

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



آزمون ۲۲ دی ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه



آزمون «۲۲ دی ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سؤال

مدت پاسخ گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۴۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۲۰	حسابان ۲
۲۱-۳۰	۱۰	ریاضیات گسسته
۳۱-۴۰	۱۰	هندسه
۱-۴۰	۴۰	جمع کل

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی - حسین شفیع زاده - علیرضا نداف زاده	حسابان ۲	
فرزاد جوادی - کیوان دارابی - مصطفی دیداری - محمد صحت کار - احمدرضا فلاح - مهرداد ملوندی	ریاضیات گسسته	
اسحاق اسفندیار - سیدمحمدرضا حسینی فرد - کیوان دارابی - محمد صحت کار - هومن عقیلی - احمدرضا فلاح - مهرداد ملوندی	هندسه	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلائی حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده	کیوان دارابی محمد صحت کار	کیوان دارابی محمد صحت کار
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضائی سعید خان بابایی محمد رضا راسخ	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه های برتر	سهیل تقی زاده	مهید خالئی	مهید خالئی
مسئول درس مستند سازی	عادل حسینی سمیه اسکندری	امیرحسین ابومحبوب سرژ یقیازاریان تبریزی	امیرحسین ابومحبوب سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

زمان پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

زمان نقصانی: ۴۵ دقیقه

زمان ذخیره شده: ۲۵ دقیقه

ریاضیات

۱- تابع $f(x) = x^2 - 3x$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{(f+g)(x)} = -\infty$ باشد، ضابطه تابع g

کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $x^2 - 9x + 18$ (۲) $x^2 - 6x + 9$

(۳) $x^2 - 10x + 21$ (۴) $x^2 - 4x + 3$

۲- اگر $\lim_{x \rightarrow b} \frac{1}{a - 2 \cos \pi x} = -\infty$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟ ($0 < b < 2$)

(۱) صفر (۲) ۳

(۳) ۱ (۴) -۱

۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{\tan 2x}{2 + \cos x}$ در اطراف مجانب قائم آن در بازه $(\frac{\pi}{4}, \pi)$ چگونه است؟



۴- نمودار تابع خطی f و g برهم عمودند. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - g(x)}{f^{-1}(x) + g^{-1}(x)} = -\frac{5}{3}$ باشد، شیب خط f کدام می‌تواند باشد؟

(۱) -۱ (۲) $\frac{2}{3}$

(۳) -۲ (۴) $\frac{1}{2}$

٥- فرض کنید $f(x) = \frac{3x - |x+1|}{2x+1}$ باشد، حد راست و حد چپ تابع $g(x) = f\left(\frac{|x| - \sqrt{x^2}}{x}\right)$ در نقطه $x = 0$ ، به ترتیب از راست به

چپ برابر کدام است؟

(١) ٢,١

(٢) $2, +\infty$

(٣) ١,٢

(٤) $1, -\infty$

٦- نمودار تابع $y = \frac{2x^2 + 3}{ax^2 + bx + 4a}$ فقط دو مجانب موازی محورهای مختصات دارد. اگر نقطه برخورد دو مجانب روی نیمساز ناحیه

چهارم باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

(١) ٣

(٢) ٥

(٣) -٣

(٤) -٥

٧- خطوط مجانب‌های افقی و قائم نمودار تابع $f(x) = \frac{2x^2 - 2}{ax^2 + bx - 2}$ تنها یک نقطه برخورد دارند که آن هم روی خط $y = x$ قرار

دارد. برای $a - b$ چند مقدار متفاوت پیدا می‌شود؟

(١) صفر

(٢) ١

(٣) ٢

(٤) ٣

۸- نمودار تابع $y = x^2 - 2x + 3$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم، سپس در نمودار به دست آمده عرض نقاط را $|k|$ برابر می‌کنیم و نمودار به دست آمده را $|k| = 2$ واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم. اگر نمودار نهایی بر محور طول‌ها مماس باشد، مجموعه مقادیر ممکن k کدام است؟ آزمون وی ای پی

- (۱) $(0, \infty)$ (۲) $(1, +\infty)$
 (۳) \mathbb{R} (۴) $(0, 1)$

۹- وضعیت یکنوایی نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{|x|+|x-1|}$ روی \mathbb{R} با حرکت از چپ به راست چگونه است؟

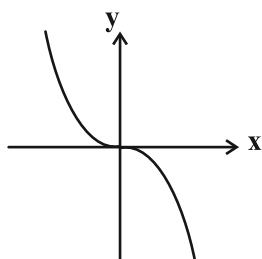
- (۱) صعودی (۲) نزولی
 (۳) ابتدا اکیداً صعودی سپس اکیداً نزولی (۴) ابتدا اکیداً نزولی سپس اکیداً صعودی

۱۰- تابع $f(x) = \log_k(k^x + 1)$ روی دامنه‌اش اکیداً صعودی است. مجموعه مقادیر ممکن k کدام است؟

- (۱) $\{1\} - (0, +\infty)$ (۲) $(0, 1)$
 (۳) $(1, +\infty)$ (۴) $(1, 2)$

۱۱- در نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{4}mx^2 + nx - k$ ، طول نقاط را نصف می‌کنیم، سپس نمودار به دست آمده را یک واحد به راست منتقل می‌کنیم و در آخر نمودار به دست آمده را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم. اگر نمودار نهایی به صورت زیر باشد،

حاصل mnk کدام است؟



- (۱) $-\frac{3}{2}$
 (۲) $-\frac{9}{2}$
 (۳) $-\frac{15}{2}$
 (۴) $-\frac{21}{2}$

۱۲- اگر f تابعی اکیداً نزولی با دامنه $[-2, \infty)$ باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{f(x) - f(2x-1)}{f(x^2) - f(3x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۴ (۴) ۵

۱۳- چند جمله‌ای $P(x) = x^9 - 5x + 4$ را بر $x-1$ تقسیم می‌کنیم. اگر خارج‌قسمت چندجمله‌ای $Q(x)$ باشد، باقی‌مانده تقسیم

$Q(x)$ بر $x-1$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۵

(۳) ۴ (۴) ۱

۱۴- دوره تناوب تابع $f(x) = \sin^2 ax - \sin^4 ax$ برابر $\frac{\pi}{8}$ است. مقدار $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{16}$ (۲) $\frac{3}{8}$

(۳) $-\frac{3}{8}$ (۴) $-\frac{3}{16}$

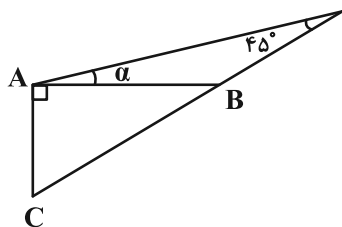
۱۵- در شکل مقابل $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ، مقدار $\frac{AB}{AC}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$



۱۶- تابع $f(x) = \frac{1}{\tan ax - \cot ax}$ روی مجموعه $\{-m, m\}$ اکیداً صعودی است. اگر بزرگ‌ترین مقدار m برابر $\frac{\pi}{8}$ باشد، حاصل

$f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ کدام است؟

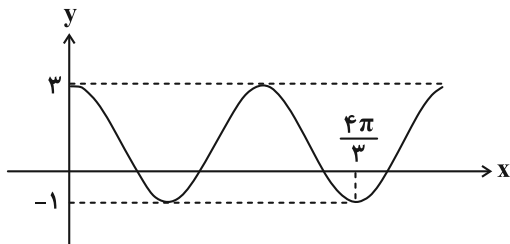
(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

(۴) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

۱۷- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - b \sin\left(cx + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(cx + \frac{\pi}{4}\right)$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل $a|c| + \frac{b}{4}$ کدام است؟



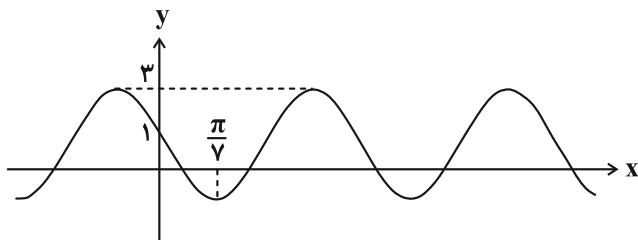
(۱) $-\frac{13}{8}$

(۲) $\frac{19}{8}$

(۳) $-\frac{7}{8}$

(۴) $\frac{3}{8}$

۱۸- در شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \cos(cx + \frac{\pi}{3})$ رسم شده است. مقدار $f(\frac{\pi}{4})$ کدام است؟



(۱) -۱

(۲) -۲

(۳) -۳

(۴) -۴

۱۹- اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب‌های $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$ که در بازه $[-\frac{\pi}{4}, \pi]$ واقع هستند، برابر α است. حاصل

$\tan(\alpha + \frac{\pi}{4})$ کدام است؟

(۲) $1 - \sqrt{3}$

(۱) $\sqrt{3} - 2$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3} - 1$

(۳) $\frac{3}{2} - \sqrt{3}$

۲۰- معادله $\frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} + \frac{2}{\sin x \cos x} - 4 = 0$ در بازه $(0, \frac{3\pi}{2})$ چند جواب دارد؟

(۲) ۳

(۱) ۴

(۴) ۱

(۳) ۲

۲۱- اگر b عددی فرد باشد به طوری که $a|b$ ، آن گاه $(9ab, 12a^2)$ کدام است؟

(۱) $3a^2$

(۲) $3|ab$

(۴) $9a^2$

(۳) $9|ab$

۲۲- اگر عضوهای مجموعه $A = \{a \in \mathbb{N} : 54|a, 99|a\}$ را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب کنیم و دومین عضو این مجموعه

عدد m باشد، آن گاه رقم یکان m^m کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۸

(۴) ۶

(۳) ۴

۲۳- در تقسیم a بر b ، خارج قسمت برابر با ۱۹ و باقی مانده برابر با ۲۰ است. در تقسیم a بر ۷ نیز باقی مانده برابر با ۳ است.

حداقل مقدار a ، چه مجموع ارقامی دارد؟

(۲) ۸

(۱) ۷

(۴) ۱۰

(۳) ۹

۲۴- اگر باقی مانده تقسیم عدد شش رقمی $31024a$ بر ۱۱ برابر با ۱ باشد، باقی مانده تقسیم عدد $aa3a$ بر ۹ کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

۲۵- باقی مانده تقسیم عدد $10! - 7^{1402} + 3^{1402}$ بر ۲۱ کدام است؟

۴ (۱)

۲ (۲)

۱ (۳)

صفر (۴)

۲۶- به ازای چند عدد مانند m از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 40\}$ معادله $(2m-1)x + (m+1)y = 11$ در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد؟

۲۳ (۱)

۲۷ (۲)

۳۳ (۳)

۲۵ (۴)

۲۷- گراف G از اجتماع یک گراف P_n و یک گراف C_n تشکیل شده است. اگر حاصل ضرب درجات رأس‌های گراف G برابر ۲۵۶

باشد، گراف مکمل گراف G چند یال دارد؟ آزمون وی‌ای پی

۴۵ (۱)

۴۲ (۲)

۳۶ (۳)

۳۰ (۴)

۲۸- تعداد کل مسیرهای بین دو رأس متمایز در گراف P_n برابر با ۴۵ مسیر است. در این گراف چند مسیر به طول حداقل ۷ وجود

دارد؟ (برگشت مسیر را مسیر جدید در نظر نگیرید.)

۶ (۱) ۱۰ (۲)

۱۵ (۳) ۳ (۴)

۲۹- گراف ساده G با مجموعه رأس‌های $\{a, b, c, d, e, f\}$ ، ۱۴ یال دارد. این گراف چند دور به طول ۴ دارد؟

۳۷ (۱) ۳۳ (۲)

۲۷ (۳) ۲۴ (۴)

۳۰- اگر از گرافی کامل با p رأس، m یال را حذف کنیم، از مجموع درجات این گراف $11-3p$ واحد کم شده و گرافی ۸- منتظم

ایجاد می‌شود. با حذف $2m$ یال از گراف کامل مرتبه p ، مجموع درجات گراف حاصل کدام می‌شود؟

۹۶ (۱) ۷۸ (۲)

۸۸ (۳) ۶۶ (۴)

۳۱- ماتریس‌های A و B ماتریس‌هایی 3×3 و وارون یکدیگرند. اگر ستون اول A به صورت $\begin{bmatrix} 7 \\ x \\ -3 \end{bmatrix}$ و سطر اول B به صورت

$$[x \quad 1 \quad 5] \text{ باشد، آن‌گاه دترمینان وارون ماتریس } C = \begin{bmatrix} x & x+2 \\ -x+1 & x-1 \end{bmatrix} \text{ کدام است؟}$$

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$

(۳) $-\frac{1}{7}$ (۴) $\frac{1}{7}$

۳۲- اگر A ماتریس اسکالر از مرتبه 2×2 باشد و داشته باشیم $A^3 = A^2 + 2A$ ، آن‌گاه حاصل $|A|$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۹ (۲) ۴

(۳) ۸ (۴) ۳

۳۳- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} kx + my = 1 \\ (2k+1)x + ny = 1 \end{cases}$ فاقد جواب و دستگاه معادلات $\begin{cases} mx + ny = m - n \\ 2x + (k+2)y = m + n \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته

باشد، مقدار m کدام است؟

(۱) $-\frac{6}{7}$ (۲) $\frac{6}{5}$

(۳) $-\frac{15}{7}$ (۴) $\frac{15}{8}$

۳۴- اگر a عدد نامنفی بوده و ماتریس $A = \begin{bmatrix} 8^{a^2-a} & 4 \\ 8 & 2^a \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، مجموع درایه‌های وارون ماتریس $B = \begin{bmatrix} a & 6 \\ a & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $-\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{3}{5}$

(۴) صفر

۳۵- اگر درایه a_{12} در ماتریس A دو برابر شود، آن‌گاه درایه a_{33} باید چند برابر شود تا مقدار دترمینان ماتریس تغییر نکند؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

(۱) $\frac{17}{21}$

(۲) $\frac{19}{21}$

(۳) $\frac{1}{7}$

(۴) $\frac{3}{7}$

۳۶- اگر A یک ماتریس 3×3 باشد به طوری که $\|A + A\| = 192$ ، آن‌گاه $\|2A\|$ کدام است؟

(۱) 12^4

(۲) 2×12^4

(۳) 3×12^4

(۴) 4×12^4

۳۷- اندازه مماس مشترک خارجی دایره $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$ و دایره‌ای به مرکز نقطه C و شعاع $r = 5$ برابر با $2\sqrt{2}$ است.

مختصات نقطه C کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $(-2, 5)$

(۲) $(2, 3)$

(۳) $(-2, 3)$

(۴) $(2, 5)$

۳۸- خط $3x + 4y = 2$ دایره $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ را در دو نقطه A و B قطع کرده است. معادله دایره‌ای به مرکز نقطه

$C(\frac{1}{4}, 0)$ که از نقاط A و B می‌گذرد کدام است؟

$$2x^2 + 2y^2 - x - 6 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 - x - 3 = 0 \quad (2)$$

$$2x^2 + 2y^2 - x - 4 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + y^2 - x - 2 = 0 \quad (4)$$

۳۹- خط $3x + 4y = m$ و دایره $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ در دو نقطه متقاطعند. حدود تغییرات m کدام است؟

$$m > 6 \quad (1)$$

$$m < 16 \quad (2)$$

$$6 < m < 16 \quad (3)$$

$$5 < m < 15 \quad (4)$$

۴۰- دایره‌ای از نقاط $A(1, -3)$ و $B(3, -1)$ گذشته و بر خط $d: y = -3$ مماس است. بیشترین فاصله نقاط این دایره تا محور

y ها کدام است؟

$$2 \quad (1)$$

$$3 \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

کارنامه‌ی بازیابی: برای جمع‌بندی بهتر می‌توانید از کارنامه‌ی بازیابی استفاده کنید. در کارنامه‌ی بازیابی آزمون‌هایی که تاکنون داده‌اید به صورت مبحثی برای شما شخصی‌سازی می‌شود. شما می‌توانید در هر مبحث، سوالات همه‌ی آزمون‌ها را به تفکیک سؤال‌هایی که پاسخ صحیح داده‌اید، سؤال‌هایی که پاسخ اشتباه داده‌اید سوالاتی که جواب نداده‌اید، همراه با پاسخ تشریحی دریافت کنید.

دفترچه اختصاصی - ۲

علوم
ریاضی
وفنی

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



آزمون ۲۲ دی ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک	۳۰	۴۱	۷۰	۷۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۱	۱۰۰	



آزمون « ۲۲ دی ۱۴۰۲ » اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سؤال

مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۶۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۴۱-۷۰	۳۰	فیزیک
۷۱-۱۰۰	۳۰	شیمی
۴۱-۱۰۰	۶۰	جمع کل

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
فیزیک	عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-محمد راست پیمان-محمدجواد سورچی-معصومه شریعت ناصری محمد رضا شریفی-مهدی شریفی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-سیده ملیحه میرصالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان	
شیمی	علی امینی-احسان ایروانی-محسن بابامیری-عامر برزیگر-محمد رضا جمشیدی-حسن رحمتی کوکنده-پویا رستگاری مرتضی زارعی-محمد رضا زهرهوند-رضا سلیمانی-جواد سوری لکی-مبینا شرافتی پور-میلاذ شیخ الاسلامی-حامد صابری سهراب صادقی زاده-محمدجواد صادقی-امیرحسین طیبی-دانیال علی دوست-محمد فائز نیا-حسین ناصری نانی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	امیرحسین معروفی
گروه ویراستاری	دانیال راستی مهدی شریفی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی امیررضا حکمت نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	معین یوسفی نیا حسین بصیر تر کمپور	علی رضایی امیررضا واشقانی احسان پنجه شاهی ماهان زواری
مسئول درس	حسام نادری	پارسا عیوض پور
مستند سازی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مهداد ملوندی	مدیر گروه
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری	گروه مستندسازی
فرزانه فتح اله زاده	حروفنگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

زمان پاسخگویی (مجموع فیزیک و شیمی): ۷۵ دقیقه

زمان نقصانی (مجموع فیزیک و شیمی): ۶۰ دقیقه

زمان ذخیره شده (مجموع فیزیک و شیمی): ۱۵ دقیقه

فیزیک

۴۱- با توجه به نمودار مکان- زمان زیر، چه تعداد از گزاره‌های داده شده برای

این حرکت نادرست است؟

(الف) جهت حرکت متحرک در کل مدت زمان t ، سه بار تغییر کرده است.

(ب) بعد از آغاز حرکت، متحرک سه بار به‌طور کامل از مبدأ مکان عبور کرده است.

(ج) بعد از آغاز حرکت، متحرک سه بار از مبدأ حرکت عبور کرده است.

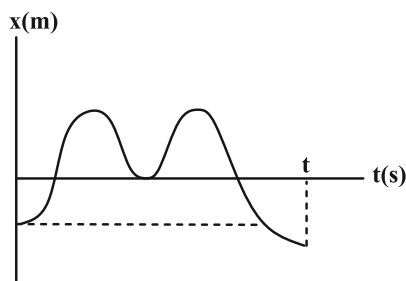
(د) سرعت متوسط متحرک در کل مدت زمان حرکت، مثبت است.

۱ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۴ (۴) صفر



۴۲- متحرکی روی یک مسیر مستقیم از نقطه A شروع به حرکت می‌کند و بدون تغییر جهت حرکت به ترتیب به نقاط B، C و

سپس D می‌رود. تندی متوسط در فاصله C تا D، $40 \frac{m}{s}$ و اختلاف تندی متوسط در مسیرهای AB و BC، $10 \frac{m}{s}$ است.

اگر زمان حرکت در هر سه مرحله یکسان باشد، تندی متوسط در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟ (فاصله BC، سه برابر

فاصله AB است.)

۲۰ (۴)

$\frac{80}{3}$ (۳)

۳۰ (۲)

۶۰ (۱)

۴۳- در مبدأ زمان، متحرک A در مبدأ محور x و متحرک B در مکان $x = 200m$ قرار دارد. در این لحظه متحرک A با تندی

ثابت $\frac{3}{4}v$ و متحرک B با تندی ثابت v شروع به حرکت می‌کنند و جهت حرکت هر دو به سمت مثبت محور x است. اگر در

لحظه‌های t_1 و t_2 فاصله دو متحرک از هم ۵۰ متر باشد، $\frac{t_1}{t_2}$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

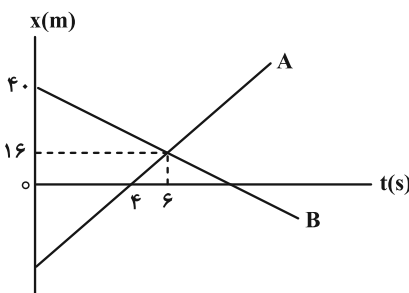
$\frac{5}{6}$ (۳)

$\frac{4}{5}$ (۲)

$\frac{3}{5}$ (۱)

۴۴- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. چند ثانیه پس از آن که جهت

بردار مکان متحرک B تغییر می‌کند، فاصله دو متحرک از یکدیگر به ۹۶m می‌رسد؟



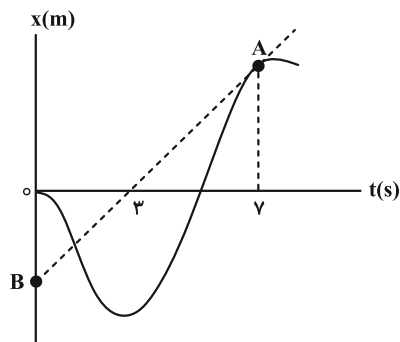
۱۴ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

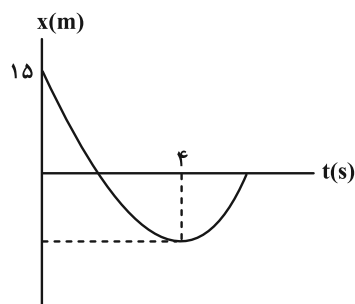
۴ (۴)

۴۵- در شکل زیر، پاره خط AB در نقطه A بر نمودار مکان- زمان متحرک مماس شده است. اگر اندازه سرعت متوسط متحرک از ابتدای حرکت تا لحظه $t = 7s$ برابر $8 \frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب متوسط در ۷ ثانیه اول حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟
(خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 0$ ، افقی است.)



