخورد نیمساز (آن زاویه) با ضلع مقابل ایجاد می‌شود. پس می‌توان مثلث زیر را

رسم کرد:



$$\frac{d^2}{(2a)^2} = \frac{2k^2 a^2}{2a^2} \Rightarrow \frac{d^2}{2a^2} = k^2 \Rightarrow d^2 = 2a^2(k^2 - 1)$$

$$\Rightarrow k^2 - 1 = 2 \Rightarrow k = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{2ka}{2a} = k = \sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

(سوگندر روشنی)

گزینه «۲» -۶۰

ابتدا کسینوس زاویه $\hat{A} = \theta$ را با استفاده از قضیه کسینوس‌ها به دست می‌آوریم:

$$21 = 25 + 16 - 2(20)\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin\theta = \frac{1}{2} \times 7 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 17\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

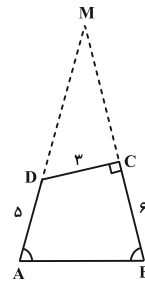
(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶، ۶۷ و ۷۴)

(سیرممد رضا عسینی فرد)

گزینه «۴» -۵۷

اضلاع AD و BC را امتداد می‌دهیم تا همدیگر را در M قطع کنند.

مثلث MAB متساوی‌الساقین است.



$$MA = MB \Rightarrow MD + 5 = MC + 6 \Rightarrow MD = MC + 1$$

در مثلث MCD طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$3^2 + MC^2 = (MC + 1)^2 \Rightarrow MC = 4 \Rightarrow \cos \hat{M} = \frac{4}{5}$$

حال به کمک قضیه کسینوس‌ها طول AB را به دست می‌آوریم:

$$AB^2 = MA^2 + MB^2 - 2MA \cdot MB \cdot \cos M$$

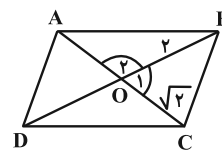
$$= 10^2 + 10^2 - 2 \times 10^2 \times \frac{4}{5} = 40 \Rightarrow AB = 2\sqrt{10}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(اخشین فاصه‌فان)

گزینه «۱» -۵۸

در متوازی‌الاضلاع، مطابق شکل، قطرهای همدیگر را نصف می‌کنند و داریم:



$$S_{ABCD} = 4S_{OBC} = 4 \Rightarrow \frac{1}{2}(2)(\sqrt{2})\sin \hat{O}_1 = 1 \Rightarrow \hat{O}_1 = 45^\circ$$

$$BC^2 = 4 + 2 - 2(2)(\sqrt{2}) \cdot \frac{\cos 45^\circ}{2} = 6 - 4 = 2 \Rightarrow BC = \sqrt{2}$$

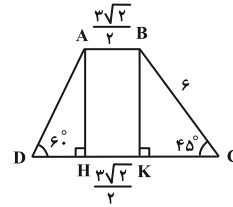


هندسه ۱

گزینه ۱

(معمردار ملونری)

با توجه به شکل و فرض، واضح است که $BC = 6$ و داریم:



$$BK = KC = 6 \sin 45^\circ = 6 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2}$$

$$\Delta AHD: AH = 3\sqrt{2}, \tan 60^\circ = \frac{AH}{DH} \Rightarrow DH = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{6}$$

$$S = \frac{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + (\sqrt{6} + \frac{3\sqrt{2}}{2} + 3\sqrt{2})\right) \times 3\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow S = \frac{(\sqrt{6} + 6\sqrt{2}) \times 3\sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{3} + 18 \times 2}{2} = 18 + 3\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- هندسه فضا؛ صفحه‌های ۶۵، ۶۶ و ۷۲)

گزینه ۱

(سیرمهرشا عسینی فرد)

فقط گزاره (ب) درست است.

بررسی گزاره‌های نادرست:

(الف) زیرا دو صفحه P_1 و P_2 هر وضعیتی نسبت به هم می‌تواند داشته باشند.

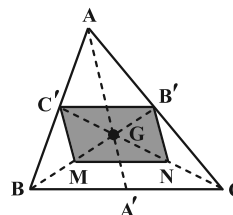
(ج) زیرا دو خط d_1 و d_2 می‌توانند موازی یا متقاطع یا متناظر با هر زاویه‌ای باشند.

(هنرسه ۱- هندسه فضا؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

گزینه ۲

(سیرمهرشا عسینی فرد)

چهارضلعی رنگ شده متوازی‌الاضلاع است. پس:



$$B'C' \parallel MN, B'C' = MN = \frac{1}{2} BC$$

پس نقاط M و N وسط‌های BG و CG هستند. با رسم میانه‌ها در

مثلث، 6 مثلث هم‌مساحت ساخته می‌شود، پس

$$S_{BGC'} = \frac{1}{6} S_{ABC}, S_{BGC'} = 2S_{MGC'} = 2\left(\frac{1}{6} S_{B'C'MN}\right)$$

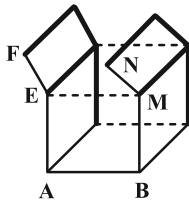
$$\Rightarrow \frac{1}{6} S_{ABC} = \frac{2}{6} S_{B'C'MN} \Rightarrow \frac{S_{B'C'MN}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3}$$

(هنرسه ۱- هندسه فضا؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

گزینه ۳

(افشین فاصه‌فان)

مطابق شکل خطوط موازی با AB ، به صورت خط‌چین و خطوط متناظر با آن، به صورت پررنگ رسم شده‌اند.



$$n = 3, m = 8 \Rightarrow m - n = 5$$

توجه: دقت کنید که دو خط EF و MN با AB متقاطع هستند.

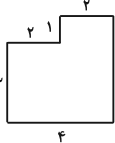
(هنرسه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

(سوگند روشنی)

گزینه ۴

نماهای چپ، بالا و راست مستطیل‌هایی با ابعاد ۳ و ۴ و در نتیجه مساحت ۱۲

هستند ولی نمای روبه‌رو به صورت ۴ و مساحت آن



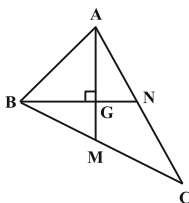
$$14 = 2 + 4 \times 3 \text{ است.}$$

(هنرسه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)

(امیرمسین ابومحبوب)

گزینه ۲

از برخورد ۳ میانه هر مثلث، ۶ مثلث کوچک ایجاد می‌شود که مساحت آن‌ها برابر است، پس مطابق شکل داریم:



$$S_{BMG} = \frac{1}{6} S_{ABC} = \frac{1}{6} \times 36 = 6$$

از طرفی در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند،

$$BG = \frac{2}{3} BN = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \quad \text{بنابراین داریم:}$$

$$S_{BMG} = \frac{1}{2} BG \times GM \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} \times 4 \times GM \Rightarrow GM = 3$$

$$\Delta BMG: BM^2 = BG^2 + GM^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

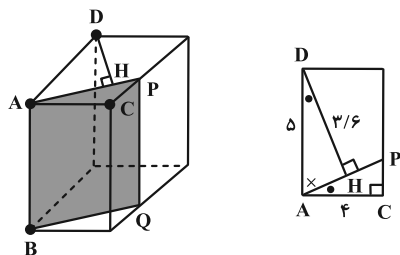
$$\Rightarrow BM = 5 \Rightarrow BC = 2 \times 5 = 10$$

(هنرسه ۱- هندسه فضا؛ صفحه ۶۷)

(امیرمسین ابومحبوب)

گزینه ۳

طبق فرمول پیک برای مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای داریم:



$$\frac{AD}{AP} = \frac{DH}{AC} \Rightarrow \frac{5}{AP} = \frac{3/6}{4} \Rightarrow AP = \frac{20}{3/6} = \frac{5}{0/9} = \frac{50}{9}$$

سطح مقطع APQB مستطیل است و مساحت آن برابر است با:

$$S = AP \times AB = \frac{50}{9} \times 6 = \frac{100}{3}$$

(هندسه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۷۰- گزینه «۲»

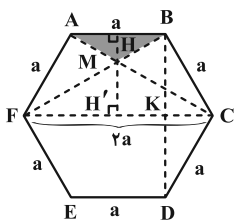
(پواد ترکمن)

اگر ضلع‌های شش‌ضلعی منتظم را a بنامیم، $FC = 2a$ (قطر بزرگ) و

$BD = a\sqrt{3}$ (قطر کوچک) می‌باشند. پس $BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ است. واضح

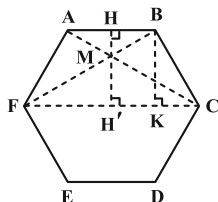
است که دو مثلث MAB و MFC متشابه‌اند و نسبت تشابه

$$\frac{AB}{FC} = \frac{1}{2} \text{ است. پس نسبت ارتفاع‌ها نیز } \frac{1}{2} \text{ می‌باشد. یعنی:}$$



$$MH = \frac{1}{2} MH' \Rightarrow MH = \frac{1}{3} BK = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

بنابراین:



$$\frac{S_{\triangle MAB}}{S_{\triangle MFC}} = \frac{\frac{1}{2} MH \cdot AB}{\frac{1}{2} M'H' \cdot FC} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{a\sqrt{3}}{6} \times a}{\frac{1}{2} \times \frac{a\sqrt{3}}{3} \times 2a} = \frac{1}{18}$$

توجه کنید که مساحت شش‌ضلعی منتظم به ضلع a برابر است با:

$$S_{\triangle} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۵)

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = 7 \Rightarrow \frac{b}{2} + i = 8$$

مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی در صورتی حداکثر خواهد بود که

بیشترین و i کمترین مقدار ممکن را دارا باشند. با توجه به این که کمترین

مقدار i برابر صفر است، داریم:

$$i = 0 \Rightarrow \frac{b}{2} = 8 \Rightarrow b = 16 \Rightarrow \max(b+i) = 16$$

از طرفی در صورتی مجموع نقاط مرزی و درونی حداقل خواهد بود که

کمترین و i بیشترین مقدار ممکن را دارا باشند. کمترین مقدار b برابر ۳

است، ولی چون i همواره عددی حسابی است، پس b باید زوج باشد و در

نتیجه داریم:

$$b = 4 \Rightarrow \frac{4}{2} + i = 8 \Rightarrow i = 6 \Rightarrow \min(b+i) = 10$$

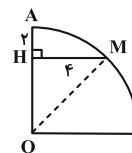
$$\max(b+i) - \min(b+i) = 16 - 10 = 6$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۶۸- گزینه «۴»

(مهررادر ملونری)

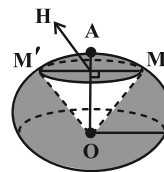
ابتدا شعاع ربع دایره را به دست می‌آوریم:



$$\triangle OHM: \begin{cases} OH = R - 2 \\ OM = R \\ MH = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{فیتاغورس}} R^2 = (R-2)^2 + 4^2 \Rightarrow R = 5$$

مطابق شکل زیر، حجم ناحیه سایه زده شده از تفاضل حجم ناحیه مخروطی

سفید رنگ از حجم نیمکره به دست می‌آید:



$$\text{حجم نیمکره: } V_1 = \frac{2}{3} \pi R^3 = \frac{2}{3} \pi \times 125 = \frac{250\pi}{3}$$

$$\text{حجم مخروط قائم سفید رنگ: } V_2 = \frac{1}{3} \pi MH^2 \cdot OH = \frac{1}{3} \pi (4^2) \times 3 = 16\pi$$

$$\Rightarrow \text{حجم ناحیه سایه زده شده: } V = V_1 - V_2 = \frac{250\pi}{3} - 16\pi = \frac{202\pi}{3}$$

(هندسه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۶۹- گزینه «۲»

(مهررادر ملونری)

در شکل زیر دو مثلث ADH و ACP با هم متشابه‌اند و داریم:



ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۲»

(مصطفی «براری»)

احاطه گر G نیست (رأس d احاطه نمی‌شود): $N_G(f) = \{e, b, g\}$

احاطه گر G است: $N_G[f] = \{f, a, h, d, c\}$

همسایه‌های f در گراف مکمل

احاطه گر G نیست چون خود g احاطه نمی‌شود: $N_G(g) = \{a, e, b, d, c\}$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۷۲- گزینه «۴»

(سوکندر «روشنی»)

اگر گراف 2 -منتظم مرتبه 12 به صورت C_{12} باشد عدد احاطه‌گری برابر

4 و اگر به صورت $C_7 \cup C_5$ باشد عدد احاطه‌گری برابر 5 و اگر به

صورت $C_4 \cup C_4 \cup C_4$ باشد عدد احاطه‌گری 6 به ما می‌دهد. ولی در

هیچ حالتی عدد احاطه‌گری 7 ندارد.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: مشابه تمرین 7 صفحه 53)

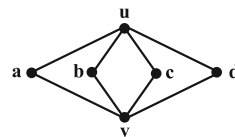
۷۳- گزینه «۲»

(فرزاد «یواری»)

ابتدا با توجه به اطلاعات موجود در صورت سؤال، گراف مورد نظر را رسم می‌کنیم.

در این گراف دو رأس از درجه $4 = \Delta$ و چهار رأس از درجه 2 وجود دارد. در

نتیجه گراف مربوط به صورت زیر است:



واضح است که برای احاطه رئوس این گراف، انتخاب دو رأس مانند آنچه در

مجموعه‌های زیر آمده کفایت می‌کند:

حالت اول: انتخاب u به همراه یکی از رئوس وسطی:

$\{u, a\}, \{u, b\}, \{u, c\}, \{u, d\}$

حالت دوم: انتخاب v به همراه یکی از رئوس وسطی:

$\{v, a\}, \{v, b\}, \{v, c\}, \{v, d\}$

حالت سوم: انتخاب دو رأس u و v با هم:

بنابراین $\gamma = 2$ و تعداد γ -مجموعه‌ها برابر است با: 9

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

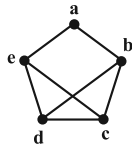
۷۴- گزینه «۱»

(مهررار «ملونری»)

اگر گراف G ، رأسی از درجه فول 4 داشته باشد، آن گاه $\gamma = 1$ است.

