



# آزمون هدف‌گذاری

## ۱۲ بهمن ۱۴۰۲

دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

دروس اختصاصی

پاسخ‌گویی به تمام سؤالات این آزمون اجباری است.

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤالات	مدت پاسخ‌گویی (دقیقه)
۱	حسابان ۲	۱۰	۱-۱۰	۱۵
۲	هندسه ۳	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵
۴	فیزیک ۳	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵
۵	شیمی ۳	۱۰	۴۱-۵۰	۱۰
	مجموع	۵۰	۱-۵۰	۷۰

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق: صفحه‌های ۷۱ تا ۸۹

۱- اگر  $3f(1) = 2f'(1) = 3$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 1}{x - 1}$  کدام است؟

۳ (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)

۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)

۲- بر نمودار تابع  $y = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$  چند مماس قائم می‌توان رسم کرد؟

۳ (۱) ۲ (۲)

۱ (۳) صفر (۴)

۳- فرض کنید  $f(x) = \begin{cases} -1 & ; x < -1 \\ x & ; -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & ; x > 1 \end{cases}$  و  $g(x) = 1 - x^2$  باشد. تعداد نقاط مشتق‌ناپذیر تابع  $f \circ g$  کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

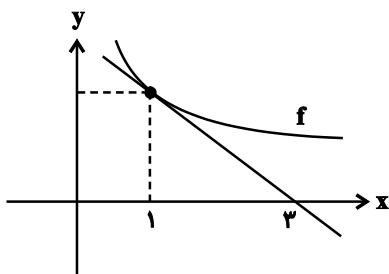
۴- تابع  $f(x) = |x + \frac{1}{y}| - [2x]$  در بازه  $(-1, 1)$  چند نقطه مشتق‌ناپذیر دارد؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

۴ (۱) ۵ (۲)

۲ (۳) ۳ (۴)

۵- شکل زیر، نمودار تابع  $f$  و خط مماس بر آن در  $x = 1$  را نمایش می‌دهد. مقدار تابع  $f$  در  $x = 1$  چند برابر مشتق تابع در این

نقطه است؟



۱ (۱)  $-\frac{1}{2}$

۲ (۲) -۲

۳ (۳) -۱

۴ (۴) -۳

محل انجام محاسبات

۶- تابع  $f(x) = (x^2 + (m+2)x + 2m)\left[\frac{6}{x}\right]$  را در نظر بگیرید. اگر در نقطه  $x = -2$  مشتق چپ،  $10$  واحد بیشتر از مشتق راست

باشد، مقدار  $m$  کدام است؟  $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.

۱۲ (۱)

۱۰ (۲)

۸ (۳)

۶ (۴)

۷- اگر  $f(x) = \begin{cases} [-x]x^2 + 1; x < 1 \\ x-1; x \geq 1 \end{cases}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-3|h|)}{h}$  کدام است؟  $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.

۴ (۱)

-۴ (۲)

صفر (۳)

(۴) موجود نیست.

۸- اگر  $a \in \mathbb{Z}$  باشد،  $x = 2$  تنها نقطه با طول صحیحی است که تابع  $f(x) = [(x-a)^2] |ax+1|$  در آن مشتق‌پذیر است، مقدار

$f'(-1)$  کدام است؟  $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.

۱۸ (۱)

۹ (۲)

-۹ (۳)

-۱۸ (۴)

۹- تابع  $f(x) = \sqrt{4x^2 - 12x - |4x - 6|} + 10$  مفروض است.  $f'_{-}\left(\frac{3}{4}\right)$  کدام است؟

-۲ (۱)

-۱ (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)

۱۰- خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = (x-1)\sqrt{x^2 + 2x + 6}$  در نقطه برخورد آن با محور  $x$  ها، نمودار تابع را در نقطه‌ای با کدام طول

قطع می‌کند؟

-۳ (۱)

-۲ (۲)

-۱ (۳)

-۴ (۴)

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی (تا پایان انتقال محورها): صفحه‌های ۴۷ تا ۵۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

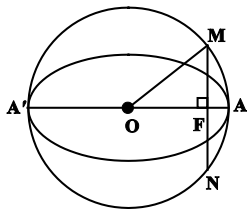
۱۱- اگر طول قطر بزرگ بیضی  $e_1$ ، دو برابر طول قطر بزرگ بیضی  $e_2$  و فاصله کانونی بیضی  $e_1$ ، نصف فاصله کانونی بیضی  $e_2$  باشد، خروج از مرکز بیضی  $e_1$ ، چند برابر خروج از مرکز بیضی  $e_2$  است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲)  $\frac{1}{4}$       (۳) ۲      (۴) ۴

۱۲- فاصله دورترین و نزدیک‌ترین نقاط یک بیضی از یکی از کانون‌های آن به ترتیب ۱۸ و ۲ واحد است. نسبت طول قطر بزرگ به قطر کوچک آن کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$       (۲)  $\frac{5}{4}$       (۳)  $\frac{10}{3}$       (۴)  $\frac{5}{3}$

۱۳- مطابق شکل زیر، قطر یک دایره بر قطر بزرگ یک بیضی منطبق است. از کانون  $F$  عمودی بر قطر  $AA'$  رسم کرده‌ایم تا دایره را در نقاط  $M$  و  $N$  قطع کند. اگر  $MN = 6$  و محیط مثلث  $OMF$  برابر ۱۲ باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$   
(۲)  $\frac{3}{5}$   
(۳)  $\frac{3}{4}$   
(۴)  $\frac{4}{5}$

۱۴- مساحت چهارضلعی حاصل از وصل کردن دو سر قطر بزرگ به دو سر قطر کوچک یک بیضی برابر ۱۲۰ و خروج از مرکز این

بیضی  $\frac{4}{5}$  است. فاصله کانونی بیضی کدام است؟

- (۱) ۱۲      (۲) ۱۰      (۳) ۱۶      (۴) ۸

۱۵- در یک سهمی  $A(4,6)$  رأس و  $x=9$  خط هادی است. مجموع مختصات کانون سهمی کدام است؟

- (۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۵      (۴) ۶

۱۶- به ازای کدام مقدار  $m$  کانون سهمی به معادله  $y^2 + 6y - 8x = m$  روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد؟

- (۱) ۳۱      (۲) -۱۷      (۳) ۱۷      (۴) -۳۱

۱۷- سهمی با کانون  $F(1,1)$  و خط هادی به معادله  $x=3$ ، محور  $y$ ‌ها را در دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع می‌کند. فاصله  $AB$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲)  $2\sqrt{2}$       (۳) ۴      (۴)  $4\sqrt{2}$

۱۸- فاصله کانونی سهمی به معادله  $(k^2 - 4)x^2 + (k + 2)y^2 + (k + 6)x + 4ky + 2k^2 = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۴

۱۹- فرض کنید نقطه  $M(x,y)$  فاصله یکسانی از نقطه  $(2,5)$  و خط  $y = -3$  دارد. کم‌ترین مقدار ممکن برای  $y$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۲۰- سهمی به معادله  $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$  مفروض است. به مرکز کانون سهمی و شعاع ۴ واحد، دایره‌ای رسم می‌کنیم. طول نقاط

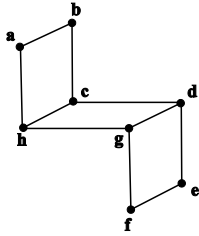
برخورد دایره و سهمی کدام است؟

- (۱) -۳      (۲) -۵      (۳) ۳      (۴) ۵

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴

۲۱- مجموعه  $\{a, c, x, y\}$  یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برای گراف زیر است.  $x$  و  $y$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟



- f, e (۱)
- g, e (۲)
- g, f (۳)
- d, f (۴)

۲۲- حداقل عدد احاطه‌گری یک گراف ۲- منتظم مرتبه ۹ کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

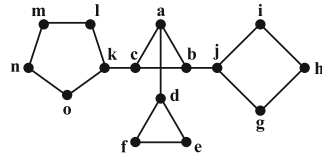
۲۳- کدام یک از گراف‌های زیر، فاقد مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیر مینیمم است؟

- $P_3$  (۱)
- $P_4$  (۲)
- $P_5$  (۳)
- $P_6$  (۴)