- (۱) ۲
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۱۰

۴۶- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست با شتاب ثابت حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک از شروع حرکت تا لحظه تغییر جهت، $4 \frac{m}{s}$ باشد، مکان متحرک در لحظه $t = 10s$ در SI کدام است؟ آزمون وی ای پی

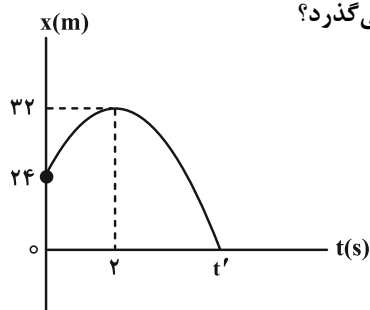


- (۱) ۲۰
- (۲) ۲۵
- (۳) ۳۰
- (۴) ۳۵

۴۷- قطاری به طول ۶۰ متر از داخل تونلی به طول ۳۰ متر با شتاب کندشونده $5 \frac{m}{s^2}$ عبور می کند و سرعتش پس از خروج کامل از تونل به $40 \frac{m}{s}$ می رسد. مدت زمان خروج کامل از تونل چند ثانیه است؟

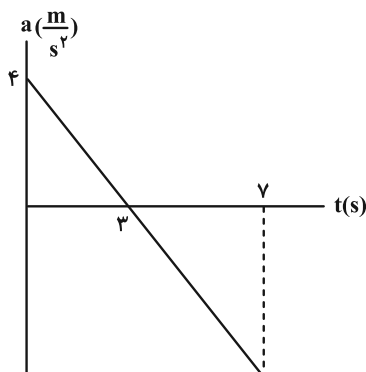
- (۱) ۱
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) ۴

۴۸- نمودار مکان- زمان متحرکی به صورت شکل زیر است. سرعت متوسط در بازه زمانی که متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است، چند متر بر ثانیه است و متحرک با چه سرعتی بر حسب $\frac{m}{s}$ از مبدأ مکان می گذرد؟



- (۱) ۸ ، ۱۶
- (۲) ۱۶ ، ۸
- (۳) -۸ ، -۱۶
- (۴) -۱۶ ، -۸

۴۹- نمودار شتاب- زمان متحرکی که از حال سکون در مسیری مستقیم شروع به حرکت کرده است، مطابق شکل زیر است. نوع حرکت این متحرک از لحظه شروع حرکت تا انتهای ثانیه هفتم، چگونه است؟



(۱) کندشونده و سپس تندشونده

(۲) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده و مجدداً تندشونده

(۳) تندشونده

(۴) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

۵۰- در شرایط خلأ گلوله‌ای به جرم 20 g را از ارتفاع معینی از سطح زمین رها می‌کنیم. اگر انرژی جنبشی گلوله 2 s قبل از برخورد

به زمین 16 J زول باشد، اندازه جابه‌جایی گلوله در سه ثانیه آخر حرکتش چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۱) 135 (۲) 145 (۳) 55 (۴) 35

۵۱- گلوله‌ای از ارتفاع h رها شده و با شتاب ثابت سقوط می‌کند. اگر تندی متوسط در $\frac{1}{4}$ ابتدای مسیر برابر با $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، تندی

متوسط در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) (از مقاومت هوا صرف نظر شود.)

(۱) 25 (۲) 30 (۳) 40 (۴) 80

۵۲- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) یک اتومبیل در حال حرکت با یک دوچرخه ساکن برخورد می‌کند. از آنجایی که دوچرخه ساکن است، نیروی بیشتری نسبت به اتومبیل به آن وارد می‌شود.

(ب) وقتی جسمی روی خط راست و در یک جهت ثابت حرکت می‌کند، نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند.

(پ) نیروی واکنش مربوط به یک نیروی کنش الکتریکی، می‌تواند مغناطیسی باشد.

(ت) قانون دوم نیوتن را می‌توان از قانون اول نیوتن نتیجه گرفت.

(۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

۵۳- دو نیروی $F_1 = 50\text{ N}$ و $F_2 = 35\text{ N}$ ، به جسمی به جرم 5 kg وارد می‌شوند. شتاب حرکت این جسم، چند متر بر مربع ثانیه می‌تواند باشد؟

(۱) 18 (۲) 80 (۳) $1/5$ (۴) 16

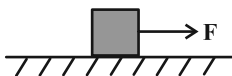
۵۴- جسمی ساکن مطابق شکل بر روی سطح افقی تحت تاثیر نیروی F قرار دارد. اگر مقدار F از صفر دائماً افزایش یابد، اندازه نیروی اصطکاک چگونه تغییر می‌کند؟ ($\mu_s > \mu_k$)

(۱) دائماً افزایش می‌یابد.

(۲) ابتدا افزایش، سپس کاهش می‌یابد و نهایتاً ثابت می‌ماند.

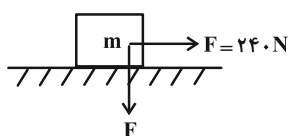
(۳) ثابت می‌ماند.

(۴) ابتدا افزایش می‌یابد و سپس ثابت می‌ماند.



۵۵- مطابق شکل به جسم ساکنی به جرم 16 kg نیروهای هم‌اندازه و عمود بر هم F وارد می‌شود. اگر ضرایب اصطکاک ایستایی و

جنبشی میان جسم و سطح به ترتیب $0/5$ و $0/4$ باشد، سرعت متحرک پس از $3/2\text{ s}$ به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



۱۲ (۱)

۱۶ (۲)

۱۸ (۳)

۱۴ (۴)

۵۶- جسمی به جرم m روی یک ترازوی فنری در داخل آسانسوری قرار دارد. اگر آسانسور با شتاب رو به بالا و کندشونده $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ در

حرکت باشد، ترازو عدد 600 N را نشان می‌دهد. حال اگر آسانسور با شتاب رو به پایین و کندشونده $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ در حرکت باشد،

عددی که ترازو نشان می‌دهد چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۴۰۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۸۰۰ (۱)

۵۷- وزن جسمی در سطح زمین 490 N است. اگر چگالی سیاره‌ای، 3 برابر زمین و شعاع آن نصف شعاع زمین باشد، وزن جسم در

سطح این سیاره چند نیوتون است؟ ($g_{\text{زمین}} = 9/8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

۲۹۴۰ (۴)

۲۲۰۵ (۳)

۱۴۷۰ (۲)

۷۳۵ (۱)

۵۸- سه گوی هم‌اندازه با جرم‌های $m_1 = 200\text{ g}$ ، $m_2 = 500\text{ g}$ و $m_3 = 300\text{ g}$ را از بالای برجی به ارتفاع h رها می‌کنیم. با فرض

این‌که مقاومت هوا طی حرکت سه گوی ثابت و یکسان باشد، مقایسه تندی برخورد گوی‌ها با زمین در کدام گزینه درست بیان

شده است؟

$v_1 > v_2 > v_3$ (۴)

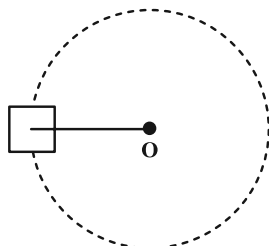
$v_2 > v_3 > v_1$ (۳)

$v_1 > v_2 > v_3$ (۲)

$v_1 = v_2 = v_3$ (۱)

۵۹- مطابق شکل جسمی به جرم 8 کیلوگرم به طنابی به طول 2 متر بسته شده و روی سطح افقی با اصطکاک ناچیز، حرکت دایره‌ای

یکنواخت دارد. اگر نیروی مرکزگرا 144 نیوتون باشد، دوره حرکت جسم روی دایره چند ثانیه است؟ ($\pi \approx 3$)



۴ (۱)

۳ (۲)

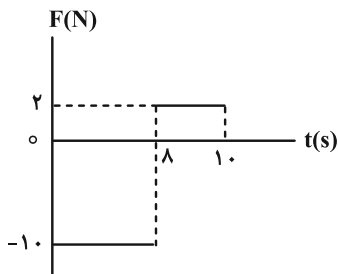
۶ (۳)

۲ (۴)

۶۰- ماهواره‌ای در فاصله R_e از سطح زمین در مدار دایره‌ای در حال گردش به دور زمین است. اگر فاصله ماهواره از سطح زمین ۴۲ درصد افزایش یابد، تندی حرکت آن چند برابر خواهد شد؟ (R_e شعاع زمین است.)

(۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{10}{11}$ (۳) $\frac{6}{5}$ (۴) $\frac{11}{10}$

۶۱- نمودار نیروی خالص بر حسب زمان برای جسمی به جرم ۲ kg مطابق شکل زیر است. اگر بردار سرعت جسم در لحظه $t_1 = 2s$ به صورت $\vec{v} = 5\left(\frac{m}{s}\right)\vec{i}$ باشد، بردار تکانه جسم در لحظه $t_2 = 10s$ چند واحد SI است؟ (نیرو در راستای محور x به جسم وارد می‌شود)



- (۱) $46\vec{i}$
 (۲) $-46\vec{i}$
 (۳) $56\vec{i}$
 (۴) $-56\vec{i}$

۶۲- در حرکت هماهنگ ساده، بعد از لحظه‌ای که بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد، اندازه کدام یک از کمیت‌ها در حال افزایش است؟

- (۱) تندی، انرژی پتانسیل، نیرو
 (۲) شتاب، انرژی پتانسیل، نیرو
 (۳) تکانه، انرژی جنبشی، شتاب
 (۴) تندی، تکانه، انرژی جنبشی

۶۳- بیشترین مسافتی که یک نوسانگر هماهنگ ساده در یک بازه زمانی دلخواه به اندازه $\frac{1}{6}$ دوره می‌تواند طی کند برابر با ۱۰ cm است. مسافتی که این نوسانگر در یک دوره کامل می‌پیماید، چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰

۶۴- نوسانگر ساده‌ای در لحظه t_1 در مکان $\frac{A\sqrt{3}}{4} + \frac{A\sqrt{2}}{4}$ و در لحظه $t_2 > t_1$ در مکان $\frac{A\sqrt{2}}{4} + \frac{A\sqrt{3}}{4}$ قرار دارد. اگر متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 بتواند حداکثر یک بار تغییر جهت بدهد، اندازه بیشترین سرعت متوسط نوسانگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 چند برابر اندازه کمترین سرعت متوسط نوسانگر در همان بازه زمانی است؟ (A دامنه نوسان است.)

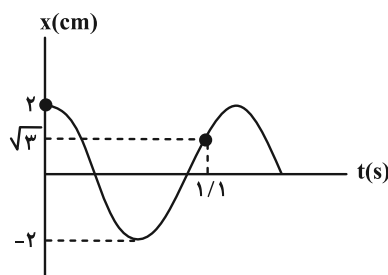
آزمون وی ای پی

(۱) ۱۷ (۲) ۱۴ (۳) ۱۹ (۴) ۱۵

۶۵- دوره نوسانگر ساده‌ای $\frac{0.4}{\pi}$ ثانیه است و در یک لحظه مکان نوسانگر برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}A$ بوده و حرکتش در آن لحظه کندشونده است. حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا پس از این لحظه، نوسانگر با سرعت مثبت به مکان $-\frac{A}{4}$ برسد؟ (A دامنه نوسان است.)

(۱) $\frac{0.2}{\pi}$ (۲) $\frac{0.3}{\pi}$ (۳) $\frac{5}{30}$ (۴) $\frac{8}{30}$

۶۶- نمودار مکان- زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده دارد، مطابق شکل زیر است. مکان نوسانگر در لحظه $t = 10s$ چند



سانتی متر است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) $\sqrt{3}$

۶۷- جرم وزنه سامانه جرم- فنری $100g$ و دوره آن $0.1s$ است. اگر انرژی جنبشی آن هنگام گذر از مرکز نوسان (حالت تعادل)

$18J$ باشد، معادله مکان- زمان آن در SI کدام است؟ ($\pi^2 = 10$)

(۱) $x = 0.9 \cos 20\pi t$

(۲) $x = 0.3 \cos 20\pi t$

(۳) $x = 0.9 \cos 40\pi t$

(۴) $x = 0.3 \cos 40\pi t$

۶۸- در یک سامانه جرم- فنر، جرم وزنه $200g$ و ثابت فنر $200 \frac{N}{m}$ است. اگر حداکثر و حداقل طول فنر در یک نوسان $30cm$ و

$20cm$ باشد، هنگامی که انرژی پتانسیل سامانه $0.05J$ می شود، تندی وزنه چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۲

(۲) ۵

(۳) $\sqrt{5}$

(۴) $\sqrt{2}$

۶۹- نمودار تغییرات انرژی جنبشی بر حسب مکان برای یک نوسانگر هماهنگ ساده مطابق شکل است. اگر بیشینه نیروی وارد شده

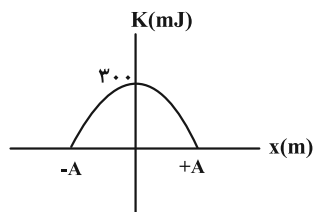
به این نوسانگر 12 نیوتون باشد، دامنه نوسان نوسانگر چند سانتی متر است؟

(۱) ۳۰

(۲) ۳

(۳) ۵۰

(۴) ۵



۷۰- ساعتی با حرکت یک آونگ ساده کار می کند. اگر بخواهیم این ساعت جلو بیافتد، کدام یک از فرایندهای زیر را باید انجام

دهیم؟ (نخ آونگ فلزی است.)

(۱) جرم گلوله آونگ را بیشتر کنیم.

(۲) جرم گلوله آونگ را کم کنیم.

(۳) طول نخ آونگ را افزایش دهیم.

(۴) دمای محیط اطراف آونگ را کم کنیم.

کارنامه‌ی پروژه‌ای: در کارنامه‌ی پروژه‌ای شما در یک نگاه می‌توانید عملکرد خود را در تمام آزمون‌هایی که داده‌اید ببینید. در این کارنامه تراز شما در تمام آزمون‌ها در کنار هم قرار گرفته و به عملکرد شما به صورت پروژه‌ای نگاه می‌شود. با این کارنامه می‌تواند روند حرکت خود را در مسیر آمادگی برای کنکور بررسی کنید.

شیمی

۷۱- اگر گاز CO_2 حاصل از مبادله $1/806 \times 10^{24}$ الکترون در فرایند هال، طی واکنش با کلسیم اکسید و براساس اصول شیمی سبز

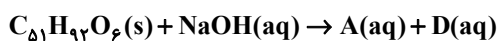
به مواد معدنی تبدیل گردد، چند گرم ماده معدنی به دست می آید؟ ($C = 12, O = 16, Ca = 40 : g.mol^{-1}$)

۷۵ (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۵۰ (۴)

۷۲- مطابق واکنش موازنه نشده زیر هر کیلوگرم از چربی زیر (استر بلندزنجیر ۳ عاملی) با چند کیلوگرم محلول سدیم هیدروکسید

۳۰ درصد جرمی به طور کامل واکنش می دهد و فرمول شیمیایی شوینده صابونی تولیدی (D) کدام است؟

($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23 : g.mol^{-1}$) (اسیدهای چرب سازنده استر یکسان می باشند.)



$C_{16}H_{31}O_2Na$ ، ۰/۱۵ (۲) $C_{16}H_{29}O_2Na$ ، ۰/۱۵ (۱)

$C_{15}H_{31}COONa$ ، ۰/۵ (۴) $C_{15}H_{29}COONa$ ، ۰/۵ (۳)

۷۳- چند مورد از عبارات زیر، جمله «در پاک کننده های غیرصابونی» را به نادرستی تکمیل می کنند؟

* می توان اتم کربنی را یافت که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نباشد.

* حداکثر ۳ پیوند $C = C$ می تواند وجود داشته باشد.

* بخش آنیونی با برخی کاتیون های موجود در آب سخت وارد واکنش می شود.

* بخش ناقطبی ۶ اتم هیدروژن بیشتر از زنجیر هیدروکربنی آن دارد.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۷۴- کدام موارد از مطالب زیر صحیح است؟

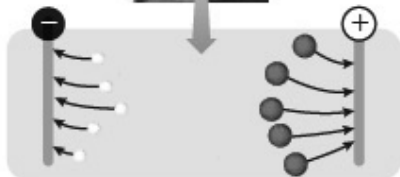
(آ) آرنیوس نخستین کسی بود که توصیفی از اسیدها و بازها ارائه کرد.

(ب) در منابع علمی به جای $H^+(aq)$ از $H_3O^+(aq)$ استفاده می کنند.

(پ) تنها موادی که به آنها رسانای الکترونی گفته می شود، فلزها هستند.

(ت) شکل زیر نمایی از محلول یک ماده الکترولیت قوی را نشان می دهد.

(ث) اسیدها و بازها براساس میزان غلظت اولیه شان به دو دسته قوی و ضعیف تقسیم می شوند.



(۴) تمام موارد

(۳) فقط ت

(۲) ب، پ و ت

(۱) آ، ت و ث

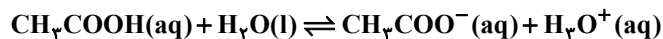
۷۵- غلظت یون هیدرونیوم در محلولی با $\text{pH} = 4/2$ ، به تقریب چند برابر غلظت یون هیدروکسید در محلولی با $\text{pH} = 8/5$ می‌باشد؟ (دمای هر دو محلول 25°C می‌باشد). ($\log 3 \approx 0/5$ ، $\log 5 \approx 0/7$)

- ۱) ۲ ۲) ۲۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۳۰

۷۶- مقدار $1/2$ گرم از استیک اسید را درون مقداری آب حل نموده و حجم محلول را به یک لیتر می‌رسانیم. اگر در لحظه تعادل

نسبت شمار یون‌های هیدرونیوم به یون‌های هیدروکسید در دمای اتاق 25°C برابر $3/6 \times 10^7$ باشد، درصد یونش و ثابت

یونش اسیدی به ترتیب کدام است؟ ($\text{H} = 1$ ، $\text{C} = 12$ ، $\text{O} = 16$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



- ۱) ۳، $1/8 \times 10^{-4}$ ۲) ۳، $1/8 \times 10^{-5}$ ۳) ۳، $1/8 \times 10^{-4}$ ۴) ۳، $1/8 \times 10^{-5}$

۷۷- مقدار 10 گرم اسید HX در ظرف (I) و مقدار 10 گرم اسید HY را در ظرف (II) که دارای یک لیتر آب هستند حل

می‌کنیم. اگر pH محلول در ظرف‌های (I) و (II) با یکدیگر برابر باشند، چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟ (جرم

مولی HX و HY را به ترتیب برابر 80 و 160 گرم بر مول فرض کنید).

(آ) درجه یونش HX نصف درجه یونش HY است.

(ب) غلظت آنیون X^- در ظرف (I) با غلظت آنیون Y^- در ظرف (II) برابر است.

(پ) مجموع شمار گونه‌ها در ظرف (I) با مجموع شمار گونه‌ها در ظرف (II) برابر است.

(ت) K_a مربوط به HX و HY به ترتیب می‌تواند برابر $2/8 \times 10^{-5}$ و $5/8 \times 10^{-7}$ باشد.

(ث) در نخستین لحظه، سرعت واکنش نوار منیزیم (با مقدار برابر) با محلول دو ظرف یکسان بوده و در نهایت گاز هیدروژن یکسانی آزاد

می‌شود.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۸- کدام گزینه زیر نادرست است؟ ($\text{N} = 14$ ، $\text{O} = 16$ ، $\text{H} = 1$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) ($\log 5 \approx 0/7$)

(۱) غلظت یون هیدروکسید در محلولی حاوی $3/78$ گرم نیتریک اسید در 5 لیتر آب برابر $8/33 \times 10^{-13} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ است.

(۲) شیر ترش شده همانند مرکبات و برخلاف آب گازدار سبب قرمز شدن کاغذ pH می‌شود.

(۳) pH محلولی که در آن نسبت غلظت یون هیدروکسید به یون هیدرونیوم 4×10^{-6} است برابر $4/3$ می‌باشد.

(۴) رسانایی الکتریکی ناچیز آب خالص بیانگر وجود مقادیر کم یون‌های هیدروکسید و هیدرونیوم در آن است.

۷۹- چه تعداد از موارد زیر درست هستند؟

(الف) در دما و غلظت ثابت، هر چه رسانایی الکتریکی یک محلول بازی بیشتر باشد، باز قوی‌تر است.

(ب) در یک محلول آبی بازی در دمای اتاق، هر چه pH محلول از 7 دورتر باشد، با افزودن مقدار معینی از یک باز، تغییرات pH کمتر خواهد بود.

(پ) در واکنش خنثی شدن اسیدها و بازها، کاتیون حاصل از باز و آنیون حاصل از اسید، تشکیل نمک محلول یا نامحلول می‌دهند.