پس برای این که $q(G)$ حداکثر مقدار ممکن باشد، باید $\Delta(G) = 3$ و

نمودار آن به صورت زیر باشد:



در این گراف $\gamma = 2$ است؛ همچنین به $\binom{5}{2} = 10$ حالت می‌توان

مجموعه‌ای 2 عضوی از بین رئوس G انتخاب کرد که در بین آن‌ها فقط

مجموعه $\{c, d\}$ احاطه‌گر مینیمم نیست. پس G دارای $10 - 1 = 9$

مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۷۵- گزینه «۳»

(سیدمحمدرضا «سینی‌فرز»)

برای رسیدن به حداکثر عدد احاطه‌گری، تا حد امکان رأس‌های درجه 1 را

رسم می‌کنیم، در شکل زیر عدد احاطه‌گری برابر 3 است:



(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۷۶- گزینه «۴»

(ممد صدت‌کار)

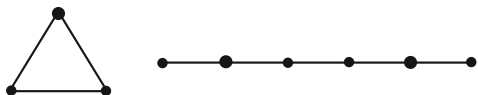
با شرایط این گراف دو حالت امکان‌پذیر است:

الف) $\gamma(C_n) = 1$ و $\gamma(P_m) = 2$

در این حالت بیشترین تعداد رأس‌ها را هنگامی داریم که $n = 3$ و

$m = 6$ باشد. بنابراین: $p = m + n = 6 + 3 = 9$

شکل این گراف به صورت زیر است:



ب) $\gamma(C_n) = 2$ و $\gamma(P_m) = 1$

در این حالت بیشترین تعداد رأس‌ها را هنگامی داریم که $n = 6$ و $m = 3$

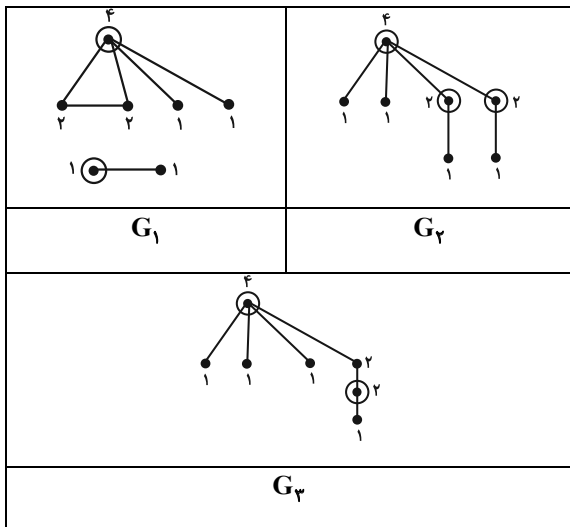
باشد. بنابراین: $p = m + n = 3 + 6 = 9$



(جواب ترکمن)

۸۰- گزینه «۲»

برای این گراف، ۳ شکل متمایز زیر وجود دارد:



واضح است که در گراف G_3 ، بیشترین عدد احاطه‌گری به دست می‌آید که برابر ۳ است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

ریاضیات گسسته-پیشروی سریع

(علی ایمانی)

۸۱- گزینه «۱»

اگر دو قفسه را با میله‌ای از هم جدا کنیم برای این میله ۶ حالت وجود دارد و برای کتاب‌ها نیز ۷! حالت. بنابراین تعداد کل حالات برابر است با: $7! \times 6$



(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

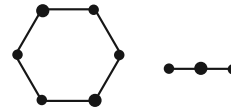
(مهم صحت‌کار)

۸۲- گزینه «۱»

برای انتخاب اعضای این گروه سه نفره دو حالت امکان‌پذیر است. الف) هیچ دانش‌آموزی از منطقه شرق انتخاب نشود. در این شرایط تعداد

حالت‌های مطلوب برابر است با: $\binom{5}{1} \binom{5}{1} \binom{5}{1} = 5 \times 5 \times 5 = 125$

شکل این گراف به صورت زیر است:



بنابراین این گراف، حداکثر ۹ رأس و ۸ یال دارد و در نتیجه خواهیم داشت:

$$q(G) + q(\bar{G}) = q(K_9) \Rightarrow 8 + q(\bar{G}) = \binom{9}{2} = 36$$

$$\Rightarrow q(\bar{G}) = 36 - 8 = 28$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۱)

۷۷- گزینه «۳» (مهم صحت‌کار)

با توجه به این که $\gamma(G) \leq p - \Delta \leq \left\lfloor \frac{p}{\Delta + 1} \right\rfloor$ خواهیم داشت:

$$\left\lfloor \frac{p}{4} \right\rfloor \leq \Delta \leq p - 3 \Rightarrow 8 \leq p \leq 20$$

بنابراین تعداد اعداد مختلف برای تعداد رأس‌ها برابر است با:

$$20 - 8 + 1 = 13$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۱)

۷۸- گزینه «۲» (کیوان رارایی)

از مجموعه $\{a, c, f, h\}$ می‌توان عضو h را حذف کرد، اما مجموعه کماکان احاطه‌گر باقی بماند. پس این مجموعه احاطه‌گر است، اما مینیمال نیست. مجموعه‌های $\{a, b, c, d, j\}$ و $\{a, g, d\}$ احاطه‌گر مینیمال هستند و مجموعه $\{f, e, i, b\}$ نیز احاطه‌گر نیست.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۱)

۷۹- گزینه «۴» (کیوان رارایی)

چون $\gamma(G) = p - 1$ ، بنابراین گراف G مثلاً در مرتبه ۶ به شکل زیر است:



پس این گراف از $p - 2$ رأس تنها و دو رأس مجاور هم تشکیل شده است.

در گراف \bar{G} هر کدام از این رأس‌های تنها به رأس فول (رأس درجه $p - 1$) تبدیل می‌شوند و هر کدام به تنهایی یک $p - 1$ مجموعه تشکیل می‌دهند. پس گراف \bar{G} دارای $p - 2$ مجموعه احاطه‌گر مینیم است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)



$$5 \times 4 \times 1 \times 4 = 80$$

A B C D

ب) رأس‌های A و C هم‌رنگ نباشند. در این وضعیت تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$$

A B C D

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با: $80 + 180 = 260$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمرن: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۶)

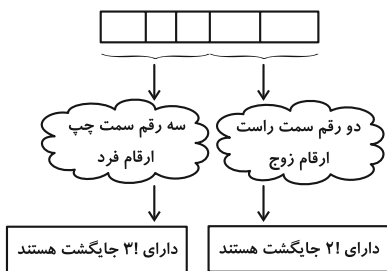
۸۵- گزینه «۱» (فرزاد پورای)

ابتدا دو رقم مورد نیاز برای یکان و دهگان را از بین ارقام ۲، ۴ و ۶ انتخاب

می‌کنیم «به» $\binom{3}{2}$ طریق، سپس از بین چهار رقم فرد $\{1, 3, 5, 7\}$ ،

سه رقم بعدی را انتخاب می‌کنیم «به» $\binom{4}{3}$ طریق؛ سپس این حالت‌ها را در

جایگشت‌های ارقام زوج و فرد انتخاب شده ضرب می‌کنیم.



$$144 = \binom{3}{2} \binom{4}{3} \times 3! \times 2! = 3 \times 4 \times 6 \times 2 = 144$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمرن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۸۶- گزینه «۲» (مهرداد ملونری)

چون سه حرف b داریم، برای برآورده شدن شرط سؤال، باید دو حرف b در یک سطر و یک حرف دیگر در سطر دیگر باشد:

$$\begin{cases} a, a, b, b \Rightarrow \frac{4!}{2!2!} = 6 \\ a, a, a, b \Rightarrow \frac{4!}{3!} = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} 6 \times 4 = 24$$

ب) یک دانش‌آموز از منطقه شرق حتماً در این گروه سه نفره باشد. در این شرایط تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$\binom{6}{1} \binom{3}{2} \binom{5}{1} \binom{5}{1} = 6 \times 3 \times 5 \times 5 = 450$$

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با: $125 + 450 = 575$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمرن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۸۳- گزینه «۴» (فرزاد پورای)

ابتدا تعداد اعداد چهاررقمی زوج را می‌شماریم.

$$\{9999, \dots, 1001, 1000\} = \text{اعداد چهاررقمی طبیعی}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد} = 9999 - 1000 + 1 = 9000$$

نصف اعداد چهاررقمی بالا زوج و نصف دیگر فرد است. پس:

$$\text{تعداد اعداد چهاررقمی زوج} = 4500$$

برای شمارش تعداد اعداد سه رقمی که حداقل یک رقم‌شان مضرب ۳ است از روش متمم استفاده می‌کنیم.

$$\text{تعداد کل سه رقمی‌ها} = \boxed{9} \boxed{10} \boxed{10} = 900$$

$$216 = \boxed{6} \boxed{6} \boxed{6} = \text{تعداد اعداد سه رقمی فاقد } 0, 3, 6, 9$$

(که با ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۷ و ۸ ساخته می‌شوند.)

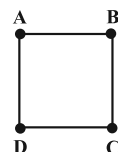
$$\Rightarrow 900 - 216 = 684$$

$$3816 = 4500 - 684 = \text{تعداد اعداد مورد نظر}$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمرن: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۶)

۸۴- گزینه «۲» (مهمر صدکار)

اگر رأس‌های این مربع را مطابق شکل زیر نام‌گذاری کنیم آن‌گاه دو حالت امکان‌پذیر است:



الف) رأس‌های A و C هم‌رنگ باشند. در این وضعیت تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:



(ممر صحت کار)

۸۹- گزینه «۴»

نکته: تعداد جایگشت‌های n شی متمایز در یک ردیف هرگاه بخواهیم که r تا از آن‌ها از چپ به راست یا برعکس دارای ترتیب خاصی باشند برابر

$$\frac{n!}{r!}$$

است با:

با توجه به این که سه رقم زوج و چهار رقم فرد داریم و با در نظر گرفتن این نکته که اولین رقم سمت چپ نمی‌تواند رقم صفر باشد، تعداد اعداد مطلوب

$$\binom{4}{1} \times \frac{6!}{3!} = 4 \times 6 \times 5 \times 4 = 480$$

برابر می‌شود با:

توجه کنید که ابتدا از ۴ رقم فرد یکی را برای اولین رقم سمت چپ انتخاب کرده و سپس ۶ رقم باقی‌مانده را طوری می‌چینیم که ارقام زوج از چپ به راست به ترتیب صعودی باشند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

(مصطفی دیداری)

۹۰- گزینه «۳»

دو حالت در نظر می‌گیریم:

(۱) رئیس و معاون هر دو در جلسه حضور داشته باشند: به $\binom{6}{3}$ روش،

می‌توانیم ۳ کارمند انتخاب کنیم که در $\binom{4}{1}$ روش، دو کارمند خاص با هم

حضور دارند، پس تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{2}{2} \left[\binom{6}{3} - \binom{4}{1} \right] = 20 - 4 = 16$$

(۲) فقط یکی از افراد رئیس یا معاون حضور داشته باشند: به $\binom{2}{1}$ روش،

یکی از دو نفر رئیس یا معاون را انتخاب می‌کنیم، که به $\binom{6}{4}$ روش ۴

کارمند برمی‌داریم اما در $\binom{4}{2}$ روش، دو کارمند خاص حضور با هم دارند،

پس تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{2}{1} \left[\binom{6}{4} - \binom{4}{2} \right] = 2(15 - 6) = 18$$

پس در کل $16 + 18 = 34$ روش وجود دارد.

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

همچنین برای این که کدام سطر، دو حرف b داشته باشد، ۲ حالت وجود دارد، پس جواب کلی برابر است با:

$$24 \times 2 = 48$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۸۷- گزینه «۲» (کیوان درایی)

برای آن که عددی مضرب ۵ باشد باید رقم یکانش صفر یا ۵ باشد. در این مسئله باید هر کدام از این دو حالت را جداگانه حساب کنیم. اما با توجه به ارقام داده شده بهتر است که از روش متمم استفاده کنیم. در میان کل اعداد تنها اعدادی نامطلوب هستند که رقم یکان آن‌ها ۲ باشد. بنابراین:

$$30 = \frac{3 \times 5!}{2! \times 3!} = \text{تعداد کل اعداد}$$

برای یافتن اعداد نامطلوب دقت کنید که در این اعداد رقم یکان ۲ و اولین رقم سمت چپ حتماً ۵ است. بنابراین:

$$4 = \frac{4!}{3!} = \text{تعداد اعداد شش رقمی با رقم یکان ۲}$$

بنابراین تعداد کل اعداد مطلوب برابر است با:

$$30 - 4 = 26$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۸۸- گزینه «۱» (پوار ترکمن)

برای یافتن تعداد کدهای مطلوب باید ابتدا ارقام را طوری بچینیم که بین هر دو رقم فقط یک جای خالی باشد. در این شرایط مطابق شکل ۵ جای خالی خواهیم داشت:

$$- 1 - 1 - 2 - 2 -$$

حالا برای حروف دو حالت امکان‌پذیر است.

الف) دو حرف a کنار هم باشند؛ در این شرایط تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$\binom{5}{2} \times 2! \times \frac{4!}{2! \times 2!} = 10 \times 2 \times 6 = 120$$

ب) یک حرف a و یک حرف b کنار هم باشند؛ در این شرایط تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$\binom{5}{2} \times 2! \times 2! \times \frac{4!}{2! \times 2!} = 10 \times 2 \times 2 \times 6 = 240$$

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$120 + 240 = 360$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

فیزیک ۳

۹۱- گزینه «۳»

(مسام ناری)

موارد (پ) و (ث) درست‌اند.

علت نادرستی سایر موارد:

(الف) موج صوتی برخلاف موج رادیویی یک موج مکانیکی است و برای انتشار نیاز به محیط مادی دارد.

(ب) موج صوتی یک موج طولی است که راستای نوسان ذرات با جهت انتشار موج موازی است.

(ت) در موج طولی ایجاد شده در یک فنر، در وسط فاصله بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور هم، اندازه جابه‌جایی هر جز فنر از وضعیت تعادل بیشینه است.

