استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

دفترچه اختصاصی

علوم ریاضی و فنی

دوازدهم ریاضی

آزمون هدیهٔ ۱۵ دی ۱۴۰۲

آزمــون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه
۳	شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

آزمون هدیهٔ «۱۵ دی ۱۴۰۲»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت زمان کل پاسخ‌گویی : ۱۲۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۸۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال
حسابان ۲	۲۰	۱-۲۰
ریاضیات گسسته	۱۰	۲۱-۳۰
هندسه	۱۰	۳۱-۴۰
فیزیک	۲۰	۴۱-۶۰
شیمی	۲۰	۶۱-۸۰
جمع کل	۸۰	۱-۸۰

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	کاظم اجلالی-مهرداد استقلالیان-مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن‌آرا-سهیل حسن‌خان‌پور-عادل حسینی-محمدرضا راسخ علی شهرابی-رضا طاری-سپهر متولی-علیرضا نداف‌زاده-جهانبخش نیکنام
	هندسه ۳	امیرحسین ابومحبوب-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-سوگند روشنی-هومن عقیلی-مهرداد ملوندی
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-فرزاد جوادی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-احمدرضا فلاح
	فیزیک	محمد اسدی-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-میثم دشتیان-محمدعلی عباسی-بهادر کامران-مصطفی کیانی-علیرضا گونه غلامرضا محبی-سیدعلی میرنوری-سیدجلال میری-حسین ناصحی
	شیمی	مجتبی اسدزاده-رئوف اسلام‌دوست-فرزین بوستانی-مسعود جعفری-محمدرضا جمشیدی-حسن رحمتی‌کوکنده-علی رحیمی علیرضا رضایی‌سراب-فرزاد رضایی-جهان شاهی‌بیگباغی-ساجد شیری-مسعود طبرسا-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره حسن عیسی‌زاده-حسن ناصری‌ثانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین برادران	پارسا عیوض‌پور
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان‌بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی مهدی شریفی	امیررضا حکمت‌نیا
ویراستاری رتبه های برتر	سهیل تقی‌زاده	مهبد خالتی	مهبد خالتی	حسین بصیر ترکمبور	احسان پنجه‌شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	دانیال راستی	پارسا عیوض‌پور
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

www.OstadLink.com

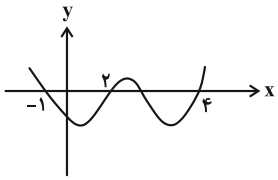
استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

حسابان ۲: تابع، مثلثات، حدهای نامتناهی – حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۱ تا ۶۹ وقت پیشنهادی: **۳۵ دقیقه**

۱- باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)=2x^5-x+3$ بر x^2-3x+2 چندجمله‌ای $r(x)=ax+b$ است. $r(-1)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۴ ۳) -۱۱۸ ۴) -۵۲

۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. حاصل $\lim\limits_{x\to 4}\frac{(-1)^{[x]}}{f(x)+f(3-x)}$ کدام است؟ ([ ] ، نماد جزء صحیح است.)



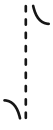
۱) $-\infty$

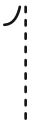
۲) $+\infty$

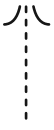
۳) صفر

۴) حد ندارد

۳- نمودار تابع $y=\frac{1+\sin x}{1-\cos x}$ در همسایگی $x=0$ کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴)

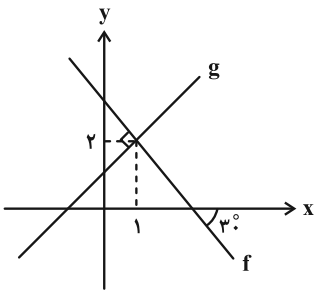
۴- اگر $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x+1}{x^3+ax^2+bx-12}=-\infty$ باشد، حاصل $2a+b$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) -۱ ۴) صفر

۵- حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}[\frac{1+x}{2-x}]$ کدام است؟ ([ ] ، نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) -۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) -۲

۶- شکل زیر، نمودار توابع خطی f و g را نشان می‌دهد. حاصل $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{|f(x)|}{g(x)}$ کدام است؟



۱) $\frac{-1}{3}$

۲) -۱

۳) $\frac{-1}{9}$

۴) -۳

۷- شیب تابع خطی f مثبت است. اگر مجانب افقی تابع $g(x)=\frac{3f^{-1}(2x+1)}{f(2x)+1}$ خط $y=\frac{1}{12}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x+1)+x}{f^{-1}(x-1)-x}$ کدام است؟

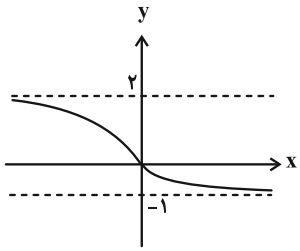
۱) ۶- ۲) $-\frac{42}{5}$ ۳) $\frac{14}{5}$ ۴) ۵

محل انجام محاسبات

www.OstadLink.com

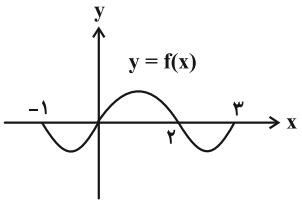
استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

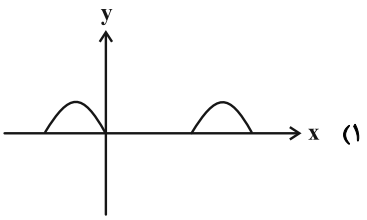
۸- نمودار تابع f مطابق شکل زیر می‌باشد. اگر a و b به ترتیب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ باشند، مجانب افقی تابع $g(x)=\frac{(1-ax)^3+(1+bx^3)+(a-b)x^2}{(a+b)(x^2+x)(2-3x)}$ کدام است؟