۲۴- گراف  $C_8$  چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد؟

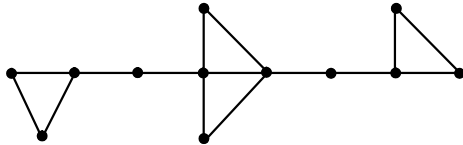
- ۴ (۱)
- ۱۶ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۸ (۴)

۲۵- عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟



- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

۲۶- گراف زیر چند  $\gamma$ - مجموعه دارد؟



- ۶ (۱)
- ۸ (۲)
- ۹ (۳)
- ۱۱ (۴)

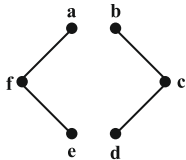
۲۷- گراف ۳- منتظم  $G$  از مرتبه ۶، دوری به طول ۳ ندارد. این گراف چند  $\gamma$ - مجموعه دارد؟

- ۳ (۱)
- ۶ (۲)
- ۹ (۳)
- ۱۲ (۴)

۲۸- گراف  $P_6$  چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟

- ۷ (۱)
- ۸ (۲)
- ۶ (۳)
- ۹ (۴)

۲۹- گراف  $G$  مطابق شکل مقابل مفروض است. در صورت افزودن کدام یال به این گراف، مجموعه احاطه‌گر مینیمم آن یکتا نخواهد بود؟



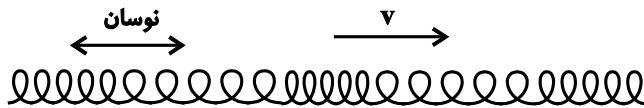
- cf (۱)
- ab (۲)
- be (۳)
- ae (۴)

۳۰- گراف  $G$  با  $p = 8$  و  $\Delta = 6$ ، فقط یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد. کدام گزینه در مورد این گراف لزوماً درست است؟

- (۱) دوری به طول ۶ دارد
- (۲) مسیری به طول ۳ دارد
- (۳) ناهمبند است
- (۴) حداقل ۸ یال دارد

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: نوسان و موج: صفحه‌های ۶۹ تا ۸۸



۳۱- در رابطه با شکل زیر چند مورد درست است؟

(آ) نمونه‌ای از موج‌های پیشرونده است.

(ب) موج به سمت راست حرکت می‌کند.

(پ) نمونه‌ای از موج‌های طولی است.

(ت) تندی ذرات فنر، در لحظه بیشترین فشردگی آن برابر صفر است.

(۱) ۱ (۱)

(۳) ۳ (۳)

۳۲- یک منبع که دارای حرکت هماهنگ ساده با معادله  $y_1 = 4 \cos \alpha x t$  است، امواجی با سرعت  $40 \frac{m}{s}$  در محیطی منتشر می‌کند.

این منبع پس از لحظاتی حرکتش تغییر نموده و به صورت  $y_2 = 8 \cos \beta x t$  در همان محیط نوسان می‌کند. سرعت انتشار امواج

این منبع چه تغییری می‌کند؟

(۱)  $(\alpha - \beta)$  برابر می‌شود.

(۲)  $\frac{\beta}{\alpha}$  برابر می‌شود.

(۳)  $80 \frac{m}{s}$  می‌شود.

(۴)  $40 \frac{m}{s}$  باقی می‌ماند.

۳۳- تندی انتشار موج عرضی در تار به طول ۱ متر و جرم  $m$  برابر  $100 \frac{m}{s}$  است.  $\frac{5}{9}$  طول تار را بریده و کنار می‌گذاریم و باقی‌مانده

تار را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا طول آن برابر طول اولیه تار شود. اگر تار جدید را با همان نیروی قبل بکشیم، تندی انتشار

موج عرضی در آن، چند متر بر ثانیه می‌شود؟

(۱) ۵۰

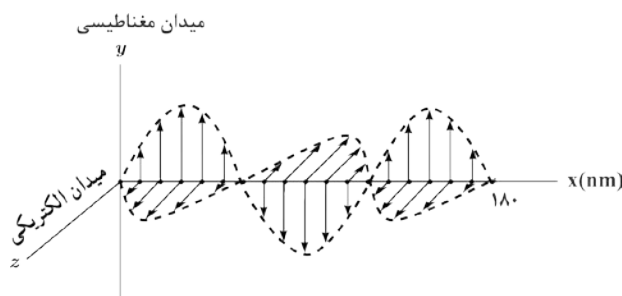
(۲) ۱۵۰

(۳) ۱۸۰

(۴) ۲۲۵

۳۴- شکل زیر، تصویر لحظه‌ای از یک موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که با تندی ثابت  $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$  در حال انتشار است. این

موج در ... محور  $x$  ها منتشر می‌شود و در مدت زمان ... ثانیه، ۱۰۰ نوسان کامل انجام می‌دهد.



(۱) جهت -  $4 \times 10^{-14}$

(۲) خلاف جهت -  $4 \times 10^{-14}$

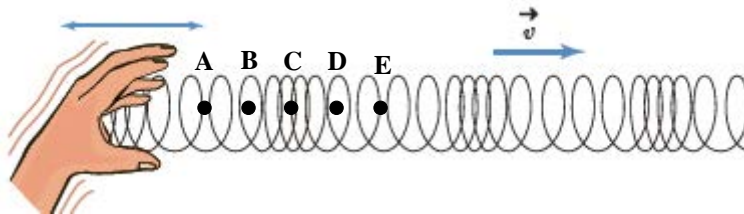
(۳) جهت -  $6 \times 10^{-14}$

(۴) خلاف جهت -  $6 \times 10^{-14}$

محل انجام محاسبات

۳۵- شکل زیر تصویری لحظه‌ای از ایجاد نواحی جمع‌شدگی و بازشدگی در طول یک فنر بلند کشیده را نشان می‌دهد. کدام موارد از

گزاره‌های زیر، در مورد نقاط A، B، C، D و E از این فنر صحیح است؟



(آ) جابه‌جایی نقاط A و C از وضعیت تعادل صفر است.

(ب) جابه‌جایی نقطه D از وضعیت تعادل بیشینه است.

(پ) فاصله دو نقطه A و D،  $\frac{3}{4}$  برابر طول موج است.

(ت) فاصله دو نقطه C و E برابر با طول موج است.

(۲) ب و ت

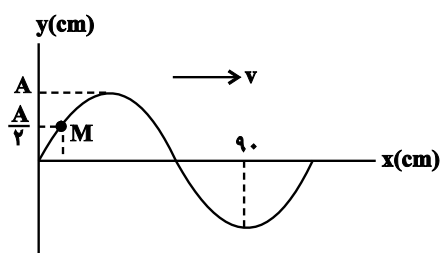
(۱) آ و ت

(۴) ب و پ

(۳) آ، ب و پ

۳۶- شکل زیر، نقش موج عرضی ایجاد شده در طنابی را در یک لحظه نشان می‌دهد. اگر نقطه M از طناب، ۲ ثانیه بعد برای اولین

بار در بالاترین نقطه از پاره‌خط نوسان‌اش واقع شود، سرعت انتشار موج چند  $\frac{m}{s}$  است؟



(۱) ۴۰

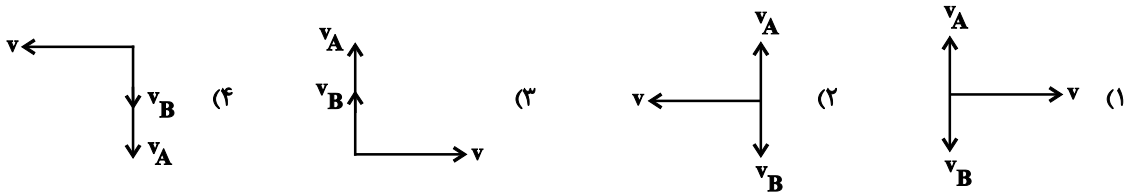
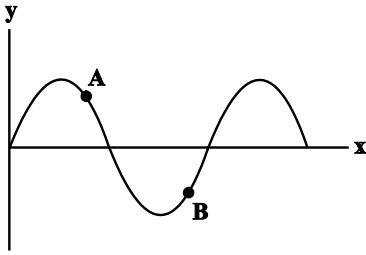
(۲) ۰/۵

(۳) ۵۰

(۴) ۰/۴

محل انجام محاسبات

۳۷- شکل زیر نقش یک موج عرضی را نشان می‌دهد. اگر راستای سرعت نقاط A و B را به صورت عمودی و راستای انتشار موج را افقی نشان دهیم، کدام گزینه بردارهای سرعت نقاط و سرعت انتشار موج را می‌تواند درست نشان داده باشد؟