(ت) برای این‌که واکنش خنثی شدن اسید و باز به صورت کامل انجام شود، در مخلوط نهایی باید غلظت H_3O^+ و OH^- صفر شود.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۰- اگر در ۱۰۰ میلی لیتر از یک محلول در دمای اتاق، ۰/۰۲ مول از پتاسیم هیدروکسید وجود داشته باشد، کدام مطلب درباره آن

درست است؟ ($\log 2 \approx 0/3$, $\log 5 \approx 0/7$) و ($H = 1$, $O = 16$, $K = 39$: $g \cdot mol^{-1}$)

(۱) غلظت یون هیدروکسید در آن، $0/5 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ است.

(۲) pH این محلول برابر ۱۳/۳ است.

(۳) این محلول می تواند ۵۰ میلی لیتر محلول ۰/۵ مولار هیدروکلریک اسید را خنثی کند.

(۴) اگر به این محلول ۲/۸ گرم پتاسیم هیدروکسید اضافه شود، غلظت یون هیدروکسید ۳ برابر خواهد شد.

۸۱- مقداری آب را برقکافت کرده و گاز اکسیژن تولید شده بر اثر این فرایند را با مقدار کافی از $NO_2(g)$ وارد واکنش می کنیم تا

$N_2O_5(g)$ تولید شود. اگر $N_2O_5(g)$ تولید شده را در مقداری آب حل کنیم و محلول به دست آمده، به وسیله ۴ لیتر محلول

پتاس سوز آور با $pH = 12/8$ به طور کامل خنثی شود، چند گرم آب در ابتدا برقکافت شده است؟ ($H = 1$, $O = 16$: $g \cdot mol^{-1}$)

($\log 2 \approx 0/3$, $\log 3 \approx 0/5$)

۲/۱۶ (۴)

۴/۳۲ (۳)

۸/۶۴ (۲)

۱/۰۸ (۱)

۸۲- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) شاخص امید به زندگی نشان می دهد که انسان ها با توجه به خطراتی که در طول زندگی با آن ها مواجه هستند، به طور میانگین چند سال

زندگی می کنند.

(۲) حالت فیزیکی اتیلن گلیکول در سرتاسر مخلوط آبی آن، مایع بوده و ترکیب شیمیایی، رنگ، غلظت در سرتاسر آن یکسان و یکنواخت است.

(۳) چربی ها را می توان مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر دانست که میان مولکول های آن ها فقط پیوند هیدروژنی وجود دارد.

(۴) رنگ ها، سرامیک ها، چسب ها، همانند شیر، ژله، و سس مایونز نمونه هایی از کلوئید هستند.

۸۳- چنانچه در یون XO_3^{2-} اتم مرکزی بتواند هم نقش اکسنده و هم نقش کاهنده داشته باشد، نسبت شمار الکترون های پیوندی به

جفت الکترون های ناپیوندی کدام است؟ (تمام اتم ها از قاعده هشت تایی پیروی می کنند.)

$\frac{10}{3}$ (۴)

$\frac{3}{10}$ (۳)

$\frac{5}{3}$ (۲)

$\frac{3}{5}$ (۱)

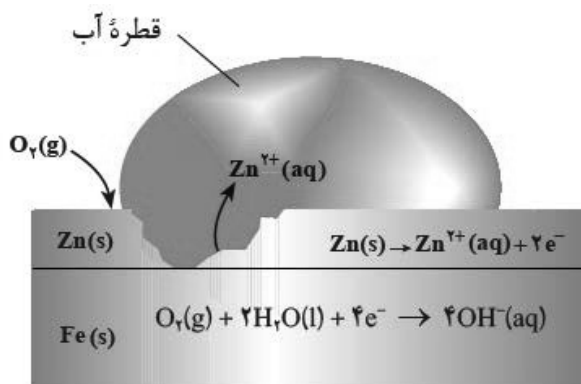
۸۴- با توجه به شکل داده شده، عبارت کدام گزینه درست نیست؟

(۱) محصول نهایی روی (II) هیدروکسید است.

(۲) وجود آهن برای انجام واکنش کلی ضروری نیست.

(۳) رنگ کاغذ pH در محلول الکترولیت، آبی است.

(۴) این اکسایش در محیط اسیدی به میزان بیشتری رخ می دهد.



۸۵- چند مورد از مطالب زیر، جمله داده شده را به درستی کامل می کند؟

«در یک سلول گالوانی»

* نیم سلول تأمین کننده الکترون، تأمین کننده کاتیون الکترولیت نیز می باشد.

* محل کاهش یافتن یون ها، با کارکرد سلول سنگین تر می شود.

* جهت حرکت همه ذرات باردار مانند هم است.

* جرم و بار الکتریکی محلول الکترولیت، قبل و بعد از کارکرد سلول، ثابت است.

۲ (۱) ۱ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۸۶- چه تعداد از مطالب زیر در مورد آبکاری یک فاشق آهنی با فلز نقره، درست است؟

- نیم واکنش اکسایش، در سطح الکتروود متصل به قطب مثبت باتری رخ می دهد.

- نیم واکنش کاتدی برخلاف نیم واکنش آندی خودبه خودی نیست و با اعمال یک ولتاژ بیرونی انجام می شود.

- در محلول الکترولیت آن، می توان از نمک نقره کلرید استفاده کرد.

- در طول انجام آبکاری، غلظت کاتیون های نقره در محلول الکترولیت به تقریب ثابت می ماند.

۴ (۱) ۱ (۲)

۲ (۳) ۳ (۴)

۸۷- اگر بدانیم قدرت کاهندگی Zn از قدرت کاهندگی Mg کمتر باشد، عبارت کدام گزینه درست است؟ ($Zn = ۶۵$, $Mg = ۲۴$: $g \cdot mol^{-1}$)

(۱) قدرت اکسندگی Zn از قدرت اکسندگی Mg بیشتر است.

(۲) به ازای مبادله $۲ / ۴۰۸ \times ۱۰^{۲۴}$ الکترون در سلول گالوانی منیزیم-روی، اگر جرم تیغه ها در ابتدا یکی بوده باشد، تفاوت جرم تیغه ها برابر ۱۷۸ گرم می شود.

(۳) در سلول گالوانی منیزیم-روی الکترون ها در مدار خارجی از سمت تیغه روی به سمت تیغه منیزیم حرکت می کنند.

(۴) می توانیم محلول روی کلرید را در ظرفی از جنس منیزیم نگهداری کنیم.

۸۸- کدام مورد از مطالب زیر درباره الکتروشیمی نادرست است؟

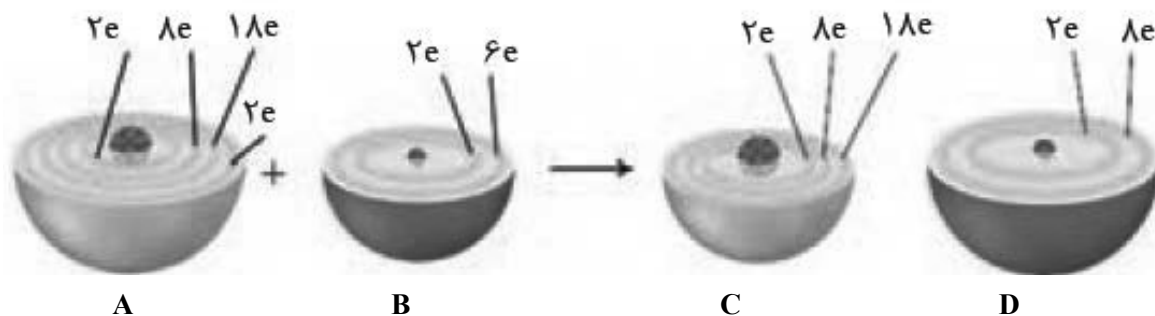
(۱) تولید انرژی یکی از قلمروهای الکتروشیمی است که برقکافت نمونه ای از آن می باشد.

(۲) دستگاه pH سنج دیجیتال یکی از دستاوردهای الکتروشیمی در قلمرو کنترل کیفی می باشد.

(۳) یکی از مزایای علم الکتروشیمی این است که می توان با استفاده از آن، در مسیر اصول شیمی سبز گام برداشت.

(۴) تولید لوله های فلزی انتقال آب و تولید سلول سوختی جزو قلمروهای متفاوتی از الکتروشیمی به شمار می روند.

۸۹- کدام موارد از مطالب زیر در رابطه با شکل زیر درست هستند؟



آ) A، اتم روی و D یون اکسید می‌باشد.

ب) B، نافلزی فعال است که با اغلب فلزها واکنش می‌دهد و آن‌ها را به اکسید فلز تبدیل می‌کند.

پ) C، یون پایداری است که به آرایش پایدار گاز نجیب نرسیده است.

ت) آرایش الکترونی C، همانند نهمین عنصر واسطه دسته d، به $3d^{10}$ ختم می‌شود.

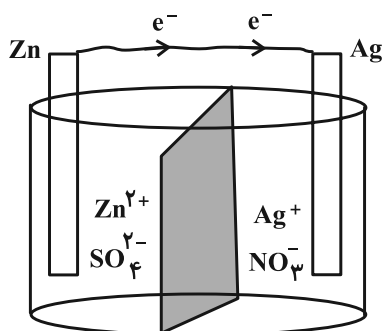
ث) A و B به ترتیب کاهش و اکسایش یافته‌اند.

(۱) آ، ب، پ (۲) آ، ب، ت (۳) پ، ت، ث (۴) آ، ت، ث

۹۰- در شروع کار سلول گالوانی «Zn-Ag» جرم تیغه‌های Zn و Ag به ترتیب ۱۰/۸ و ۶/۵ گرم می‌باشد. پس از مبادله

مول الکترون، مجموع جرم تیغه‌ها به ۲۰/۳۲ گرم می‌رسد و با گذشت زمان یون‌های از طریق دیواره متخلخل از سمت

آند به کاتد منتقل می‌شوند. ($Zn = 65, Ag = 108 : g \cdot mol^{-1}$)



(۱) SO_4^{2-} ، ۰/۰۶

(۲) SO_4^{2-} ، ۰/۰۴

(۳) Zn^{2+} ، ۰/۰۴

(۴) Zn^{2+} ، ۰/۰۶

۹۱- در ترکیب زیر چند نوع اتم کربن بر پایه تنوع عدد اکسایش وجود دارد و در ترکیب آلی موجود در کدام گزینه این تنوع یک

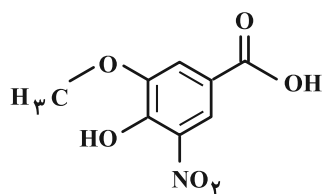
واحد کمتر است؟

(۱) ۶- بنزواتیک اسید

(۲) ۵- اتیل بوتانوات

(۳) ۶- پروپانول

(۴) ۵- نفتالن



۹۲- کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟

(آ) اگر گاز تولید شده در واکنش کلی فرایند هال را وارد مقدار معینی آب کنیم، محلولی با خاصیت اسیدی ایجاد می‌شود.
 (ب) در فرایند آبکاری قاشق فلزی با فلز نقره، نقره به قطب مثبت و قاشق به قطب منفی متصل می‌شوند.
 (پ) در فرایند تولید منیزیم از آب دریا، Mg مذاب بر روی $MgCl_2$ مذاب قرار می‌گیرد بنابراین چگالی $Mg(I)$ کمتر از $MgCl_2(I)$ می‌باشد.

(ت) در فرایند برقکافت آب، حجم گاز تولید شده در کاتد، ۲ برابر حجم گاز تولید شده در آند است.

(۱) آ، ب، پ، ت (۲) ب، پ، ت (۳) آ، پ، ت (۴) ب و پ

۹۳- کدام موارد صحیح است؟

(الف) در همه انواع واکنش‌های اکسایش-کاهش، افزون بر داد و ستد الکترون، مقداری انرژی نیز آزاد می‌شود.
 (ب) نخستین عنصری که لایه سوم آن کاملاً پر است، قدرت کاهندگی بیشتری نسبت به آهن دارد.
 (پ) در واکنش تیغه آلومینیوم با هیدروکلریک اسید، هنگامی که غلظت یون آلومینیوم با غلظت هیدرونیوم برابر شود، سرعت واکنش کمتر از سرعت اولیه است.

(ت) با قرار دادن تیغه‌ای از جنس فلز روی درون محلول مس (II) سولفات، مجموع غلظت کاتیون‌ها ثابت می‌ماند.

(۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) الف و ت (۴) پ و ت

۹۴- عبارت کدام گزینه درباره سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن به نادرستی بیان شده است؟

(۱) به کاتد این سلول یک نوع گاز وارد می‌شود، اما ممکن است دو نوع گاز از آن خارج شود.
 (۲) الکترون‌ها و پروتون‌ها در جهت یکسان اما از طریق محیط‌های متفاوت به سمت قطب مثبت حرکت می‌کنند.
 (۳) شمار جفت الکترون‌های پیوندی در هر مولکول اکسنده، نصف این تعداد در هر مولکول کاهنده است.
 (۴) در صورت جایگزینی گاز هیدروژن با گاز متان، الکترون‌های عبوری از سیم به ازای تولید هر مول آب، دو برابر می‌شود.

۹۵- با توجه به مقدار پتانسیل‌های استاندارد کاهش داده شده، کدام گزینه نادرست است؟

$$E^{\circ}(Mn^{2+} / Mn) = -1.18V$$

$$E^{\circ}(Cr^{3+} / Cr) = -0.74V$$

$$E^{\circ}(Cu^{2+} / Cu) = +0.34V$$

$$E^{\circ}(Au^{3+} / Au) = +1.50V$$

$$E^{\circ}(Sn^{2+} / Sn) = -0.14V$$

(۱) محلولی از کروم (III) کلرید را می‌توان در ظرفی از جنس فلز قلع نگهداری کرد.

(۲) مقایسه قدرت اکسندگی برخی گونه‌ها به صورت $Cu^{2+} > Sn^{2+} > Mn^{2+}$ است.

(۳) در سلول گالوانی حاصل از منگنز و مس، نیم‌سلول فلزی که عدد اتمی کمتری دارد، قطب مثبت است.

(۴) در سلول گالوانی حاصل از طلا و کروم، با گذشت زمان $[Cr^{3+}]$ در الکترولیت کاتدی، افزایش می‌یابد.

۹۶- چند مورد از مطالب زیر به درستی بیان شده‌اند؟

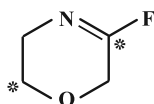
* در ترکیب مقابل اختلاف اعداد اکسایش اتم‌های کربن ستاره‌دار، برابر با ۴ می‌باشد.

* در ترکیب آمونیوم نیترات اتم نیتروژنی با عدد اکسایش +۱ وجود دارد.

* در مولکول نفتالن، عدد اکسایش ۲۰ درصد از اتم‌های کربن، برابر با صفر است.

* در تبدیل بنزالدهید به بنزوئیک اسید، عدد اکسایش یک اتم کربن به اندازه ۲ واحد افزایش می‌یابد.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار



۹۷- چند مورد از موارد زیر می‌تواند جاهای خالی عبارت زیر را به درستی تکمیل کند؟

$$E^{\circ}(\text{Al}^{3+} / \text{Al}) = -1/66\text{V} , \quad E^{\circ}(\text{Zn}^{2+} / \text{Zn}) = -0/76\text{V} , \quad E^{\circ}(\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}) = +0/34\text{V} , \quad E^{\circ}(\text{Pt}^{2+} / \text{Pt}) = +1/20\text{V}$$

«اگر بخواهیم تمام ولتاژ مورد نیاز را برای انجام واکنش در سلول الکترولیتی با قطب منفی و قطب مثبت تأمین کنیم، می‌توانیم از انرژی الکتریکی حاصل از سلول گالوانی استفاده کنیم که قطب منفی آن و قطب مثبت آن باشد.»

الف) مس- پلاتین- روی- آلومینیم

پ) روی- مس- آلومینیم- پلاتین

۱) صفر (۲) مورد ۱ (۲) مورد ۲ (۳) مورد ۳ (۴) مورد

۹۸- در واکنش برقکافت منیزیم کلرید مذاب، اگر $9/03 \times 10^{24}$ الکترون بین گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله شده باشد، چند لیتر گاز در فشار ۲ atm و دمای 39°C تولید می‌شود؟

۱) ۱۶۸ (۲) ۹۶ (۳) ۱۹۲ (۴) ۴۸

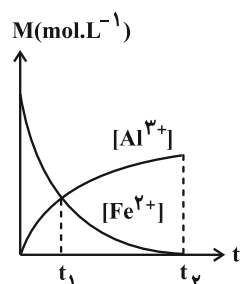
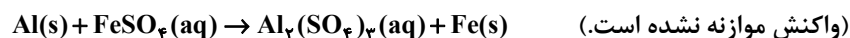
۹۹- تیغه‌ای به جرم ۸۰ گرم به جنس آلیاژی از مس و روی را درون ۶۰۰ میلی‌لیتر محلول ۲ مولار آهن (II) سولفات می‌اندازیم؛ اگر پس از پایان واکنش (ها)، غلظت مولی Fe^{2+} به نصف مقدار اولیه خود برسد؛ به تقریب چند درصد از جرم نهایی تیغه را فلز مس تشکیل می‌دهد؟ (تمام جرم رسوب تشکیل شده بر روی تیغه قرار می‌گیرد.)

$$(\text{O} = 16 , \text{S} = 32 , \text{Fe} = 56 , \text{Cu} = 64 , \text{Zn} = 65 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

۱) ۴۵ (۲) ۴۹ (۳) ۵۱ (۴) ۵۵

۱۰۰- تیغه‌ای خالص از فلز آلومینیم را درون محلول آهن (II) سولفات قرار می‌دهیم؛ با توجه به نمودار زیر که تغییرات غلظت یون‌های مربوط به این واکنش را نشان می‌دهد، جرم تیغه فلزی در لحظه t_1 نسبت به قبل از شروع واکنش تقریباً چند درصد و به چه صورت تغییر کرده است؟ (نیمی از جرم رسوب تشکیل شده بر روی سطح تیغه آلومینیمی قرار می‌گیرد و تمام Al مصرف می‌شود.)

$$(\text{Cu} = 64 , \text{Fe} = 56 , \text{S} = 32 , \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$



۱) ۳۳٪ افزایش

۲) ۳۳٪ کاهش

۳) ۵۵٪ افزایش

۴) ۵۵٪ کاهش

کارنامه‌ی ۵ نوع درس: در این کارنامه شما با درس‌های شما در پنج دسته طبقه‌بندی شده‌اند: نقاط قوت پایدار، نقاط قوت، تلنگری (نیاز به اندکی تلاش دارند)، نوسانی و چالشی (نیاز به تلاش جدی دارند). با شناخت وضعیت خود در هر درس می‌توانید تصمیم‌های بهتری برای خودتان در ادامه‌ی مسیر بگیرید.



آزمون ۲۲ دی ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	کاظم اجلائی - حسین شفیع زاده - علیرضا نداف زاده
ریاضیات گسسته	فرزاد جوادی - کیوان دارابی - مصطفی دیداری - محمد صحت کار - احمد رضا فلاح - مهرداد ملوندی
هندسه	اسحاق اسفندیار - سید محمد رضا حسینی فرد - کیوان دارابی - محمد صحت کار - هومن عقیلی - احمد رضا فلاح - مهرداد ملوندی
فیزیک	عبدالرضا امینی نسب - زهره آقامحمدی - علیرضا جباری - محمد راست پیمان - محمد جواد سورچی - معصومه شریعت ناصری - محمد رضا شریفی - مهدی شریفی - محمود منصوری - امیر احمد میر سعید - سیده ملیحه میر صالحی - حسام نادری - مجتبی نکوئیان
شیمی	علی امینی - احسان ابروانی - محسن بابامیری - عامر برزیگر - محمد رضا جمشیدی - حسن رحمتی کوکنده - پویا رستگاری - مرتضی زارعی - محمد رضا زهرهوند - رضا سلیمانی - جواد سوری لکی - مبینا شرافتی پور - میلاد شیخ الاسلامی - حامد صابری - سهراب صادقی زاده - محمد جواد صادقی - امیر حسین طیبی - دانیال علی دوست - محمد فاتر نیا - حسین ناصری نانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده	کیوان دارابی محمد صحت کار	کیوان دارابی محمد صحت کار	حسام نادری	امیر حسین معروفی
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی محمد رضا راسخ	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	دانیال راستی مهدی شریفی زهره آقامحمدی	محمد حسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی امیر رضا حکمت نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سپهر تقی زاده	مهید خالئی	مهید خالئی	معین یوسفی نیا حسین بصیر ترکمبور	علی رضایی امیر رضا واشقانی احسان پنجه شاهی ماهان زواری
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



ریاضیات

گزینه ۳»

(مسئله شفیغ زاره)

بهتر است هر چهار ضابطه را برای g در نظر بگیریم و برای تابع $f + g$ حد موردنظر را حساب کنیم:

گزینه «۱»:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{(f+g)(x)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x(x-3) + (x-3)(x-6)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{(x-3)(2x-6)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

گزینه «۲»:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{(f+g)(x)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x(x-3) + (x-3)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{(x-3)(2x-3)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

گزینه «۳»:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{(f+g)(x)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x(x-3) + (x-3)(x-7)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{(x-3)(2x-7)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

گزینه «۴»:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{(f+g)(x)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x(x-3) + (x-3)(x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{(x-3)(2x-1)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

گزینه ۴»

(مسئله شفیغ زاره)

حد عبارت $\frac{1}{a - 2 \cos \pi x}$ در هر دو همسایگی چپ و راست $x = b$ برابر $-\infty$ شده است، پس ریشه مضاعف عبارت مخرج است.

$$a - 2 \cos \pi b = 0 \Rightarrow \cos \pi b = \frac{a}{2}$$

وقتی حاصل \cos برابر ± 1 شود، جواب مضاعف است:

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \pm 1 \Rightarrow a = \pm 2$$

اما این نکته مهم است که عبارت مخرج در همسایگی $x = b$ باید منفی باشد، یعنی حالتی باشد که $a < 2 \cos \pi x$ باشد ($a = -2$) و زمانی رخ می‌دهد که $\cos \pi x$ در مینیمم خودش باشد که در بازه $(0, \pi b) = (0, 2\pi)$ عبارت $\cos x$ در $x = \pi$ مینیمم می‌شود.

$$\Rightarrow \pi b = \pi \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow a + b = -1$$

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

گزینه ۴»

(مسئله شفیغ زاره)

در ضابطه تابع f ، عبارت $2 + \cos x$ بزرگ‌تر از ۱ است، پس ریشه ندارد. این یعنی مجانب‌های قائم نمودار تابع f فقط مربوط به مجانب‌های نمودار تابع $y = \tan 2x$ است.

$$2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

در بازه $(\frac{\pi}{4}, \pi)$ تنها مجانب نمودار تابع $y = \tan 2x$ ، خط $x = \frac{3\pi}{4}$ است. از آنجا که عبارت $2 + \cos x$ مثبت است. وضعیت نمودار تابع f در همسایگی این خط، همان وضعیت نمودار تابع $y = \tan 2x$ در همسایگی خط است. در نتیجه گزینه «۴» درست است.