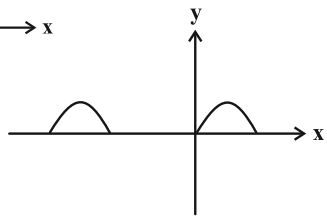


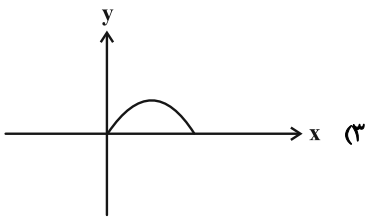
۱) $y=-1$
۲) $y=1$
۳) $y=3$
۴) $y=-3$

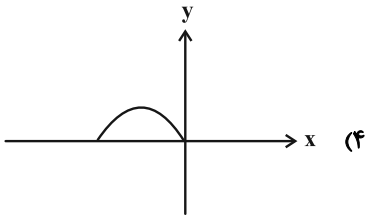
۹- با توجه به نمودار تابع f، نمودار تابع $g(x)=\sqrt{-f(-x)|f(-x)|}$ کدام است؟



۱)


۲)


۳)


۴)


۱۰- تابع f چهار صفر دارد و مجموع صفرهای تابع $y=-3f(5-2x)$ برابر $\frac{1}{2}$ باشد، مجموع صفرهای تابع $y=f(\frac{1}{2}x-1)$ کدام است؟

۱) ۴۲ ۲) ۱۲ ۳) ۴۶ ۴) ۳۸

۱۱- کدام تابع روی دامنه‌اش یکنوا است؟

۱) $y=(x-2)2^x$ ۲) $y=(2^x+1)\sqrt{x}$ ۳) $y=(x-1)\sqrt{x}$ ۴) $y=(x+1)(2^x-x^2)$

۱۲- وضعیت یکنوایی تابع $f(x)=4^{x-1}-8^x$ روی $(0,+\infty)$ چگونه است؟

۱) صعودی ۲) نزولی
۳) ابتدا صعودی و سپس نزولی ۴) ابتدا نزولی و سپس صعودی

۱۳- تابع $f(x)=\sqrt{x-2}-\sqrt{6-x}$ مفروض است. مجموع اعداد صحیحی که در نامعادلهٔ $f(f(x)+4)\le 0$ صدق می‌کنند، کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۹ ۳) ۱۴ ۴) ۲۰

۱۴- با فرض $\cos 10^\circ=\frac{1}{a}$، حاصل $\tan 10^\circ \tan 20^\circ-1$ برحسب a کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}a}{2-a^2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}a^3}{2-a^2}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}a^3}{2(2-a^2)}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}a^3}{2(2-a)}$

محل انجام محاسبات

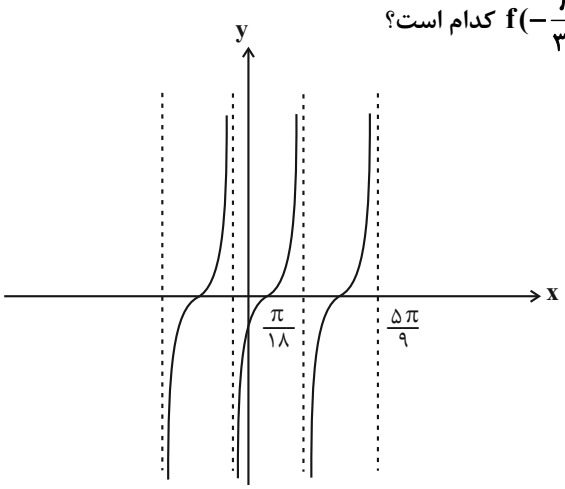
www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

۱۵- نمودار تابع $f(x)=\frac{k\cos 2kx\tan kx}{1+\tan^2 kx}$ در بازهٔ $[0,\pi]$ فقط سه ریشه دارد. حدود k کدام است؟

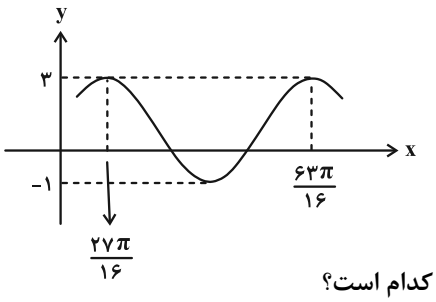
۱) $-1\le k\le 1\ ,\ k\neq 0$
۲) $\frac{1}{2}\le|k|<\frac{3}{4}$
۳) $\frac{3}{4}<|k|\le 1$
۴) $1\le k<2$

۱۶- شکل زیر بخشی از نمودار تابع $f(x)=\tan(ax+b)$ است. مقدار $f(-\frac{\pi}{36})$ کدام است؟



۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
۲) $-\sqrt{3}$
۳) -1
۴) صفر

۱۷- قسمتی از نمودار تابع $f(x)=a\sin^2(bx-\frac{3\pi}{4})+c$ به صورت زیر است. مقدار $f(21\pi)$ کدام است؟



۱) $1-\sqrt{3}$
۲) $1+\sqrt{3}$
۳) ۲
۴) صفر

۱۸- مجموع جواب‌های معادلهٔ $1+\sin 2x-\cos 2x=0$ که در بازهٔ $[0,\pi]$ واقع‌اند، کدام است؟

۱) $\frac{7\pi}{2}$
۲) 3π
۳) $\frac{5\pi}{4}$
۴) $\frac{7\pi}{4}$

۱۹- اگر $f(x)=\frac{2\cos x-|\cos x|}{3}$ باشد، تعداد جواب‌های معادلهٔ $9\big(f(x)\big)^2-1=0$ در بازهٔ $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{7\pi}{2}\right)$ کدام است؟

۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۰

۲۰- تعداد جواب‌های معادلهٔ $\cos(\pi\sin(4\pi x))=\frac{1}{2}$ در بازهٔ $[0,\frac{3}{2}]$ کدام است؟

۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۲
۴) ۱۳

محل انجام محاسبات

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها– آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۹ تا ۴۶ وقت پیشنهادی: **۱۷ دقیقه**

۲۱- شعاع بزرگ‌ترین دایره‌ای که بر هر دو محور مختصات و دایرهٔ $x^2+y^2-12x-14y+81=0$ مماس باشد، کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۲۴ ۳) ۲۷ ۴) ۴۲

۲۲- اگر $A=\begin{bmatrix}2 & 5\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ آن‌گاه با فرض $A^3-A^2=mA+nI$، حاصل $m+n$ کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۳ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