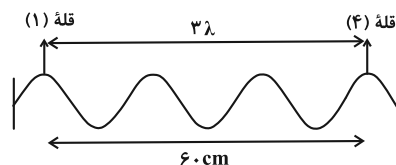
(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱، ۷۴، ۷۷ و ۷۹)

۹۲- گزینه «۱»

(پوریا علاقه‌مند)

می‌دانیم که فرکانس (بسامد) با دوره تناوب رابطه عکس دارند. یعنی:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{\frac{4}{2 \cdot 5}} = \frac{4}{10} \text{ s}$$



از طرفی: $3\lambda = 60 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{2}{10} \text{ m}$

می‌دانیم سرعت انتشار موج برابر است با: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{4}{10}} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

از طرفی: $t = \frac{x}{v} \xrightarrow{x=2\text{m}} t = \frac{2}{0.5} = 4 \text{ s}$

فاصله (مسافت) ۲ متری را در ۴ ثانیه طی می‌کند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

۹۳- گزینه «۳»

(آراس ممری)

در قدم اول تندی انتشار موج در طناب را به دست می‌آوریم: (جرم طناب را m' در نظر می‌گیریم)

$$v = \sqrt{\frac{F\ell}{m'}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{8 \times 2}{0.04}} \Rightarrow v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال دوره طبیعی دستگاه وزنه- فنر را محاسبه می‌کنیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\lambda}{50}} \Rightarrow T = 0.8\pi \text{ s}$$

و در نهایت طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = Tv \Rightarrow \lambda = 0.8\pi \times 20 \Rightarrow \lambda = 16\pi \text{ m}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴ و ۷۵)

۹۴- گزینه «۳»

(مهمربوار سوربی)

با توجه به نقش موج درمی‌یابیم $\frac{\Delta\lambda}{4} = 125 \text{ cm}$ است؛ بنابراین طول موج برابر با $\lambda = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$ است. از طرفی با داشتن تندی انتشار موج، طبق رابطه $\lambda = vT$ داریم:

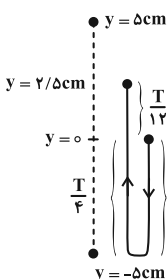
$$\lambda = vT \xrightarrow{\lambda=1\text{m}} 1 = 100 \times T \Rightarrow T = 0.01 \text{ s}$$

حالا مکانی که در آن شتاب نوسانگر برابر با $\vec{a} = -10^4 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \vec{j}$ است را پیدا می‌کنیم:

$$a = -\omega^2 y \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.01} = 200\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} a = -10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} y$$

$$-10^4 = -(200\pi)^2 \times y \Rightarrow y = 2/5 \times 10^{-2} \text{ m} = 2/5 \text{ cm}$$

از طرفی با توجه به جهت انتشار موج (سمت راست) درمی‌یابیم، ذره M شبیه به ذره سمت چپ خود حرکت می‌کند، یعنی رو به پایین شروع به حرکت می‌کند. بنابراین داریم:



$$\Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{12} = \frac{7T}{12} \xrightarrow{T=0.01\text{s}} t_p - 0 = \frac{7}{1200}$$

$$\Rightarrow t_p = \frac{7}{1200} \text{ s} \xrightarrow{1\text{s}=1000\text{ms}} t_p = \frac{35}{6} \text{ ms}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه ۷۱)

۹۵- گزینه «۲»

(دانیال راستی)

با ضربه زدن چکش به میله، صوت هم از طریق هوا و هم از طریق میله منتقل می‌شود ولی با توجه به اختلاف سرعت صوت در محیط‌های مختلف، زمان انتشار صوت در این دو محیط متفاوت است. ابتدا طول میله را به دست می‌آوریم:



$$\beta_2 - \beta_1 = 20 \log\left(\frac{\Delta v}{10v}\right) = 20 \log \frac{1}{2} = -20 \log 2$$

$$\log 2 = 0.3 \rightarrow \beta_2 - \beta_1 = -20 \times 0.3 = -6 \text{ dB}$$

بنابراین تراز شدت صوت ۶ dB کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۹۸- گزینه «۲» (اثبات راستی)

با توجه به تندی انتشار صوت و اختلاف زمانی رسیدن صوت به دو شنونده، فاصله آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta t = |t_1 - t_2| = \left| \frac{R_1}{v_{\text{صوت}}} - \frac{R_2}{v_{\text{صوت}}} \right|$$

$$\Rightarrow |R_1 - R_2| = v_{\text{صوت}} \times \Delta t \xrightarrow{\Delta t = 0.1 \text{ s}} |R_1 - R_2| = 30 \text{ m}$$

با $\frac{\Delta}{\lambda}$ برابر شدن توان چشمه، شدت صوتی که هر شنونده دریافت می‌کند

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow \frac{I'}{I} = \frac{P'}{P} = \frac{\Delta}{\lambda} \quad \frac{\Delta}{\lambda} \text{ برابر می‌شود:}$$

$$\beta'_1 - \beta_1 = 10 \log \frac{I'_1}{I_1} - 10 \log \frac{I_1}{I_1} = 10 \log \frac{\Delta}{\lambda}$$

$$= 10 (\log \Delta - 3 \log 2) = 10 (1 - 0.3) - 30 (0.3) = -2$$

$$\beta'_2 - \beta_2 = -2 \quad \text{به طریق مشابه:}$$

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\beta'_1}{\beta'_2} = \frac{27}{20} = \frac{\beta_1 - 2}{\beta_2 - 2} \quad \beta_2 = \frac{3}{4} \beta_1$$

$$\frac{27}{20} = \frac{4\beta_1 - 8}{3\beta_1 - 8} \Rightarrow \begin{cases} \beta_1 = 56 \text{ dB} \\ \beta_2 = 42 \text{ dB} \end{cases}$$

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi R^2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 10 \log \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = 56 - 42$$

$$0.7 = \log \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 5, \quad |R_1 - R_2| = 30 \text{ m}$$

$$\Rightarrow R_1 = 7.5 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۹۹- گزینه «۱» (کامران ابراهیمی)

(الف) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

(ب) بلندی متفاوت با شدت است. شدت را می‌توان با یک آشکارساز اندازه

گرفت در حالی که بلندی چیزی است که شما حس می‌کنید.

$$\Delta t_1 = \frac{d}{v_{\text{هوآ}}} - \frac{d}{v_{\text{آهن}}} \quad v_{\text{هوآ}} = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_{\text{آهن}} = 6000 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \Delta t_1 = 47/5 \text{ ms}$$

$$47/5 \times 10^{-3} = d \left(\frac{1}{300} - \frac{1}{6000} \right) \Rightarrow d = 15 \text{ m}$$

اختلاف دو صدای شنیده شده در حالت دوم برابر است با:

$$\Delta t_2 = \frac{d}{v_{\text{هوآ}}} - \frac{d}{v_{\text{مس}}} \quad v_{\text{مس}} = 5000 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad d = 15 \text{ m}$$

$$\Delta t_2 = 15 \left(\frac{1}{300} - \frac{1}{5000} \right) = 47 \times 10^{-3} \text{ s} = 47 \text{ ms}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۹۶- گزینه «۱» (ممد نواوردی مقدم)

یکای آهنگ تغییرات حجم در SI، $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ است. اگر $\mu_0 \epsilon_0$ توان $\frac{1}{2}$

بگیرند واحد آن‌ها $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ و یکای f ، $\frac{1}{\text{s}}$ است. با این دیدگاه داریم:

$$(\mu_0 \epsilon_0)^{-\frac{3}{2}} \cdot f^{-2} \Rightarrow \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^3 \times \left(\frac{1}{\text{s}}\right)^{-2} \Rightarrow \frac{\text{m}^3}{\text{s}^3} \times \text{s}^2 = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

در نتیجه $\alpha = \gamma = -\frac{3}{2}$ و $\beta = -2$ می‌شود و داریم:

$$(\alpha - \beta) \cdot \gamma \Rightarrow \left(-\frac{3}{2} - (-2)\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

۹۷- گزینه «۱» (ممد یوار سورپی)

ابتدا فاصله شنونده از چشمه صوت در ابتدا و انتهای بازه زمانی ۵ ثانیه دوم

$(t_1 = 5 \text{ s}$ تا $t_2 = 10 \text{ s})$ را به دست می‌آوریم:

$$r = v \Delta t \xrightarrow{\Delta t_1 = 5 \text{ s}, \Delta t_2 = 10 \text{ s}} \begin{cases} r_1 = v \times 5 = 5v \\ r_2 = v \times 10 = 10v \end{cases}$$

سپس اختلاف تراز شدت صوت را در دو حالت حساب می‌کنیم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \xrightarrow{I_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \text{توان چشمه ثابت است.}$$

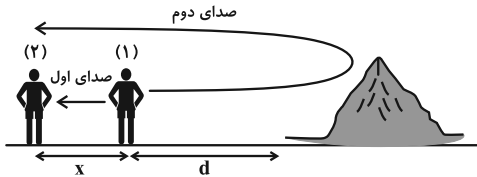
$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = 20 \log \frac{r_1}{r_2} \xrightarrow{\frac{r_1}{r_2} = \frac{5v}{10v}}$$



(زهره آقاممدری)

۱۰۲- گزینه «۴»

اگر دانش آموز (۱) فریاد بزند، دانش آموز (۲) دو صدا می شنود. یکی صدایی که مستقیم از دانش آموز (۱) به (۲) می رسد و دومین صدا، صدایی است که از پژواک صدای دانش آموز (۱) می شنود. اگر زمان شنیدن صدای اول t_1 و زمان شنیدن صدای دوم t_2 باشد داریم:



$$t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{2d+x}{v_{\text{صوت}}} - \frac{x}{v_{\text{صوت}}} = \frac{2d}{v_{\text{صوت}}}$$

$$\frac{t_2 - t_1 = 1s}{v_{\text{صوت}} = 340 \frac{m}{s}} \Rightarrow 1 = \frac{2d}{340} \Rightarrow d = 170m$$

دیدیم که اختلاف زمانی دو صدا به فاصله دو دانش آموز از هم (x) بستگی ندارد. اگر دانش آموز (۱)، ۶۸ متر به صخره نزدیک شود، داریم:

$$d' = d - 68 = 170 - 68 = 102m$$

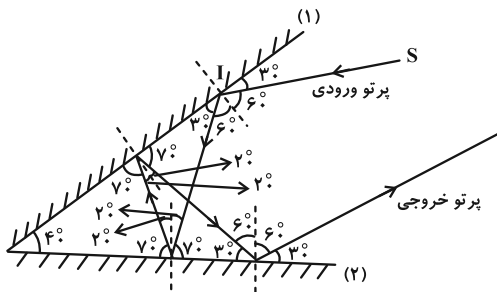
$$\Rightarrow t_2' - t_1' = \frac{2d'}{v_{\text{صوت}}} = \frac{2 \times 102}{340} = 0.6s$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج؛ صفحه های ۹۲ و ۹۳)

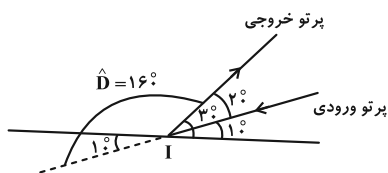
(میشی کولیان)

۱۰۳- گزینه «۳»

طبق قانون بازتاب عمومی، همواره زاویه تابش و بازتاب با هم برابر است. پس مطابق با شکل زیر داریم:



و در نهایت، زاویه امتداد پرتو بازتاب نهایی (پرتو خروجی) با امتداد پرتو SI (پرتو ورودی) را به صورت زیر به دست می آوریم:



(فیزیک ۳- برهم کنش های موج؛ صفحه های ۹۳ و ۹۴)

پ) بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره 2000 Hz تا 5000 Hz است.

ث) هنگامی که چشمه صوت ساکن باشد طول موج در جلو و عقب چشمه (در دو طرف چشمه) ثابت است و با نزدیک شدن ناظر به چشمه صوت در مقایسه با ناظر ساکن در مدت زمان یکسان با جبهه های موج بیشتری مواجه می شود که این منجر به افزایش بسامد صوتی می شود که ناظر می شنود.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۸۱ تا ۸۳)

۱۰۰- گزینه «۲»

(آراس ممدری)

قبل از حل سؤال به ۲ نکته دقت کنید:

(۱) هنگامی که چشمه صوت در حال حرکت است، طول موج دریافتی جلوی چشمه صوت کمتر از λ_S و طول موج دریافتی در پشت چشمه صوت بیشتر از λ_S است و جهت حرکت شونده تأثیری در طول موج دریافتی توسط او ندارد. بنابراین می توان نوشت:

$$\lambda_A < \lambda_S, \lambda_B < \lambda_S, \lambda_C > \lambda_S, \lambda_D > \lambda_S$$

(۲) به طور کلی اگر شونده و چشمه صوت به یکدیگر نزدیک شوند، بسامد موج دریافتی توسط شونده بیشتر از f_S است و اگر شونده و چشمه صوت از یکدیگر دور شوند، بسامد دریافتی توسط شونده کمتر از f_S است. حال با توجه به اندازه و جهت سرعت متحرک ها داریم:

$$\Rightarrow f_A = f_S \text{ فاصله شونده } A \text{ و چشمه صوت ثابت است}$$

$$\Rightarrow f_B > f_S \text{ شونده } B \text{ و چشمه صوت به یکدیگر نزدیک می شوند}$$

$$\Rightarrow f_C < f_S \text{ چشمه صوت از شونده های } C \text{ و } D \text{ دور می شوند}$$

$$\Rightarrow f_C < f_D, f_D < f_S$$

پس فقط مورد (ب) صحیح است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۸۱ تا ۸۳)

فیزیک ۳- پیشروی سریع

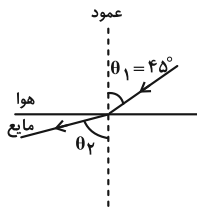
۱۰۱- گزینه «۲»

(مسام ناری)

موارد (ب) و (ت) نادرست اند و بقیه موارد طبق متن کتاب درسی درست هستند. علت نادرستی مورد (ب): اگر تأخیر زمانی بین دو صوت اولیه و بازتابیده کمتر از $1/2$ ثانیه باشد، گوش انسان نمی تواند پژواک را از صوت مستقیم اولیه تمیز دهد. پس با عدد $1/2$ ثانیه امکان پذیر است.