۳۸- شنونده‌ای در مبدأ زمان، از محل یک بلندگو با بسامد معین با سرعت ثابت عبور می‌کند. اگر در بازه زمانی  $t$  تا  $t'$ ، تراز شدت صوتی که شنونده دریافت می‌کند،  $2/6$  بل کاهش یابد، نسبت  $\frac{t'}{t}$  کدام است؟ ( $\log 2 = 0.3$ )

- (۱) ۲۰  
(۲) ۲۰۰  
(۳) ۷۰  
(۴) ۷۰۰

۳۹- در فاصله  $r$  از یک چشمه صوت، تراز شدت صوت ۶ دسی‌بل ( $6\text{dB}$ ) است. چند برابر  $r$  از خود  $r$  دور شویم تا تراز شدت صوت نصف شود؟ ( $\log 2 = 0.3$ )

- (۱)  $\sqrt{2}$   
(۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
(۳)  $\sqrt{2}-1$   
(۴)  $\sqrt{2}+1$

۴۰- یک زمین لرزه در عمق ۷۲۰ کیلومتری از سطح زمین رخ می‌دهد. امواج اولیه P و امواج ثانویه S به ترتیب با تندیهای  $8 \frac{\text{km}}{\text{min}}$  و  $v$ ، با اختلاف زمانی  $1/5$  ساعت به یک دستگاه لرزه‌نگار در سطح زمین می‌رسند. اگر این موج‌ها روی خط راستی منتشر شوند،  $v$  چند کیلومتر بر دقیقه است؟

- (۱) ۱۲  
(۲) ۴  
(۳) ۶  
(۴) ۲





وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۶۷ تا ۸۶

۴۱- کدام عبارت‌ها صحیح هستند؟

- (الف) مواد اولیه آثار باستانی باید واکنش‌پذیری کم و استحکام زیاد داشته باشند.  
 (ب) سرخ‌فام بودن خاک رس به خاطر وجود  $Fe^{2+}$  در آن است.  
 (پ) به هنگام پخت سفالینه‌ها از خاک رس، جرم مواد اولیه کاهش می‌یابد.  
 (ت) سیلیسیم فراوان‌ترین عنصر در پوسته جامد زمین است.

(۱) الف و ب (۲) ب، پ و ت (۳) الف و پ (۴) ب و پ

۴۲- مخلوطی از سیلیسیم و کربن به جرم مشخص با اکسیژن کافی واکنش می‌دهند تا به‌طور کامل به سیلیس و کربن دی‌اکسید تبدیل شوند. اگر جرم فراورده جامد باقی‌مانده  $1/5$  برابر جرم مخلوط اولیه باشد، درصد جرمی کربن در مخلوط اولیه کدام است؟

( $Si = 28$  و  $O = 16$  ،  $C = 12$  :  $g \cdot mol^{-1}$ )

(۱) ۳۰ (۲) ۴۲ (۳) ۵۸ (۴) ۷۰

۴۳- کدام مورد صحیح می‌باشد؟

- (۱) موادی مانند کربن دی‌اکسید، آب و سیلیس مواد مولکولی به شمار می‌روند.  
 (۲) در ساختار سیلیس اتم‌های سیلیسیم و اکسیژن با پیوندهای اشتراکی  $Si-O-O-Si$  به هم متصل‌اند.  
 (۳) اختلاف نقطه ذوب آب و نقطه ذوب مس در مقیاس کلون بیشتر از  $1000K$  است.  
 (۴) عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت، سیلیسیم و اکسیژن هستند.

۴۴- چند مورد از موارد زیر جاهای خالی را به نادرستی تکمیل می‌کند؟

«الماس ..... گرافیت .....»

- \* برخلاف- ساختاری سه بعدی دارد.
- \* همانند- ظاهری تیره دارد.
- \* برخلاف- جامدی کووالانسی است.
- \* همانند- رسانای جریان الکتریکی است.

(۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۴۵- کدام موارد در مورد «یخ» درست است؟

- (آ) در ساختار آن آرایش مولکول‌ها به گونه‌ای است که اتم‌های اکسیژن در وسط اضلاع یک شش‌ضلعی قرار دارند.  
 (ب) برخلاف سیلیس دارای نقطه ذوب بالایی نیست.

(پ) مولکول‌های  $H_2O$  در ساختار آن در یک آرایش منظم قرار دارند به گونه‌ای که در آن هر اتم اکسیژن با ۴ پیوند کووالانسی به ۴ اتم هیدروژن دیگر متصل است.

(ت) برای نیروهای میان آن ذرات سازنده آن می‌توان همانند گرافیت از نیروهای وان‌دروالسی استفاده کرد.

(۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) آ و ت (۴) ب و ت

۴۶- رفتار ..... مواد مولکولی به ..... بستگی دارد.

- (۱) شیمیایی- شکل هندسی مولکول‌ها
- (۲) فیزیکی- نوع و قدرت نیروهای بین مولکولی آن‌ها
- (۳) فیزیکی- نوع و قدرت نیروهای درون مولکولی آن‌ها
- (۴) شیمیایی- جهت‌گیری مولکول‌ها در میدان الکتریکی

۴۷- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در بلور سدیم کلرید، به هر یون کلرید توسط ۶ یون سدیم نیروی جاذبه وارد می‌شود.
- (۲) ترکیبات مولکولی نسبت به ترکیبات یونی در گستره دمای بیشتری به حالت مایع هستند.
- (۳) در سدیم کلرید همانند سزیم سولفید، عدد کوئوردیناسیون کاتیون و آنیون یکسان است.
- (۴) هر ترکیب یونی دوتایی را می‌توان فراورده واکنش یک فلز با یک نافلز دانست.

۴۸- در کدام مورد هر دو، مولکولی ناقطبی هستند و میزان نیروی جاذبه بین مولکولی در مولکول سمت راست قوی‌تر از مولکول سمت چپ است؟



۴۹- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

- (الف) آنتالپی فروپاشی منیزیم فلئوئورید نسبت به منیزیم اکسید بیشتر است چون یون‌های سازنده آن شعاع کمتری دارند.
- (ب) HF نسبت به  $\text{N}_2$  در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع است چون نیروی جاذبه میان ذرات سازنده آن در حالت مایع قوی‌تر است.
- (پ) خورشید بزرگ‌ترین منبع تجدیدناپذیر است که انرژی خود را به شکل پرتوهای الکترومغناطیس به سوی ما گسیل می‌دارد.
- (ت) مولکول‌های گوگرد دی‌اکسید و کلروفرم هر دو قطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۵۰- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- مدل دریای الکترونی تمام رفتارهای فیزیکی فلزات را توجیه می‌کند.
- در مدل دریای الکترونی همواره تعداد کاتیون‌ها با تعداد الکترون‌ها برابر است.
- در مدل دریای الکترونی، الکترون‌های نزدیک‌تر به هسته اتم، دریایی از الکترون‌ها را به وجود آورده‌اند.
- برای کاهش عدد اکسایش محلولی از نمک وانادیم از یون  $\text{Zn}^{2+}$  استفاده می‌کنیم.