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

گزینه ۳»

(مسئله شفیغ زاره)

ضابطه تابع f را $f(x) = mx + h$ و در نتیجه ضابطه تابع g را

$$g(x) = -\frac{1}{m}x + h'$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{m}x - \frac{h}{m}, \quad g^{-1}(x) = -mx + mh'$$

و حال این ضابطه‌ها را در عبارت داده شده جای گذاری می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - g(x)}{f^{-1}(x) + g^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx + h - (-\frac{1}{m}x + h')}{\frac{1}{m}x - \frac{h}{m} - mx + mh'}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m + \frac{1}{m})x + m + h - h'}{(\frac{1}{m} - m)x - \frac{h}{m} + mh'}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m + \frac{1}{m})x}{(\frac{1}{m} - m)x} = \frac{m + \frac{1}{m}}{\frac{1}{m} - m} = \frac{m^2 + 1}{1 - m^2} = -\frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow 2m^2 = 8 \Rightarrow m = \pm 2$$

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه ۳»

(مسئله شفیغ زاره)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{-x - \sqrt[3]{x^2}}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(-1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - (x+1)}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{2x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{x - \sqrt[3]{x^2}}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + (x+1)}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x}{2x} = 2$$

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)



در این ضابطه‌ها به ترتیب $x = \frac{2}{a}$ و $x = -\frac{2}{a}$ خط مجانب قائم نمودار

تابع است و در نتیجه نقطه تقاطع خطوط مجانب $(\frac{2}{a}, \frac{2}{a})$ و $(-\frac{2}{a}, \frac{2}{a})$

است که چون نقطه تقاطع روی خط $y = x$ قرار دارد، حالت امکان‌پذیر

$(\frac{2}{a}, \frac{2}{a})$ است و داریم:

$$ax^2 + bx - 2 = (ax - 2)(x + 1) = ax^2 + (a - 2)x - 2$$

$$\Rightarrow b = a - 2 \Rightarrow a - b = 2$$

در نهایت فقط یک مقدار برای $a - b$ وجود دارد.

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

(کلام ایلالی)

۸- گزینه «۳»

ترتیب تبدیلات را روی ضابطه تابع داده شده انجام می‌دهیم:

$$y = x^2 - 2x + 3 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور عرض‌ها}} y = x^2 + 2x + 3$$

$$\xrightarrow{\text{عرض نقاط در } |k|} y = |k|(x^2 + 2x + 3)$$

$$\xrightarrow{\text{عرض واحد به سمت پایین } |k|} y = |k|(x^2 + 2x + 3) - 2|k|$$

$$= |k|(x^2 + 2x + 1)$$

یعنی ضابطه مربوط به نمودار نهایی $y = |k|(x + 1)^2$ است که نمودار این

تابع به ازای همه مقادیر k بر محور طول‌ها مماس است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

(کلام ایلالی)

۹- گزینه «۱»

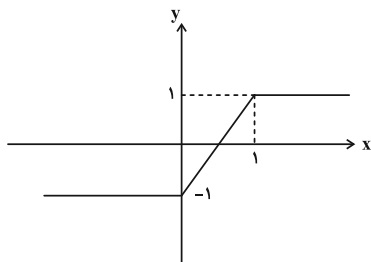
دامنه تابع \mathbb{R} است و سعی می‌کنیم ضابطه تابع را ساده‌تر بنویسیم:

$$f(x) = \frac{2x - 1}{|x| + |x - 1|} \times \frac{|x| - |x - 1|}{|x| - |x - 1|}$$

$$= \frac{(2x - 1)(|x| - |x - 1|)}{x^2 - (x - 1)^2}$$

نمودار تابع $f(x) = \frac{|x| - |x - 1|}{x^2 - (x - 1)^2}$ را رسم می‌کنیم و می‌بینیم که این

نمودار روی \mathbb{R} صعودی است.



(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۶- گزینه «۴» (مسئله شفیق زاده)

تابع داده شده، اگر بخواهد دو خط مجانب موازی محورهای مختصات داشته‌باشد، باید یک مجانب افقی و یک مجانب قائم داشته‌باشد، زیرا عبارت صورت ریشه ندارد. پس اگر نمودار تابع فقط یک مجانب قائم داشته‌باشد، عبارت مخرج باید ریشه مضاعف داشته‌باشد:

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4a^2 = 0 \Rightarrow b = \pm 2a$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x^2 + 3}{ax^2 \pm 4ax + 4a} = \frac{2x^2 + 3}{a(x \pm 2)^2}$$

محل تقاطع خطوط مجانب روی نیمساز ربع چهارم است، یعنی ریشه مخرج مقداری مثبت است. پس ضابطه با علامت منفی درست است.

$$\Rightarrow y = \frac{2x^2 + 3}{a(x - 2)^2}$$

خط $x = 2$ مجانب قائم نمودار است و باید خط $y = -2$ مجانب افقی آن باشد:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + 3}{a(x - 2)^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{ax^2} = \frac{2}{a} = -2 \Rightarrow a = -1$$

$$\xrightarrow{b = -2a} b = 2 \Rightarrow a - b = -5$$

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

۷- گزینه «۲» (مسئله شفیق زاده)

نمودار تابع f فقط یک مجانب افقی و یک مجانب قائم دارد و از آنجا که برخلاف سؤال قبلی، عبارت صورت ریشه دارد، دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

الف) مخرج، ریشه مضاعف دارد:

$$\Delta = b^2 + 4a = 0$$

در این حالت ریشه مضاعف $x_0 = -\frac{b}{2a}$ است. همچنین معادله خط مجانب

افقی نمودار تابع $y = \frac{2}{a}$ است. در نتیجه از آنجا که نقطه تقاطع روی خط

$y = x$ است باید داشته باشیم:

$$-\frac{b}{2a} = \frac{2}{a} \Rightarrow b = -4 \xrightarrow{\Delta=0} 16 + 4a = 0 \Rightarrow a = -2$$

در این حالت $a - b = 2$ است.

ب) عبارت دو ریشه دارد که یکی از ریشه‌های آن با یکی از ریشه‌های صورت مشترک است. چون ریشه‌های عبارت صورت $x = \pm 1$ هستند، عبارت مخرج را می‌توانیم به صورت‌های زیر بنویسیم:

$$\begin{cases} ax^2 + bx - 2 = (ax + 2)(x - 1) \\ \text{یا} \\ ax^2 + bx - 2 = (ax - 2)(x + 1) \end{cases}$$



بنابراین جدول تعیین علامت عبارت زیر رادیکال به صورت زیر است.

x	-۲	۰	۱	۳
$f(x) - f(2x-1)$		-	-	+
$f(x^2) - f(3x)$		-	+	-
$f(x) - f(2x-1)$		+	-	+
$f(x^2) - f(3x)$		+	-	-

پس داریم:

$$\frac{f(2x) - f(2x-1)}{f(x^2) - f(3x)} \geq 0 \Rightarrow -2 \leq x < 0 \text{ یا } 1 \leq x < 3$$

$$\Rightarrow D_g = [-2, 0) \cup [1, 3)$$

پس اعداد صحیحی که در دامنه تابع قرار دارند عبارت انداز: ۲، ۱، -۱، -۲
(مسئله ۲- تابع؛ صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

۱۳- گزینه «۳» (کلیم ابلالی)

روش اول: $P(x)$ بر $x-1$ بخش پذیر است؛ زیرا $P(1)$ برابر صفر است.

$$\Rightarrow P(x) = (x-1)Q(x) \quad (*)$$

حال $P(x)$ را به صورت زیر تجزیه می کنیم:

$$P(x) = x^9 - 5x + 5 - 1 = x^9 - 1 - 5(x-1)$$

$$= (x-1)(x^8 + x^7 + \dots + x + 1) - 5(x-1)$$

$$= (x-1)(x^8 + x^7 + \dots + x - 4)$$

پس $Q(x) = x^8 + x^7 + \dots + x - 4$ و باقی مانده تقسیم آن بر $x-1$ برابر $Q(1) = 8 - 4 = 4$ است.

روش دوم:

$$Q(x) = \frac{P(x)}{x-1}$$

$$\Rightarrow Q(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{P(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^9 - 5x + 4}{x-1}$$

$$\underline{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{9x^8 - 5}{1} = 4$$

(مسئله ۲- تابع؛ صفحه های ۱۹ و ۲۰)

۱۴- گزینه «۱» (علیرضا نرافزازه)

لازم است که ابتدا ضابطه تابع را ساده کنیم:

$$f(x) = \sin^2 ax(1 - \sin^2 ax) = \sin^2 ax \cos^2 ax$$

$$= \frac{1}{4} (4 \sin^2 ax \cos^2 ax) = \frac{1}{4} (\sin^2 2ax) = \frac{1}{4} \left(\frac{1 - \cos 4ax}{2} \right)$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{8} (1 - \cos 4ax)$$

دوره تناوب f از رابطه $T = \frac{2\pi}{4|a|} = \frac{\pi}{2|a|}$ به دست می آید.

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2|a|} = \frac{\pi}{8} \Rightarrow |a| = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{8} (1 - \cos 16x)$$

۱۰- گزینه «۱»

(کلیم ابلالی)

توجه کنید که اگر فرض کنیم $g(x) = k^x + 1$ و $h(x) = \log_k x$ باشد، $f(x) = (h \circ g)(x)$ اگر $k > 1$ هر دو تابع g و h اکیداً صعودی اند و در نتیجه f اکیداً صعودی است. اگر $0 < k < 1$ توابع h و g اکیداً نزولی اند و در نتیجه f اکیداً صعودی است. بنابراین اگر f تابع $k \in (0, +\infty) - \{1\}$ اکیداً صعودی است.

(مسئله ۲- تابع؛ صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

۱۱- گزینه «۲»

(کلیم ابلالی)

به تبدیلات زیر توجه کنید:

$$y = f(x) \xrightarrow[\text{تقسیم بر ۲}]{\text{طول نقاط}} y = f(2x)$$

$$\xrightarrow{\text{یک واحد به راست}} y = f(2(x-1)) = f(2x-2)$$

$$\xrightarrow[\text{بمحور طولها}]{\text{قرینه نسبت}} y = -f(2x-2)$$

بنابراین ضابطه تابع نهایی به صورت زیر است:

$$g(x) = -\frac{1}{8} (2x-2)^3 - \frac{1}{4} m(2x-2)^2 - n(2x-2) + k$$

$$= -(x-1)^3 - m(x-1)^2 - n(2x-2) + k$$

$$= -x^3 + (3-m)x^2 + (2m-2n-3)x + 2n-m+k+1$$

چون نمودار رسم شده نمودار تابع $y = -x^3$ است، پس:

$$3-m=0 \Rightarrow m=3$$

$$2m-2n-3=0 \xrightarrow{m=3} n = \frac{3}{2}$$

$$2n-m+k+1=0 \xrightarrow{m=3, n=\frac{3}{2}} k = -1$$

پس $mnk = -\frac{9}{2}$ است.

(مسئله ۲- تابع؛ صفحه های ۱ تا ۱۴)

۱۲- گزینه «۳»

(کلیم ابلالی)

ابتدا ریشه های صورت و مخرج عبارت زیر رادیکال را حساب می کنیم:

$$f(x) - f(2x-1) = 0 \Rightarrow f(x) = f(2x-1) \Rightarrow x = 2x-1 \Rightarrow x = 1$$

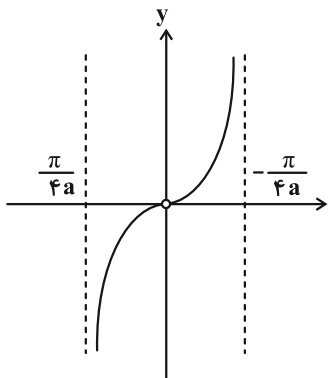
$$f(x^2) - f(3x) = 0 \Rightarrow f(x^2) = f(3x) \Rightarrow x^2 = 3x \Rightarrow x = 0, 3$$

و برای تعیین علامت این عبارت ها داریم:

$$f(x) - f(2x-1) > 0 \Rightarrow f(x) > f(2x-1) \Rightarrow x < 2x-1 \Rightarrow x > 1$$

$$f(x^2) - f(3x) > 0 \Rightarrow f(x^2) > f(3x) \Rightarrow x^2 < 3x \Rightarrow 0 < x < 3$$

نمودار تابع f از تقسیم طول نقاط نمودار تابع $y = -\frac{1}{4} \tan 2x$ بر a به دست می‌آید و از آنجا که تابع f اکیداً صعودی است، $a < 0$ است، پس داریم:



پس $-\frac{\pi}{4a} = \frac{\pi}{8}$ و در نتیجه $a = -2$ است.

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4} \tan 2x$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{4} \tan \frac{4\pi}{3} = \frac{1}{4} \tan\left(2\pi - \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۱۷- گزینه «۳» (علیرضا نرافزاده)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = a - \frac{b}{4} \sin(2cx + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow f(x) = a - \frac{b}{4} \cos(2cx)$$

با مقایسه نمودارهای دو تابع f و $y = \cos x$ ، می‌بینیم که $-b > 0$ یا $b < 0$ است، اما c می‌تواند هر علامتی داشته باشد. حال داریم:

$$\begin{cases} y_{\max} = a - \frac{b}{4} = 3 \\ y_{\min} = a + \frac{b}{4} = -1 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = -4$$

از طرفی $\frac{2}{4} = \frac{2\pi}{9}$ برابر دوره تناوب، برابر $\frac{4\pi}{3}$ است، پس $T = \frac{8\pi}{9}$ است و داریم:

$$T = \frac{2\pi}{2|c|} = \frac{8\pi}{9} \Rightarrow |c| = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow a|c| + \frac{b}{4} = \frac{9}{8} - 1 = -\frac{1}{8}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۸- گزینه «۳» (علیرضا نرافزاده)

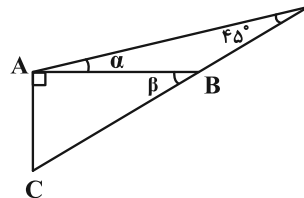
در تابع داده شده $f(0) = 1$ و بیشترین مقدار برابر ۳ است:

$$\begin{cases} f(0) = a + b \cos \frac{\pi}{3} = 1 \\ y_{\max} = a + |b| = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + \frac{b}{2} = 1 \\ a + |b| = 3 \end{cases} \quad (*)$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{8} (1 - \cos \frac{4\pi}{3}) = \frac{1}{8} (1 + \cos \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{8} \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{16}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۵- گزینه «۱» (علیرضا نرافزاده)



β زاویه خارجی محسوب می‌شود و $\beta = \alpha + 45^\circ$ ، پس داریم:

$$\frac{AC}{AB} = \tan \beta = \tan(\alpha + 45^\circ) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + (\frac{1}{2})}{1 - (\frac{1}{2})} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۴۲)

۱۶- گزینه «۲» (علیرضا نرافزاده)

ابتدا دامنه تابع $y = \frac{1}{\tan x - \cot x}$ و ضابطه ساده شده آن را به دست می‌آوریم:

$$\sin x \neq 0 \Rightarrow x \neq k\pi$$

$$\cos x \neq 0 \Rightarrow x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

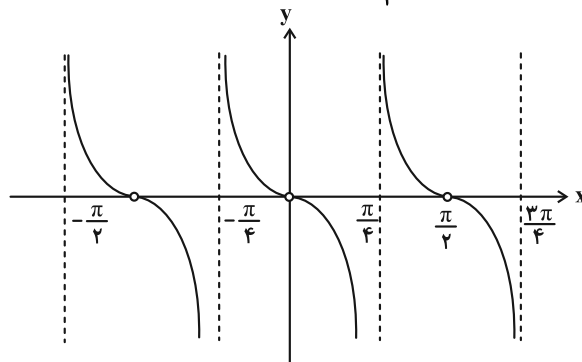
$$\tan x \neq \cot x \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2}, \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

با استفاده از اتحاد $\cot \theta - \tan \theta = 2 \cot 2\theta$ ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{1}{-2 \cot 2ax} = -\frac{1}{2} \tan 2ax$$

حال نمودار تابع $y = -\frac{1}{2} \tan 2x$ مطابق شکل زیر است:



زیرا:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}} y = \pm\infty, \lim_{x \rightarrow \frac{k\pi}{2}} y = 0$$



(علیرضا نرافزاده)

۱۹- گزینه «۱»

ابتدا معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0$$

پس داریم:

$$(\sin x + \frac{3}{4})(\sin x - \frac{1}{4}) = 0 \xrightarrow{-1 \leq \sin x \leq 1} \sin x = \frac{1}{4}$$

در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \pi]$ سینوس دو زاویه $x_1 = \frac{\pi}{6}$ و $x_2 = \frac{5\pi}{6}$ برابر $\frac{1}{4}$ است.

$$\Rightarrow \alpha = x_2 - x_1 = \frac{2\pi}{3}$$

و در نهایت داریم:

$$\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \tan(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}) = \frac{1 + \tan \frac{2\pi}{3}}{1 - \tan \frac{2\pi}{3}} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \sqrt{3} - 2$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(علیرضا نرافزاده)

۲۰- گزینه «۳»

از تغییر متغیر $\frac{1}{\sin x \cos x} = A$ استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow A^2 + 2A - 4 = 0 \Rightarrow A = -1 \pm \sqrt{5}$$

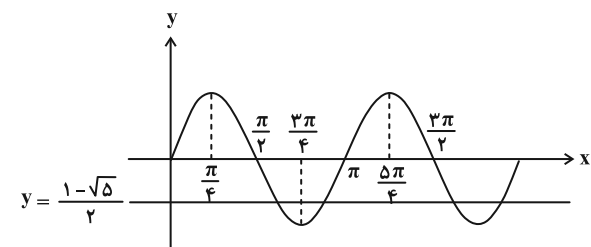
پس داریم:

$$A = \frac{2}{\sin 2x} = -1 \pm \sqrt{5} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

که حالت $\sin 2x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ امکان‌پذیر نیست.

$$\Rightarrow \sin 2x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

نمودار تابع $y = \sin 2x$ مطابق شکل زیر است:



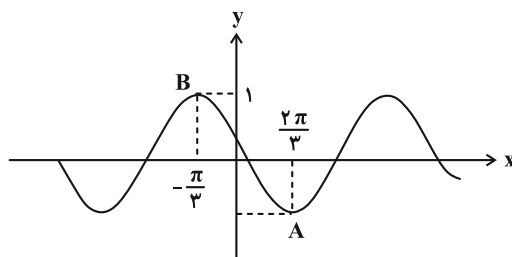
مطابق شکل، خط $y = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ نمودار تابع $y = \sin 2x$ را در بازه

$(0, \frac{3\pi}{4})$ در ۲ نقطه قطع می‌کند.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

برای بحث در مورد پارامترهای b و c ابتدا نمودار تابع

$g(x) = \cos(x + \frac{\pi}{3})$ را رسم می‌کنیم:



با مقایسه نمودارهای دو تابع f و g ، می‌توان نتیجه گرفت که نمودار تابع g یا نسبت به هیچ کدام از محورهای مختصات قرینه نشده است و یا نسبت به هر دو محور (مبدأ مختصات) قرینه شده است، تا به نمودار تابع f تبدیل شود.

پس در دو حالت بررسی می‌کنیم:

الف) $b < 0, c < 0$

یعنی نمودار تابع g نسبت به مبدأ مختصات قرینه شده است، پس طول

متناظر نقطه B واقع بر نمودار تابع f برابر $\frac{\pi}{3}$ است.

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{3c} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow c = -\frac{3}{\pi}$$

از طرفی داریم:

$$\begin{cases} a + \frac{b}{2} = 1 \\ a - b = 3 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{5}{3}, b = -\frac{4}{3}$$

اما کم‌ترین مقدار تابع $f(x) = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \cos(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3}x)$ برابر $\frac{1}{3}$ است که با نمودار داده شده تطابق ندارد.