۲۳- اگر مجموعه نقاطی از دایرهٔ $C(O,4)$ که از خط d به فاصلهٔ x باشند مثلث متساوی‌الاضلاع بسازند، آن‌گاه فاصلهٔ مرکز دایره تا خط d چقدر است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{3}{2}$

۲۴- اگر $AB=\begin{bmatrix}2\\ -1\end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix}3\\ 2\end{bmatrix}$ و $A^2=3A-I$، آن‌گاه $A^{-1}B$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}5\\ -1\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}-2\\ 6\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}7\\ 7\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}0\\ 4\end{bmatrix}$

۲۵- یک منحنی از مجموعه نقاطی مانند M تشکیل شده که فاصلهٔ M از نقطه $A(1,2)$، $\sqrt{2}$ برابر فاصلهٔ M از نقطهٔ $B(-1,3)$ است. بیشترین فاصلهٔ نقاط این منحنی از خط $L: 3x-4y=5$ کدام است؟

۱) $5(\sqrt{10}-1)$ ۲) $5-\sqrt{10}$ ۳) $\sqrt{10}+5$ ۴) $\sqrt{10}+6$

۲۶- از رابطهٔ ماتریسی $\begin{bmatrix}3 & 0\\ -1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{bmatrix}A\begin{bmatrix}5 & 2\\ 3 & 1\end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس A کدام است؟

۱) ۹ ۲) -۵ ۳) -۹ ۴) ۱۳

۲۷- طول وتری که دایرهٔ به معادلهٔ $(x-1)^2+(y-1)^2=\frac{37}{4}$ روی خط به معادلهٔ $6x+8y-9=0$، جدا می‌کند، چقدر است؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۲۸- اگر $A=\begin{bmatrix}a & 1 & b\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}-2 & -1 & -2\\ 2b & 3 & 2c\\ 2 & 1 & -2\end{bmatrix}$ و $A\times B$ یک ماتریس قطری باشد، حاصل $a+b+c$ برابر کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) صفر

۲۹- دایره‌ای به معادلهٔ $x^2+y^2+2x=7$ با دایرهٔ C به شعاع $\sqrt{2}$ و مرکز $(3,2)$ چند مماس مشترک دارند؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۳۰- اگر $A=\begin{bmatrix}2|A| & |A|\\ 2 & |A|\end{bmatrix}$ و A ماتریسی وارون‌پذیر باشد، حاصل $|A|(1-|A|^2)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{5}{4}$ ۴) $\frac{15}{8}$

محل انجام محاسبات

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریهٔ اعداد– گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۱ تا ۴۲ | وقت پیشنهادی: **۱۸ دقیقه**

۳۱- اگر $a=۱!+۲!+۳!+...+۱۰۰!$ و $b^۴ \mid a$، آن‌گاه باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $۱۱a^۲+b^۲+۱$ بر ۸ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۳۲- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه رقمی مانند x که در معادلهٔ $۱۵y+x(\sum_{n=۰}^{۱۴۰۳} n!)=۱۴۰۳$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) ۱۷ ۲) ۲۰ ۳) ۲۳ ۴) ۲۶

۳۳- اگر a و b به ترتیب کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد سه رقمی بخش‌پذیر بر ۴ باشند که در تقسیم بر ۳ و ۱۱ باقی‌مانده ۱ داشته باشند، رقم یکان b^a کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۱ ۴) صفر

۳۴- اگر عددی مانند k در $\mathbb{Z}$ باشد که در صورتی که $۵ \mid ۳k+۱$، بتوان نتیجه گرفت $۲۵ \mid ۱۶k^۲+mk+۱۹$، آن‌گاه مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی دو رقمی که بتوان به جای m قرار داد کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

۳۵- در گراف ۵ رأسی k – منتظم که k بیشترین مقدار ممکن را دارد، تعداد دورهای به طول ۳ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

۳۶- در گراف G از مرتبهٔ ۵، مجموعه‌های همسایه‌های باز رئوس a، b و c هر کدام سه عضو دارند. همچنین $N_G[d]=۳$ و $N_G[e]=۲$ ؛ چند یال به گراف G اضافه شود تا تبدیل به گراف کامل شود؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۶

۳۷- اگر a مضرب ۳ باشد ولی مضرب ۶ نباشد ، باقی‌ماندهٔ تقسیم $a^۲-۳$ بر ۴ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۳۸- در یک تقسیم، مقسوم ۷ برابر باقی‌مانده است و خارج قسمت حداکثر مقدار می‌باشد. تفاضل حداکثر و حداقل مقدار دو رقمی مقسوم کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۳۵ ۳) ۷۰ ۴) ۲۸

۳۹- اگر مرتبه و اندازهٔ گراف G به ترتیب ۷ و ۶ باشد، آن‌گاه حداقل و حداکثر مقدار ممکن برای δ در گراف $\bar{G}$ کدام است؟

۱) صفر و ۴ ۲) صفر و ۳ ۳) ۲ و ۳ ۴) ۲ و ۴

۴۰- معادلهٔ هم‌نهشتی $(۱۱a+۹)x \equiv ۲۴$ به پیمانهٔ $۵a-۲$ جواب ندارد. مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۷ ۳) ۱۳ ۴) ۹

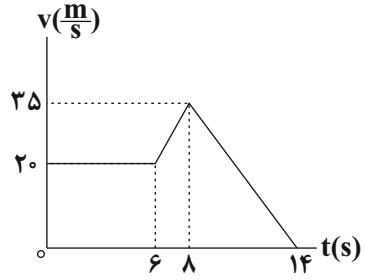
محل انجام محاسبات

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست / دینامیک و حرکت دایره‌ای / نوسان و موج (تا سر موج و انواع آن): صفحه‌های ۱ تا ۶۹ | وقت پیشنهادی: **۳۰ دقیقه**

۴۱- نمودار سرعت – زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب خودرو در لحظهٔ $t_1 = 7s$ چند برابر بزرگی شتاب آن در لحظهٔ $t_2 = 13s$ است؟