(۱) ۴      (۲) ۳      (۳) ۲      (۴) ۱



# دفترچه پاسخ آزمون هدف گذاری

## ۱۲ بهمن ۱۴۰۲

### اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

طراحان

نام طراحان (به ترتیب حروف الفبا)	نام درس
سهیل تقی زاده - عادل حسینی - محمدرضا راسخ - اکبر کلاهملکی - جهانبخش نیکنام	حسابان ۲
امیرحسین ابومحبوب - علی ایمانی - عادل حسینی - فرزانه خاکپاش - مهبد خالتي - رضا عباسی اصل	هندسه ۳
امیرحسین ابومحبوب - سیدمحمدرضا حسینی فرد - فرزانه خاکپاش - مهبد خالتي - علیرضا شریف خطیبی	ریاضیات گسسته
زهره آقامحمدی - عبدالرضا امینی نسب - سعید شرق - پوریا علاقمند - مصطفی کیانی - غلامرضا مجبی	فیزیک ۳
عظیم بردی صیادلی - امیر حاتمیان - موسی خیاط علیمحمدی - حسن رحمتی کوننده - فرزاد رضایی	شیمی ۳
سیدرضا رضوی - ماهان زواری - یوسف علی پور	

گروه علمی

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳ و ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	سهیل تقی زاده	مهبد خالتي	مبین مغانلو	ماهان زواری
گروه ویراستاری	عادل حسینی	عادل حسینی	زهره آقامحمدی مهدی سهامی سلطانی	احسان پنجه شاهی امیررضا حکمت نیا
مسئول درس	سهیل تقی زاده	مهبد خالتي	مبین مغانلو	ماهان زواری
مسئول درسی مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	احسان صادقی	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	عادل حسینی
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار و صفحه آرا	فرزانه فتح الله زاده

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۲

گزینه «۱» -۱

(عادل حسینی)

$$3f(1) = 3 \Rightarrow f(1) = 1$$

$$2f'(1) = 3 \Rightarrow f'(1) = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) + 1)(f(x) - 1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + 1) \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1} = 2f'(1) = 3$$

(مسابان ۲- صفحه های ۷۸ تا ۸۰)

گزینه «۲» -۲

(سویل تقی زاده)

تعداد ریشه های معادله  $x^3 - x^2 = 0$  پاسخ مورد نظر است:

$$x^2(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0, 1$$

پس دو مماس قائم می توان رسم کرد.

(مسابان ۲- صفحه ۸۸)

گزینه «۲» -۳

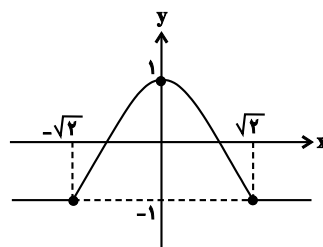
(مهمدرضا راسخ)

ابتدا ضابطه تابع fog را می نویسیم:

$$(fog)(x) = f(g(x)) = f(1 - x^2) = \begin{cases} -1 & ; 1 - x^2 < -1 \\ 1 - x^2 & ; -1 \leq 1 - x^2 \leq 1 \\ 1 & ; 1 - x^2 > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (fog)(x) = \begin{cases} -1 & ; |x| > \sqrt{2} \\ 1 - x^2 & ; |x| \leq \sqrt{2} \end{cases}$$

حال نمودار تابع fog را رسم می کنیم:



با توجه به نمودار، تابع fog در  $x = \pm\sqrt{2}$  مشتق ناپذیر است.

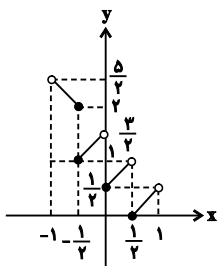
(مسابان ۲- صفحه های ۸۴ تا ۸۹)

(عادل حسینی)

گزینه «۴» -۴

بهتر است نمودار تابع f را در بازه  $(-1, 1)$  رسم کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} - x & ; -1 < x < -\frac{1}{2} \\ x + \frac{3}{2} & ; -\frac{1}{2} \leq x < 0 \\ x + \frac{1}{2} & ; 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ x - \frac{1}{2} & ; \frac{1}{2} \leq x < 1 \end{cases}$$



مطابق نمودار، تعداد نقاط مشتق ناپذیر برابر ۳ است.

(مسابان ۲- صفحه های ۸۴ تا ۸۹)

(عادل حسینی)

گزینه «۲» -۵

خط مماس با شیب  $f'(1)$  از نقطه  $(1, f(1))$  می گذرد. پس معادله آن به صورت زیر است:

$$y = f'(1)x - f'(1) + f(1)$$

طول از مبدأ این خط برابر ۳ است:

$$\Rightarrow 2f'(1) + f(1) = 0 \Rightarrow \frac{f(1)}{f'(1)} = -2$$

(مسابان ۲- صفحه های ۷۳ تا ۷۷)

(جهانش نیکنام)

گزینه «۱» -۶

$$f(x) = (x + 2)(x + m) \left[ \frac{6}{x} \right] \quad \text{داریم:}$$

$$f'_+(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{(x + 2)(x + m) \left[ \frac{6}{x} \right]}{x + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-2)^+} (x + m) \left[ \frac{6}{x} \right] = (-2 + m)(-4) = 8 - 4m$$



$$\Rightarrow f(x) = [(x-2)^2] | 2x+1 |$$

در همسایگی چپ  $x = -1$ ، ضابطه  $f$  را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$y = [9^+] | 2x+1 | = -18x - 9$$

$$\Rightarrow f'_-(-1) = -18$$

(مسابان ۲- صفحه های ۸۴ تا ۸۹)

(سعیل تقی زاده)

۹- گزینه «۴»

ابتدا ضابطه تابع را ساده می کنیم:

$$f(x) = \sqrt{(2x-3)^2} - 2 | 2x-3 | + 1$$

$$= \sqrt{(| 2x-3 | - 1)^2} = || 2x-3 | - 1 |$$

در یک همسایگی چپ  $x = \frac{3}{2}$  داریم:

$$f(x) = | -2x+3-1 | = 2x-2$$

پس  $f'_-(\frac{3}{2}) = 2$  است.

(مسابان ۲- صفحه های ۸۴ تا ۸۹)

(الکبر کلاه ملکی)

۱۰- گزینه «۱»

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = 1$$

طول نقطه برخورد نمودار  $f$  با محور  $x$  برابر  $x = 1$  است. حال برای خط مماس بر نمودار در این نقطه داریم:

$$m = f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{x^2+2x+6}}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^2+2x+6} = \sqrt{1+2+6} = 3$$

بنابراین معادله خط مماس مورد نظر  $y = 3(x-1)$  است. این خط را با نمودار تابع قطع می دهیم:

$$(x-1)\sqrt{x^2+2x+6} = 3(x-1) \xrightarrow{x \neq 1} \sqrt{x^2+2x+6} = 3$$

$$\xrightarrow{\text{بفرض}} x^2+2x+6 = 9 \Rightarrow x^2+2x-3 = (x+3)(x-1) = 0$$

$$\xrightarrow{x \neq 1} x+3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

طول نقطه دیگر برخورد  $-3$  است.

(مسابان ۲- مشتق؛ صفحه های ۷۴ تا ۷۸)

$$f'_-(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x+2)(x+m) \left[ \frac{6}{x} \right]}{x+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-2)^-} (x+m) \left[ \frac{6}{x} \right] = (-2+m)(-3) = 6 - 3m$$

$$f'_-(-2) - f'_+(-2) = 10 \Rightarrow (6 - 3m) - (8 - 4m) = 10 \Rightarrow m = 12$$

(مسابان ۲- صفحه های ۸۴ تا ۸۹)

۹- گزینه «۴» (عادل حسینی)

در یک همسایگی  $x = 1$  ضابطه های تابع  $f$  را می توان به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & ; x < 1 \\ x - 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

تابع در  $x = 1$  پیوسته است، بنابراین نیم مماس راست و چپ دارد.

شیب نیم مماس راست برابر شیب خط  $y = x - 1$  یا همان ۱ است:

$$f'_+(1) = 1$$

از طرفی طبق رابطه ای که بعدها خواهیم دید یا از راه تعریف مشتق به

سادگی می توان گفت مشتق  $y = ax^2$  برابر  $y' = 2ax$  است. پس شیب نیم

مماس چپ برابر  $-2$  است.

$$f'_-(1) = -2$$

حال حاصل مورد نظر را در دو حالت بررسی می کنیم:

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1-3|h|)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1+3h)}{h}$$

$$= -2f'_-(1) = 4$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1-3|h|)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1-3h)}{h}$$

$$= f'_+(1) + 3f'_-(1) = -5$$

پس حاصل حد مورد نظر موجود نیست.

(مسابان ۲- صفحه های ۸۴ تا ۸۹)

۸- گزینه «۴» (عادل حسینی)

تابع  $f$  فقط در حالتی در  $x = x_0 \in \mathbb{Z}$  مشتق پذیر است که  $x = x_0$  نقطه

پیوستگی  $y = [(x-a)^2]$  باشد، پس از آنجا که  $y = [(x-a)^2]$  فقط در

$x = 0$  پیوسته است، آن نقطه مشتق پذیر  $a = 2$  است.