ب) $b > 0, c > 0$

یعنی نمودار تابع g نسبت به هیچ کدام از محورهای مختصات قرینه نشده

است، پس طول متناظر نقطه A روی نمودار تابع f برابر $\frac{\pi}{3}$ است.

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{3c} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow c = \frac{14}{3}$$

و از طرف دیگر داریم:

$$\begin{cases} a + \frac{b}{2} = 1 \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 4$$

پس نمودار رسم شده مربوط به تابع $f(x) = 4 \cos(\frac{14}{3}x + \frac{\pi}{3}) - 1$ است.

$$\Rightarrow f(\frac{\pi}{3}) = 4 \cos(\frac{14\pi}{9} + \frac{\pi}{3}) - 1 = 4 \cos(\frac{15\pi}{9}) - 1 = 4 \cos(\pi) - 1 = -4 - 1 = -5$$

$$= -4 \cos \frac{\pi}{3} - 1 = 4(-\frac{1}{2}) - 1 = -3$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)



$$\Rightarrow a \equiv 5 \Rightarrow a = 11k + 5 \Rightarrow a \in \{ \dots, -6, 5, 16, 27, \dots \}$$

a یک رقم است پس a فقط می‌تواند ۵ باشد. بنابراین:

$$5535 \equiv 5 + 5 + 3 + 5 \equiv 18 \equiv 0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۵- گزینه «۱» (فرزاد یواری)

اگر باقی‌مانده تقسیم عدد $10! - 7^{1402} + 3^{1402}$ بر ۲۱ را r بنامیم آن‌گاه خواهیم داشت:

$$3^{1402} + 7^{1402} - 10! \equiv r$$

با توجه به رابطه (بیمانه ab) $(a+b)^n \equiv a^n + b^n$ خواهیم داشت:

$$3^{1402} + 7^{1402} \equiv (3+7)^{1402} \equiv 10^{1402}$$

حالا باقی‌مانده تقسیم 10^{1402} را یک بار بر ۳ و یک بار بر ۷ پیدا می‌کنیم:

$$10^{1402} \equiv 1^{1402} \equiv 1$$

$$10^{1402} \equiv 3^{1402}$$

برای پیدا کردن باقی‌مانده تقسیم 3^{1402} بر ۷ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$3^2 \equiv 2 \Rightarrow 3^3 \equiv 6 \equiv -1 \Rightarrow 3^6 \equiv 1$$

اگر طرفین این رابطه را به توان ۲۳۳ برسانیم خواهیم داشت:

$$3^{1398} \equiv 1 \Rightarrow 3^{1402} \equiv 3^4 \equiv 81 \equiv 4$$

حالا می‌توانیم باقی‌مانده تقسیم عدد 10^{1402} بر ۲۱ را به صورت زیر حساب کنیم:

$$\begin{cases} 10^{1402} \equiv 1 \equiv 4 \\ 10^{1402} \equiv 3 \end{cases} \Rightarrow 10^{1402} \equiv 4$$

از طرفی دیگر در تجزیه عدد $10!$ هم عامل ۳ هم عامل ۷ وجود دارد پس این عدد بر ۲۱ بخش‌پذیر است و بنابراین:

$$3^{1402} + 7^{1402} - 10! \equiv 10^{1402} - 10! \equiv 4 - 0 \equiv 4$$

پس $r = 4$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲، ۲۹ و ۳۰)

۲۶- گزینه «۲» (مهرزاد ملونری)

شرط وجود جواب معادله سیاله $(2m-1)x + (m+1)y = 11$ آن است که: $(2m-1, m+1) | 11$

فرض می‌کنیم ب.م.م اعداد $2m-1$ و $m+1$ برابر با d باشد. در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} d | 2m-1 \\ d | m+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | 2m-1 \\ d | 2m+2 \end{cases} \Rightarrow d | 3 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } d = 3$$

با توجه به این‌که ۱۱ مضرب ۳ نیست پس باید $(2m-1, m+1) = 1$ باشد.

برای یافتن تعداد اعداد مطلوب مانند m فرض می‌کنیم که ب.م.م اعداد $2m-1$ و $m+1$ برابر با ۳ باشد. در این شرایط خواهیم داشت:

$$3 | m+1 \Rightarrow m+1 = 3k \Rightarrow m = 3k-1$$

۲۱- گزینه «۱» (کیوان رارایی)

$$(12a^2, 9ab) = 3 | a | (4a, 3b)$$

اما b عددی فرد است پس عامل ۲ را ندارد. در نتیجه ۳b نیز عامل ۲ را ندارد. بنابراین عامل ۲ در این ب.م.م بی‌تأثیر است و می‌توانیم آن را کنار بگذاریم:

$$(4a, 3b) = (a, 3b)$$

از طرفی $a | b$ بنابراین $a | 3b$ و در نتیجه: $(a, 3b) = | a |$

$$(12a^2, 9ab) = 3 | a | \times | a | = 3a^2$$

بنابراین:

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳، ۱۶ و ۱۷)

۲۲- گزینه «۴» (ممد صدت‌کار)

مجموعه A مجموعه مضارب طبیعی مشترک اعداد ۹۹ و ۵۴ است. مجموعه مضارب مشترک دو عدد، مجموعه مضارب ک.م.م آن دو عدد است. بنابراین باید ابتدا ک.م.م ۹۹ و ۵۴ را به دست آوریم:

$$[99, 54] = [3^2 \times 11, 2 \times 3^3] = 2 \times 3^3 \times 11 = 594$$

$$A = \{594, 2 \times 594, 3 \times 594, \dots\} = \{594, 1188, 1782, \dots\}$$

دومین عضو این مجموعه عدد ۱۱۸۸ است.

برای یافتن رقم یکان عدد 1188^{1188} باید باقی‌مانده تقسیم آن را بر ۱۰ بیابیم:

$$1188^{1188} \equiv 8^{1188}$$

$$1188 \equiv 4$$

حالا باید توان یعنی ۱۱۸۸ را بر ۴ تقسیم کنیم:

بنابراین باید به جای ۱۱۸۸ عدد ۴ را قرار دهیم:

$$1188^{1188} \equiv 8^{1188} \equiv 8^4 \equiv (-2)^4 \equiv 16 \equiv 6$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۲۳- گزینه «۴» (کیوان رارایی)

طبق فرض داریم:

$$a = b \times 19 + 20, \quad r < b \Rightarrow 20 < b$$

از طرفی:

$$a = 7k + 3 \Rightarrow a \equiv 3 \Rightarrow 19b + 20 \equiv 3$$

$$\Rightarrow 19b \equiv -17 \Rightarrow -2b \equiv 4 \Rightarrow b \equiv -2 \equiv 5$$

بنابراین:

$$b \equiv 5 \Rightarrow b = 7k' + 5, \quad 21 \leq b \Rightarrow b_{\min} = 7 \times 3 + 5 = 26$$

$$a_{\min} = b \times 19 + 20 = 26 \times 19 + 20 = 514$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 5 + 1 + 4 = 10$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴، ۱۵، ۱۹ تا ۲۲)

۲۴- گزینه «۱» (فرزاد یواری)

طبق فرض داریم:

$$31024a \equiv 1 \Rightarrow a - 4 + 2 - 0 + 1 - 3 \equiv 1$$



(معمد صحت کار)

۲۶- گزینه «۲»

این گراف ۶ رأس دارد. اگر گراف G گرافی کامل بود
 $q(K_6) = \binom{6}{2} = 15$ یال داشت. با توجه به آن که گراف G دارای ۱۴
 یال است پس این گراف، گرافی کامل بوده که یک یال آن حذف شده است.
 فرض می‌کنیم که یال حذف شده یال ab باشد. پس باید ابتدا تعداد کل
 دورهای به طول ۴ در گراف کامل مرتبه ۶ را حساب کنیم و سپس تعداد
 دورهای به طول ۴ که شامل یال ab هستند را از آن کم کنیم:

$$6 \text{ دورهای کل دورهای به طول ۴ در گراف کامل مرتبه ۶} = \binom{6}{4} \times \frac{3!}{2}$$

$$= 15 \times 3 = 45$$

حالا باید تعداد دورهای به طول ۴ شامل یال ab را حساب کنیم. هر دور به
 طول ۴ شامل یال ab به صورت $abxya$ است که x و y دو رأس از
 میان رأس‌های c, d, e و f هستند. بنابراین:

تعداد دورهای به طول ۴ شامل یال ab در گراف کامل مرتبه ۶

$$= \binom{4}{2} \times 2! = 6 \times 2 = 12$$

در این محاسبه، ۲! برای جایگشت‌های رأس‌های x و y در نظر گرفته
 شده است. بنابراین تعداد دورهای به طول ۴ در گراف G برابر است با:

$$45 - 12 = 33$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(اممرد رضا فلاح)

۳۰- گزینه «۴»

اگر m یال از یک گراف حذف کنیم از مجموع درجات رأس‌های این
 گراف $2m$ واحد کم می‌شود. بنابراین:
 $2p - 11 = 2m$
 از طرفی دیگر گراف حاصل گرافی ۸- منتظم است. مجموع درجات گراف
 K_p برابر با $p(p-1)$ و مجموع درجات رأس‌های گراف ۸- منتظم برابر
 با $8p$ است. بنابراین:

$$p(p-1) - (2p-11) = 8p \Rightarrow p^2 - p - 2p + 11 = 8p$$

$$\Rightarrow p^2 - 12p + 11 = 0 \Rightarrow (p-1)(p-11) = 0$$

$$\Rightarrow p = 1 \text{ یا } p = 11$$

p نمی‌تواند برابر ۱ باشد پس p برابر با ۱۱ است. بنابراین:

$$3 \times 11 - 11 = 2m \Rightarrow 2m = 22 \Rightarrow m = 11$$

حالا باید از گراف کامل مرتبه ۱۱، ۱۱ یال حذف کنیم. تعداد

یال‌های گراف کامل مرتبه ۱۱ برابر با $\frac{11 \times 10}{2} = 55$ است. اگر از این ۵۵

یال، ۲۲ یال را حذف کنیم ۳۳ یال باقی می‌ماند. می‌دانیم که مجموع درجات
 رأس‌های هر گراف برابر با دو برابر تعداد یال‌هاست. پس حاصل جمع
 درجات رأس‌های این گراف برابر با $2 \times 33 = 66$ است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

برای یافتن تعداد اعدادی از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 40\}$ که به شکل
 $3k - 1$ هستند می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$1 \leq 3k - 1 \leq 40 \Rightarrow 1 \leq k \leq 13$$

بنابراین به ازای ۱۳ عضو مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 40\}$ م. ب. م. اعداد
 $2m - 1$ و $m + 1$ برابر ۳ است. پس تعداد اعداد مطلوب برابر است با:

$$40 - 13 = 27$$

(ریاضیات گسسته-آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

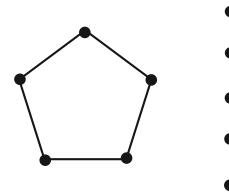
(مصطفی بدراری)

۲۷- گزینه «۳»

گراف C_n ، گرافی ۲ منتظم است. بنابراین درجه هر رأس برابر با ۲
 است و حاصل ضرب درجات این رأس‌ها برابر با 2^n خواهد بود.
 هر گراف P_n ، دو رأس درجه ۱ و $(n-2)$ رأس درجه ۲ دارد. پس
 حاصل ضرب درجات این رأس‌ها نیز برابر با $2^{(n-2)}$ است.
 بنابراین حاصل ضرب درجات تمام رأس‌های این گراف برابر با
 $2^{(2n-2)} = 2^{(n-2)} \times 2^n$ است و در نتیجه خواهیم داشت:

$$2^{(2n-2)} = 256 = 2^8 \Rightarrow 2n - 2 = 8 \Rightarrow 2n = 10 \Rightarrow n = 5$$

متاب شکل، گراف C_5 دارای ۵ یال و گراف P_5 دارای ۴ یال است. پس
 این گراف ۱۰ رأس و $5 + 4 = 9$ یال دارد.



تعداد یال‌های گراف مکمل این گراف به صورت زیر به دست می‌آید:

$$q(\bar{G}) = q(K_5) - q(G) = \frac{5 \times 4}{2} - 9 = 10 - 9 = 1$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(معمد صحت کار)

۲۸- گزینه «۱»

در گراف‌های P_n اگر طول مسیر برابر با r باشد آن‌گاه دو رابطه زیر
 برقرار است:

$$\begin{cases} \text{تعداد کل مسیرها بین دو رأس متمایز} = \binom{n}{2} \\ \text{تعداد مسیرهای به طول } r = n - r \end{cases}$$

$$\binom{n}{2} = 45 \Rightarrow n = 10$$

بنابراین:

در گراف P_{10} طول مسیر حداکثر می‌تواند برابر ۹ باشد. بنابراین:

$$7 \text{ تعداد مسیرهای طول } 7 = 10 - 7 = 3$$

$$8 \text{ تعداد مسیرهای طول } 8 = 10 - 8 = 2$$

$$9 \text{ تعداد مسیرهای طول } 9 = 10 - 9 = 1$$

پس تعداد مسیرهای مطلوب برابر است با:

$$1 + 2 + 3 = 6$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)



(اسحاق اسفندیار)

۳۴- گزینه «۳»

ماتریس A وارون پذیر نیست، پس:

$$|A| = 0 \Rightarrow 2^3(a^2 - a) \times 2^a - 2^3 \times 2^2 = 0 \Rightarrow 2^3 a^2 - 2a = 2^5$$

$$3a^2 - 2a = 5 \Rightarrow a = -1, \quad a = \frac{5}{3} \quad (a \geq 0) \Rightarrow a = \frac{5}{3}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} & 6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{6}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} \text{ مجموع درایه‌های } = -\frac{3}{5} + \frac{6}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

(کیوان داری)

۳۵- گزینه «۲»

اگر ماتریس جدید را B بنامیم، آن گاه $b_{12} = 2a_{12} = 2 \times 2 = 4$ و

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3m & 1 \end{bmatrix} \quad b_{33} = ma_{33} = 3m$$

حال $|B| = |A|$ ؛ برای این منظور کافی است فقط اختلاف دو دترمینان را محاسبه کرده و برابر با صفر قرار دهیم:

$$|B| - |A| = 0$$

$$\Rightarrow (4-2) \times (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + (3m-3) \times (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 2 + 7(3m-3) = 0 \Rightarrow 21m - 19 = 0 \Rightarrow m = \frac{19}{21}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

(کیوان داری)

۳۶- گزینه «۲»

مطابق فرض داریم:

$$\|A\| |A+A| = 192 \Rightarrow (|A|+1)|A| = 192$$

$$\Rightarrow (|A|+1)^3 \times |A| = 192 = 4^3 \times 3 \Rightarrow |A| = 3$$

$$\Rightarrow \|\ 2A \ \| |A| = \|\ 2A \ \|^3 |A| = (2^3 |A|)^3 |A|$$

$$= 2^9 |A|^4 = 2^9 \times 3^4 = (2^2 \times 3)^4 \times 2 = 12^4 \times 2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

(ممد صحت‌کار)

۳۷- گزینه «۴»

اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره از رابطه

$$TT' = \sqrt{d^2 - (r-r')^2}$$

دو دایره و r و r' اندازه شعاع‌های دو دایره است.

$$C'(3, 1) \text{ نقطه } x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0 \text{ به معادله}$$

است. اندازه شعاع این دایره برابر است با:

$$r' = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 4 - 24} = \frac{1}{2} \sqrt{16} = 2$$

(ممد صحت‌کار)

۳۱- گزینه «۴»

ماتریس‌های A و B وارون یکدیگرند بنابراین:

$$AB = BA = I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

\Rightarrow درایه سطر اول ستون اول ماتریس BA

$$= [x \ 1 \ 5] \times \begin{bmatrix} y \\ x \\ -3 \end{bmatrix} = 1 \Rightarrow 7x + x - 15 = 1$$

$$\Rightarrow 8x = 16 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |C| = 2 - (-5) = 7$$

$$|C^{-1}| = \frac{1}{|C|} = \frac{1}{7}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲، ۲۳ و ۳۱)

(سیرممد رضا عسینی فرد)

۳۲- گزینه «۲»

می‌دانیم ماتریس اسکالر مضربی از ماتریس واحد است پس $A = kI$ و داریم:

$$A^3 = k^3 I, \quad A^2 = k^2 I$$

$$\Rightarrow k^3 I = k^2 I + 2kI \Rightarrow \underbrace{k^3 - k^2 - 2k}_k(k-2)(k+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow |A| = 0 \\ k = -1 \Rightarrow |A| = 1 \\ k = 2 \Rightarrow |A| = 4 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۲۷)

(مهردار ملونری)

۳۳- گزینه «۱»

$$\begin{cases} kx + my = 1 \\ (2k+1)x + ny = 1 \end{cases} \text{ دستگاه معادلات فاقد جواب است، پس:}$$

$$\frac{k}{2k+1} = \frac{m}{n} \neq \frac{1}{1} \quad (1)$$

$$\begin{cases} mx + ny = m - n \\ 2x + (k+3)y = m + n \end{cases} \text{ از طرفی دستگاه معادلات بی‌شمار جواب}$$

دارد، پس:

$$\frac{m}{2} = \frac{n}{k+3} = \frac{m-n}{m+n} \quad (2) \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{2}{k+3} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1), (3)} \frac{k}{2k+1} = \frac{2}{k+3} \Rightarrow k^2 + 3k = 4k + 2$$

$$\Rightarrow k^2 - k - 2 = 0 \Rightarrow (k-2)(k+1) = 0 \Rightarrow k = 2, -1$$

به ازای $k = -1$ ، رابطه (۱) برقرار نیست، پس $k = 2$ و داریم:

$$\xrightarrow{(2)} \frac{m}{2} = \frac{n}{5} = \frac{m-n}{m+n}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{2} = \frac{m - \frac{5}{2}m}{m + \frac{5}{2}m} = \frac{-\frac{3}{2}m}{\frac{7}{2}m} = -\frac{3}{7} \Rightarrow m = -\frac{6}{7}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)



بنابراین:

$$TT' = \sqrt{d^2 - (\delta - 2)^2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow d^2 - 9 = 8$$

$$\Rightarrow d^2 = 17 \Rightarrow d = \sqrt{17}$$

پس فاصله مراکز دو دایره برابر با $\sqrt{17}$ است. برای یافتن مختصات نقطه C باید همه گزینه‌ها را بررسی کنیم:

گزینه «۱»: فاصله نقطه $(-2, 5)$ از نقطه $C'(3, 1)$ برابر است با:

$$\sqrt{25 + 16} = \sqrt{41}$$

گزینه «۲»: فاصله نقطه $(2, 3)$ از نقطه $C'(3, 1)$ برابر است با:

$$\sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

گزینه «۳»: فاصله نقطه $(-2, 3)$ از نقطه $C'(3, 1)$ برابر است با:

$$\sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$$

گزینه «۴»: فاصله نقطه $(2, 5)$ از نقطه $C'(3, 1)$ برابر است با:

$$\sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

پس نقطه مطلوب نقطه $C(2, 5)$ است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۴۴)

۳۸- گزینه «۱»

(هومن عقیلی)

ابتدا باید اندازه وتر AB را حساب کنیم. اگر از مرکز دایره

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$$

یعنی نقطه $O(1, 1)$ خطی عمود بر وتر AB رسم کنیم تا در نقطه H این وتر را قطع کند آن‌گاه خواهیم داشت:

$$AH^2 = r^2 - OH^2$$

اندازه پاره‌خط OH برابر با فاصله نقطه $O(1, 1)$ از خط $2x + 4y - 2 = 0$ است:

$$OH = \frac{|2 + 4 - 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{5}{5} = 1$$

اندازه شعاع دایره $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ برابر با ۲ است. بنابراین:

$$AH^2 = r^2 - OH^2 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow AH = \sqrt{3} \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}$$

حالا باید معادله دایره‌ای را بیابیم که مرکزش نقطه $C(\frac{1}{4}, 0)$ است و بر

خط $2x + 4y - 2 = 0$ وتر AB به طول $2\sqrt{3}$ را جدا می‌کند. برای این کار باید اندازه شعاع این دایره را حساب کنیم. اگر اندازه شعاع دایره مورد نظر برابر با R باشد، آن‌گاه:

$$R^2 = AH^2 + CH^2$$

اندازه پاره‌خط CH برابر با فاصله نقطه $C(\frac{1}{4}, 0)$ از خط $2x + 4y - 2 = 0$ است:

$$CH = \frac{|\frac{2}{4} + 0 - 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow R^2 = (\sqrt{3})^2 + (\frac{1}{4})^2 = \frac{49}{16}$$

بنابراین معادله دایره مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:

$$(x - \frac{1}{4})^2 + y^2 = \frac{49}{16} \Rightarrow x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} + y^2 = \frac{49}{16}$$

$$\Rightarrow 16x^2 - 8x + 1 + 16y^2 = 49 \Rightarrow 16x^2 + 16y^2 - 8x - 48 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 - x - 6 = 0$$

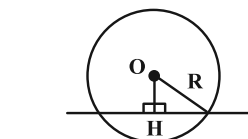
(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۴۵)

۳۹- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

خط و دایره متقاطعند یعنی: $OH < R$ ؛ مختصات مرکز دایره می‌شود

$$O(-\frac{a}{2} = 1, -\frac{b}{2} = 2)$$



$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = 1$$

OH فاصله مرکز دایره تا خط $3x + 4y - m = 0$ است که می‌شود:

$$OH = \frac{|3 + 8 - m|}{\sqrt{9 + 16}}$$

$$OH < R \Rightarrow \frac{|11 - m|}{5} < 1 \Rightarrow |11 - m| < 5$$

$$\Rightarrow -5 < 11 - m < 5 \Rightarrow 6 < m < 16$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۴۵)

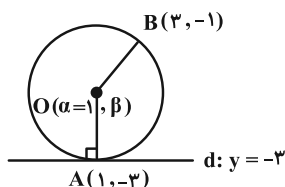
۴۰- گزینه «۲»

(امیررضا فلاح)

نقطه $A(1, -3)$ روی خط $d: y = -3$ قرار دارد. بدیهی است

مختصات مرکز دایره به صورت $O(\alpha = 1, \beta)$ است. از طرفی

$$|OA| = |OB| \text{ و داریم:}$$



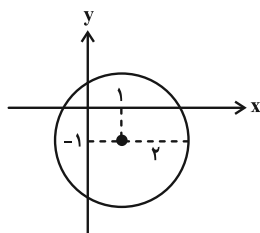
$$\sqrt{(1-1)^2 + (\beta+3)^2} = \sqrt{(1-3)^2 + (\beta+1)^2}$$

$$\beta^2 + 6\beta + 9 = 4 + \beta^2 + 2\beta + 1$$

$$\Rightarrow 4\beta = -4 \Rightarrow \beta = -1 \Rightarrow O(1, -1)$$

$$R = |OA| = \sqrt{(1-1)^2 + (-3+1)^2} = 2$$

مطابق شکل بیشترین فاصله محیط این دایره تا محور y ها برابر ۳ واحد می‌باشد.