علت نادرستی مورد (ت): تندی امواج روی سطح آب به عمق آن بستگی دارد و در قسمت های عمیق بیشتر است.

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج؛ صفحه های ۹۱ تا ۹۵ و ۹۸)



چون صوت از هوا وارد مایع شده، پس پرتو از خط عمود دور می‌شود و زاویه شکست از زاویه تابش بیشتر است.

$$\theta_2 = \theta_1 + 15^\circ \Rightarrow \theta_2 = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$$

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad \text{طبق قانون شکست عمومی داریم:}$$

از طرفی چون بسامد موج هنگام ورود از هوا به مایع تغییر نمی‌کند و با توجه

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad \text{به رابطه } \lambda = \frac{v}{f} \text{ نتیجه می‌گیریم:}$$

فاصله بین دو جبهه موج متوالی در هوا ۵۰ cm داده شده، پس $\lambda_1 = 50 \text{ cm}$ است.

$$\frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\lambda_2}{50} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\lambda_2}{50}$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = \frac{50 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{50 \cdot \sqrt{6}}{2} = 25\sqrt{6} \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶ تا ۹۸)

(کامران ابراهیمی)

۱۰۷- گزینه «۳»

طبق رابطه $v = \frac{d}{t}$ داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{d}{t}}{\frac{4}{t}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow v_2 = \frac{3}{4} v_1$$

نتیجه می‌گیریم سرعت نور در محیط (۲)، ۲۵٪ از سرعت نور در محیط (۱) کمتر است. از طرفی طبق رابطه اسنل داریم:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin 53^\circ} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = 0.6 \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$D = \theta_1 - \theta_2 = 53^\circ - 37^\circ = 16^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

(غلامرضا ممینی)

۱۰۴- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

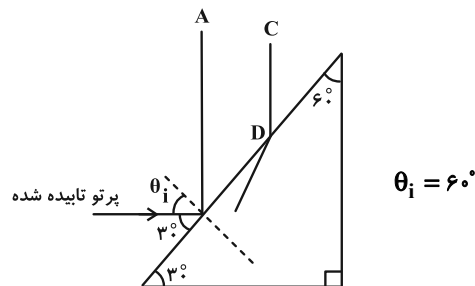
(۱) نادرست؛ ادامه موج CD در محیط (۲) با جبهه موج AB موازی نیست.

(۲) نادرست؛ تندی در محیط (۲) کوچک‌تر است.

$$\lambda_2 < \lambda_1 \xrightarrow{f = \text{ثابت}} v_2 < v_1$$

(۳) نادرست؛ بسامد ثابت می‌ماند.

(۴) درست



(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

(مجتبی نگوئیان)

۱۰۵- گزینه «۲»

همان‌طور که می‌دانیم زاویه تند بین جبهه‌های موج فرودی، و مرز دو بخش، برابر با زاویه تابش (θ_1) و زاویه تند بین جبهه‌های موج شکسته و مرز دو بخش، برابر با زاویه شکست (θ_2) است، پس:

$$\theta_1 = 180^\circ - 143^\circ = 37^\circ, \quad \theta_2 = 180^\circ - \theta \quad \text{(I)}$$

با توجه به این که فاصله بین جبهه‌های موج در محیط (۲)، بیشتر از فاصله بین جبهه‌های موج در محیط (۱) است، می‌توان گفت که طول موج و در نتیجه تندی انتشار موج در محیط (۲)، بیشتر از طول موج و تندی انتشار موج در

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{4}{3} \quad \text{محیط (۱) است، بنابراین:} \quad \text{(II)}$$

از طرفی طبق قانون شکست اسنل داریم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$$

$$\xrightarrow{\text{(I), (II)}} \frac{4}{3} = \frac{\sin(180^\circ - \theta)}{0.6} \Rightarrow \sin(180^\circ - \theta) = 0.8$$

$$\Rightarrow 180^\circ - \theta = 53^\circ \Rightarrow \theta = 127^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

(علیرضا جباری)

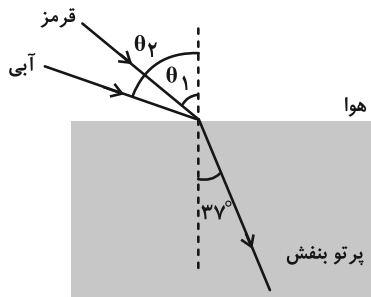
۱۰۶- گزینه «۴»

زاویه بین جبهه‌های موج و سطح جدایی دو محیط، همان زاویه پرتو با خط عمود است. بنابراین زاویه تابش 45° است.

۱۰۸ - گزینه ۲»

(ممبریوار سورپی)

ابتدا با توجه به این که ضریب شکست محیط شفاف برای نور آبی از قرمز بیشتر است، پرتوهای قرمز و آبی را مشخص می‌کنیم:



سپس طبق قانون شکست اسنل θ_1 و θ_2 را به دست می‌آوریم:

$$\frac{n_{\text{قرمز}}}{n_{\text{هوا}}} = \frac{\sin \theta_1}{\sin 37^\circ} \Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{\sin \theta_1}{0.6}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_1 = 0.6 \Rightarrow \theta_1 = 37^\circ$$

$$\frac{n_{\text{آبی}}}{n_{\text{هوا}}} = \frac{\sin \theta_2}{\sin 37^\circ} \Rightarrow \frac{1.33}{1} = \frac{\sin \theta_2}{0.6}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = 0.8 \Rightarrow \theta_2 = 53^\circ$$

حال اختلاف زوایای θ_1 و θ_2 را حساب می‌کنیم:

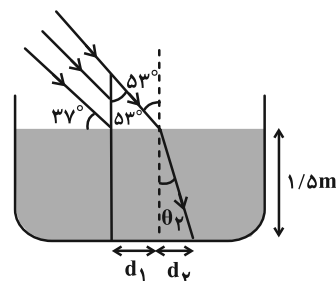
$$\theta_2 - \theta_1 = 53^\circ - 37^\circ = 16^\circ$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۸ و ۱۰۰)

۱۰۹ - گزینه ۳»

(سیره‌ملیه میرصالحی)

پرتور نور مطابق شکل با زاویه تابش $90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$ وارد آب شده و شکسته می‌شود. بنابراین ناحیه سایه‌ای ایجاد می‌شود که برای محاسبه طول آن باید مجموع d_1 و d_2 را محاسبه کنیم.



بنابراین ابتدا در مثلث بالایی داریم:

$$x = 0.6 \text{ m} = 2/1 - 1/5 = 0.6 \text{ m}$$

$$\tan 53^\circ = \frac{d_1}{0.6} \Rightarrow d_1 = 0.6 \times \frac{4}{3} = 0.8 \text{ m}$$

حال با استفاده از قانون شکست اسنل، زاویه شکست را محاسبه کرده و به کمک روابط مثلثاتی طول d_2 را نیز می‌یابیم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 53^\circ = \frac{4}{3} \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{3}{4} \times 0.8 = 0.6 \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$\tan \theta_2 = \frac{d_2}{0.6} \Rightarrow d_2 = 0.6 \times \frac{3}{4} = 0.45 \text{ m}$$

بنابراین طول سایه برابر است با:

$$\text{طول سایه} : d_1 + d_2 = 0.8 + 0.45 = 1.25 \text{ m}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۱۱۰ - گزینه ۴»

(ممبر نیاونری مقدم)

برای آن که پراش بارزتری را شاهد باشیم، باید شکاف a کوچک‌تر و طول موج بزرگ‌تر باشد.

بررسی موارد:

$$\frac{\lambda \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{\lambda}{a} \uparrow$$

الف) درست

$$\frac{\lambda \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{v}{f a \downarrow} \Rightarrow a f \downarrow$$

ب) درست

$$\frac{\lambda \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{v T \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{T}{a} \uparrow$$

پ) درست

ت) درست

$$\frac{\lambda \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{v T \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{T}{a} \uparrow \quad \text{یا} \quad \frac{T \cdot T \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{T}{a f} \uparrow \Rightarrow \frac{a f}{T} \downarrow$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

فیزیک ۲

گزینه ۲» ۱۱۱-

(کامران ابراهیمی)

طبق روابط $V = RI$ و $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$V = \frac{R\mathcal{E}}{R+r} \leftarrow \text{اختلاف پتانسیل دو سر باتری}$$

$$V_2 = \frac{6}{5} V_1 \Rightarrow \frac{R_2 \mathcal{E}}{R_2 + r} = \frac{6}{5} \frac{R_1 \mathcal{E}}{R_1 + r}$$

$$\Rightarrow \frac{2R}{2R+r} = \frac{6}{5} \frac{R}{R+r} \Rightarrow \frac{1}{2R+r} = \frac{3}{5(R+r)}$$

$$\Rightarrow 6R + 3r = 5R + 5r \Rightarrow R = 2r \Rightarrow \frac{R}{r} = 2$$

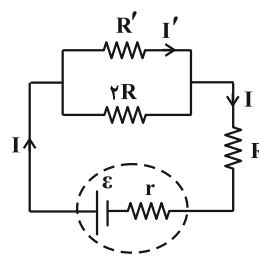
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۵)

گزینه ۲» ۱۱۲-

(علیرضا جباری)

جریان اصلی مدار را I و جریانی را که از مقاومت R' می‌گذرد، I'

می‌نامیم. رابطه این جریان‌ها به صورت زیر است:



$$I' = \frac{2R}{R' + 2R} \times I$$

از طرفی با توجه به متن سؤال داریم:

$$P_R = 2P_{R'} \Rightarrow RI^2 = 2R'I'^2 \Rightarrow RI^2 = 2R' \left(\frac{2R}{R' + 2R} \times I \right)^2$$

$$\Rightarrow RI^2 = 2R' \times \frac{4R^2 I^2}{(R' + 2R)^2} \Rightarrow 1 = \frac{8RR'}{R'^2 + 4R^2 + 4RR'}$$

$$\Rightarrow R'^2 + 4R^2 + 4RR' = 8RR' \Rightarrow R'^2 + 4R^2 - 4RR' = 0$$

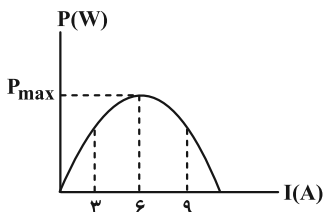
$$\Rightarrow (R' - 2R)^2 = 0 \Rightarrow R' = 2R \Rightarrow \frac{R}{R'} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه ۲» ۱۱۳-

(معصومه شریعت‌ناصری)

با توجه به نمودار توان برحسب جریان و تقارن سهمی می‌توان دریافت که جریان مربوط به رأس سهمی برابر است با:

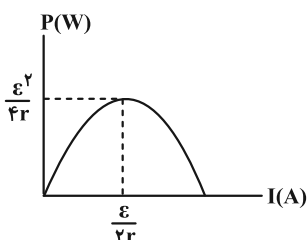


$$\frac{3+9}{2} = 6$$

بنابراین توان خروجی ماکزیمم مربوط به جریان $I = 6A$ است. یعنی این

جریان برابر با $\frac{\mathcal{E}}{2r}$ بوده و توان خروجی بیشینه برابر با $\frac{\mathcal{E}^2}{4r}$ خواهد بود. (به

نمودار زیر دقت کنید).



$$\frac{\mathcal{E}}{2r} = 6 \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{2 \times 2} = 6 \Rightarrow \mathcal{E} = 24V \quad \text{در نتیجه:}$$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} = \frac{24 \times 24}{4 \times 2} = 72W$$

در ادامه باید مقدار P' را به دست آوریم. در رابطه $P = \mathcal{E}I - rI^2$ که مربوط به توان خروجی مولد است، مقدار $I = 3A$ را جای گذاری می‌کنیم و مقدار P' را به دست می‌آوریم:

$$P' = 24 \times 3 - 2 \times 9 = 54W \Rightarrow \frac{P_{\max}}{P'} = \frac{72}{54} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه ۶۹)

گزینه ۴» ۱۱۴-

(محمدرضا سورچی)

ابتدا با توجه به این که مقاومت معادل مجموعه 18Ω است، نحوه اتصال مقاومت‌ها و شکل مدار را به دست می‌آوریم. برای این که مقاومت معادل 18Ω بشود، باید R_1 و R_3 با هم موازی باشند و مجموعه $R_1, 3$ با R_4 متوالی باشد.



$$\Rightarrow n \frac{\mathcal{E}}{R} = nI' \Rightarrow I' = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$\Rightarrow I_{\text{کل}} = \frac{\mathcal{E}}{R} = (n-1) \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$I'' = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow I' = I''$$

پس در هر دو حالت مدار ۱ جریان عبوری از شاخه‌ها یکسان است و روشنایی لامپ‌ها تغییری نمی‌کند.