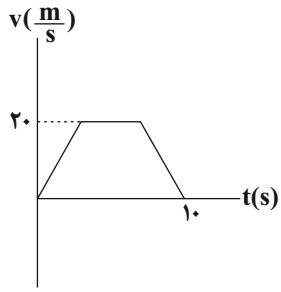
۱) $\frac{۹}{۱۴}$

۲) $\frac{۱۸}{۷}$

۳) $\frac{۹}{۷}$

۴) $\frac{۴}{۳}$

۴۲- نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 10s$، برابر با $15\frac{m}{s}$ باشد، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی که حرکت آن یکنواخت است، چند متر است؟



۱) ۵۰

۲) ۱۲۵

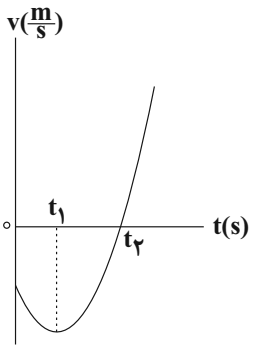
۳) ۷۵

۴) ۱۰۰

۴۳- دو متحرک A و B با تندی‌های ثابت، در مبدأ زمان به‌ترتیب از مکان‌های $x_A = 5m$ و $x_B = -10m$ در سوی مثبت محور x عبور می‌کنند. اگر فاصلهٔ این دو متحرک از یک دیگر در لحظهٔ $t = 10s$ برای دومین‌بار برابر 5m گردد، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، فاصلهٔ دو متحرک 20m می‌شود؟

۱) ۷/۵ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۷/۵

۴۴- نمودار سرعت – زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. کدام گزینه در مورد این حرکت درست است؟



۱) تندی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 در حال افزایش است.

۲) متحرک در لحظهٔ t_1 تغییر جهت می‌دهد.

۳) نوع حرکت متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_2، ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

۴) در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 بردار شتاب متوسط متحرک و بردار سرعت متوسط آن با یکدیگر هم‌جهت‌اند.

محل انجام محاسبات

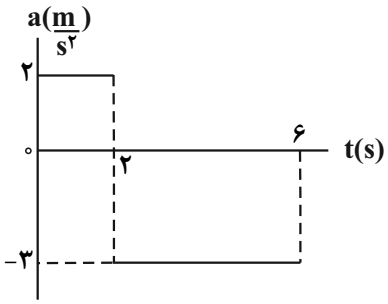
www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

۴۵- متحرک A از حال سکون و از مبدأ مکان با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ در جهت مثبت محور x شروع به حرکت می‌کند. دو ثانیه بعد، متحرک B با سرعت ثابت از مبدأ مکان در همان جهت محور x می‌گذرد. حداکثر تندی متحرک B چند متر بر ثانیه باشد تا از متحرک A سبقت نگیرد؟

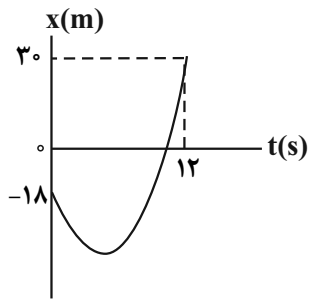
۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۱۶ ۴) ۱۲

۴۶- نمودار شتاب – زمان متحرکی که با سرعت اولیهٔ $۱۰\frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۶s، چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $-\frac{۴}{۳}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) ۰/۵
۴) -۰/۵

۴۷- نمودار مکان – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر اختلاف تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط در ۱۲ ثانیهٔ ابتدایی حرکت برابر $۱\frac{m}{s}$ باشد، تندی متحرک در لحظهٔ $t = ۱۲s$، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲۴
۲) ۱۸
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۴۸- متحرکی با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ در جهت محور x، از مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. در چه مکانی، تندی متحرک به $۱۶\frac{m}{s}$ می‌رسد؟

۱) $x = ۳۲m$ ۲) $x = ۶۴m$ ۳) $x = ۱۶m$ ۴) $x = ۲۴m$

۴۹- در شرایط خلأ گلوله‌ای را از ارتفاع ۱۲۵ متری سطح زمین رها می‌کنیم. چند ثانیه بعد گلولهٔ دیگری را از همان ارتفاع رها کنیم تا حداکثر فاصلهٔ آن‌ها در طول مسیر ۴۵ متر شود؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

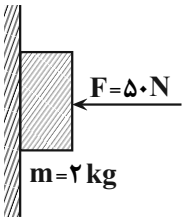
۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

۵۰- در شکل زیر، ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح قائم برابر ۰/۵ و ضریب اصطکاک جنبشی، ۰/۲ است. نیرویی که از طرف سطح دیوار قائم بر جسم وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) $۱۰\sqrt{۲۶}$

۲) $۱۰\sqrt{۲۹}$

۳) ۵۰

۴) $۲۰\sqrt{۲}$

۵۱- چتربازی به جرم ۹۰kg از یک بالون به سمت پایین می‌پرد. در لحظه‌ای که چتر باز می‌شود، نیروی مقاومت هوا طبق رابطهٔ $f_D = ۳۶v^۲$ (v تندی چترباز است) به چتر باز وارد می‌شود. اگر در لحظهٔ $t_۱ = ۵s$، بزرگی شتاب چترباز $۸۰\frac{m}{s^۲}$ و در لحظهٔ $t_۲ = ۲۵s$، با تندی حدی در حال سقوط باشد، بزرگی شتاب متوسط چترباز بین این دو لحظه چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

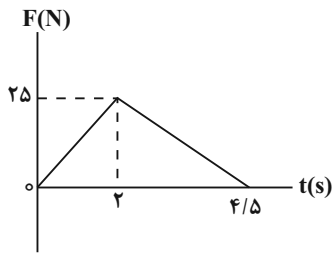
۵۲- شخصی به جرم ۶۰kg درون یک آسانسور بر روی ترازویی ایستاده است. آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ به‌سمت پایین شروع به حرکت می‌کند و سپس با شتاب ثابت به بزرگی $۳\frac{m}{s^۲}$ متوقف می‌شود. اختلاف بین بیشینه و کمینهٔ اندازهٔ نیرویی که ترازو نشان می‌دهد، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۳۰۰ ۲) ۴۸۰ ۳) ۶۰۰ ۴) ۷۸۰