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۴۶)



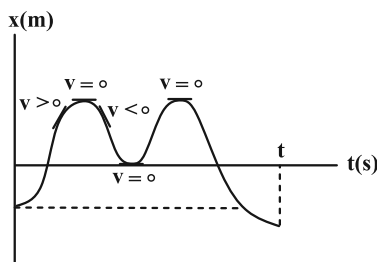
فیزیک

۴۱- گزینه «۲»

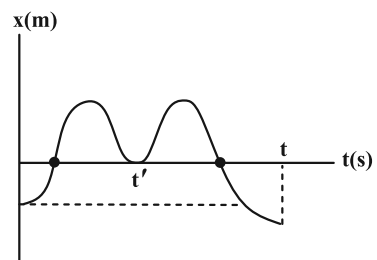
(مسام ناری)

بررسی موارد:

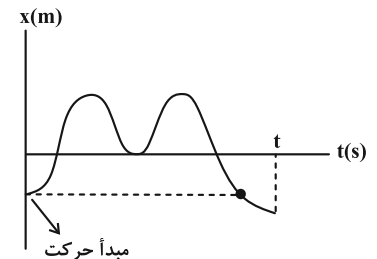
الف) درست؛ در نمودار مکان- زمان، لحظه‌ای که شیب خط مماس (یعنی سرعت لحظه‌ای) در آن صفر شود و علامت قبل و بعدش تغییر کند، لحظه تغییر جهت است که طبق شکل زیر، سه بار این اتفاق می‌افتد.



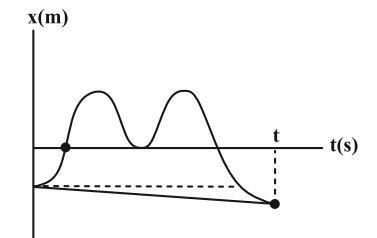
ب) نادرست؛ لحظه‌ای که نمودار، محور زمان را قطع کند و از آن عبور کند، لحظه‌ای است که از مبدأ مکان یعنی $x=0$ به‌طور کامل عبور کرده است که طبق شکل زیر دو بار این اتفاق می‌افتد. دقت کنید که در لحظه t' ، متحرک به مبدأ مکان رسیده ولی از آن به‌طور کامل عبور نکرده است.



ج) نادرست؛ بعد از آغاز حرکت، متحرک تنها یک بار از مبدأ حرکت عبور کرده است.



د) نادرست؛ در نمودار مکان- زمان، شیب خط واصل بین دو نقطه، سرعت متوسط را نشان می‌دهد که طبق شکل زیر، سرعت متوسط از لحظه صفر تا t ، منفی می‌شود.

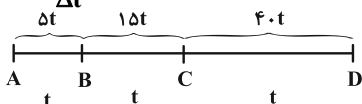


(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۴۲- گزینه «۴»

(مبشئ کویان)

مطابق شکل زیر و با توجه به رابطه تندی متوسط ($s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$) داریم:



$$s_{avCD} = \frac{CD}{t} = 40 \Rightarrow CD = 40t$$

اختلاف تندی مسیر AB و BC، $10 \frac{m}{s}$ است و طول مسیر BC، سه

برابر AB است. با توجه به برابری زمان، تندی مسیر BC، $10 \frac{m}{s}$ بیشتر

از AB است، بنابراین:

$$s_{avBC} - s_{avAB} = 10 \Rightarrow \frac{BC}{t} - \frac{AB}{t} = 10$$

$$\frac{BC=3AB}{t} = 10 \Rightarrow AB = \Delta t$$

$$s_{avT} = \frac{l_T}{\Delta t_T} = \frac{AB+BC+CD}{\Delta t_{AB} + \Delta t_{BC} + \Delta t_{CD}}$$

$$\Rightarrow s_{avT} = \frac{\Delta t + 1.5\Delta t + 4.0\Delta t}{3t} = 20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۴۳- گزینه «۱»

(زهره آقاممدری)

ابتدا معادله مکان- زمان دو متحرک را می‌نویسیم. اگر مکان متحرک A در لحظه شروع حرکت را مبدأ مختصات فرض کنیم، داریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{3}{2}vt \\ x_B = vt + 200 \end{cases}$$

دو بار فاصله دو متحرک از هم برابر 50 متر است. یک بار قبل از رسیدن متحرک A به متحرک B و بار دوم پس از عبور متحرک A از متحرک B:

$$x_B - x_A = 50 \Rightarrow vt_1 + 200 - \frac{3}{2}vt_1 = 50$$

$$-\frac{1}{2}vt_1 = -150 \Rightarrow vt_1 = 300 \quad (1)$$

$$x_A - x_B = 50 \Rightarrow \frac{3}{2}vt_2 - vt_2 - 200 = 50$$

$$\frac{1}{2}vt_2 = 250 \Rightarrow vt_2 = 500 \quad (2)$$

در نهایت از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴۴- گزینه «۴»

(علیرضا بیاری)

ابتدا با استفاده از مقادیر داده شده روی نمودار، سرعت هر یک از دو متحرک را به دست می‌آوریم. باید توجه داشت که سرعت هر یک از دو متحرک ثابت است و می‌توان سرعت لحظه‌ای هر متحرک را با سرعت متوسط آن برابر دانست:



$$v_{t=7} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{56}{7-3} = 14 \frac{m}{s}$$

همچنین چون شیب خط مماس بر نمودار در مبدأ زمان برابر با صفر است، سرعت اولیه متحرک صفر است. بنابراین شتاب متوسط در ۷ ثانیه اول

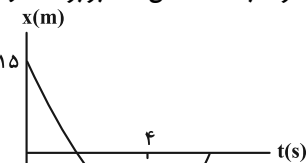
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{14-0}{7-0} = 2 \frac{m}{s^2}$$

حرکت برابر است با:

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴۶- گزینه «۴» (زهره آقاممیری)

متحرک در لحظه $t = 4s$ تغییر جهت می‌دهد. از لحظه صفر تا $t = 4s$ اندازه جابه‌جایی متحرک با مسافت طی شده برابر است و داریم:



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow \frac{s_{av}=4 \frac{m}{s}}{\Delta t=4s} \rightarrow 4 = \frac{\ell}{4} \Rightarrow \ell = 16m \Rightarrow |\Delta x| = 16m$$

چون در این بازه جابه‌جایی خلاف جهت محور X است، داریم:

$$\Delta x = -16m$$

اکنون با استفاده از معادله جابه‌جایی - سرعت متوسط در بازه صفر تا ۴s، سرعت اولیه را به دست می‌آوریم. توجه کنید که در لحظه $t = 4s$ ، سرعت متحرک صفر است:

$$\frac{v_f + v_o}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \frac{v_f=0, \Delta x=-16m}{2} = \frac{0 + v_o}{4} \Rightarrow v_o = -8 \frac{m}{s}$$

سپس با استفاده از معادله سرعت- زمان، شتاب حرکت به دست می‌آید:

$$v = at + v_o \rightarrow 0 = 4a - 8 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

در نهایت معادله مکان- زمان را می‌نویسیم و مکان متحرک را در لحظه ۱۰s محاسبه می‌کنیم:

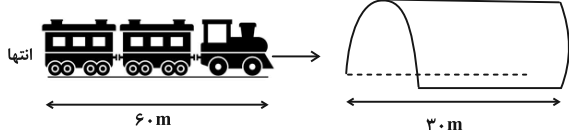
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + x_o \rightarrow \frac{a=2 \frac{m}{s^2}, x_o=15m}{v_o=-8 \frac{m}{s}} \rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + x_o$$

$$x = t^2 - 8t + 15 \xrightarrow{t=10s} x = 100 - 80 + 15 = 35m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۷- گزینه «۳» (مسلم تارری)

برای خروج کامل قطار باید انتهای قطار کاملاً از تونل خارج شود، یعنی طول قطار به علاوه طول تونل را طی کند.



$$v_f^2 - v_o^2 = 2a\Delta x \rightarrow \frac{a=-5 \frac{m}{s^2}}{\Delta x=90m} \rightarrow v_f^2 - v_o^2 = 2a\Delta x$$

$$v_o = \sqrt{1600 - 2 \times (-5) \times 90} = \sqrt{1600 + 900} = \sqrt{2500} = 50 \frac{m}{s}$$

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{16-0}{6-4} = 8 \frac{m}{s} \\ v_B = \frac{16-40}{6-0} = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

سپس رابطه سرعت متوسط را برای متحرک A در بازه زمانی صفر تا ۴s به کار می‌بریم و مکان اولیه متحرک A را به دست می‌آوریم:

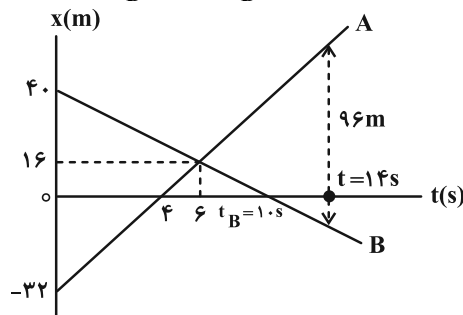
$$v_A = \frac{0 - x_{oA}}{4-0} \rightarrow 8 = \frac{-x_{oA}}{4} \Rightarrow x_{oA} = -32m$$

اکنون می‌توانیم معادله هر یک از دو متحرک را بنویسیم:

$$x = vt + x_o \Rightarrow \begin{cases} x_A = 8t - 32 \\ x_B = -4t + 40 \end{cases}$$

در لحظه t_B که متحرک B از مبدأ مکان می‌گذرد، جهت بردار مکان آن تغییر می‌کند.

$$x_B = 0 \Rightarrow 0 = -4t_B + 40 \Rightarrow t_B = 10s$$



در پایان، لحظه‌ای را که فاصله دو متحرک از یکدیگر ۹۶m می‌شود به دست می‌آوریم و اختلاف آن را با لحظه t_B حساب می‌کنیم:

$$x_A - x_B = 96 \Rightarrow 8t - 32 - (-4t + 40) = 96$$

$$12t = 168 \Rightarrow t = 14s$$

$$t - t_B = 14 - 10 = 4s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

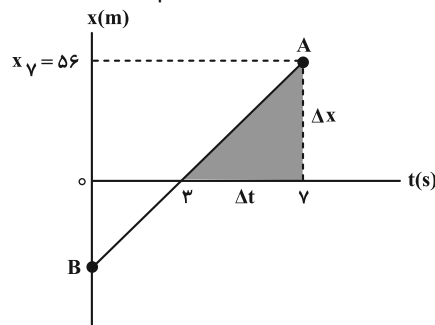
۴۵- گزینه «۱» (معمود منصوری)

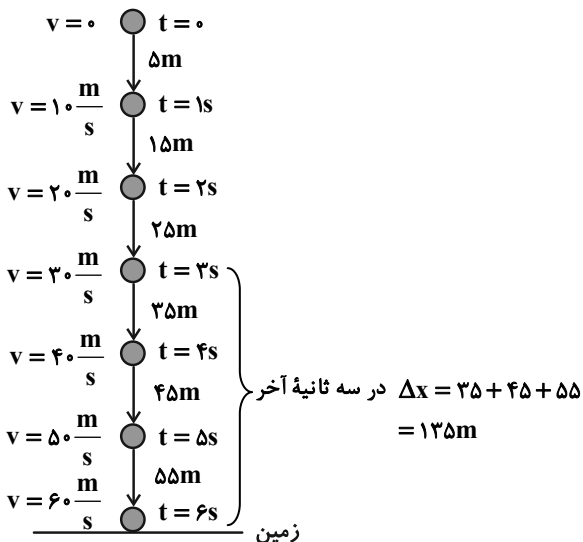
سرعت متوسط از ابتدای حرکت تا لحظه $t = 7s$ برابر $8 \frac{m}{s}$ است. بنابراین:

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 8 = \frac{\Delta x}{7} \Rightarrow \Delta x = 56m$$

$$\Rightarrow x_f - x_o = 56m \xrightarrow{x_o=0} x_f = 56m$$

سرعت متحرک در لحظه $t = 7s$ برابر با شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه یعنی همان شیب پاره خط AB است. برای محاسبه شیب این خط از مثلث سایه‌خورده در شکل زیر استفاده می‌کنیم:





روش دوم: بعد از محاسبه تندی از روی انرژی جنبشی داریم:

$$v = 40 \frac{m}{s} \Rightarrow \text{۲ ثانیه مانده به آخر حرکت}$$

$$v = gt \Rightarrow 40 = 10(t-2) \Rightarrow t = 6s \text{ کل مدت زمان حرکت}$$

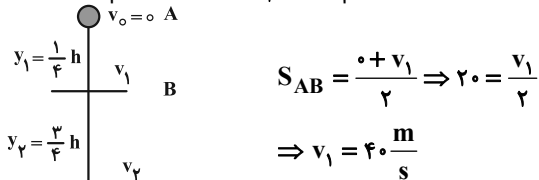
۳ ثانیه پایانی می‌شود از لحظه ۳s تا ۶s:

$$\Delta y_{3s-6s} = \Delta y_{0s-6s} - \Delta y_{0s-3s} = \frac{1}{2} \times 10 \times (36 - 9) = 135m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۵۱- گزینه «۳» (معصومه شریعت‌ناصری)

با توجه به اطلاعات مسئله می‌توانیم سرعت v_1 را به دست آوریم:



$$S_{AB} = \frac{0 + v_1}{2} \Rightarrow 20 = \frac{v_1}{2}$$

$$\Rightarrow v_1 = 40 \frac{m}{s}$$

گام دوم: باید رابطه بین Δt و $\Delta t_{AB} = t_1$ کل را به دست آوریم.

$$\begin{cases} y_1 = \frac{1}{4} h \Rightarrow \frac{1}{4} h = \frac{1}{2} g t_1^2 \\ y = \frac{1}{4} g t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow t = 2t_1$$

حال می‌توان سرعت v_2 را به دست آورد:

$$v_1 = g t_1 \Rightarrow 40 = 10 t_1 \Rightarrow t_1 = 4s$$

$$v_2 = g(t) \Rightarrow v_2 = g(2t_1) = 10(2 \times 4) = 80 \frac{m}{s}$$

تندی متوسط در کل مسیر به این صورت محاسبه می‌شود:

$$S_{av} = \frac{v_2 + v_0}{2} = \frac{80 + 0}{2} = 40 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۵۲- گزینه «۱» (مسام نادری)

هیچ کدام از عبارات درست نیست. علت نادرستی هر یک را بررسی می‌کنیم:
الف) طبق قانون سوم نیوتون، اندازه نیرویی که اتومبیل به دوچرخه وارد می‌کند با نیروی وارد بر اتومبیل از طرف دوچرخه برابر است و فقط جهت آن‌ها متفاوت است و ربطی به ساکن بودن یا نبودن دوچرخه ندارد.

سرعت اولیه قطار به دست آمد، حالا می‌توان زمان عبور قطار از تونل را به

$$v = at + v_0 \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{40 - 50}{-5} = 2s \text{ دست آورد}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۴۸- گزینه «۴» (عبدالرضا امینی نسب)

در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 2s$ ابتدا سرعت اولیه و سپس شتاب حرکت را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 32 - 24 = \frac{v_0 + 0}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = 8 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_0}{2 - 0} = \frac{0 - 8}{2} = -4 \frac{m}{s^2}$$

برای محاسبه سرعت گذر از مبدأ مکان، به کمک رابطه مستقل از زمان در بازه زمانی (t' و $2s$) داریم:

$$v'^2 - v_2^2 = 2a \cdot \Delta x \Rightarrow v'^2 - 0 = 2(-4)(-32) \Rightarrow v'^2 = 4 \times 64$$

$$\Rightarrow v' = \pm 16 \frac{m}{s} \Rightarrow v' = -16 \frac{m}{s} \text{ قابل قبول}$$

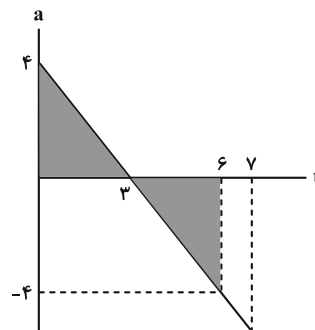
سرعت متوسط در حرکت شتابدار با شتاب ثابت را می‌توان از رابطه

$$\bar{v} = \frac{v_2 + v'}{2} = \frac{0 + (-16)}{2} = -8 \frac{m}{s} \text{ محاسبه کرد. داریم:}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۹- گزینه «۲» (مسام نادری)

سطح زیر نمودار شتاب- زمان در یک بازه زمانی، تغییرات سرعت در آن بازه را به دست می‌دهد.



$$0 \text{ تا } 3s \Rightarrow \Delta v = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 = v_3 - v_0 \xrightarrow{v_0=0} v_3 = 6 \frac{m}{s}$$

$$6s \text{ تا } 3s \Rightarrow \Delta v = \frac{1}{2} \times 3 \times -4 = -6 = v_6 - v_3$$

$$\xrightarrow{v_3=6 \frac{m}{s}} v_6 = 0 \frac{m}{s}$$

پس از $t = 0$ تا $t = 3s$ حرکت تندشونده و از $t = 3s$ تا $t = 6s$ حرکت کندشونده و در $t = 6s$ متحرک ساکن شده پس بعد از آن، حرکت از حالت سکون داریم که یک حرکت تندشونده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۵۰- گزینه «۱» (مهروی شریفی)

ابتدا تندی گلوله را ۲ ثانیه قبل از برخورد به زمین محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times v^2 = 16 \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

اگر از راه جابه‌جایی‌های متوالی در زمان‌های مساوی سؤال را حل کنیم:



۵۶- گزینه «۴» (امیرامیر میرسعید)
در حرکت آسانسور، مستقل از جهت حرکت، اگر جهت شتاب رو به بالا باشد، $F_N = m(g+a)$ و اگر جهت شتاب رو به پایین باشد، $F_N = m(g-a)$ است.

$$600 = m(10+2) \Rightarrow m = 50 \text{ kg}$$

$$F_N = m(10-2) = 50 \times 8 = 400 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۵۷- گزینه «۱» (محمدرضا سورپی)
طبق رابطه زیر، شتاب گرانشی در سطح سیاره را به دست می‌آوریم:

$$g_P = \frac{GM_P}{R_P^2}, \quad g = \frac{GM_E}{R_E^2}$$

$$\Rightarrow \frac{g_P}{g} = \frac{M_P}{M_E} \times \left(\frac{R_E}{R_P}\right)^2 \xrightarrow{M=\rho V} \frac{g_P}{g} = \frac{\rho_P}{\rho_E} \times \frac{R_P}{R_E}$$

$$\frac{g_P}{g} = \frac{\rho_P}{\rho_E} \times \left(\frac{R_P}{R_E}\right)^2 \times \left(\frac{R_E}{R_P}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_P}{g} = \frac{\rho_P}{\rho_E} \times \frac{R_P}{R_E}$$

$$\frac{g=9/8 \frac{N}{kg}, \rho_P=3\rho_E}{R_P=1/2 R_E} \rightarrow \frac{g_P}{g} = \frac{3\rho_E}{\rho_E} \times \frac{1/2 R_E}{R_E} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow g_P = \frac{3}{2} \times 9/8 \frac{N}{kg}$$

حال جرم جسم را به دست می‌آوریم:

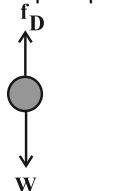
$$W = mg \xrightarrow{W=490 \text{ N}} 490 = m \times 9/8 \Rightarrow m = 50 \text{ kg}$$

نهایت وزن جسم در سطح سیاره را حساب می‌کنیم:

$$F_P = m g_P \Rightarrow F_P = 50 \times \frac{3}{2} \times 9/8 = 735 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه ۵۶)

۵۸- گزینه «۳» (عبدالرضا امینی نسب)
با توجه به شکل زیر، قانون دوم نیوتون را برای هر گلوله می‌نویسیم. داریم:



$$W - f_D = ma \Rightarrow a = \frac{W - f_D}{m}$$

$$\xrightarrow{W=mg} a = \frac{mg - f_D}{m}$$

$$a = g - \frac{f_D}{m}$$

f_D : نیروی مقاومت هوا نامیده می‌شود.