حال مدار ۲ را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{کل}} &= \frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{n} + r} \rightarrow \text{همه لامپ‌ها سالم} \\ I' &= \frac{I}{n} = \frac{\mathcal{E}}{R + nr} \\ I_{\text{کل}} &= \frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{(n-1)} + r} \rightarrow \text{یکی از لامپ‌ها بسوزد} \\ I'' &= \frac{I}{n-1} = \frac{\mathcal{E}}{R + (n-1)r} \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow I'' > I' \Rightarrow$ لامپ‌ها پر نورتر می‌شوند \Rightarrow مصرف کسر کوچکتر

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

۱۱۶- گزینه «۴» (امیرامهر میرسعید)

با توجه به مقدار \mathcal{E}_1 و \mathcal{E}_2 ، جهت جریان در مدار ساعتگرد است و برای باتری \mathcal{E}_1 می‌توان نوشت:

$$V_1 = \mathcal{E}_1 + Ir_1 \Rightarrow 20 = 12 + I \times 2 \Rightarrow 2I = 8 \Rightarrow I = 4A$$

باتری \mathcal{E}_2 ، باتری تولید کننده است و می‌توان نوشت:

$$V_2 = \mathcal{E}_2 - Ir_2 = 35 - 4 \times 2 = 23V$$

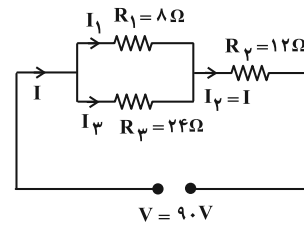
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۱۷- گزینه «۱» (میتبی نکوتیان)

اگر هر دو کلید k_1 و k_2 باز باشند یا هر دو کلید k_1 و k_2 بسته باشند، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۴ اهمی برابر با نیروی محرکه مولد (\mathcal{E}) خواهد بود، پس در هر دو حالت طبق قانون اهم ($I = \frac{V}{R}$) جریان گذرنده

$$\frac{I_2}{I_1} = 1 \quad \text{از مقاومت ۴ اهمی برابر با } \frac{\mathcal{E}}{4} \text{ است، بنابراین:}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)



سپس جریان گذرنده از هر مقاومت را به دست آوریم:

$$I_2 = I = \frac{V}{R_{\text{eq}}} \Rightarrow I_2 = \frac{9.0}{18} = 0.5A$$

$$\text{موازی } R_3 \text{ و } R_1 : V_1 = V_3 \Rightarrow R_1 I_1 = R_3 I_3$$

$$\Rightarrow 8 \times I_1 = 24 \times I_3 \Rightarrow I_1 = 3I_3$$

$$I_1 + I_3 = I \Rightarrow 3I_3 + I_3 = 0.5 \Rightarrow 4I_3 = 0.5 \Rightarrow I_3 = \frac{0.5}{4} A$$

$$\Rightarrow I_1 = 3I_3 = \frac{1.5}{4} A$$

در نهایت توان مصرفی R_2 و R_1 را به دست آورده و اختلاف آن‌ها را

حساب می‌کنیم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 8 \times \left(\frac{1.5}{4}\right)^2 = 112 / 5W \\ P_2 = 12 \times \left(\frac{0.5}{4}\right)^2 = 300 / 5W \end{cases}$$

$$P_2 - P_1 = 300 - 112 / 5 = 188 / 5W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

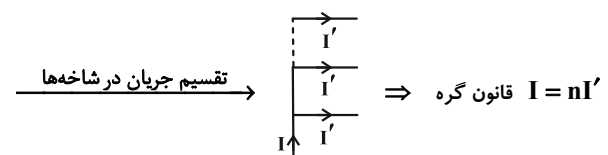
۱۱۵- گزینه «۳» (مسام ناری)

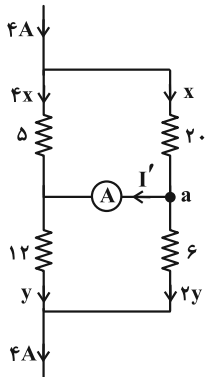
ابتدا مدار را بررسی می‌کنیم. قبل از سوختن یکی از لامپ‌ها، انگار n

مقاومت موازی مشابه R داریم که معادل آن‌ها می‌شود $\frac{R}{n}$. حال جریان

در هر شاخه را به دست می‌آوریم:

$$I_{\text{کل}} = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{کل}}} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{n}} = n \frac{\mathcal{E}}{R}$$





$$x + 4x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{5} \text{ A}$$

$$2y + y = 4 \Rightarrow y = \frac{4}{3} \text{ A}$$

$$\text{در گره } a \Rightarrow x = I' + 2y \Rightarrow I' = \frac{4}{5} - \frac{8}{3} = \frac{12 - 40}{15}$$

$$\Rightarrow I' = -\frac{28}{15} \text{ A}$$

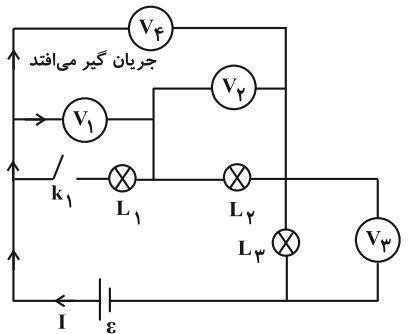
I' منفی درآمد به این معنا که جهت اصلی آن برعکس است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

(مسام ناری)

۱۲۰- گزینه «۳»

با قطع کلید k_1 ، لامپ L_1 از مدار حذف شده و اگر مسیر جریان را دنبال کنیم، می‌بینیم که ولت‌سنج‌هایی در مسیر اصلی جریان قرار می‌گیرند و در نتیجه جریان اصلی مدار صفر می‌شود.



$$\Rightarrow I = 0$$

$$V_2 = R_2 I = 0$$

V_2 به دو سر L_2 وصل است؛

$$V_3 = R_3 I = 0$$

V_3 به دو سر L_3 وصل است؛

V_1 و V_4 ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهند. پس دو ولت‌سنج عدد صفر

را نشان می‌دهند.

$$V_1 = V_4 = \varepsilon - rI = \varepsilon$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۱۱۸- گزینه «۲»

(ممر نواوندی مقرر)

اتصال R_1 و R_2 با هم موازی است و طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ برای آن که توان

یکسانی داشته باشند باید مقاومت‌های مشابه داشته باشند. پس $R_1 = 12 \Omega$

می‌شود. مقاومت $R_{1,2}$ با R_4 متوالی است با استفاده از رابطه $P = RI^2$

باید توان مقاومت $R_{1,2}$ ، دو برابر توان مقاومت R_4 باشد.

$$R_{1,2} = \frac{12}{2} = 6 \Omega$$

$$P_{1,2} = 2P_4 \Rightarrow 6I^2 = 2R_4 I^2 \Rightarrow R_4 = 3 \Omega$$

و در نهایت مقاومت $R_{1,2,4}$ با مقاومت R_3 به صورت موازی بسته شده و

باید توان آن سه برابر توان مقاومت R_3 باشد.

$$\left. \begin{aligned} R_{1,2,4} &= 6 + 3 = 9 \Omega \\ P_{1,2,4} &= 3P_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V^2}{9} = 3 \frac{V^2}{R_3} \Rightarrow R_3 = 27 \Omega$$

در نتیجه مقاومت معادل مدار برابر است با: $R_{eq} = \frac{27 \times 9}{27 + 9} = 6.75 \Omega$

و با استفاده از افت پتانسیل داریم:

$$V' = Ir \Rightarrow 3 = I \times \frac{3}{2} \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

و در نهایت نیروی محرکه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon = I(R_{eq} + r) \Rightarrow \varepsilon = 2(6.75 + 1/5) = 16/5 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۴)

(مسام ناری)

۱۱۹- گزینه «۳»

کافی است در شاخه‌های موازی جریان را به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم

کنیم و از قاعده گره استفاده کنیم:



فیزیک ۱

۱۲۱- گزینه «۱»

(آراس مهمری)

برای راحتی در حل سوال، داده‌ها را به صورت عددگذاری پیاده می‌کنیم:

$$K_A = 4K_B \Rightarrow \begin{cases} K_A = 4J \\ K_B = 1J \end{cases}, m_A = m_B \Rightarrow \begin{cases} m_A = 1kg \\ m_B = 1kg \end{cases}$$

مقدار تندى‌ها را نیز پیدا می‌کنیم:

$$K_A = 4K_B \Rightarrow m_A \times (v_A)^2 = 4m_B \times (v_B)^2$$

$$\frac{m_A = m_B}{\text{جذر می‌گیریم}} \rightarrow v_A = 2v_B \Rightarrow \begin{cases} v_A = 2 \frac{m}{s} \\ v_B = 1 \frac{m}{s} \end{cases}$$

حال باید تغییرات طوری اعمال گردند که رابطه زیر برقرار باشد:

$$\frac{K_B}{K_A} = \left(\frac{m'_B}{m'_A}\right) \times \left(\frac{v'_B}{v'_A}\right)^2 \xrightarrow{\frac{K_B}{K_A} = 1} 1 = \frac{m'_B}{m'_A} \times \left(\frac{v'_B}{v'_A}\right)^2 \quad (*)$$

بررسی موارد:

(الف) $1 \circ \left(\frac{m'_B}{m'_A}\right) \times \left(\frac{v'_B}{v'_A}\right)^2 \xrightarrow{m'_B = 2kg, m'_A = 1kg} \xrightarrow{v'_B = 2\sqrt{2} \frac{m}{s}, v'_A = 2 \frac{m}{s}}$

$$1 \circ \left(\frac{2}{1}\right) \times \left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow 1 \neq 4$$

برقرار نیست.

(ب) $1 \circ \left(\frac{m'_B}{m'_A}\right) \times \left(\frac{v'_B}{v'_A}\right)^2 \xrightarrow{m'_B = 0.5kg, m'_A = 2kg} \xrightarrow{v'_B = 1 \frac{m}{s}, v'_A = 2 \frac{m}{s}}$

$$1 \circ \left(\frac{0.5}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow 1 \neq \frac{1}{16}$$

برقرار نیست.

(ج) $1 \circ \left(\frac{m'_B}{m'_A}\right) \times \left(\frac{v'_B}{v'_A}\right)^2 \xrightarrow{m'_A = \frac{1}{3}kg, m'_B = \frac{1}{2}kg} \xrightarrow{v'_A = \frac{2}{3} \frac{m}{s}, v'_B = \frac{1}{2} \frac{m}{s}}$

$$1 \circ \left(\frac{1}{\frac{1}{3}}\right) \times \left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}\right)^2 \Rightarrow 1 \neq \frac{27}{32}$$

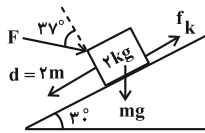
برقرار نیست.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

۱۲۲- گزینه «۲»

(مسام تاری)

ابتدا کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم را در جابه‌جایی ۲ متری به سمت پایین روی سطح شیبدار، حساب می‌کنیم. توجه کنید که نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود:

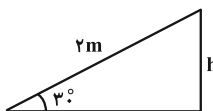


$$W_F = Fd \cos(90^\circ + 37^\circ) = -Fd \sin 37^\circ = -10 \times 2 \times 0.6 = -12J$$

زاویه بین ابتدای دو بردار \vec{F} و \vec{d}

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d = -2 \times 2 = -4J$$

برای محاسبه کار نیروی وزن، لازم است جابه‌جایی عمودی جسم را در نظر بگیریم:



$$W_{mg} = +mgh = mgd \sin 30^\circ = 2 \times 10 \times 2 \times \frac{1}{2} = 20J$$

$$\Rightarrow W_{\text{کل}} = W_F + W_{mg} + W_{f_k} = -12 + 20 - 4 = 4J$$

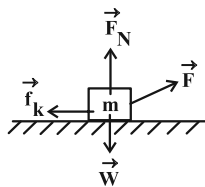
$$\Rightarrow \frac{W_{mg}}{W_{\text{کل}}} = \frac{20}{4} = 5$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۱۲۳- گزینه «۱»

(علیرضا چباری)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



از آنجا که جابه‌جایی جسم افقی است، نیروهای وزن (\vec{W}) و عمودی سطح (\vec{F}_N) کاری انجام نمی‌دهند. حتی مؤلفه قائم نیروی \vec{F} نیز کاری انجام نمی‌دهد. از قضیه کار-انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم (جابه‌جایی به طرف راست است).

$$K_2 - K_1 = W_t \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = W_F + W_{f_k}$$

$$\xrightarrow{v_1=0} \xrightarrow{m=8kg} \frac{1}{2} \times 8 \times v_2^2 = F_x \times d \cos 0^\circ + f_k \times d \times \cos 180^\circ$$

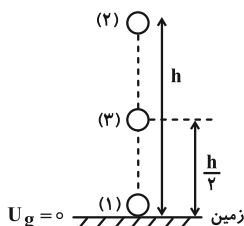


(زهره آقاممیری)

۱۲۶- گزینه «۴»

ابتدا قانون پایستگی انرژی را در دو نقطه (۱) و (۲) (لحظه پرتاب و بالاترین

ارتفاع) می‌نویسیم تا کار نیروی مقاومت هوا را محاسبه کنیم:



$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow W_f = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

در بالاترین ارتفاع $K_2 = 0$ است. همچنین با انتخاب زمین به عنوان مبدأ

انرژی پتانسیل گرانشی $U_1 = 0$ خواهد شد:

$$W_f = mgh_2 - \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow{m=2\text{ kg}, g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_2=0, v_1=10\frac{\text{m}}{\text{s}}, h_2=4/5\text{ m}}$$

$$W_f = 2 \times 10 \times \frac{4}{5} - \frac{1}{2} \times 2 \times 100 \Rightarrow W_f = -10\text{ J}$$

چون نیروی مقاومت هوا ثابت است، از نقطه (۱) تا (۳) کار نیروی مقاومت هوا

$$W_f' = \frac{1}{2} W_f = -5\text{ J} \quad \text{برابر است با:}$$

اکنون قانون پایستگی انرژی را در دو نقطه (۱) و (۳) (لحظه پرتاب و نیمه راه) می‌نویسیم:

$$W_f' = E_3 - E_1 = (U_3 + K_3) - K_1 = mgh_3 + \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow{m=2\text{ kg}, g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}, W_f'=-5\text{ J}, h_3=\frac{1}{2}h_2=\frac{4}{5}\text{ m}, v_1=10\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$-5 = 2 \times 10 \times \frac{4}{5} + \frac{1}{2} \times 2 \times v_3^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 100$$

$$\Rightarrow -5 = 45 + v_3^2 - 100 \Rightarrow v_3^2 = 50 \Rightarrow v_3 = 5\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

(ممدکاف منشاری)

۱۲۷- گزینه «۴»

چون اصطکاک نداریم، سرعت‌ها به اندازه m بستگی ندارد. سطح زمین را

به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

$$E_A = E_B = E_C$$

$$E_A = U_A + K_A = mgh + \frac{1}{2}mv_A^2 = 80\text{ m} + 64\text{ m} = 144\text{ m}$$

$$\frac{F_x = 60\text{ N}, d = 10\text{ m}}{f_k = 20\text{ N}} \rightarrow 4v_2^2 = 60 \times 10 - 20 \times 10$$