۵۳- اندازهٔ تکانهٔ جسمی که با سرعت ثابت و در مسیری مستقیم در حال حرکت است $۲۴\frac{kg.m}{s}$ است. نیروی ثابت $\vec{F}$ در راستای حرکت جسم و به‌مدت زمان ۲s به جسم وارد شده و سرعت جسم را به $\frac{۱}{۳}$ مقدار اولیه و در خلاف جهت حرکت اولیهٔ آن می‌رساند. بزرگی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۳۲

۵۴- نمودار نیروی خالص برحسب زمان برای متحرکی به جرم ۲kg که با سرعت اولیهٔ $۵\frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور x شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. به ترتیب تکانهٔ جسم در لحظهٔ t = ۳s و نیروی خالص متوسط وارد بر آن در کل حرکت برحسب واحدهای SI کدام است؟



۱) ۱۲/۵ – ۳۵

۲) ۲۵ – ۳۵

۳) ۱۲/۵ – ۵۵

۴) ۲۵ – ۵۵

محل انجام محاسبات

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

۵۵- متحرکی به جرم ۴۰g روی یک دایره به شعاع ۵cm با سرعت زاویه‌ای ثابت می‌چرخد. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در مدت زمان ۵s برابر با ۷۸/۵cm باشد، اندازهٔ نیروی مرکزگرای وارد بر متحرک چند نیوتون است؟ $(\pi = ۳/۱۴)$

۱) $۰/۰۲\pi^۲$ ۲) $۰/۰۰۲\pi^۲$ ۳) ۰/۰۰۲ ۴) $۰/۰۴\pi^۲$

۵۶- وزن جسمی در فاصلهٔ R_e از سطح زمین ۷۲۰ نیوتون است. وزن این جسم روی سطح سیاره‌ای که جرم آن ۲ برابر جرم زمین و شعاع آن ۳ برابر شعاع زمین است، چند نیوتون است؟ (R_e شعاع زمین است.)

۱) ۱۶۰ ۲) ۳۲۰ ۳) ۸۱۰ ۴) ۶۴۰

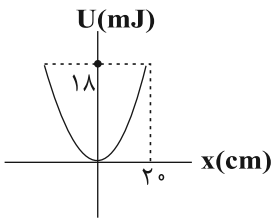
۵۷- در حرکت هماهنگ سادهٔ وزنه – فنری، اگر دامنهٔ نوسان را دو برابر کنیم، بیشینهٔ نیروی وارد بر وزنه و دورهٔ تناوب نوسان‌ها، به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟

۱) ۱ و $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ و ۱ ۳) ۱ و ۱ ۴) ۱ و $\sqrt{۲}$

۵۸- هنگامی‌که اختلاف انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی یک نوسانگر ۲۵mJ است، تندی نوسانگر نصف تندی آن در نقطهٔ تعادل است. اگر جرم نوسانگر ۰/۲kg و بیشینهٔ شتاب آن $۲۵\frac{m}{s^۲}$ باشد، دامنهٔ نوسان نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۴

۵۹- در شکل روبرو، نمودار انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم ۱۰۰g نشان داده شده است. بسامد زاویه‌ای نوسانگر در SI کدام است؟ $(\pi = ۳)$



۱) ۰/۵

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۹

۶۰- دو آونگ ساده کاملاً مشابه (۱) و (۲) به ترتیب در فاصله‌های $۹R_e$ و $۴R_e$ از مرکز زمین در حال حرکت هماهنگ ساده هستند. اگر در یک مدت زمان معینی یکی از آونگ‌ها ۳۰ نوسان بیشتر از دیگری انجام دهد، تعداد نوسان‌های آونگی که تندتر نوسان می‌کند، در این مدت کدام است؟ (R_e شعاع زمین است.)

۱) ۶۰ ۲) ۳۰ ۳) ۲۴ ۴) ۵۴

محل انجام محاسبات

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی + آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی: صفحه‌های ۱ تا ۶۶ وقت پیشنهادی: **۲۰ دقیقه**

۶۱- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

- امید به زندگی شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور نیز با هم تفاوت دارد.
- بنزین همانند وازلین دارای مولکول‌هایی با گشتاور دوقطبی در حدود صفر است و برخلاف اوره محلول در هگزان می‌باشد.
- با اضافه کردن مقداری صابون به مخلوط ناپایدار آب و روغن، مخلوطی ناهمگن و پایدار ایجاد می‌شود که توانایی پخش نور را دارد.
- تفاوت تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در فرمول مولکولی پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی با گروه R یکسان، برابر ۴ می‌باشد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۲- کدام مورد نادرست است؟

۱) افزودن آنزیم و مقداری نمک‌های فسفات به صابون، هر دو می‌توانند در جهت تقویت قدرت پاک‌کنندگی مؤثر باشند.

۲) رفتار نور در دو مخلوط شربت معده و شیر، مشابه یکدیگر است.

۳) نیروی بین مولکولی میان لکهٔ چربی و صابون، مشابه نیروی بین مولکولی میان اتانول و آب است.

۴) کارایی صابون در نوعی آب مصرفی که دارای املاح زیاد است، می‌تواند با چالش روبه‌رو شود.

۶۳- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید، همانند سفیدکننده‌ها یک پاک‌کنندهٔ خورنده به‌شمار می‌آید.
- پاک‌کننده‌های غیرصابونی همانند صابون، براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.
- مولکول‌های تشکیل‌دهندهٔ عسل همانند مولکول‌های اوره، می‌توانند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.
- شیمی‌دان‌ها پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، با ویژگی‌های آن‌ها آشنا نبودند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۴- در یک لیتر از محلول کلسیم کلرید، غلظت یون‌های کلرید برابر با ppm ۱۴۲۰۰ می‌باشد. برای جلوگیری از تشکیل رسوب در این محلول، در ۲۰۰ گرم از صابون به کار رفته حداقل چند درصد جرمی آن باید شامل یون‌های فسفات باشد؟

($Cl = ۳۵/۵, P = ۳۱, O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$، تمام یون‌های فسفات موجود در صابون در واکنش شرکت می‌کنند. چگالی محلول را برابر $۱ g.mL^{-۱}$ درنظر بگیرید.)