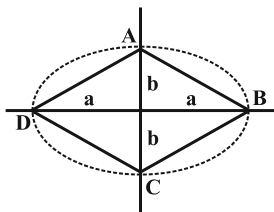


هندسه ۳

(رضا عباسی اصل)

۱۴- گزینه «۳»

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{\delta} = \frac{c}{a} \Rightarrow \begin{cases} c = \delta k \\ a = \delta k \end{cases}$$



قطرهای چهارضلعی ABCD برهم عمودند. پس داریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \Rightarrow 120 = \frac{1}{2} (2b)(2a) \Rightarrow ab = 60$$

$$\frac{a = \delta k}{\delta k} \rightarrow (\delta k)b = 60 \Rightarrow b = \frac{12}{k}$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow (\delta k)^2 = (\delta k)^2 - \left(\frac{12}{k}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{12}{k}\right)^2 = (\delta k)^2 = (\delta k)^2$$

$$\frac{k > 0}{k} \rightarrow \frac{12}{k} = \delta k \Rightarrow \delta k^2 = 12$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{12}{\delta} \rightarrow k = 2 \Rightarrow c = \delta k = 8$$

$$FF' = 2c = 2(8) = 16$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

(عارل مسینی)

۱۵- گزینه «۳»

با توجه به معادله خط هادی، سهمی افقی است و چون رأس در سمت چپ خط هادی قرار دارد، پس دهانه سهمی رو به چپ می‌شود. در این حالت داریم:

$$\text{رأس سهمی } A(h, k) = (4, 6) \Rightarrow \begin{cases} h = 4 \\ k = 6 \end{cases}$$

$$\text{خط هادی: } x = h + a \Rightarrow 9 = 4 + a \Rightarrow a = 5$$

$$\text{کانون: } F(h - a, k) = (4 - 5, 6) = (-1, 6)$$

$$\text{مجموع مختصات کانون} = -1 + 6 = 5$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

(معبود خالقی)

۱۶- گزینه «۲»

$$y^2 + 4y - 8x = m \Rightarrow (y + 2)^2 - 9 = 8x + m$$

$$\Rightarrow (y + 2)^2 = 8\left(x + \frac{m + 9}{8}\right)$$

سهمی افقی و دهانه آن رو به راست است. از طرفی  $(-\frac{m+9}{8}, -3)$  رأس سهمی و  $a = 2$  فاصله کانونی سهمی است. بنابراین داریم:

رأس سهمی و  $a = 2$  فاصله کانونی سهمی است. بنابراین داریم:

(امیرمسین ابومحبوب)

۱۱- گزینه «۲»

طبق فرض سؤال  $a_1 = 2a_2$  و  $c_1 = \frac{1}{2}c_2$  است. بنابراین داریم:

$$\frac{c_1}{a_1} = \frac{\frac{1}{2}c_2}{2a_2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{c_2}{a_2} = \frac{c_2}{a_2} = \frac{1}{4}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

(معبود خالقی)

۱۲- گزینه «۴»

فاصله دورترین و نزدیک‌ترین نقاط یک بیضی از یکی از کانون‌های آن به ترتیب برابر  $a + c$  و  $a - c$  است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} a + c = 18 \\ a - c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ c = 8 \end{cases} \Rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

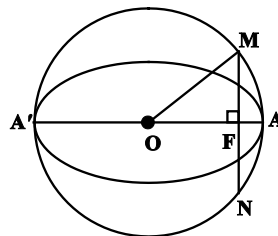
$$\Rightarrow \frac{\text{طول قطر بزرگ}}{\text{طول قطر کوچک}} = \frac{2a}{2b} = \frac{9}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

(عارل مسینی)

۱۳- گزینه «۴»

مطابق شکل  $OM = OA = a$  و  $OF = c$  است، پس در مثلث قائم‌الزاویه OMF داریم:



$$MF^2 = OM^2 - OF^2 = a^2 - c^2 = b^2 \Rightarrow MF = b$$

می‌دانیم در هر دایره، قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس  $MN = 2MF = 2b$  و در نتیجه  $b = 3$  است و داریم:

$$\Delta OMF \text{ محیط} = 12 \Rightarrow a + b + c = 12 \xrightarrow{b=3} a + c = 9$$

$$b = 3 \Rightarrow b^2 = 9 \Rightarrow a^2 - c^2 = 9$$

$$\Rightarrow (a + c)(a - c) = 9 \xrightarrow{a+c=9} a - c = 1$$

$$\begin{cases} a + c = 9 \\ a - c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

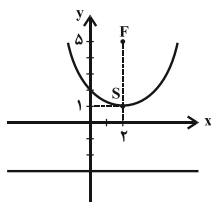


(علی ایمانی)

۱۹- گزینه «۱»

با توجه به تعریف سهمی، نقطه  $F(2, 5)$  کانون و خط  $y = -3$  خط هادی سهمی است.

مطابق شکل رأس سهمی، نقطه  $S(2, 1)$  است و سهمی قائم بوده و دهانه آن رو به بالا باز می شود. کمترین مقدار  $y$  متعلق به رأس سهمی است، پس  $y_{\min} = 1$  می باشد.



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۵۰ تا ۵۴)

(امیرمسین ابومیبوب)

۲۰- گزینه «۱»

$$y^2 - 2y + 8x + 9 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = -8x - 8$$

$$\Rightarrow (y-1)^2 = -8(x+1) \quad (*)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{رأس سهمی: } A(-1, 1) \\ 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

سهمی رو به چپ باز می شود، بنابراین داریم:

کانون:  $F(-a+h, k) = (-3, 1)$

معادله دایره:  $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 16$

$$(*) \Rightarrow (x+3)^2 - 8(x+1) = 16$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x + 9 - 8x - 8 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (x+3)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 5 \end{cases} \text{ غرق}$$

تذکر: چون سهمی رو به چپ باز می شود، پس نقاط برخورد سهمی و دایره، در سمت چپ رأس سهمی قرار دارند، یعنی طول آن ها کوچکتر از ۱ است و در نتیجه مقدار  $x = 5$  غیر قابل قبول است.

$$(x+3)^2 + (y-1)^2 = 16 \xrightarrow{x=-3} (y-1)^2 = 16$$

$$\Rightarrow y-1 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ y = -3 \end{cases}$$

بنابراین نقاط برخورد دایره و سهمی، دو نقطه  $B(-3, 5)$  و  $B'(-3, -3)$  هستند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۵۱ تا ۵۴)

کانون سهمی:  $F(a+h, h) = (-\frac{m}{\lambda} + \frac{y}{\lambda}, -3)$

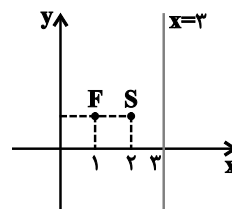
$$\xrightarrow{y=-x} 3 = \frac{y-m}{\lambda} \Rightarrow 24 = y-m \Rightarrow m = -17$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۵۰ تا ۵۴)

۱۷- گزینه «۴»

(فرزانه فاکپاش)

مطابق شکل سهمی رو به چپ باز می شود. نقطه  $S(2, 1)$  رأس سهمی است و فاصله کانونی آن برابر  $a = 1$  است، بنابراین داریم:



$$(y-1)^2 = -4(x-2) \xrightarrow{x=0} (y-1)^2 = 8$$

$$\Rightarrow y-1 = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} y_A = 1 + 2\sqrt{2} \\ y_B = 1 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$AB = (1 + 2\sqrt{2}) - (1 - 2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۵۱ تا ۵۴)

۱۸- گزینه «۱»

(عادل مسینی)

در معادله سهمی تنها یکی از جملات  $x^2$  یا  $y^2$  موجود است. بنابراین یکی از ضرایب  $x^2$  یا  $y^2$  برابر صفر است:

$$x^2 \text{ ضریب} = 0 \Rightarrow k^2 - 4 = 0 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2$$

$$y^2 \text{ ضریب} = 0 \Rightarrow k + 2 = 0 \Rightarrow k = -2$$

در صورتی که  $k = -2$  باشد، جملات شامل  $x^2$  و  $y^2$  هر دو از معادله حذف می شوند و معادله به معادله یک خط راست تبدیل می شود، پس  $k = 2$  است و در نتیجه داریم:

$$4y^2 + 8x + 8y + 8 = 0 \xrightarrow{+4} y^2 + 2x + 2y + 2 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 2y + 1 = -2x - 1 \Rightarrow (y+1)^2 = -2(x + \frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

بنابراین فاصله کانونی سهمی برابر  $\frac{1}{2}$  است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۵۰ تا ۵۴)

ریاضیات گسسته

گزینه «۲» - ۲۱

(علیرضا شریف فطیمی)

گزینه «۱»: اگر به جای  $x$  و  $y$  رؤس  $e$  و  $f$  قرار گیرند، مجموعه  $\{a, c, e, f\}$  حاصل می شود که مجموعه احاطه گر مینیمال نیست، زیرا با حذف رأس  $e$  همچنان یک مجموعه احاطه گر باقی می ماند.