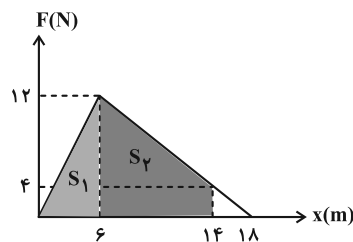
$$\Rightarrow 4v_2^2 = 400 \Rightarrow v_2^2 = 100 \Rightarrow v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۱۲۴- گزینه «۴» (مجتبی تلوئیان)

با توجه به این که در نمودار نیرو-مکان، مساحت سطح محصور بین نمودار و

محور مکان برابر با کار انجام شده توسط آن نیرو است، داریم:



$$S_1 = \frac{6(12)}{2} = 36, \quad S_2 = \frac{16(4)}{2} = 64$$

$$W_F = S_1 + S_2 = 100\text{ J}$$

از طرفی با توجه به وجود نیروی اصطکاک (f_k) و با استفاده از رابطه کار، داریم:

$$W_{f_k} = f_k d \cos \theta \xrightarrow{\theta=180^\circ, \cos 180^\circ=-1, f_k=2/5\text{ N}, d=14\text{ m}} W_{f_k} = (2/5)(14)(-1) = -28\text{ J}$$

و در نهایت با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{W_t=W_F+W_{f_k}=65\text{ J}, m=2\text{ kg}, v_1=5\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$65 = \frac{1}{2}(2)(v_2^2 - 25) \Rightarrow v_2^2 = 90 \xrightarrow{\text{جذر}} v_2 = 3\sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۴)

۱۲۵- گزینه «۳» (مسام ناری)

از رابطه $P = \frac{W}{\Delta t}$ و قضیه کار و انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$) استفاده

می‌کنیم:

$$\text{حالت دوم } \frac{P_2}{\text{حالت اول}} = \frac{W_2}{W_1} \times \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\Delta K_2}{\Delta K_1} \times \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$$

$$\frac{P_2}{40} = \frac{\frac{1}{2}m(\frac{3}{2}v)^2 - \frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv^2 - 0} \times \frac{t}{\frac{t}{2}} = \frac{10}{4} \Rightarrow P_2 = 100\text{ W}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)



تغییر انرژی مکانیکی در مسیر برگشت برابر با کار مقاومت هوا در این مسیر است:

$$\Delta E' = E_f - E_p = W'_{\text{هوا}} = -h' f_D \xrightarrow{E_f = 25/2, E_p = mgh', f_D = 0/5 N}$$

$$(0/4)(10)h' - 25/2 = -h'(0/5) \Rightarrow h' = 5/6 \text{ m}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۱۲۹- گزینه «۲» (دانیال راستی)

بازده برابر با نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی است. انرژی ورودی

همان انرژی مصرفی است که برابر است با:

$$E_{\text{ورودی}} = P_{\text{مصرفی}} \times \Delta t \xrightarrow{\Delta t = \frac{4}{3} \text{ s}, P_{\text{مصرفی}} = 600 \text{ W}} E_{\text{ورودی}} = 800 \text{ J}$$

انرژی خروجی برابر با کار انجام شده توسط بالابر بر روی جسم است:

$$\Delta K = W_t = W_{mg} + W_{\text{بالابر}}$$

$$E_{\text{خروجی}} = W_{\text{بالابر}} = \frac{1}{2} m(v_1^2 - v_2^2) - mgh \cos 18^\circ$$

$$\xrightarrow{m=12 \text{ kg}, v_2=0, v_1=2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, h=4 \text{ m}}$$

$$W_{\text{بالابر}} = \left(\frac{1}{2}\right)(12)(2^2 - 0) - (12)(10)(-1)(4) = 24 + 480 = 504 \text{ J}$$

$$\text{درصد بازده} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{504}{800} \times 100 = 63\%$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۳۰- گزینه «۴» (محمدرضا سورپی)

ابتدا با داشتن بازده سامانه A، W_۱ و Q را حساب می‌کنیم:

$$A = \frac{W_1}{\text{انرژی ورودی}} \times 100 = \text{بازده درصدی سامانه A}$$

$$\Rightarrow 80 = \frac{W_1}{50} \times 100 \Rightarrow W_1 = 40 \text{ kJ}$$

$$\text{انرژی ورودی} = W_1 + Q \Rightarrow 50 = 40 + Q \Rightarrow Q = 10 \text{ kJ}$$

سپس Q' را حساب می‌کنیم:

$$Q - Q' = 5 \Rightarrow 10 - Q' = 5 \Rightarrow Q' = 5 \text{ kJ}$$

در نهایت بازده ماشین B را به دست می‌آوریم:

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{W_2}{W_1} \times 100 = \frac{W_1 - Q'}{W_1} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{بازده بر حسب درصد} = \frac{40 - 5}{40} \times 100 = 87.5\%$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

$$E_B = 144 \text{ m} = mgh' + \frac{1}{2} mv_B^2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 200 \Rightarrow v_B = 10\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_C = 144 \text{ m} = mgh' + \frac{1}{2} mv_C^2$$

$$\Rightarrow v_C^2 = 162 \Rightarrow v_C = 9\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta v = 10\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \xrightarrow{\text{تبدیل به } \frac{\text{km}}{\text{h}}} \Delta v = 3/6\sqrt{2} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$= \frac{18}{5} \sqrt{2} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱۲۸- گزینه «۱» (دانیال راستی)

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم و انرژی مکانیکی

توپ در لحظه رها شدن را با E_۱ نشان می‌دهیم:

$$E_1 = K_1 + U_1 \xrightarrow{K_1=0} E_1 = U_1 = mgh$$

$$\xrightarrow{m=400 \text{ g}, g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, h=9 \text{ m}} E_1 = 36 \text{ J}$$

وقتی توپ در آستانه برخورد با زمین قرار دارد انرژی مکانیکی E_p دارد:

$$E_p = K_p + U_p \xrightarrow{U_p=0, \text{فرض}} E_p = K_p$$

تغییر انرژی مکانیکی در این مدت برابر با کار نیروی مقاومت هوا است:

$$W_{\text{مقاومت هوا}} = -hf_D = E_p - E_1$$

$$\xrightarrow{E_1=36 \text{ J}, h=9 \text{ m}, f_D=0/5 \text{ N}} 0/5 \times 9 = E_p - 36$$

$$\Rightarrow K_p = E_p = 31/5 \text{ J}$$

انرژی مکانیکی در لحظه بعد از برخورد با زمین برابر E_p است. با توجه به

این که بر اثر برخورد انرژی جنبشی ۲۰ درصد کم می‌شود، داریم:

$$E_p = K_p = \left(\frac{100-20}{100}\right) K_p = (0/8)(31/5) = 25/2 \text{ J}$$

انرژی مکانیکی در زمانی که توپ پس از برخورد به زمین به ارتفاع h'

می‌رسد برابر است با:

$$E_p = K_p + U_p \xrightarrow{K_p=0} E_p = U_p = mgh'$$

شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۱»

(امیرمسین طبیی)

تنها مورد آخر به نادرستی بیان شده است.
بررسی موارد:

مورد اول: ماده B، آب (H₂O) می باشد و بین ذرات آن نیروی بین مولکولی از نوع پیوند هیدروژنی یافت می شود.
مورد دوم: ماده A طبق نمودار کتاب درسی مس است ولی به طور کلی جامدات یونی و فلزی را می توان به آن نسبت داد. در نتیجه ممکن است در ساختار خود دارای دریای الکترونی باشد.

مورد سوم: دمای اتاق ۲۵°C می باشد. در نتیجه حالات فیزیکی بیان شده درست است.

مورد چهارم: ماده C در کتاب درسی O_۲ بیان شده است. اما به طور کلی نیروی جاذبه بین مولکولی ضعیف را می توان به مواد مولکولی نسبت داد. اگر ماده C را عنصر در نظر بگیریم عناصر نافلزی را می توان برای آن در نظر گرفت. ماده A نیز همان طور که در تحلیل مورد دوم بیان شد، اگر عنصر باشد می توان به فلزات نسبت داد؛ در نتیجه فلزات و نافلزات ممکن است با یکدیگر واکنش دهند.

مورد پنجم: گستره دمایی مایع بودن NaCl از ۸۰۱°C تا ۱۴۱۳°C می باشد یعنی حدود ۶۱۲°C که این مقدار نسبت به گستره دمایی مایع بودن مس، کمتر است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه های ۷۷ تا ۷۹)

۱۳۲- گزینه «۳»

(عمید زبئی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ در هر دو مولکول کربونیل سولفید و متان، اتم مرکزی کربن است؛ اما مولکول های کربونیل سولفید، به دلیل متفاوت بودن اتم های متصل به اتم مرکزی و توزیع غیریکنواخت الکترون ها در اطراف اتم مرکزی قطبی است.

مورد دوم: نادرست؛ مولکول های دواتمی جورسته مانند H_۲ ناقطبی هستند اما مولکول های دواتمی ناجور هسته مانند HF قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت گیری می کنند.

مورد سوم: درست؛ هر چه نقطه جوش یک ماده بیشتر باشد، هنگام سرد کردن در دماهای بالاتر (آسان تر) به مایع تبدیل می شود.

مورد چهارم: نادرست؛ با این که هر دو مولکول آمونیاک و کلروفرم قطبی اند اما بار جزئی اتم مرکزی در کلروفرم برخلاف آمونیاک، جزئی مثبت است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه های ۷۵ تا ۷۷)

۱۳۳- گزینه «۲»

(ممد رضا پورپاویز)

آنتالپی فروپاشی شبکه LiF از NaCl بزرگ تر است (a > b) چرا که شعاع یون های Li⁺ و F⁻ از شعاع یون های Na⁺ و Cl⁻ کوچک تر است و با توجه به یکسان بودن مقدار بارهای مثبت و منفی یون ها، چگالی بار در Li⁺ و F⁻ بزرگ تر بوده و آنتالپی فروپاشی شبکه در ترکیب یونی حاصل از آن ها بیشتر است. با توجه به بیشتر بودن شعاع یون Br⁻ در مقایسه با Cl⁻ و کمتر بودن چگالی بار آن، آنتالپی فروپاشی شبکه NaCl از NaBr بیشتر خواهد بود (b > c).

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه های ۷۹ تا ۸۳)

۱۳۴- گزینه «۱»

(امیرممد کنگرانی)

عبارت داده شده نادرست است. زیرا پس از اکسیژن، سیلیسیم فراوان ترین عنصر شناخته شده در پوسته جامد زمین است.

بررسی موارد:

مورد اول: درست؛ C و Si با تشکیل پیوند کووالانسی به آرایش هشت تایی می رسند.

مورد دوم: نادرست؛ سیلیس جامد کووالانسی است و نمی توان برای آن از اصطلاح نیروی بین مولکولی استفاده کرد.

مورد سوم: نادرست؛ C و Si هر دو در گروه ۱۴ هستند که تاکنون یون تک اتمی پایدار از آن ها شناخته نشده است.

مورد چهارم: نادرست؛ آنتالپی پیوند Si-Si از آنتالپی پیوندهای C-C و Si-O کمتر است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه های ۷۰ تا ۷۲)

۱۳۵- گزینه «۱»

(هاری مهری زاده)

فقط عبارت سوم نادرست است.

بررسی عبارت سوم: گرافن یک گونه شیمیایی دو بعدی است و رسانای جریان برق می باشد.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه های ۷۲ و ۷۳)

۱۳۶- گزینه «۳»

(ممد عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

آ درست

ب) نادرست؛ بین مولکول های آب در یخ پیوند هیدروژنی وجود دارد. مولکول های H_۲O در ساختار یخ در یک آرایش منظم و سه بعدی با تشکیل حلقه های شش گوشه، شبکه ای همانند کندوی زنبور عسل با استحکام ویژه پدید می آورند.

پ) درست

ت) نادرست؛ برای ۵ ماده صادق است. شامل HCl، C_۶H_۶، I_۲، N_۲ و SO_۲.

ث) درست؛ برای نمونه آنتالپی تبخیر و نقطه جوش یک ترکیب مولکولی به حالت مایع به نیروهای بین مولکولی آن وابسته است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه های ۷۳ تا ۷۵)

۱۳۷- گزینه «۳»

(ممد رضا پورپاویز)

عبارت های اول و سوم نادرست هستند.

در ساختار سیلیس هر اتم Si به چهار اتم O متصل است (و هر اتم O به دو اتم Si وصل شده است).

در بلور گرافیت اتم های کربن به صورت شش ضلعی منتظم قرار گرفته اند و هر اتم کربن در هر لایه از آن به سه اتم کربن دیگر اتصال دارد.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه های ۷۰ تا ۷۲)

۱۳۸- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

عبارت های (ب) و (ت) درست هستند.

با توجه به تعداد کل جفت الکترون های ناپیوندی دو ترکیب AF_۳ و BF_۳ و همچنین هر اتم F که دارای ۳ جفت الکترون ناپیوندی می باشد می توان نتیجه گرفت ساختار لوویس AF_۳ و BF_۳ به صورت زیر است.