(واکنش‌ها موازنه شوند.)

$$I) CaCl_۲(aq) \rightarrow Ca^{۲+}(aq) + Cl^-(aq)$$

$$II) PO_۴^{۳-}(aq) + Ca^{۲+}(aq) \rightarrow Ca_۳(PO_۴)_۲(s)$$

۱) ۱۲/۶۷ ۲) ۶/۳۳ ۳) ۱۴/۷۲ ۴) ۷/۳۶

۶۵- در دمای اتاق ۲۰ گرم کلسیم‌کربنات را به ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک‌اسید با $pH = ۰/۳$ اضافه می‌کنیم. اگر pH محلول اسید باقی‌مانده $\frac{۱}{۱۶}$ برابر pH محلولی از باریم‌هیدروکسید باشد که در هر لیتر آن ۵/۱۳ گرم از این باز وجود دارد، درصد خلوص کلسیم کربنات مصرف شده در واکنش به تقریب کدام است؟

$$CaCO_۳(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow CaCl_۲(aq) + CO_۲(g) + H_۲O(l)$$

$(Ca = ۴۰, C = ۱۲, O = ۱۶, Ba = ۱۳۷, H = ۱ : g.mol^{-۱}, \log ۲ \simeq ۰/۳, \log ۳ \simeq ۰/۵, \log ۵ \simeq ۰/۷)$

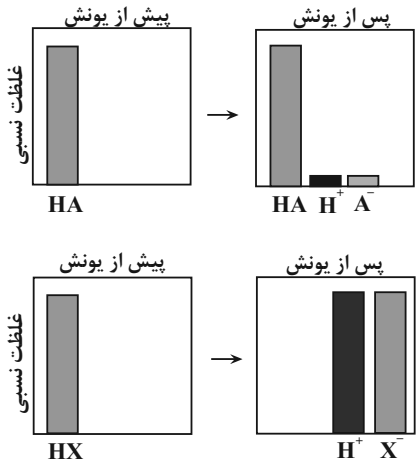
۱) ۶۸ ۲) ۱۷ ۳) ۳۴ ۴) ۸۵

محل انجام محاسبات

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

۶۶- با توجه به شکل‌های زیر، همهٔ گزینه‌ها درست‌اند، به‌جز .....



۱) اسید HA، نمی‌تواند یکی از اسیدهای موجود در باران اسیدی یا باران معمولی باشد.

۲) در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی محلول آبی HX و محلول آبی سولفوریک اسید، یکسان است.

۳) در دمای اتاق، pH محلول ۰/۱ مولار HA از pH محلول ۰/۱ مولار HX، بیشتر است.

۴) اسید HX، می‌تواند HCl یا یکی از اسیدهای موجود در باران اسیدی باشد.

۶۷- در محلول X مولار اسید ضعیف HA، غلظت یون هیدرونیوم برابر با $10^{-2/8}$ مولار و درجهٔ یونش برابر $10^{-1/3}$ می‌باشد و در محلول Y مولار اسید ضعیف HY، غلظت یون هیدرونیوم برابر با $10^{-6/4}$ مولار و درجهٔ یونش برابر $10^{-0/6}$ است. نسبت $\frac{X}{Y}$ کدام است؟ $(\log 2 \simeq 0/3)$

۱) $10^{-4/3}$ ۲) 2×10^{4} ۳) 2×10^{-5} ۴) $10^{5/8}$

۶۸- کدام موارد از مطالب زیر صحیح‌اند؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید.)

آ) ورود فاضلاب‌های صنعتی به محیط زیست سبب تغییر pH می‌شود.

ب) میزان رسانایی هر نوع محلولی از ترکیبات یونی بیشتر از محلولی از ترکیبات مولکولی است.

پ) در شرایط یکسان، هرچه ثابت یونش یک اسید بزرگ‌تر باشد، قدرت اسیدی آن بیشتر خواهد بود.

ت) محلول سدیم هیدروکسید غلیظ می‌تواند رسوب‌های چربی ایجاد شده در مسیر لولهٔ آب را به ترکیب‌های محلول در آب تبدیل کند.

۱) (آ) و (پ) ۲) (ب) و (پ) ۳) (آ)، (پ) و (ت) ۴) (آ) و (ت)

۶۹- به ۱۶۸ گرم محلول پتاس سوزآور با درصد جرمی مشخص، مقداری آب خالص اضافه کرده‌ایم تا حجم محلول به ۷۵۰mL برسد، اگر pH محلول حاصل برابر ۱۲/۷ باشد، غلظت محلول اولیه چند ppm و درصد جرمی آن چقدر است؟

$(d_{\text{محلول}} = 1 g.mL^{-1})$ (گزینه‌ها را به‌ترتیب از راست به چپ بخوانید.) $(K=39, O=16, H=1 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۲/۵ - ۱۲۵۰ ۲) ۰/۱۲۵۰ - ۱۲۵۰ ۳) ۱۲/۵ - ۱۲۵۰۰ ۴) ۱/۲۵ - ۱۲۵۰۰

۷۰- کدام عبارت درست است؟

۱) گل ادریسی در خاک‌های اسیدی به رنگ آبی و در خاک‌های بازی به رنگ سرخ شکوفا می‌شود.

۲) جوش شیرین یک مادهٔ ضد اسید است که با محلول HCl واکنش داده و تنها فراورده‌های آن آب و NaCl می‌باشد.

۳) در دمای ثابت با افزایش حجم محلول، حاصل عبارت $[H^+][OH^-]$ کاهش می‌یابد.

۴) در معادلهٔ واکنش NaOH(aq) با HCl(aq)، یون‌های $Na^+(aq)$ و $Cl^-(aq)$ با یکدیگر واکنش می‌دهند.