با در نظر گرفتن یکسان بودن مقاومت هوا، هر چه m بیشتر باشد، شتاب حرکت بیشتر است. در نتیجه: $m_4 > m_3 > m_1 \Rightarrow a_4 > a_3 > a_1$

از طرفی طبق رابطه سرعت- جابه‌جایی می‌توانیم بنویسیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a \cdot \Delta y$$

$$v^2 - 0 = 2ah \Rightarrow v = \sqrt{2ah} \xrightarrow{a_4 > a_3 > a_1} v_4 > v_3 > v_1$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

۵۹- گزینه «۴» (مهمان راست‌نیمان)
با توجه به این‌که نیروی وزن با نیروی عمودی تکیه‌گاه متوازن است، پس نیروی کشش طناب تامین کننده نیروی مرکزگرا است.

$$F_{net} = T$$

ب) شرط توازن نیروها، نبودن نیروی خالص است. ممکن است جسم در یک جهت ثابت و بر روی خط راست با شتاب در حال حرکت باشد. (مانند برخی از مسائل فصل ۱)

پ) نیروهای کنش و واکنش همواره هم‌نوع‌اند، مثلاً هر دو الکتریکی‌اند یا مغناطیسی‌اند و یا ...

ت) قانون اول را می‌توان از قانون دوم نتیجه گرفت. اگر در رابطه قانون دوم $(F_{net} = ma)$ شتاب صفر باشد، یعنی یا جسم ساکن است و یا سرعتش ثابت است و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۵۳- گزینه «۴» (سیدمهلبه میرصالحی)

بیشینه اندازه برآیند دو بردار، برابر مجموع اندازه آن‌هاست و کمینه اندازه برآیند دو بردار، برابر اختلاف اندازه آن‌هاست.

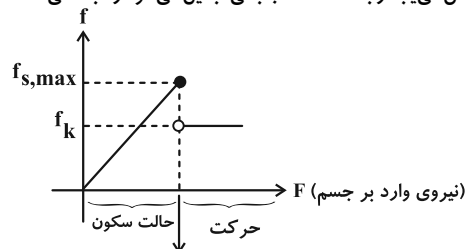
بنابراین اندازه برآیند نیروهای $F_1 = 50 \text{ N}$ و $F_2 = 35 \text{ N}$ ، حداکثر برابر 85 N و حداقل برابر 15 N است و می‌توان نوشت:

$$15 \leq F_{net} \leq 85 \Rightarrow 15 \leq ma \leq 85 \xrightarrow{m=50 \text{ kg}} 3 \leq a \leq 17$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه ۳۳)

۵۴- گزینه «۲» (محمدرضا شریفی)

با توجه به نمودار زیر با افزایش نیرو، اصطکاک زیاد شده به $f_{s,max}$ می‌رسد. سپس کاهش می‌یابد و به اصطکاک جنبشی تبدیل می‌شود و ثابت می‌ماند.



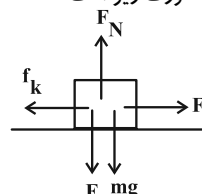
در آستانه حرکت

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۵۵- گزینه «۲» (معمومه شریعت ناصری)

برای حل این سؤال ابتدا بیشینه اصطکاک ایستایی را مشخص می‌کنیم.

- نیروهای وارد بر جسم به صورت زیر است:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow F + mg = F_N \Rightarrow F_N = 240 + (16 \times 10) = 400 \text{ N}$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0/5 \times 400 = 200 \text{ N}$$

- با توجه به این‌که $F > f_{s,max}$ است پس جسم حرکت می‌کند.

$$f_k = \mu_k F_N = 0/4 \times 400 = 160 \text{ N}$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow 240 - 160 = 16a \Rightarrow a = \frac{m}{s^2}$$

مقدار شتاب را در رابطه سرعت جای‌گذاری می‌کنیم و سرعت را به دست می‌آوریم:

$$v = at + \overset{0}{v_0} = 5 \times 3/2 = 16 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)



(سیرهملیفه میرصالحی)

۶۲- گزینه «۲»

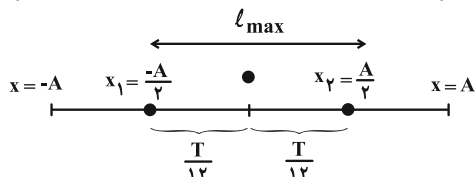
هنگامی که بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد، متحرک از نقطه تعادل نوسان عبور کرده و اندازه شتاب، انرژی پتانسیل و نیرو صفر بوده و پس از این لحظه افزایش می‌یابد تا در دو انتهای مسیر بیشینه شوند، بنابراین گزینه «۲» صحیح است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه ۶۳)

(مهمربوار سورپی)

۶۳- گزینه «۲»

ابتدا دامنه نوسان را با توجه به بیشترین مسافت در مدت زمان $\frac{T}{6}$ به دست می‌آوریم. می‌دانیم برای این که در بازه زمانی $\Delta t < \frac{T}{4}$ بخواهیم بیشترین مسافت را داشته باشیم باید نقطه تعادل ($x=0$) وسط مسیر باشد. بنابراین داریم:



$$\Rightarrow l_{\max} = \frac{A}{4} - (-\frac{A}{4}) = A \rightarrow l_{\max} = 1.0 \text{ cm} \rightarrow A = 1.0 \text{ cm}$$

سپس مسافت طی شده در یک دوره تناوب که برابر با $l = 4A$ است را به دست می‌آوریم:

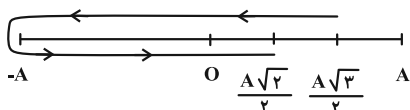
(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

(امیرامدر میرسعید)

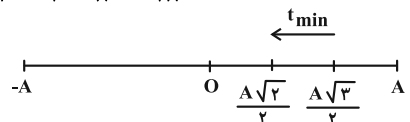
۶۴- گزینه «۳»

در گام اول نسبت بیشترین سرعت متوسط به کمترین سرعت متوسط را می‌نویسیم و چون جابه‌جایی در هر دو حالت برابر است با هم ساده می‌شوند و می‌توان نوشت:

$$\frac{v_{\text{av max}}}{v_{\text{av min}}} = \frac{\frac{\Delta x}{t_{\min}}}{\frac{\Delta x}{t_{\max}}} = \frac{t_{\max}}{t_{\min}}$$



$$t_{\max} = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{38T}{48}$$



$$t_{\min} = \frac{T}{6} - \frac{T}{8} = \frac{2T}{24} = \frac{T}{12}$$

$$\frac{t_{\max}}{t_{\min}} = \frac{\frac{38T}{48}}{\frac{T}{12}} = \frac{38}{4} = 9.5$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

بنابراین:

$$T = \frac{mv^2}{R}$$

$$144 = \frac{8 \times v^2}{2} \Rightarrow v^2 = 36 \Rightarrow v = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

از طرفی تندی حرکت جسم برابر است با:

$$v = r \left(\frac{2\pi}{T} \right)$$

$$6 = 2 \left(\frac{2 \times 3}{T} \right) \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه ۵۳)

(زهرا آقاممیری)

۶۰- گزینه «۲»

شتاب مرکزگرای ماهواره به دور زمین، شتاب گرانشی در محل ماهواره است:

$$\begin{cases} a_c = \frac{v^2}{r} \\ g_h = \frac{GM_e}{r^2} \end{cases} \xrightarrow{a_c = g_h} \frac{v^2}{r} = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

یعنی تندی ماهواره در فاصله r از مرکز زمین با جذر r رابطه عکس دارد:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \xrightarrow{r=h+R_e} \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{h_1 + R_e}{h_2 + R_e}}$$

$$\xrightarrow{h_1 = R_e} \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{R_e + R_e}{1/42 R_e + R_e}} = \sqrt{\frac{2}{1/42 + 1}} = \sqrt{\frac{1}{11}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{\sqrt{11}} = \frac{10}{11}$$

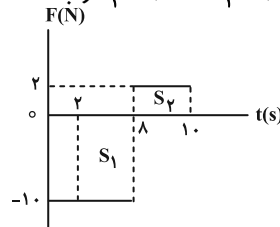
$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{\sqrt{11}} = \frac{10}{11}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

(مهمربوار سورپی)

۶۱- گزینه «۲»

تغییر تکانه جسم از $t_1 = 2 \text{ s}$ تا $t_2 = 10 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم:



$$t_2 = 10 \text{ s} \text{ تا } t_1 = 2 \text{ s} : \Delta p = -S_1 + S_2$$

$$= (-)((10-2)(10)) + ((10-2) \times 2)$$

$$\Rightarrow \Delta p = -60 + 4 = -56 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

سپس تکانه جسم در لحظه $t_1 = 2 \text{ s}$ را حساب می‌کنیم:

$$p_1 = mv \Rightarrow p_1 = 2 \times 5 = 10 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

در نهایت تکانه جسم در لحظه $t_2 = 10 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{\Delta p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \xrightarrow{\vec{p}_1 = 10 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \vec{i}} -56 \vec{i} = \vec{p}_2 - 10 \vec{i}$$

$$\Rightarrow \vec{p}_2 = -46 \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right) \vec{i}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۸)



۶۵- گزینه «۲»

(معمور منبری)

بسامد زاویه‌ای نوسانگر برابر است با: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} \Rightarrow \omega = \frac{\Delta\pi \text{ rad}}{s}$
 حال با استفاده از معادله مکان-زمان نوسانگر، اختلاف زمانی این دو مکان را به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = A \cos(\Delta\pi t)$$

$$\frac{x_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}A}{\text{حرکت کندشونده}} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos(\Delta\pi t_1)$$

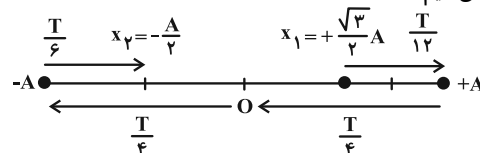
$$\Rightarrow \frac{11\pi}{6} = \Delta\pi t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{11}{30} \text{ s}$$

$$\frac{x_2 = -\frac{A}{2}}{v > 0} \rightarrow -\frac{A}{2} = A \cos(\Delta\pi t_2)$$

$$\Rightarrow \frac{10\pi}{3} = \Delta\pi t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{10}{15} \text{ s}$$

$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{10}{15} - \frac{11}{30} = \frac{20-11}{30} = \frac{9}{30} = 0.3 \text{ s}$
 راه دوم: هنگامی حرکت نوسانگر کندشونده است که نوسانگر به سمت نقطه

بازگشت حرکت کند و با توجه به آن که $x_1 = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$ است و حرکتش کندشونده، آن را روی نمودار مشخص می‌کنیم. حال در قسمت منفی مکان، زمانی سرعت مثبت است که نوسانگر به سمت مرکز نوسان حرکت کند و با توجه به آن که $x_2 = -\frac{A}{2}$ است و سرعتش مثبت، آن را روی نمودار مشخص می‌کنیم:



$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{9T}{12} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

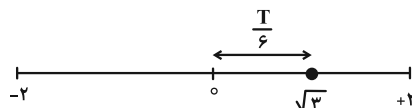
$$\Delta t = \frac{9 \times 0.4}{12} = 0.3 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۶۶- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

معادله حرکت نوسانی هماهنگ ساده به صورت $x = A \cos(\omega t)$ می‌باشد. به کمک عدد روی محور افقی، دوره تناوب و سپس ω را محاسبه می‌کنیم. داریم:



$$t = 1/10 \text{ s} \Rightarrow \frac{3T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{11T}{12} = \frac{11}{10} \Rightarrow T = 1/2 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1/2} = \frac{\Delta\pi \text{ rad}}{s}$$

$$x = 2 \cos\left(\frac{\Delta\pi}{3} t\right) \xrightarrow{t=1 \text{ s}} x = 2 \cos\left(\frac{\Delta\pi}{3}\right)$$

$$= 2 \cos\left(16\pi + \frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow x = 2 \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \text{ cm}$$

دقت کنید دامنه نوسان را برحسب cm جای‌گذاری کرده‌ایم. بنابراین پاسخ نهایی برحسب cm است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۶۷- گزینه «۲»

(معمومه شریعت ناصری)

می‌دانیم که انرژی جنبشی نوسانگر هنگام گذر از حالت تعادل بیشینه و برابر انرژی مکانیکی آن است. بنابراین با توجه به داده‌های مسئله می‌توان دامنه نوسان را به دست آورد:

$$E = K_m = 18 \text{ J}$$

با توجه به این که در صورت سؤال به ما دوره داده شده است، بنابراین می‌توان بسامد زاویه‌ای را به دست آورد.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.1} = 20\pi \frac{\text{rad}}{s} \Rightarrow E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$$

$$\xrightarrow{m=100 \text{ g}=0.1 \text{ kg}} 18 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times A^2 \times 400 \times \pi^2$$

$$\Rightarrow 18 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times A^2 \times 400 \times 10 \Rightarrow A^2 = 0.09 \Rightarrow A = 0.3 \text{ m}$$

$$\Rightarrow x = 0.3 \cos 20\pi t$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۶۸- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

می‌دانیم اختلاف حداکثر و حداقل طول فنر، همان طول پاره‌خط نوسان است، بنابراین داریم:

$$L = 30 - 20 = 10 \text{ cm} \Rightarrow A = \frac{L}{2} = \Delta \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$$

از طرفی انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه $E = \frac{1}{2} k A^2$ به دست می‌آید که k ثابت فنر می‌باشد.

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times \left(\frac{5}{100}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times 25 \times 10^{-4}$$

$$= 25 \times 10^{-2} \text{ J} = 0.25 \text{ J}$$

طبق قانون پایستگی انرژی $E = K + U$ ، انرژی جنبشی را محاسبه می‌کنیم:

$$E = K + U \Rightarrow 0.25 = K + 0.05 \Rightarrow K = 0.20 \text{ J}$$

در نهایت به کمک رابطه $K = \frac{1}{2} m v^2$ ، تندی وزنه را به دست می‌آوریم. داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 0.2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 2 \Rightarrow v = \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۶۹- گزینه «۴»

(سیره‌ملیه میرصالحی)

با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$K_{\max} = 300 \text{ mJ} = 0.3 \text{ J}$$

در ادامه برای محاسبه دامنه نوسانگر به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$F_{\max} = kA \xrightarrow{F_{\max}=12 \text{ N}} kA = 12 \text{ N}$$

$$E = K_{\max} = \frac{1}{2} k A^2 \xrightarrow{\frac{kA=12 \text{ N}}{K_{\max}=0.3 \text{ J}}} 0.3 = \frac{1}{2} \times 12 \times A$$

$$\Rightarrow A = 0.05 \text{ m} \Rightarrow A = \Delta \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه ۶۶)

۷۰- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

برای جلوگیری از افتادن ساعت باید عملی انجام دهیم که تعداد نوسان‌های آن در یک زمان مشخص بیشتر شود، بنابراین باید دوره حرکت آن کوچک‌تر شود (به عبارت دیگر باید بسامد نوسانات افزایش یابد). در این صورت طبق رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ باید L کوچک‌تر یا g بزرگ‌تر بشود که با کاهش دمای محیط، طول نخ آونگ کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)



گزینه (۳):

$$\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} = 4 \times 10^{-6}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+]^2 \times 4 \times 10^{-6} = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}^+] = 5 \times 10^{-5}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log 5 \times 10^{-5} = 5 - 0.7 = 4.3$$

گزینه (۴): مطابق متن صفحه ۲۶ کتاب درسی درست است.

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

(ممد رضا زهره‌وند)

۷۹- گزینه «۳»

تنها مورد (ت) نادرست است.

بررسی مورد (الف): در دما و غلظت ثابت هر چه باز قوی‌تر باشد درجه یونش آن نیز بیشتر است و در نتیجه تعداد بیشتری یون در محلول وجود دارد و رسانایی الکتریکی محلول بیشتر است.

بررسی درستی مورد (ب): هر چه محلول یک باز خصلت بازی بیشتری داشته باشد، با افزودن مقدار معینی از یک اسید یا باز به آن pH تغییر کمتری می‌کند، زیرا میزان یون‌های افزوده شده $[\text{OH}^-]$ در مقایسه با یون‌های اولیه $[\text{OH}^-]$ ناچیز است.

بررسی درستی مورد (پ): برای مثال در واکنش خنثی شدن HCl و NaOH ، یون‌های Na^+ و Cl^- تشکیل نمک محلول NaCl و در خنثی شدن $\text{Ba}(\text{OH})_2$ و H_2SO_4 تشکیل نمک نامحلول BaSO_4 را می‌دهند.

بررسی نادرستی مورد (ت): در مخلوط نهایی باید غلظت H_3O^+ و OH^- برابر شود، نه صفر.

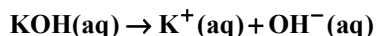
(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

(عسین نامری تانی)

۸۰- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: از آنجا که پتاسیم هیدروکسید باز قوی است و به‌طور کامل تفکیک می‌شود، بنابراین با توجه به معادله تفکیک آن غلظت یون هیدروکسید با غلظت پتاسیم هیدروکسید برابر خواهد بود:



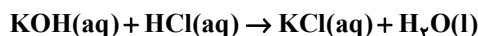
$$[\text{OH}^-] = [\text{KOH}] = \frac{0.02 \text{ mol}}{0.1 \text{ L}} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

گزینه «۲»:

$$[\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{0.2} = 5 \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log 5 \times 10^{-14} = 13.7$$

گزینه «۳»: با توجه به واکنش:



$$? \text{ mL HCl} = 0.1 \text{ L KOH} \times \frac{0.2 \text{ mol KOH}}{1 \text{ L KOH}} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol KOH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ L HCl}}{0.1 \text{ mol HCl}} \times \frac{1000 \text{ mL HCl}}{1 \text{ L HCl}} = 40 \text{ mL HCl}$$

$$\alpha\% = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_0} \times 100 = \frac{6 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-2}} \times 100 = 3\%$$

$$\times 100 = 3\%$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \xrightarrow{\text{تقریب}} K_a \approx M\alpha^2$$

$$= 2 \times 10^{-2} \times (3 \times 10^{-2})^2 = 1/8 \times 10^{-5}$$

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۹، ۲۳، ۲۶ و ۲۷)

(رضا سلیمانی)

۷۷- گزینه «۲»

عبارت اول، دوم درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

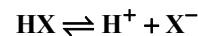
عبارت اول: درجه یونش HX نصف درجه یونش HY است.

$$\text{HX} : [\text{H}^+] = M\alpha \Rightarrow [\text{H}^+] = \frac{10}{80} \alpha$$

$$\text{HY} : [\text{H}^+] = M\alpha \Rightarrow [\text{H}^+] = \frac{10}{160} \alpha$$

عبارت دوم: چون مقدار یون هیدرونیوم در هر دو محلول برابر است غلظت آنیون‌های دو محلول نیز یکسان است.

عبارت سوم:



$$\frac{1}{8} - x \quad x \quad x$$



$$\frac{1}{16} - x \quad x \quad x$$

با توجه به معادله تفکیک دو اسید مجموع شمار گونه‌های متفاوت است.

عبارت چهارم: چون HY اسید قوی‌تری بوده میزان K_a آن از HX بیشتر است. عبارت پنجم: چون غلظت یون هیدرونیوم برابر است، در نخستین لحظه، سرعت واکنش نوار منیزیم با محلول هر دو ظرف یکسان است. ولی در نهایت گاز هیدروژن یکسانی آزاد نمی‌شود چون مقدار مول اولیه اسیدها با یکدیگر برابر نیست.

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۴، ۱۵، ۱۹، ۲۲، ۲۴ و ۲۵)

(میثا شرافتی پور)

۷۸- گزینه «۲»

بررسی همه عبارت‌ها:

گزینه (۱):

$$3/78 \text{ g HNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol HNO}_3}{63 \text{ g HNO}_3} = 0.06 \text{ mol HNO}_3$$

$$[\text{HNO}_3] = [\text{H}^+] = \frac{6 \times 10^{-2} \text{ mol}}{5 \text{ L}} = 12 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{12 \times 10^{-3}}$$

$$= 8/33 \times 10^{-13}$$

گزینه (۲): شیر ترش شده، مرکبات و آب گازدار هر سه اسیدی بوده و سبب قرمز شدن رنگ کاغذ pH می‌شوند.



گزینه «۴»:

$$\frac{1 \text{ mol KOH}}{56 \text{ g KOH}} \times 2 \text{ mol KOH} = 0.07 \text{ mol KOH}$$

$$= 0.05 \text{ mol KOH}$$

در محلول جدید $\text{KOH} = 0.02 \text{ mol} + 0.05 \text{ mol} = 0.07 \text{ mol}$

$$[\text{OH}^-] = [\text{KOH}] = \frac{0.07 \text{ mol}}{0.1 \text{ L}} = 0.7 \text{ mol.L}^{-1}$$

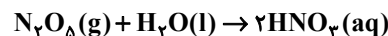
$$\frac{[\text{OH}^-]_2}{[\text{OH}^-]_1} = \frac{0.7}{0.2} = 3.5$$

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

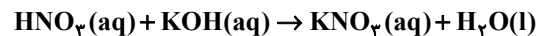
۸۱- گزینه «۴»

(رضا سلیمانی)

در اثر انحلال N_2O_5 در آب، واکنش زیر:



نیتریک اسید تولید می‌شود که این محلول مطابق واکنش:



با محلول پتاسیم هیدروکسید (پتاس سوزآور) خنثی می‌شود.