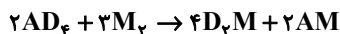


شیمی ۳- پیشروی سریع

۱۴۱- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

واکنش موازنه شده:

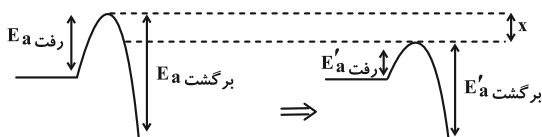


واکنش دهنده ۴g / ۱۰۲: گرمای تولیدی kJ ?

$$\times \frac{|\Delta H|}{128g \text{ واکنش دهنده}} \times \frac{75}{100} = 90kJ$$

چون واکنش گرماده است. $\Rightarrow |\Delta H| = 150kJ$

$$\Delta H = -150kJ$$



قبل از کاتالیزگر

بعد از کاتالیزگر

$$\begin{cases} E_a \text{ رفت} - E_a \text{ برگشت} = -150kJ \\ E_a \text{ رفت} + E_a \text{ برگشت} = 350kJ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_a \text{ رفت} = 100kJ \\ E_a \text{ برگشت} = 250kJ \end{cases}$$

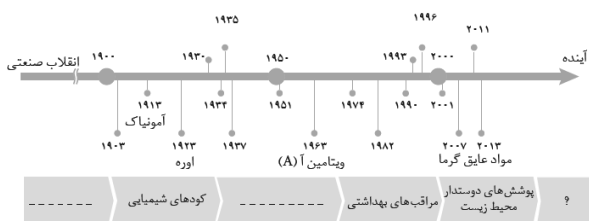
$$\begin{cases} E'_a \text{ رفت} - E'_a \text{ برگشت} = -150kJ \\ E'_a \text{ رفت} + E'_a \text{ برگشت} = 270kJ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E'_a \text{ رفت} = 60kJ \\ E'_a \text{ برگشت} = 210kJ \end{cases}$$

کاهش $\%16 = \frac{|210 - 250|}{250} \times 100$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

۱۴۲- گزینه «۲»

(عمید زبئی)



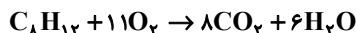
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۱۴۳- گزینه «۲»

(امیرمهمد کنگرانی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست

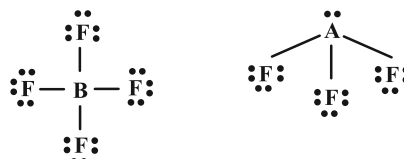


$$? L O_2 = \frac{11 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_8H_{12}} \times \frac{22 / 4 L O_2}{1 \text{ mol } O_2}$$

$$= 123 / 2 L O_2$$

مورد دوم: درست؛ گازهای H_2 و O_2 در دمای اتاق بدون حضور کاتالیزگر واکنش نمی‌دهند اما در حضور توری پلاتینی به عنوان کاتالیزگر، این گازها به صورت انفجاری واکنش می‌دهند.

مورد سوم: درست؛ طبق نمودار سطح انرژی B به C نزدیک‌تر است.



با توجه به ساختارهای الکترون نقطه‌ای: $(\cdot \ddot{A} \cdot)$ و $(\cdot \ddot{B} \cdot)$ عنصر نیتروژن B عنصر کربن می‌باشد (با توجه به روی سؤال که گفته شده عدد اتمی عناصر کمتر از ۱۰ است).

بررسی عبارت‌ها:

الف) با توجه به ساختار لوویس BF_3 و AF_3 می‌توان گفت AF_3 مولکول قطبی و BF_3 مولکول ناقطبی است.

ب) اتم B با گوگرد ترکیب BS_3 را تشکیل می‌دهد ($\ddot{S} = B = \ddot{S}$) که براساس ساختار لوویس آن تعداد الکترون‌های پیوندی آن (۸) دو برابر تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی (۴) آن است.

پ) مولکول BO_3 همان مولکول CO_3 ($\ddot{O} = C = \ddot{O}$) می‌باشد که ناقطبی است در حالی که مولکول SCO ($\ddot{S} = C = \ddot{O}$) قطبی است.

ت) عنصر A در گروه ۱۵ (دارای ۵ الکترون ظرفیت) و عنصر B در گروه ۱۴، ۴ الکترون ظرفیت دارد.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۱۳۹- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

در ۱۰۰ گرم از این خاک رس ۱۵ گرم آب و ۴۰ گرم سیلیس وجود داشته که با تیخیر x گرم آب، درصد جرمی SiO_2 به ۴۴ می‌رسد:

$$44 = \frac{40}{100 - x} \times 100 \Rightarrow x = 9$$

$$H_2O \text{ جرمی} = \frac{15 - 9}{100 - 9} \times 100 = 6 / 6 \%$$

$$H_2O \text{ تغییر درصد جرمی} = 15 - 6 / 6 = 8 / 4$$

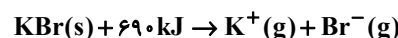
ترکیب یونی Fe_2O_3 علت سرخ‌فام بودن خاک رس می‌باشد.

$$\frac{\text{تعداد آنیون}}{\text{تعداد کاتیون}} = \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه ۶۷)

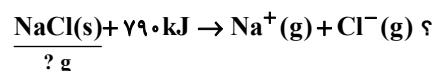
۱۴۰- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)



$$Q_1 = ? kJ = 35 / 7g KBr \times \frac{1 \text{ mol } KBr}{119g KBr} \times \frac{69kJ}{1 \text{ mol } KBr}$$

$$Q_1 = 207kJ$$

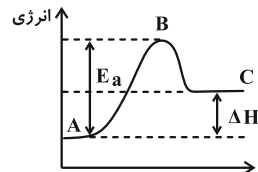


$$Q_2 = Q_1$$

$$? g NaCl = 207kJ \times \frac{1 \text{ mol } NaCl}{79kJ} \times \frac{58 / 5}{1 \text{ mol } NaCl}$$

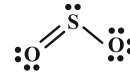
$$? g NaCl = 15 / 32g$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)



پیشرفت واکنش

مورد چهارم؛ درست؛ SO_3 گازی است که از خودروها خارج می‌شود و هر مولکول آن ۳ پیوند اشتراکی (۶ الکترون پیوندی) دارد.



(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

گزینه «۳» ۱۴۴

(هاری مهری زاده)

موارد (ب) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

(ب) کاتالیزورها تأثیری بر آنتالپی واکنش‌های شیمیایی ندارند.

(ت) واکنش گاز هیدروژن با گاز اکسیژن در حضور توری پلاتینی سریع‌تر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۹)

گزینه «۱» ۱۴۵

(پیمان فواجوی میر)

غلظت اوزون در ساعت ۱۰ صبح 12 ppm است. پس داریم:

$$0.12 = \frac{x}{10 \times 10^6 \text{ g}} \times 10^6 \Rightarrow x = 1.2 \text{ g O}_3$$

$$1.2 \text{ g O}_3 \times \frac{1 \text{ mol O}_3}{48 \text{ g O}_3} \times \frac{20 \text{ L O}_3}{1 \text{ mol O}_3} = 0.5 \text{ L O}_3$$

حال می‌توان جرم پتاسیم نیترات مصرفی را محاسبه کرد.

$$0.5 \text{ L O}_3 \times \frac{1 \text{ mol O}_3}{20 \text{ L O}_3} \times \frac{2 \text{ mol KNO}_3}{1 \text{ mol O}_3} \times \frac{101 \text{ g KNO}_3}{1 \text{ mol KNO}_3}$$

$$= 5.05 \text{ g KNO}_3$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۹۴)

گزینه «۳» ۱۴۶

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ مواد علاوه بر طیف مرئی با سایر امواج الکترومغناطیسی مانند فرورسرخ، فرابنفش و ... هم برهمکنش دارند.

(۲) نادرست؛ با توجه به نمودار صفحه ۹۴ شیمی ۳، حتی در ساعات شب هم مقداری گاز اوزون در هوا وجود دارد.

(۳) درست؛ برای مثال گاز NO یک اسید نافلزتی غیراسیدی است و به دلیل انحلال مولکولی، هنگام انحلال در آب یون هیدرونیوم تولید نمی‌کند.

(۴) نادرست؛ در برخی ساعات مانند ۹ تا ۱۰ صبح، میزان NO هوا کمره کاهش اما همزمان با آن افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

گزینه «۳» ۱۴۷

(روزبه رضوانی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نمودار مربوط به واکنش گرماگیر است و علامت آنتالپی آن مخالف آنتالپی واکنش گرماده اکسایش گلوکز است.

(۲) این واکنش گرماگیر بوده و مطابق با نمودار سؤال است.

(۴) کاتالیزگر بر تغییرات آنتالپی واکنش بی‌تأثیر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

گزینه «۳» ۱۴۸

(هاری مهری زاده)

هرگاه یک نمونه ماده در برابر پرتوهای الکترومغناطیس قرار گیرد، گستره معینی از آن را جذب و باقی را بازتاب یا عبور می‌دهد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

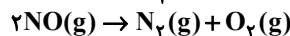
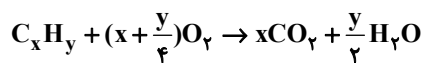
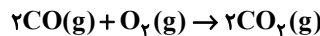
گزینه «۳» ۱۴۹

(ممد عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(آ) نادرست؛ این سه واکنش گرماده می‌باشند. در هر سه واکنش عنصر آزاد تولید یا مصرف شده است که نشان‌دهنده تغییر عدد اکسایش می‌باشد.

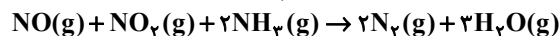
بنابراین هر سه واکنش از نوع اکسایش- کاهش می‌باشند.



(ب) نادرست؛ با افزایش دما انرژی فعال‌سازی بهتر تأمین شده و سرعت واکنش افزایش می‌یابد. افزایش دما انرژی فعال‌سازی را تغییر نمی‌دهد.

(پ) درست

(ت) نادرست؛ زیرا در واکنش مربوط به حذف آلاینده‌های NO و NO₂ آمونیاک مصرف می‌شود. کاتالیزگر باید در پایان واکنش دست‌نخورده باقی بماند.

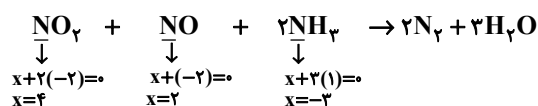


(ث) درست؛ با افزایش سطح تماس کارایی مبدل‌ها افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

گزینه «۴» ۱۵۰

(امیر هاتمیان)



از معادله موازنه شده واکنش داریم:

$$\text{mol NO} = 3 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{30 \text{ g NO}} = 0.1 \text{ mol NO}$$

$$\text{mol NO}_2 = 4 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol NO}_2}{46 \text{ g NO}_2} = 0.087 \text{ mol NO}_2$$

$$= 0.1 \text{ mol NO}_2$$

پس در هر کیلومتر با توجه به این که ضریب NH₃، دو هست داریم:

$$\text{mol NH}_3 = 2 \times 0.1 \text{ mol} = 0.2 \text{ mol}$$

در مخزن آمونیاک داریم:

$$\text{mol NH}_3 = 34000 \text{ g NH}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{17 \text{ g NH}_3}$$

$$= 2 \times 10^3 \text{ mol NH}_3$$

$$\text{km} = 2 \times 10^3 \text{ mol NH}_3 \times \frac{1 \text{ km}}{0.2 \text{ mol NH}_3} = 10^4 \text{ km}$$

مجموع عددهای اکسایش نیتروژن در گونه‌های واکنش‌دهنده:

$$4 + 2 + (-3) = 3$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۱)



شیمی ۲

۱۵۱- گزینه «۴»

(امیرمحمد کنگرانی)

بررسی موارد:

الف) درست؛ ظرفیت گرمایی یک ماده به مقدار و دمای آن بستگی دارد که در این عبارت مقدار به علت تفاوت زیاد تعیین کننده است.

ب) نادرست؛ ظرفیت گرمایی یک ماده به مقدار آن بستگی دارد و چون مقدار روغن زیتون و آب را نداریم نمی توانیم تعیین کنیم کدام ظرفیت گرمایی بیشتری دارد.

پ) درست

ت) نادرست؛ فلزی که در کلاه فضاوردان استفاده می شود ← Au (طلا)

هفتمین عنصر دسته p ← Al (آلومینیم)

مقایسه ظرفیت گرمایی ویژه: Al > Au

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۵۶ تا ۵۸)

۱۵۲- گزینه «۱»

(امیر محمد کنگرانی)

فقط عبارت «ت» نادرست است.

تعداد کربن ها (n) برابر ۱۰ عدد است. برای محاسبه تعداد هیدروژن ها، تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه را با هم جمع کرده و در عدد ۲ ضرب کرده و از رابطه ۲n + ۲ کم می کنیم.

$$H : (2n + 2) - [(4 + 1) \times 2] \xrightarrow{n=10} H = 12$$

پس فرمول ترکیب داده شده $C_{10}H_{12}O$ می باشد و فرمول مولکولی ۲- هپتانون $C_7H_{14}O$ است مجموع شمار اتم ها در این دو مولکول به ترتیب ۲۳ و ۲۲ می باشد.

$$\text{مجموع شمار جفت پیوندی} = \frac{10(4) + (12 \times 1) + (1 \times 2)}{2} = 27$$

نکته: برای محاسبه پیوند اشتراکی از رابطه زیر استفاده می شود:

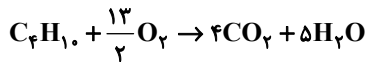
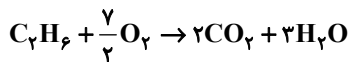
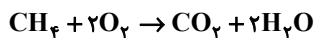
$$\text{تعداد پیوند اشتراکی} = \frac{(4 \times C) + (H) + (2 \times O)}{2}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۶۸ تا ۷۰)

۱۵۳- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

ابتدا واکنش سوختن متان، اتان و بوتان را نوشته و موازنه می کنیم:



می دانیم در آلکان های متوالی در شرایط یکسان با افزایش هر اتم کربن، ΔH سوختن مولی آن ها به مقدار ثابتی افزایش می یابد. در نتیجه اگر تفاوتی آنتالپی سوختن متان و اتان برابر با $a \text{ kJ}$ باشد تفاوت آنتالپی سوختن اتان و بوتان برابر با $2a \text{ kJ}$ خواهد بود. می دانیم که در صورت مصرف ۱ مول از هر کدام از گازهای متان و اتان، در مجموع $5/5$ مول O_2 به مصرف می رسد.

O_2 مولکول $9/9 \times 10^{23}$: تفاوت گرمای تولیدی kJ ?

$$\times \frac{1 \text{ mol } O_2}{6 \times 10^{23} \text{ مولکول } O_2} \times \frac{a \text{ kJ تفاوت آنتالپی سوختن}}{5/5 \text{ mol } O_2} = 204 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow a = 680 \text{ kJ} \Rightarrow \text{تفاوت آنتالپی سوختن متان و اتان} = 680 \text{ kJ}$$

در نتیجه تفاوت آنتالپی سوختن بوتان و اتان برابر با

$$2 \times 680 \text{ kJ} = 1360 \text{ kJ}$$

کدام از گازهای اتان و بوتان، تفاوت مول آب تولیدی برابر با ۲ مول خواهد بود.