محل انجام محاسبات

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

۷۱- جرم مشخصی از اسید چرب با ۷۵ گرم از باز MOH با خلوص ۶۷% جرمی و جرم مولی ۴۰ گرم واکنش می‌دهد. آب تشکیل شده می‌تواند ۴/۸ میلی‌لیتر از یک محلول را به ۰/۲۵ غلظت اولیهٔ آن برساند. به‌تقریب چند درصد از MOH خالص در واکنش شرکت کرده است و اگر باقی‌ماندهٔ MOH خالص بتواند ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول HCl را به‌طور کامل خنثی کند، غلظت محلول اسید به تقریب چند گرم بر لیتر است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

$$RCOOH(s)+MOH(aq)\rightarrow RCOOM(aq)+H_2O(l)$$

($H=1, O=16, Cl=35/5: g.mol^{-1}$، جرم (g) و حجم (mL) آب تولید شده را برابر در نظر بگیرید.)

۱) ۳۳,۶۴ ۲) ۲۳,۶۴ ۳) ۳۳,۳۶ ۴) ۲۳,۳۶

۷۲- کدام گزینه در مورد واکنش زیر، پس از موازنه درست است؟

$$MnO_4^- + Cr_2O_7^{2-} + Fe^{2+} + H^+ \rightarrow Mn^{2+} + Cr^{3+} + Fe^{3+} + H_2O$$

۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت کننده در واکنش برابر ۵۹ است.

۲) در این واکنش یک گونهٔ اکسنده و دو گونهٔ کاهنده وجود دارد.

۳) تغییر عدد اکسایش هر اتم منگنز، $\frac{5}{3}$ برابر تغییر عدد اکسایش هر اتم کروم است.

۴) اتم‌های هیدروژن و اکسیژن در این واکنش اکسایش یافته‌اند.

۷۳- با توجه به مقدار E° نیم‌واکنش‌های زیر، کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟

$V^{2+}(aq)+2e^-\rightarrow V(s)$ ، $E^\circ=-1/2\,V$

$Pb^{2+}(aq)+2e^-\rightarrow Pb(s)$ ، $E^\circ=-0/13\,V$

$Ag^+(aq)+e^-\rightarrow Ag(s)$ ، $E^\circ=+0/80\,V$

آ) $V^{2+}(aq)$، اکسنده‌ای قوی‌تر از $Ag^+(aq)$ است.

ب) در شرایط یکسان، تبدیل $V^{2+}(aq)$ به $V(s)$، آسان‌تر از تبدیل $Pb^{2+}(aq)$ به $Pb(s)$ است.

پ) E° سلول گالوانی «سرب - نقره» از E° سلول گالوانی «وانادیم - سرب» کوچک‌تر است.

ت) واکنش: $2Ag^+(aq)+Pb(s)\rightarrow Pb^{2+}(aq)+2Ag(s)$، در یک سلول گالوانی به‌طور طبیعی (خودبه‌خودی) پیش می‌رود.

۱) پ، ت ۲) آ، ت ۳) ب، پ، ت ۴) آ، ب، پ

۷۴- در سلول گالوانی $X-Cu$ (X می‌تواند فلزی از جنس آهن، روی یا منیزیم باشد.) نسبت تقریبی بیش‌ترین ولتاژ سلول به کم‌ترین ولتاژ کدام است و در شرایط یکسان بیش‌ترین کاهش جرم برای تیغهٔ آندی در سلول حاصل متعلق به کدام فلز است؟

($Fe=56, Zn=65, Mg=24: g.mol^{-1}$) (به ترتیب از راست به چپ)

نیم‌واکنش کاهش	$E^\circ(V)$
$Cu^{2+}(aq)+2e^-\rightarrow Cu(s)$	+۰/۳۴
$Fe^{2+}(aq)+2e^-\rightarrow Fe(s)$	−۰/۴۴
$Zn^{2+}(aq)+2e^-\rightarrow Zn(s)$	−۰/۷۶
$Mg^{2+}(aq)+2e^-\rightarrow Mg(s)$	−۲/۳۷

۱) ۳/۴۷ – منیزیم

۲) ۶/۹۴ – روی

۳) ۳/۴۷ – روی

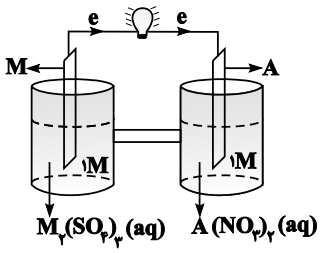
۴) ۶/۹۴ – منیزیم

محل انجام محاسبات

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

۷۵- با توجه به شکل زیر (سلول $M-A$)، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟ (جرم مولی M برابر ۲۷ گرم بر مول است.)



آ) تیغهٔ M قطب منفی (آند) و تیغهٔ A قطب مثبت (کاتد) سلول را تشکیل می‌دهد.

ب) با گذشت زمان غلظت M^{3+} افزایش یافته و غلظت A^{2+} کاهش می‌یابد.

پ) طبق قانون پایستگی جرم، تغییر جرم آند با تغییر جرم کاتد برابر است.

ت) برای تداوم جریان، یون‌های نیترات از طریق دیوارهٔ متخلخل از نیم‌سلول کاتدی به نیم‌سلول آندی مهاجرت می‌کنند.

ث) به هنگام مبادله $۱۸/۰۶\times۱۰^{۲۱}$ الکترون، ۲۷۰ میلی‌گرم از جرم تیغه M کاسته می‌شود.

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۷۶- با مصرف الکترون‌های آزاد شده از اکسایش چند گرم فلز در نیم‌واکنش آندی واکنش $Al+Cu^{2+}\rightarrow Al^{3+}+Cu$، در نیم‌واکنش کاتدی برقکافت آب، ۲/۲۴ لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP آزاد می‌شود و در واکنش اکسایش – کاهش داده شده چند مول فلز تولید می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید و $Al=۲۷, Cu=۶۴: g.mol^{-1}$)

۱) ۳/۶، ۰/۱ ۲) ۱/۸، ۰/۱ ۳) ۳/۶، ۰/۲ ۴) ۱/۸، ۰/۲

۷۷- کدام مطلب دربارهٔ سلول گالوانی و سلول الکترولیتی درست است؟

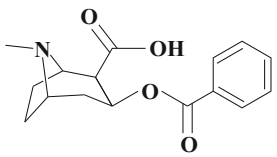
۱) در سلول گالوانی، الکترود آند، قطب مثبت است.