گزینه «۳»: اگر به جای  $x$  و  $y$  رؤس  $f$  و  $g$  قرار گیرند، مجموعه  $\{a, c, f, g\}$  حاصل می شود که مجموعه احاطه گر مینیمال نیست، زیرا با حذف رأس  $g$  همچنان یک مجموعه احاطه گر باقی می ماند.

گزینه «۴»: اگر به جای  $x$  و  $y$  رؤس  $d$  و  $f$  قرار گیرند، مجموعه  $\{a, c, d, f\}$  حاصل می شود که مجموعه احاطه گر مینیمال نیست، زیرا با حذف رأس  $c$  یا  $d$  همچنان یک مجموعه احاطه گر باقی می ماند.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۴ تا ۳۷)

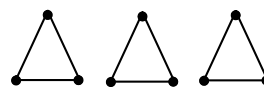
گزینه «۲» - ۲۲

(معبود فالتی)

می توانیم گراف  $C_9$  را در نظر بگیریم:

$$\left\lfloor \frac{p}{2+1} \right\rfloor \leq \gamma(G) \Rightarrow \left\lfloor \frac{9}{3} \right\rfloor \leq \gamma(G) \Rightarrow \gamma(G) \geq 3$$

بنابراین حداقل عدد احاطه گری این گراف برابر ۳ است. گراف زیر را هم می توان در نظر گرفت:

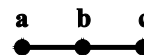


(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۸ و ۳۹)

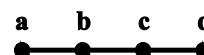
گزینه «۲» - ۲۳

(فرزانه فاکپاش)

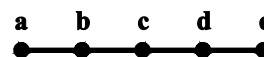
گزینه «۱»:  $\gamma(P_3) = 1$  است ولی مطابق شکل مجموعه  $\{a, c\}$  یک مجموعه احاطه گر مینیمال برای این گراف است.



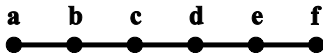
گزینه «۲»:  $\gamma(P_4) = 2$  است. این گراف دارای ۴ مجموعه احاطه گر مینیمال  $\{a, c\}$ ,  $\{a, d\}$ ,  $\{b, c\}$ ,  $\{b, d\}$  است که همگی احاطه گر مینیمم نیز هستند.



گزینه «۳»:  $\gamma(P_5) = 2$  است ولی مطابق شکل مجموعه  $\{a, c, e\}$  یک مجموعه احاطه گر مینیمال برای این گراف است.



گزینه «۴»:  $\gamma(P_6) = 2$  است ولی مطابق شکل مجموعه  $\{a, c, e\}$  یک مجموعه احاطه گر مینیمال برای این گراف است.



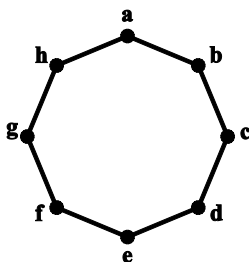
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۴ تا ۳۵)

گزینه «۴» - ۲۴

(امیر حسین ابومصوب)

عدد احاطه گری گراف  $C_8$  برابر ۳ است.

دو رأس  $b$  و  $h$  را که هر دو با رأس  $a$  مجاور هستند در نظر بگیرید. این دو رأس به همراه رأس  $e$  که دقیقاً مقابل رأس  $a$  قرار دارد، یک مجموعه احاطه گر مینیمم تشکیل می دهند. به همین ترتیب دو رأس  $a$  و  $c$  که با رأس  $b$  مجاور هستند، به همراه رأس  $f$  که مقابل رأس  $b$  قرار دارد، یک مجموعه احاطه گر مینیمم تشکیل می دهند.



با ادامه این روند، به هشت مجموعه احاطه گر مینیمم دست پیدا می کنیم:

$\{h, b, e\}$ ,  $\{a, c, f\}$ ,  $\{b, d, g\}$ ,  $\{c, e, h\}$ ,

$\{d, f, a\}$ ,  $\{e, g, b\}$ ,  $\{f, h, c\}$ ,  $\{g, a, d\}$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۴ تا ۳۵)

گزینه «۲» - ۲۵

(علیرضا شریف فطیمی)

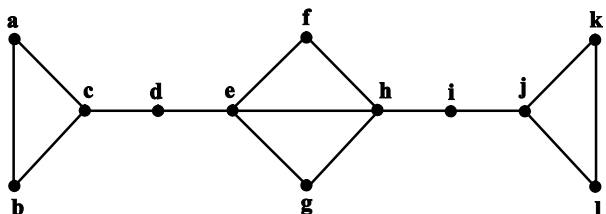
از هر یک از مجموعه های  $\{b, g, h, i, j\}$  و  $\{k, l, m, n, o\}$  حداقل دو رأس و از مجموعه  $\{d, e, f\}$  حداقل یک رأس باید انتخاب نمود تا تمام رؤس مجموعه احاطه شوند. اگر رأس  $j$  از مجموعه اول و رأس  $k$  از مجموعه دوم به عنوان یکی از دو رأس لازم انتخاب شوند، در این صورت با انتخاب رأس  $d$  از مجموعه سوم، سایر رؤس گراف نیز احاطه می گردند. مجموعه  $\{d, j, h, k, m\}$  یک مجموعه احاطه گر مینیمم برای این گراف است و در نتیجه  $\gamma(G) = 5$  است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۴ تا ۳۵)

گزینه «۱» - ۲۶

(معبود فالتی)

ابتدا رؤس گراف را نام گذاری می کنیم:







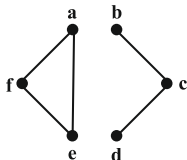
گراف  $P_6$  فاقد مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال ۴ عضوی یا بیشتر است. پس در مجموع  $7 = 6 + 1$  مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال دارد.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

(امیرمسین ابومبوب)

۲۹- گزینه «۴»

با افزودن یال  $ae$  به گراف  $G$ ، گراف شکل زیر حاصل می‌شود:



در این صورت مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم گراف حاصل عبارت‌اند از:

$\{a,c\}, \{f,c\}, \{e,c\}$

ولی با افزودن هر یک از یال‌های  $cf$ ،  $ab$  و  $be$  به گراف  $G$ ، گرافی حاصل می‌شود که تنها مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم آن، مجموعه‌ی  $\{c,f\}$  است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۵)

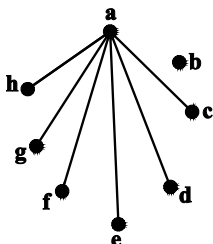
(سیر ممبر رضا حسینی فر)

۳۰- گزینه «۳»

فرض کنید رأس  $a$  در این گراف از درجه‌ی  $\Delta = 6$  باشد.

در این گراف چون  $p-1 \neq \Delta$  پس عدد احاطه‌گری بیش‌تر از یک است و رأس با درجه‌ی  $\Delta = 6$  فقط با یک رأس از گراف مجاور نیست. آن رأس را  $b$  می‌نامیم. بدیهی است که مجموعه‌ی  $\{a,b\}$  احاطه‌گر است. فرض کنیم مسیری بین دو رأس  $a$  و  $b$  وجود داشته باشد مثلاً مسیر  $a \dots c b$  بنابراین مجموعه‌ی  $\{a,c\}$  نیز احاطه‌گر است که با فرض در تناقض است.

بنابراین بین رأس‌های  $a$  و  $b$  مسیری وجود ندارد و گراف  $G$  ناهمبند است. مثال نقض برای گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» را می‌توان در شکل زیر مشاهده کرد.