H_2O $8/1 \text{ g}$: تفاوت گرمای تولیدی kJ ?

$$\times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{1360 \text{ kJ تفاوت آنتالپی سوختن}}{2 \text{ mol } H_2O} = 306 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۷۰ تا ۷۲)

۱۵۴- گزینه «۳»

(امیرمحمد کنگرانی)

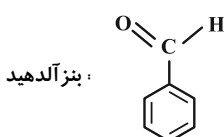
بررسی موارد:

مورد اول: درست؛ در این ساختار ۸ اکسیژن وجود دارد. پس:

۲ الکترون = هر جفت ناپیوندی \rightarrow ۲ جفت ناپیوندی \rightarrow هر اکسیژن

مورد دوم: نادرست؛ در این ساختار ۶ پیوند دوگانه $C=C$ و ۳ پیوند دوگانه

$C=O$ وجود دارد. در ساختار بنزآلدهید ۴ پیوند دوگانه وجود دارد:

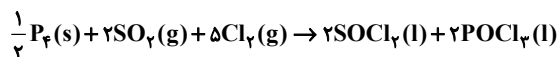
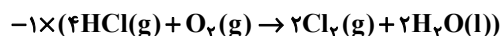
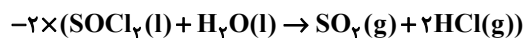
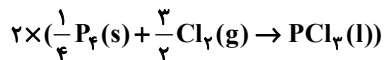
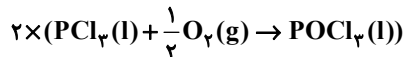


مورد سوم: نادرست؛ در این ساختار گروه اتری وجود ندارد.



(پارسا عیوض پور)

۱۵۸- گزینه «۲»



$$\Rightarrow \Delta H = 2 \times (-325 / 4 \text{kJ}) + 2 \times (-306 \text{kJ})$$

$$-2 \times (10 / 43 \text{kJ}) - (-202 / 6 \text{kJ})$$

$$\approx -1081 \text{kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

(پارسا عیوض پور)

۱۵۹- گزینه «۳»

جنس و جرم ظرف اولیه مایعات مهم نیست. از آنجایی که تبادل گرما میان

مایعات و ظرف آلومینیومی ۲۵۰ گرمی صورت می‌گیرد، پس داریم:

$$100 \times 4 / 18(x - 20) + 100 \times 1 / 97(x - 40)$$

$$+ 100 \times 3 / 18(x - 60) + 250 \times 0 / 9(x - 10) = 0$$

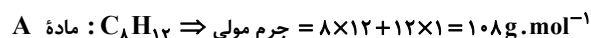
$$\Rightarrow 4 / 18(x - 20) + 1 / 97(x - 40) + 3 / 18(x - 60)$$

$$+ 2 / 5 \times 0 / 9(x - 10) = 0 \Rightarrow x \approx 32 / 25$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

(پارسا عیوض پور)

۱۶۰- گزینه «۲»



تغییرات آنتالپی در هر مول از واکنش

$$= (\Delta H_{\text{C}=\text{C}} + \Delta H_{\text{O}-\text{O}}) - (2 \times \Delta H_{\text{C}-\text{O}} + \Delta H_{\text{C}-\text{C}})$$

$$= (614 + 146) - (2 \times 358 + 348) = -304 \text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow 100 \text{g A ماده} \times \frac{1 \text{mol A}}{108 \text{g A}} \times \frac{304 \text{kJ}}{1 \text{mol A}} \approx 281 / 5 \text{kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

مورد چهارم؛ درست؛ در این ساختار ۱۶ هیدروژن و ۸ گروه C-H وجود دارد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(مهمر عظیمیان زواره)

۱۵۵- گزینه «۳»

بررسی موارد:

(آ) درست

(ب) درست

(پ) نادرست؛ علامت مثبت و منفی نشان‌دهنده گرماگیر و گرماده بودن آن فرایند است.

(ت) درست؛ زیرا واکنش فتوسنتز برخلاف اکسایش گلوکز، یک واکنش گرماگیر است و در فرایندهای گرماگیر سطح انرژی فرآورده‌ها از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها بالاتر است.

(ث) درست

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

(پیمان فواپوی‌مید)

۱۵۶- گزینه «۱»

تنها مقایسه (آ) صحیح است.

• آنتالپی پیوند H-F از آنتالپی پیوند O=O بزرگ‌تر است.

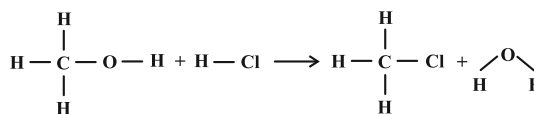
• آنتالپی پیوند N≡N از آنتالپی پیوند C≡C بیشتر است.

• آنتالپی پیوند H-H از آنتالپی پیوند N-H بیشتر است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

(روزبه رضوانی)

۱۵۷- گزینه «۲»



$$\Delta H = [3(\text{C}-\text{H}) + (\text{C}-\text{O}) + (\text{O}-\text{H})] + (\text{H}-\text{Cl})$$

$$- [3(\text{C}-\text{H}) + (\text{C}-\text{Cl}) + 2(\text{O}-\text{H})]$$

$$\Delta H = (\text{C}-\text{Cl}) = +385 \text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

شیمی ۱

۱۶۱- گزینه «۳»

(ممد عظیمیان زواره)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) برای این منظور از نیتروژن استفاده می‌شود. نیتروژن گاز نجیب محسوب نمی‌شود.

۲) حدود ۷۵ درصد جرم هواکره در این لایه قرار دارد.

۴) نخستین ماده‌ای که به صورت جامد از آن جدا می‌شود بخار آب است که در دمای 0°C به صورت یخ از آن جدا می‌شود.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۵۰)

۱۶۲- گزینه «۲»

(پیمان فواوی میه)

موارد (ت) و (ث) صحیح هستند.

بررسی سایر موارد:

آ) در هواکره اکسیژن اغلب به صورت مولکول‌های دواتمی وجود دارد.

ب) اکسیژن در ساختار همه مولکول‌های زیستی وجود دارد.

پ) نمودار تغییرات فشار گاز اکسیژن برحسب ارتفاع به صورت نزولی و نمودار تغییرات دما در استراتوسفر به صورت صعودی است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

۱۶۳- گزینه «۳»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ فرآورده سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی فقط کربن مونوکسید و بخار آب نیست و طبق متن کتاب درسی فرآورده‌های دیگر نیز تولید می‌شوند.

ب) نادرست؛ در اثر سوختن گوگرد گاز SO_2 تولید می‌شود که قطبی است.

پ) درست؛ نور حاصل از سوختن گوگرد آبی و نور حاصل از سوختن سدیم زرد است. طول موج نور آبی کوتاه‌تر از زرد است.

ت) درست؛ میل ترکیبی کربن مونوکسید با هموگلوبین خون بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است در نتیجه میل ترکیبی اکسیژن با هموگلوبین خون کمتر از

پنج هزارم برابر $\left(\frac{1}{200}\right)$ است.

ث) درست؛ فرآورده‌های حاصل از سوختن زغال سنگ، بخار آب، کربن دی‌اکسید و گوگرد دی‌اکسید هستند. گوگرد دی‌اکسید در شرایط مناسب می‌تواند ابتدا به گوگرد تری‌اکسید تبدیل و سپس به سولفوریک اسید تبدیل شود. توجه کنید در صورت سؤال از لفظ می‌تواند استفاده شده و این عبارت بدین معنی است که منظور طراح این نیست که فرآورده حاصل باید بدون هرگونه تغییری سولفوریک اسید تولید کند، بلکه منظور این است که فرآورده یا فرآورده‌های این واکنش می‌توانند خود تبدیل به مواد دیگری شده و سپس سولفوریک اسید را پدید بیاورند.

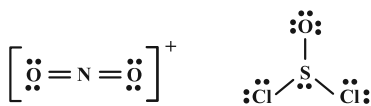
(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۱۶۴- گزینه «۴»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

بررسی موارد:

الف) ساختار لوویس گونه‌های داده شده به صورت زیر است. در SOCl_2 ۳ جفت الکترون پیوندی و در NO_3^+ هشت الکترون ناپیوندی وجود دارد.



ب) SiCl_4 از ترکیبات مولکولی است پس در نام‌گذاری آن از پیشوندهای یونانی استفاده می‌شود. نام این ترکیب سیلیسیم تتراکلرید است که پیشوند تترا نشان‌دهنده تعداد اتم کلر است.

پ) کاتیونی از مس که ۳ لایه پر دارد به صورت $[\text{Ar}] 3d^1$ است. در نتیجه کاتیون مدنظر Cu^+ است در نتیجه فرمول اکسید حاصل Cu_2O بوده و نسبت کاتیون به آنیون ۲ است.

ت) از آنجایی که می‌دانیم کربن یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهد پس زیروند ۲ موجود در کربن، مربوط به بار کلسیم نیست بلکه زیروند خود یون دواتمی C_2^{2-} و فرمول یون دو اتمی است در نتیجه فرمول سدیم کریید Na_2C_2 است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۱۶۵- گزینه «۴»

(ممد رضا پورفاویر)

نقطه جگالش CO_2 دمای -78°C است. اگر دمای هوا 15°C کلون (که معادل با 15°C است) پایین بیاید، به -273°C می‌رسد که در این دما به غیر از هلیوم (با نقطه جوش -268°C) بقیه اجزای هواکره به مایع تبدیل شده‌اند. در صورتی که دمای هوا به 192K (192°C) پایین‌تر از -78°C برسد، معادل با -27°C خواهد بود که در آن تمام گازهای هواکره مایع خواهند شد.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)



۱۶۶ - گزینه «۳»

(ممیر زبئی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ با توجه به شکل کتاب درسی، بخش قابل توجهی از نور خورشید به سطح زمین می‌رسد.

مورد دوم: درست؛ طول موج‌های پرتوهای بازتابیده شده از زمین بزرگ‌تر از طول موج پرتوهای جذب شده توسط زمین است.

مورد سوم: نادرست؛ هواکره برای زمین همانند لایه پلاستیکی برای گلخانه است و سبب گرم شدن کره زمین می‌شود.

مورد چهارم: درست؛ از هر ۵ پرتویی که از سطح زمین بازتابیده می‌شود، ۲

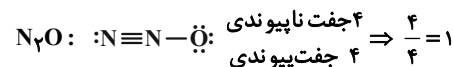
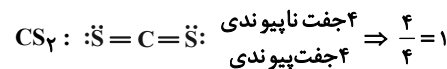
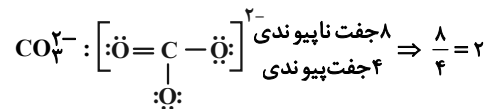
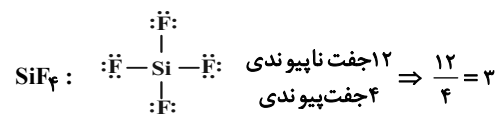
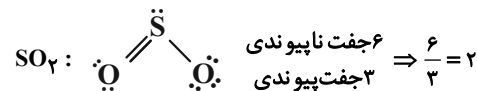
پرتو، توسط مولکول‌های CO_۲ به دام می‌افتد. $\frac{2}{5} \times 100 = 40\%$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۱۶۷ - گزینه «۳»

(سیر مهری غفوری)

آ، ب و ث درست است.



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه ۵۴)

۱۶۸ - گزینه «۲»

(مهمر عظیمیان زواره)

ردپای کربن دی‌اکسید تولید شده در تولید برق از منبع:

باد > گرمای زمین > انرژی خورشید > گاز طبیعی > نفت خام > زغال سنگ

(f) (d) (e) (a) (c) (b)

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه ۶۶)

۱۶۹ - گزینه «۴»

(امیر ماتیان)

بررسی گزینه‌ها:

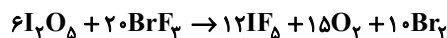
(۱)



اختلاف مجموع واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها

$$|(۷+۳+۲+۲)-(۱۴+۱)| = ۱$$

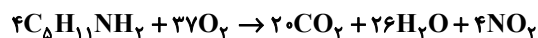
(۲)



اختلاف مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها

$$|(۱۲+۱۵+۱۰)-(۲۰+۶)| = ۱۱$$

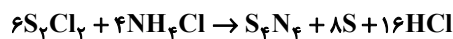
(۳)



اختلاف مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها

$$|(۲۰+۲۶+۴)-(۳۷+۴)| = ۹$$

(۴)



اختلاف مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها

$$|(۱+۸+۱۶)-(۶+۴)| = ۱۵$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۷۰ - گزینه «۲»

(امیر ماتیان)

ابتدا مقدار گاز کربن دی‌اکسید برحسب لیتر که در شرایط استاندارد در هر سال وارد هواکره می‌شود را حساب می‌کنیم:

$$? L CO_۲ = ۲۲۰۰۰ km \times \frac{۲۵۰ g CO_۲}{۱ km} \times \frac{۱ mol CO_۲}{۴۴ g CO_۲}$$

$$\times \frac{۲۲}{۱ mol CO_۲} = ۲۸ \times ۱۰^۵ L CO_۲ = ۲ / ۸ \times ۱۰^۶ L CO_۲$$

حال برای به دست آوردن تعداد درخت‌هایی با قطر ۷cm که از ورود CO_۲ به هواکره جلوگیری می‌کنند، داریم:

حداقل تعداد درخت با قطر ۷cm

$$= \frac{\text{مقدار کل CO}_۲ \text{ تولیدی توسط هر خودرو}}{\text{مقدار CO}_۲ \text{ جذب شده توسط هر درخت با قطر ۷cm}}$$

$$= \frac{۲۲۰۰۰ km \times \frac{۲۵۰ g CO_۲}{۱ km}}{۴ / ۴ \times ۱۰^۳ g CO_۲} = ۱۲۵۰ \text{ درخت}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه ۶۶)