ابتدا مقدار مول N_2O_5 تولید و حل شده در آب را به کمک حجم و pH پتاس سوزآور محاسبه می‌کنیم:

$$\text{KOH} : \text{pH} = 12.8$$

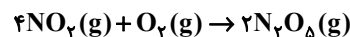
$$[\text{KOH}] = [\text{OH}^-] = 10^{-\text{pOH}} = 10^{-2+0.5} = 10^{-1.5}$$

$$= 2 \times 3 \times 10^{-2} = 6 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol N}_2\text{O}_5 = 4 \text{ L KOH}(\text{aq}) \times \frac{6 \times 10^{-2} \text{ mol KOH}}{1 \text{ L KOH}(\text{aq})}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol HNO}_3}{1 \text{ mol KOH}} \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5}{2 \text{ mol HNO}_3} = 0.12 \text{ mol N}_2\text{O}_5$$

پس به کمک معادله واکنش تولید N_2O_5 و O_2 ، مقدار مول O_2 مصرف شده در واکنش را به دست می‌آوریم:



$$? \text{ mol O}_2 = 0.12 \text{ mol N}_2\text{O}_5 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol N}_2\text{O}_5}$$

$$= 0.06 \text{ mol O}_2$$

در انتها، با توجه به واکنش کلی برقافت آب، جرمی از آب که برقافت شده را محاسبه می‌کنیم:



$$? \text{ g H}_2\text{O} = 0.06 \text{ mol O}_2 \times \frac{2 \text{ mol H}_2\text{O}}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$\times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 2.16 \text{ g H}_2\text{O}$$

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۶ و ۳۰ تا ۳۲)

۸۲- گزینه «۳»

(مهمرضا همشیری)

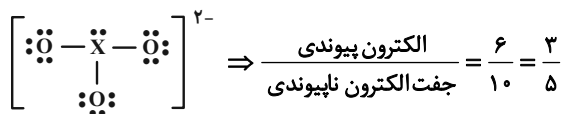
میان مولکولهای اسید چرب نیروی وان دروالسی و هیدروژنی وجود دارد.

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲، ۴ تا ۷)

(مهمربوار صارقی)

۸۳- گزینه «۱»

X از گروه ۱۶ جدول دوره‌ای خواهد بود.



(شیمی ۳- آرایش و رخاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۳ و ۵۳)

(بوار سوری لکی)

۸۴- گزینه «۱»

گزینه «۱»: محصول نهایی روی هیدروکسید است. (نادرست)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: آهن در این واکنش نقشی ندارد. (درست)

گزینه «۳»: در محلول الکترولیت این شکل یون هیدروکسید تولید می‌شود و خاصیت بازی دارد و رنگ کاغذ پی اچ آبی رنگ می‌شود. (درست)

گزینه «۴»: در محیط اسیدی قدرت اکسندگی اکسیژن بیشتر است و خوردگی به میزان بیشتری رخ می‌دهد. (درست)

(شیمی ۳- آرایش و رخاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۷ و ۵۹)

(مسن بابامیری)

۸۵- گزینه «۱»

بررسی موارد:

مورد اول: نیم سلول تأمین کننده الکترون (آند)، جایی است که اتم‌های فلزی، الکترون از دست داده و به شکل کاتیون وارد الکترولیت می‌شوند.

مورد دوم: یون‌ها در کاتد، با گرفتن الکترون کاهش یافته و روی تیغه قرار می‌گیرند و باعث افزایش جرم تیغه می‌شوند.

مورد سوم: نادرست؛ در سلول‌های الکتروشیمیایی، کاتیون‌ها و الکترون‌ها به سمت کاتد و آنیون‌ها به سمت آند حرکت می‌کنند.

مورد چهارم: نادرست؛ به‌طور مثال اگر یک مول $\text{Zn}(\text{NO}_3)_2$ وارد محلول شود و یک مول $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$ از محلول خارج شود، جرم محلول الکترولیت ۱ گرم زیاد می‌شود.

(شیمی ۳- آرایش و رخاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

(مهمر فائزینیا)

۸۶- گزینه «۳»

موارد دوم و سوم نادرست هستند.

بررسی تمام موارد:

مورد اول: نیم‌واکنش اکسایش در آند انجام می‌شود و آند متصل به قطب مثبت باتری می‌باشد.

مورد دوم: در یک سلول الکترولیتی، هیچکدام از نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی به‌طور طبیعی انجام نمی‌شوند.

مورد سوم: نقره کلرید در آب نامحلول است و نمی‌تواند به عنوان الکترولیت برای این سلول انتخاب شود.

مورد چهارم: چون نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش در این سلول، عکس یکدیگر هستند لذا هر مقدار مول (کاتیون نقره) که از آند این سلول آزاد می‌شود، در کاتد این سلول کاهش می‌یابد. بنابراین غلظت کاتیون‌های نقره

در محلول الکترولیت این سلول به تقریب ثابت می‌ماند.

(شیمی ۳- آرایش و رخاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۲)



با توجه به واکنش، به ازای مبادله ۲ مول الکترون مقدار ۶۵ گرم از جرم تیغه Zn کاسته شده و مقدار $2 \times 108 = 216$ گرم به جرم تیغه Ag افزوده می‌شود.

تغییر جرم دو تیغه $151 = 216 - 65$ گرم می‌باشد.

$$20 / 22 - (10 / 8 + 6 / 5) = 3 / 0.2g$$

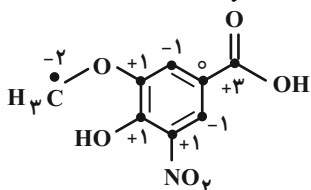
$$? \text{ mole} = 3 / 0.2g \times \frac{2 \text{ mole}}{151g} = 0.04 \text{ mole}^-$$

در سلول‌های گالوانی جهت انتقال کاتیون‌ها از طریق دیواره متخلخل از ظرف آندی به سمت ظرف کاتدی می‌باشد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۴۵)

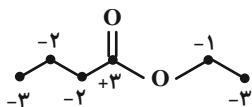
۹۱- گزینه «۲» (دانیال علی دوست)

نوع عدد اکسایش کربن: ۲-، ۱-، ۰، +۱، +۳، صفر

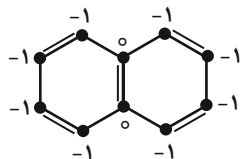


قسمت اول سوال: نوع عدد اکسایش کربن: ۵ (رد گزینه‌های ۱ و ۳) اتیل بوتانات:

نوع عدد اکسایش کربن: ۳، ۱-، ۲-، ۳-



نوع عدد اکسایش کربن: ۱-، صفر
فتالن:



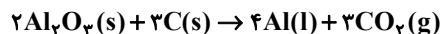
نوع عدد اکسایش کربن در اتیل بوتانات، یکی از کمتر از همین تنوع مطرح شده در سوال می‌باشد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

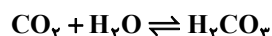
۹۲- گزینه «۱» (عامر بزرنگر)

تمام موارد درست هستند.

مورد (آ): درست، واکنش کلی فرآیند هال به صورت:



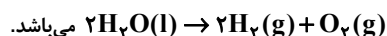
می‌باشد. گاز تولید شده همان CO_2 است که با ورود به آب مطابق واکنش زیر، کربنیک اسید ایجاد می‌کند:



مورد (ب): قاشق فلزی نقش کاتد (قطب منفی) و نقره نقش آند (قطب مثبت) را خواهد داشت.

مورد (پ): با توجه به شکل صفحه ۵۶ کتاب درسی درست است.

مورد (ت): واکنش کلی برقکافت آب به صورت:

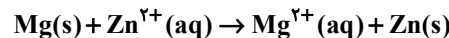


۸۷- گزینه «۲»

(پویا رستگاری)

با توجه به صورت سوال متوجه می‌شویم که E° فلز منیزیم از E° روی کوچک‌تر بنابراین قدرت کاهندگی بیشتری نسبت به روی دارد.

گزینه (۱): قدرت اکسندگی Zn^{2+} از قدرت اکسندگی Mg^{2+} بیشتر است. گزینه (۲): واکنش انجام شده در این سلول به صورت زیر است:



به ازای هر ۲ مول الکترون مبادله شده ۲۴ گرم (۱ مول) از جرم تیغه منیزیمی کاسته و ۶۵ گرم (۱ مول) به جرم تیغه روی افزوده می‌شود بنابراین تفاوت جرم تیغه‌ها برابر ۸۹ گرمی شود:

$$? \text{ تفاوت جرم تیغه‌ها} = \frac{2}{6.02 \times 10^{23}} \times 40.8 \times 10^{24} = 13.7g$$

$$\times \frac{89g \text{ تفاوت جرم}}{2 \text{ mole}} = 178g$$

گزینه (۳): الکترون‌ها در سلول‌های گالوانی از سمت آند به سمت کاتد حرکت می‌کنند که در اینجا منیزیم نقش آند و روی نقش کاتد را ایفا می‌کند.

گزینه (۴): چون قدرت کاهندگی منیزیم نسبت به روی بیشتر است بنابراین در مواجهه Zn^{2+} با فلز منیزیم، منیزیم با آن واکنش داده و Zn^{2+} را می‌کاهد، پس نمی‌توانیم محلول روی کلرید را در ظرفی از جنس منیزیم نگهداری کنیم.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۴۷)

۸۸- گزینه «۱»

(امیرمسین طیبی)

مورد اول) برقکافت جزو قلمروی تولید و بهبود خواص مواد از دانش الکتروشیمی است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

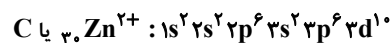
۸۹- گزینه «۱»

(عامر بزرنگر)

- A: اتم روی
- B: اتم‌های اکسیژن در مولکول O_2
- C: یون Zn^{2+}
- D: یون O^{2-}

مورد (پ): همان Zn^{2+} است و یون پایداری است که به آرایش هیچ گاز نجیبی نرسیده است.

مورد (ت):

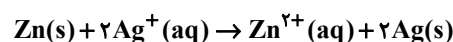


(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰)

۹۰- گزینه «۳»

(مسین رحمتی کوکنده)

مطابق شکل Zn آند و Ag کاتد است زیرا الکترون‌ها از طریق سیم از آند به کاتد جابه‌جا می‌شوند.



گزینه (۲): درست- هر چه E° یک عنصر بیشتر باشد قدرت اکسندگی کاتیون آن نیز بیشتر است

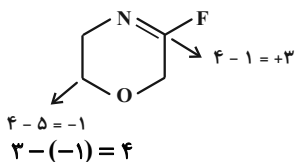
گزینه (۳): نادرست- بین این دو عنصر عدد اتمی **Mn** کمتر از **Cu** می باشد و **Mn** آند سلول را می سازد.

گزینه (۴): درست- در سلول گالوانی طلا و کروم، نیم سلول آندی مربوط به **Cr** می باشد در نتیجه ابتدا $[Cr^{3+}]$ در آند افزایش یافته پس از مدتی از طریق دیواره متخلخل کاتیون ها به سمت کاتد می روند در نتیجه با گذشت زمان $[Cr^{3+}]$ افزایش می یابد.

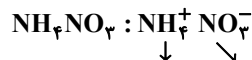
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۴۴ تا ۴۹)

۹۶- گزینه «۳» (امیرمسین طبیی)

موارد اول و سوم و چهارم به درستی بیان شده اند؛
مورد اول: درست



مورد دوم: نادرست



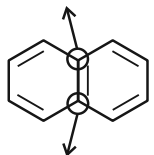
$$x + 4(+1) = +1 \quad y + 3(-2) = -1$$

$$\Rightarrow x = -3 \quad \Rightarrow y = +5$$

میانگین عدد اکسایش اتم های نیتروژن در آمونیوم نترات برابر با +۱ است ولی در آمونیوم نترات اتم نیتروژنی با عدد اکسایش +۱ وجود ندارد.

مورد سوم: درست

عدد اکسایش = ۰

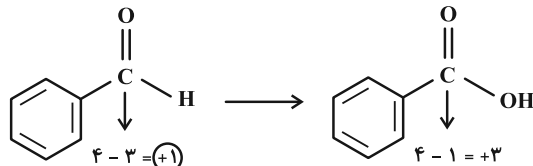


عدد اکسایش = ۰

$$20\% = \frac{2}{10} \times 100 = 20\%$$

درصد اتم های کربن که عدد اکسایش صفر دارند

مورد چهارم: درست



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۵۲ و ۵۳)

۹۷- گزینه «۲» (مهمرضا جمشیدی)

$\left\{ \begin{array}{l} Cu \rightarrow \text{قطب منفی} \\ Pt \rightarrow \text{قطب مثبت} \end{array} \right\}$ سلول الکترولیتی

$E^{\circ}_{\text{آند}} - E^{\circ}_{\text{کاتد}} = E^{\circ}_{\text{سلول}}$

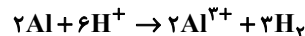
$$= 0 / 34 - 1 / 20 = -0 / 86$$

گاز تولید شده در کاتد (گاز H_2) دو برابر گاز تولید شده در آند (گاز O_2) حجم دارد زیرا ضریب H_2 دو برابر ضریب O_2 می باشد.
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۵۴ تا ۵۶ و ۶۰ تا ۶۳)

۹۳- گزینه «۴» (شاهر صابری)

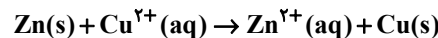
الف) همه انواع واکنش های اکسایش و کاهش انرژی آزاد نمی کنند، مانند برکافت که با صرف انرژی یک واکنش اکسایش و کاهش انجام می دهد.
ب) مس نخستین عنصری است که لایه سوم آن کاملاً پر است و قدرت کاهش کمی نسبت به آهن دارد.

پ) هنگامی غلظت H^+ می تواند با Al^{3+} برابر شود که H^+ مصرف و Al^{3+} تولید شود و چون غلظت H^+ کاهش می یابد، سرعت واکنش کم می شود.



H^+ مصرف و Al^{3+} تولید می شود و چون غلظت H^+ کاهش می یابد سرعت واکنش کم می شود.

ت) چون ضریب Zn^{2+} و Cu^{2+} برابر است، پس مجموع غلظت آن ها در تمام طول واکنش برابر است.



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۴۱، ۴۲، ۴۷)

۹۴- گزینه «۳» (امیرمسین طبیی)

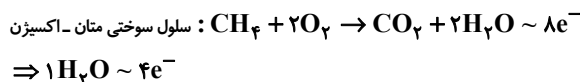
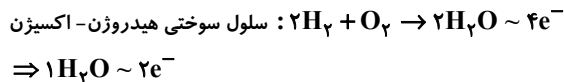
گزینه (۱): درست- به کاتد این سلول یک نوع گاز (O_2) وارد می شود. اگر بخشی از O_2 وارد واکنش نشود، به همراه H_2O تولیدی از کاتد خارج می شود. در نتیجه ممکن است دو نوع گاز از کاتد خارج شود.

گزینه (۲): درست- الکترون ها از مدار بیرونی و پروتون ها از طریق غشای مبادله کننده پروتون به سمت کاتد می روند

گزینه (۳): نادرست- اکسندگی گاز اکسیژن (O_2)، کاهشنده گاز H_2 می باشد.



شمار جفت الکترون های پیوندی در هر مولکول اکسندگی، ۲ برابر شمار این جفت الکترون ها در هر مولکول کاهشنده است.
گزینه (۴):

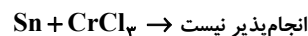


الکترون های عبوری از مدار بیرونی به ازای تولید هر مول H_2O ، ۲ برابر شده است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۵۰ تا ۵۳)

۹۵- گزینه «۳» (امیرمسین طبیی)

گزینه (۱): درست- قدرت کاهشدهی **Sn** از **Cr** کمتر است در نتیجه واکنش رخ نمی دهد پس می توان محلولی از کروم (III) کلرید را در ظرفی از جنس **Sn** نگهداری کرد.





$$? g Zn : \circ / 6 mol Fe^{2+} \times \frac{1 mol Zn}{1 mol Fe^{2+}} \times \frac{65 g Zn}{1 mol Zn}$$

$$= 39 g Zn$$

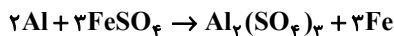
در نتیجه در تیغه اولیه ۳۹g فلز روی و ۴۱g فلز مس وجود داشته است.
جرم Zn مصرفی - جرم Fe رسوب کرده + جرم اولیه تیغه : جرم نهایی تیغه
 $= 80 + 33 / 6 - 39 = 74 / 6 g$

$$\% 55 = \frac{41}{74 / 6} \times 100$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۱۰۰- گزینه «۱» (امیرمسین طیبی)

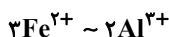
ابتدا واکنش را موازنه کرده و میزان تغییر جرم به ازای ضرایب (Δm) را محاسبه می‌کنیم:



جرم Al مصرفی - جرم Fe رسوب کرده

$$\Delta m = (3 \times 56 \times \frac{1}{3}) - (2 \times 27) = 84 - 54 = 30 g$$

در لحظه مشخص شده بر روی نمودار، غلظت $[Fe^{2+}]$ با $[Al^{3+}]$ برابر شده است.



مقدار اولیه :	a	0
تغییرات مول :	-3x	+2x
نهایی :	a-3x	2x

$$\Rightarrow \text{در لحظه } t_1 : a - 3x = 2x \Rightarrow a = 5x$$

$$(R) = \frac{\text{تغییرات}}{\text{مقدار اولیه}} \times 100 = \text{درصد پیشرفت واکنش}$$

$$= \frac{3x}{5x} \times 100 = \% 60$$

جرم اولیه تیغه را m در نظر بگیریم:

$$? g Al : \circ / 6 mol Al \times \frac{1 mol Al}{27 g Al} \times \frac{60}{100}$$

$$\times \frac{30 g \Delta m}{2 mol Al} = \frac{m}{3} g$$

$$\% 33 = \frac{\text{تغییرات جرم تیغه}}{\text{جرم تیغه اولیه}} \times 100$$

$$\frac{m}{3} = \frac{3}{m} \times 100 \approx \% 33$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

$$E_{\text{آند}}^{\circ} - E_{\text{کاتد}}^{\circ} = E_{\text{سلول}}^{\circ} \Rightarrow \begin{cases} \text{آند} \rightarrow Zn \\ \text{کاتد} \rightarrow Al \end{cases} \Rightarrow \text{سلول گالوانی}$$

$$= -1 / 66 - (-0 / 76) = -0 / 9 \Rightarrow \text{سلول گالوانی نیست}$$

$$E_{\text{سلول}}^{\circ} \Rightarrow \begin{cases} \text{Zn} \rightarrow \text{قطب منفی} \\ \text{Al} \rightarrow \text{قطب مثبت} \end{cases} \Rightarrow \text{سلول الکترولیتی}$$

$$= -0 / 76 - (-1 / 66) = 0 / 9 \Rightarrow \text{چنین سلولی، الکترولیتی نیست}$$

$$E_{\text{سلول}}^{\circ} \Rightarrow \begin{cases} \text{Zn} \rightarrow \text{قطب منفی} \\ \text{Cu} \rightarrow \text{قطب مثبت} \end{cases} \Rightarrow \text{سلول الکترولیتی}$$

$$= -0 / 76 - (0 / 34) = -1 / 17$$

$$E_{\text{سلول}}^{\circ} \Rightarrow \begin{cases} \text{Al} \rightarrow \text{آند} \\ \text{Pt} \rightarrow \text{کاتد} \end{cases} \Rightarrow \text{سلول گالوانی}$$

$$= 1 / 20 - (-1 / 66) = 2 / 86 V$$

E° سلول‌های الکترولیتی منفی و E° سلول گالوانی مثبت است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

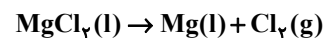
۹۸- گزینه «۲» (ناصر صابری)

ابتدا باید حجم مولی گازها را در شرایط سوال محاسبه کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22 / 4}{273} = \frac{2 \times V_2}{273 + 39}$$

$$\Rightarrow V_2 = 12 / 8 \frac{L}{mol}$$

در معادله برقکافت منیزیم کلرید ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.



$$? L CO_2 = 9 / 0.3 \times 10^{24} e^- \times \frac{1 mole^-}{6 / 0.2 \times 10^{23} e^-} \times \frac{1 mol Cl_2}{2 mole^-}$$

$$\times \frac{12 / 8 L Cl_2}{1 mol Cl_2} = 96 L Cl_2$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

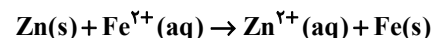
۹۹- گزینه «۴» (امیرمسین طیبی)

می‌دانیم که قدرت کاهندگی آهن از مس بیشتر و از روی کمتر است؛ در نتیجه تنها Zn می‌تواند با $FeSO_4$ واکنش دهد. از اطلاعات سوال در می‌یابیم که پس از پایان واکنش غلظت Fe^{2+} به نصف رسیده است؛ این مطلب به این معنا است که تمام جرم Zn موجود در آلیاژ وارد واکنش شده است.

$$Fe^{2+} \text{ : مول اولیه } = 0 / 6 L \times \frac{2 mol}{L} = 1 / 2 mol$$

$$Fe^{2+} \text{ : مول ثانویه } = 0 / 6 L \times \frac{1}{2} \frac{2 mol}{L} = 0 / 6 mol$$

$$\Rightarrow Fe^{2+} \text{ مقدار مول مصرفی } = 1 / 2 - 0 / 6 = 0 / 6 mol$$



$$? g Fe : \circ / 6 mol Fe^{2+} \times \frac{1 mol Fe}{56 g Fe} \times \frac{56 g Fe}{1 mol Fe}$$

$$= 33 / 6 g Fe$$