(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۵)

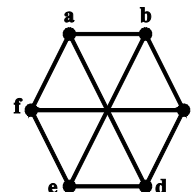
شش مجموعه‌ی  $\{a, e, j\}$ ،  $\{b, e, j\}$ ،  $\{c, e, j\}$ ،  $\{c, h, j\}$ ،  $\{c, h, k\}$  و  $\{c, h, l\}$ ، مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم گراف مورد نظر هستند.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۵)

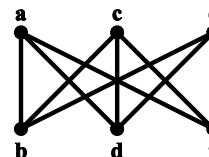
(فرزانه ذاکپاش)

۲۷- گزینه «۳»

گراف  $G$  به صورت شکل زیر است:



با در نظر گرفتن رئوس مجاور در این گراف، می‌توان نمودار گراف را مطابق شکل زیر نیز رسم کرد:



هر مجموعه‌ی دو عضوی که شامل یکی از سه رأس بالایی  $(e,c,a)$  و یکی از سه رأس پایینی  $(f,d,b)$  باشد، یک  $\gamma$ -مجموعه برای این گراف است که تعداد آنها برابر است با،  $3 \times 3 = 9$ . به بیان دیگر هر دو رأس مجاور در این گراف، یک  $\gamma$ -مجموعه تشکیل می‌دهند که با توجه به داشتن ۹ یال در این گراف، ۹ مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم نیز وجود دارد.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

(امیرمسین ابومبوب)

۲۸- گزینه «۱»

گراف  $P_6$  فقط دارای یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم به صورت  $\{b,e\}$  است. پس فقط یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال دو عضوی دارد. از طرفی هر زیرمجموعه‌ی سه عضوی از رئوس گراف  $P_6$  که شامل یک رأس از  $a$  و  $b$ ، یک رأس از  $c$  و  $d$  و یک رأس از  $e$  و  $f$  باشد، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر برای این گراف است که تعداد این مجموعه‌ها طبق اصل ضرب برابر است با،  $2 \times 2 \times 2 = 8$ . بین این ۸ مجموعه، تنها دو مجموعه‌ی  $\{b,d,e\}$  و  $\{b,c,e\}$  مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال نیستند، چون شامل مجموعه‌ی  $\{b,e\}$  می‌باشند.

فیزیک ۳

گزینه ۳

(پوریا علاقه مند)

تمام عبارتها درست هستند به جز مورد (ت).

در یک لحظه از زمان، در مکانهایی که بیشترین جمع شدگی یا بیشترین بازشدگی حلقهها رخ می دهد، جابه جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل صفر است. بنابراین تندی هر جزء در این حالت بیشینه است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه ۷۷)

گزینه ۴

(غلامرضا مهی)

سرعت انتشار موج بستگی به جنس و شرایط فیزیکی محیط انتشار دارد و با تغییر دامنه و بسامد منبع تغییر نمی کند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه ۷۱)

گزینه ۲

(مصطفی کیانی)

وقتی  $\frac{5}{9}$  طول تار را کنار بگذاریم،  $\frac{4}{9}$  طول آن باقی می ماند که جرم آن نیز

برابر  $\frac{4}{9}$  جرم اولیه تار خواهد بود. بنابراین، با توجه به این که در حالت جدید

طول تار برابر طول اولیه آن می شود، با استفاده از رابطه

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{m_1}{m_2}}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{4}{9} \Rightarrow m_2 = \frac{4}{9} m_1$$

$$F_1 = F_2, L_1 = L_2 = L, v_1 = 100 \frac{m}{s}$$

$$\frac{v_2}{100} = \sqrt{1 \times \frac{4}{9} \times \frac{m_1}{\frac{4}{9} m_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{100} = \sqrt{\frac{9}{4}} \Rightarrow \frac{v_2}{100} = \frac{3}{2}$$

$$v_2 = 150 \frac{m}{s}$$

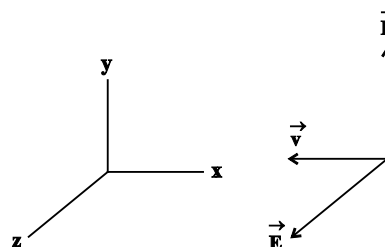
(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۷۲ و ۷۳)

گزینه ۲

(زهرا آقاممیری)

ابتدا در یک لحظه با توجه به شکل زیر، جهت میدانهای الکتریکی و

مغناطیسی را رسم می کنیم.



با استفاده از قاعده دست راست، اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت میدان الکتریکی قرار دهیم به طوری که میدان مغناطیسی از کف دستان خارج شود، جهت انگشت شست، جهت انتشار را نشان می دهد. در نتیجه جهت انتشار موج خلاف جهت محور X خواهد بود.

اکنون با توجه به نمودار داریم:

$$3 \frac{\lambda}{2} = 180 \text{ nm} \Rightarrow \lambda = 120 \text{ nm}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{120 \times 10^{-9} \text{ m}}{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4 \times 10^{-16} \text{ s}$$

زمان هر ۱۰۰ نوسان برابر است با:

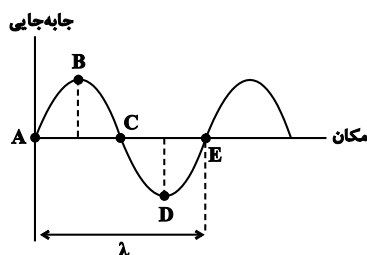
$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow 100 = \frac{t}{4 \times 10^{-16}} \Rightarrow t = 4 \times 10^{-14} \text{ s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۷۴ تا ۷۶)

گزینه ۳

(زهرا آقاممیری)

در انتشار موج طولی در یک فنر بلند کشیده شده در یک لحظه از زمان، در مکانهایی که بیشترین جمع شدگی یا بیشترین بازشدگی حلقهها رخ می دهد (نقاط A، C و E)، جابه جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است. در وسط فاصله بین یک جمع شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور هم (نقاط B و D)، اندازه جابه جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل، بیشینه است. به این ترتیب می توان برای این فنر، نمودار جابه جایی- مکان را مطابق شکل زیر رسم کرد.



همان طور که از نمودار مشخص است، AE برابر طول موج است، در نتیجه

$$AD = \frac{3}{4} \lambda \quad \text{فاصله AD برابر است با:}$$

با توجه به این توضیحات، موارد (آ)، (ب) و (پ) صحیح هستند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه ۷۷)



$$\Rightarrow \log\left(\frac{t'}{t}\right) = 1/3 = 1 + 0/3 = \log 10 + \log 2 = \log 20$$

$$\Rightarrow \frac{t'}{t} = 20$$

$$\log 2 = \log \frac{10}{5} = \log 10 - \log 5 = 1 - 0/7 = 0/3 \quad \text{توجه:}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

(شارمان ویسی)

۳۹- گزینه «۳»

می‌دانیم اختلاف دو تراز شدت صوت بر حسب dB، طبق معادلات زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \\ \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \end{cases} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \quad \text{شدت با فاصله رابطه عکس مجذوری دارد.}$$

$$\beta_2 = \frac{\beta_1}{2} = 3$$

$$\frac{\beta_1}{2} - \beta_1 = 10 \log \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \Rightarrow -\frac{1}{2} \beta_1 = 10 \log \left(\frac{r}{r_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow -0/3 = \log \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \Rightarrow -\log 2 = \log \left(\frac{r}{r_1}\right)^2$$

$$\log 2^{-1} = \log \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \Rightarrow 2^{-1} = \left(\frac{r}{r_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} \frac{r}{r_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow r_1 = \sqrt{2} r$$

$$\Delta r = r_1 - r = \sqrt{2} r - r = (\sqrt{2} - 1)r$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

(عبدالرضا امینی نسب)

۴۰- گزینه «۲»

می‌دانیم تندی موج طولی در یک جسم جامد از تندی موج عرضی در همان جسم بیشتر است. بنابراین موج طولی در زمان کمتری، فاصله معین را طی خواهد کرد. داریم:

$$\Delta t = t_S - t_P \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_S} - \frac{\Delta x}{v_P} \Rightarrow 90 = \frac{720}{v} - \frac{720}{8}$$

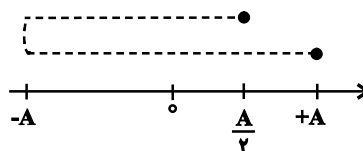
$$\Rightarrow 180 = \frac{720}{v} \Rightarrow v = \frac{720}{180} = 4 \frac{\text{km}}{\text{min}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه ۷۸)

(سعید شرق)

۳۶- گزینه «۲»

با توجه به شکل داده شده، نقطه M در  $\frac{A}{4} +$  و در حال نزدیک شدن به مبدأ نوسان است.



$$+\frac{A}{4} = A \cos \omega t$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\pi}{3} &= \omega t_1 \\ \omega &= \frac{2\pi}{T} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6}$$

$$+A = A \cos \omega t \Rightarrow 2\pi = \omega(t_1 + 2)$$

$$2\pi = \frac{2\pi}{T} \times (t_1 + 2) \Rightarrow T = t_1 + 2 \Rightarrow T = \frac{T}{6} + 2 \Rightarrow T = 2/5 \text{ s}$$

$$\frac{3\lambda}{4} = \frac{90}{100} \Rightarrow \lambda = \frac{0/9 \times 4}{3} = 1/2 \text{ m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1/2}{2/5} = 0/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

(سیربواز نظری)

۳۷- گزینه «۱»

چون هر ذره از موج، حرکت ذره قبل خود را تکرار می‌کند، دو حالت داریم:  
۱- اگر موج به سمت راست برود، جهت حرکت ذره A به سمت بالا و جهت حرکت ذره B به سمت پایین است.

۲- اگر موج به سمت چپ برود، جهت حرکت ذره A به سمت پایین و جهت حرکت ذره B به سمت بالا است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

(مسام ناری)

۳۸- گزینه «۱»

کافیست روابط مربوط به شدت و تراز شدت صوت را در دو حالت بنویسیم و داریم:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$r_1 = vt, \quad r_2 = vt'$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 1 \times \left(\frac{vt}{vt'}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{t}{t'}\right)^2$$

$$\beta_2 - \beta_1 = \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = -2/6 \Rightarrow \log\left(\frac{t}{t'}\right)^2 = -2/6$$

$$\Rightarrow 2 \log\left(\frac{t}{t'}\right) = -2/6 \Rightarrow \log\left(\frac{t}{t'}\right) = -1/3$$



شیمی ۳

۴۱- گزینه «۳»

(موسی فیاط علی مهنری)

موارد الف و ب صحیح می‌باشند.

بررسی عبارات نادرست:

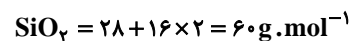
سرخ‌فام بودن خاک رس به دلیل وجود یون  $\text{Fe}^{3+}(\text{Fe}_2\text{O}_3)$  است.

پس از اکسیژن، سیلیسیم فراوان‌ترین عنصر در پوسته جامد زمین است.

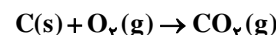
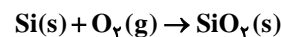
(شیمی ۳- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۴۲- گزینه «۱»

(یوسف علی‌پور)



جرم اولیه را  $M$  در نظر می‌گیریم:



جامد باقی‌مانده سیلیس است که جرم آن  $1/5M$  می‌شود. براساس آن

می‌توان جرم سیلیسیم موجود در مخلوط اول را به دست آورد:

$$? \text{ g Si} = 1/5M \text{ g SiO}_2 \times \frac{1 \text{ mol SiO}_2}{60 \text{ g SiO}_2} \times \frac{1 \text{ mol Si}}{1 \text{ mol SiO}_2}$$

$$\times \frac{28 \text{ g Si}}{1 \text{ mol Si}} = \frac{28 \times 1/5M}{60} = 0.933M \text{ g Si}$$

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{M - 0.933M}{M} \times 100 = 6.7\%$$

(شیمی ۳- صفحه ۶۹)

۴۳- گزینه «۳»

(فسن رهنتمی کونکرده)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) آب و کربن دی‌اکسید جزو مواد مولکولی می‌باشند اما سیلیس جزو

جامدهای کووالانسی می‌باشد.

(۲) در ساختار سیلیس اتم‌های سیلیسیم و اکسیژن با پیوندهای اشتراکی

$\text{Si-O-Si}$  به هم متصلند.

(۴) عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت، کربن و سیلیسیم

هستند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۴۴- گزینه «۳»

(فرزاد رضایی)

عبارت «۱»: درست؛ الماس برخلاف گرافیت که ساختاری دوبعدی دارد،

دارای ساختار سه بعدی است.

عبارت «۲»: نادرست؛ الماس برخلاف گرافیت که ظاهری تیره دارد، دارای

ظاهری شفاف است.

عبارت «۳»: نادرست؛ الماس همانند گرافیت جامدی کووالانسی است.

عبارت «۴»: نادرست؛ الماس برخلاف گرافیت رسانای جریان الکتریسیته

نیست.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۴۵- گزینه «۴»

(ماهان زواری)

عبارت‌های (ب) و (ت) صحیح‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) آرایش مولکول‌های  $\text{H}_2\text{O}$  در یخ به صورت حلقه‌های شش ضلعی است

که اتم اکسیژن در رئوس آن قرار دارد.

(ب) سیلیس جامدی کووالانسی با نقطه ذوب بالا است اما یخ جامدی مولکولی

با نقطه ذوب پایین است.

(پ) طبق متن کتاب درسی در ساختار یخ هر اتم اکسیژن با ۲ اتم  $\text{H}$  پیوند

کووالانسی و با ۲ اتم  $\text{H}$  دیگر پیوند هیدروژنی برقرار کرده و به آن متصل

است.

(ت) در گرافیت نیز میان لایه‌های آن نیروهای وان دروالسی وجود دارد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲، ۷۳ و ۷۴)



۴۶- گزینه «۲»

(عظیم برری‌هیاری)

رفتار فیزیکی مواد مولکولی به نوع و قدرت نیروهای بین مولکولی آن‌ها بستگی دارد. برای نمونه آنتالپی تبخیر و نقطه جوش یک ترکیب مولکولی به حالت مایع به نیروهای بین مولکولی آن وابسته است، در حالی که رفتار شیمیایی آن به‌طور عمده به پیوندهای اشتراکی (جفت الکترون‌های پیوندی) و جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در مولکول وابسته است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۴۷- گزینه «۴»

(سیررضا رضوی)

هر ترکیب یونی دوتایی را می‌توان فرآورده واکنش یک فلز با یک نافلز دانست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در بلور سدیم کلرید، به هر یون کلرید از همه جهت‌ها و همه یون‌ها نیروی جاذبه وارد می‌شود.

۲) ترکیبات یونی نسبت به ترکیبات مولکولی در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع هستند.

۳) در سدیم کلرید عدد کوئوردیناسیون یون سدیم و یون کلرید برابر است اما در سزیم سولفید برابر نیست چراکه نسبت تعداد آنیون به کاتیون در آن برابر ۱ نیست!

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۴۸- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

در گزینه «۲»؛  $SCO$  کربونیل سولفید قطبی می‌باشد.

گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» همگی (مولکول‌ها) ناقطبی می‌باشند که تنها در گزینه «۳» چون جرم  $CCl_4$  بیشتر از  $CO_2$  می‌باشد، بنابراین نیروی جاذبه بین مولکولی (وان‌دروالس) مولکول سمت راست بیشتر از سمت چپ می‌باشد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۴۹- گزینه «۲»

(سیررضا رضوی)

موارد (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

الف) آنتالپی فروپاشی شبکه منیزیم فلئوئورید نسبت به منیزیم اکسید کمتر است چراکه مجموعه قدرمطلق بار یون‌های آن کمتر است.

ب) نیروی بین مولکولی  $HF$  از نوع پیوند هیدروژنی است که نسبت به  $N_2$  قوی‌تر است به همین دلیل در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع است.

پ) خورشید منبعی تجدیدپذیر محسوب می‌شود.

ت) مولکول‌های  $SO_2$  و  $CHCl_3$ ، هر دو به ترتیب به دلیل وجود جفت الکترون ناپیوندی و یکسان نبودن اتم‌های اطراف اتم مرکزی قطبی هستند پس در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۶ تا ۷۸ و ۸۳)

۵۰- گزینه «۱»

(ماهان زواری)

تمام موارد نادرست می‌باشند.

بررسی موارد:

مورد «۱»: مدل دریای الکترونی تنها برخی از رفتارهای فیزیکی جامدهای فلزی را توجیه می‌کند.

مورد «۲»: خیر، در این مدل مجموع بار کاتیون با مجموع الکترون‌ها برابر است.

مورد «۳»: در این مدل سست‌ترین الکترون‌ها دریایی از الکترون‌ها را به وجود می‌آورند.

مورد «۴»:  $Zn^{2+}$  نادرست است. از گرد  $Zn$  استفاده می‌کنیم!

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)