۲) در سلول گالوانی، قطب منفی آند و در سلول الکترولیتی قطب مثبت آند است و در هر دو سلول، کاتیون‌ها به سمت کاتد می‌روند.

۳) در سلول الکترولیتی، در قطب منفی، اکسایش انجام شده و از جرم تیغهٔ فلزی کاسته می‌شود.

۴) در سلول الکترولیتی، قطب منفی و در سلول گالوانی، آند محل تشکیل اتم از یون است.

۷۸- با توجه به ساختار مقابل، کدام گزینه نادرست است؟



۱) مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن و اتم‌های اکسیژن برابر است.

۲) تمام اتم‌های کربن این مولکول، می‌توانند در واکنش‌های اکسایش – کاهش نقش اکسنده یا کاهنده را ایفا کنند.

۳) اختلاف عدد اکسایش دو اتم با بیش‌ترین و کم‌ترین عدد اکسایش، برابر تعداد اتم‌های کربن با عدد اکسایش (۱-) است.

۴) بیش‌تر از نصف کل تعداد اتم‌های این مولکول را اتم‌های هیدروژن تشکیل می‌دهد.

۷۹- کدام موارد از مطالب بیان شدهٔ زیر درست‌اند؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید.)

آ) در نیم‌واکنش اکسایش آهن سفید، Zn کاهنده است.

ب) فرایند آبکاری در سلول الکترولیتی انجام می‌شود و جسم آبکاری‌شونده به قطب مثبت باتری متصل می‌گردد.

پ) نسبت عدد اکسایش اتم نیتروژن در نیترواسید به عدد اکسایش اتم نیتروژن در نیتریک‌اسید، برابر ۰/۶ است.

ت) در سلول گالوانی $A-B$، جهت حرکت الکترون‌ها از سمت A به‌سوی B است، بنابراین E°_A بزرگ‌تر از E°_B است.

۱) آ، ب ، پ ۲) آ ، پ ۳) ب ، ت ۴) پ ، ت

۸۰- در آبکاری یک قاشق آهنی ۲۴ گرمی توسط روکشی از نقره، از ۵ لیتر محلول ۰/۸ مولار نقره نیترات استفاده شده است. اگر در پایان فرایند ۳٪ به جرم قاشق اضافه شده باشد؛ به‌ترتیب تعداد الکترون‌های عبوری از مدار الکتریکی و تعداد کاتیون‌های $Ag^{+}(aq)$ باقی‌مانده در محلول کدام است؟ ($Ag=۱۰۸g.mol^{-1}$ و آند از جنس نقره است.)

۱) $۴/۸۱۶\times۱۰^{۲۳}-۱/۸\times۱۰^{۲۲}$ ۲) $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۴}-۴\times۱۰^{۲۱}$

۳) $۴/۸۱۶\times۱۰^{۲۳}-۴\times۱۰^{۲۱}$ ۴) $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۴}-۱/۸\times۱۰^{۲۲}$

محل انجام محاسبات

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

دفترچه پاسخ

آزمون هدیهٔ ۱۵ دی ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	کاظم اجلالی-مهرداد استقلالیان-مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن‌آرا-سهیل حسن‌خان‌پور-عادل حسینی-محمدرضا راسخ علی شهرابی-رضا طاری-سپهر متولی-علیرضا نداف‌زاده-جهانبخش نیکنام
	هندسه ۳	امیرحسین ابومحبوب-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-سوگند روشنی-هومن عقیلی-مهرداد ملوندی
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-فرزاد جوادی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-احمدرضا فلاح
	فیزیک	محمد اسدی-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-میثم دشتیان-محمدعلی عباسی-بهادر کامران-مصطفی کیانی-علیرضا گونه غلامرضا محبی-سیدعلی میرنوری-سیدجلال میری-حسین ناصحی
	شیمی	مجتبی اسدزاده-رئوف اسلام‌دوست-فرزین بوستانی-مسعود جعفری-محمدرضا جمشیدی-حسن رحمتی‌کوکنده-علی رحیمی علیرضا رضایی‌سراب-فرزاد رضایی-جهان شاهی‌بیگباغی-ساجد شیری-مسعود طبرسا-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره حسن عیسی‌زاده-حسن ناصری‌ثانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین برادران	پارسا عیوض‌پور
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان‌بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی مهدی شریفی	امیررضا حکمت‌نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سهیل تقی‌زاده	مهبد خالتی	مهبد خالتی	حسین بصیر ترکمبور	احسان پنجه‌شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	دانیال راستی	پارسا عیوض‌پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

رابطهٔ تقسیم را می‌نویسیم:

$$۲x^۵ - x + ۳ = (x-۱)(x-۲)q(x) + ax + b$$

$x = ۱$. $x = ۲$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۴ = a + b \\ ۶۵ = ۲a + b \end{cases} \Rightarrow a = ۶۱ \, , \, b = -۵۷$$

پس $r(x) = ۶۱x - ۵۷$ و $r(-۱) = -۱۱۸$ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲- **گزینهٔ «۲»** (رضا طاری)

باید حد راست و چپ را محاسبه کنیم:

$$\text{حد چپ} : \lim_{x \to ۴^-} \frac{(-۱)^{[x]}}{f(x) + f(۳-x)} = \lim_{x \to ۴^-} \frac{(-۱)^{[۴^-]}}{f(۴^-) + f(۳-۴^-)}$$

$$= \lim_{x \to ۴^-} \frac{(-۱)^{۳}}{۰^- + f(-۱)^+} = \frac{-۱}{۰^- + ۰^-} = +\infty$$

$$\text{حد راست} : \lim_{x \to ۴^+} \frac{(-۱)^{[x]}}{f(x) + f(۳-x)} = \lim_{x \to ۴^+} \frac{(-۱)^{[۴^+]}}{f(۴^+) + f(۳-۴^+)}$$

$$= \lim_{x \to ۴^+} \frac{(-۱)^{۴}}{۰^+ + f(-۱)^-} = \frac{۱}{۰^+ + ۰^+} = +\infty$$

بنابراین حد عبارت داده شده برابر $+\infty$ است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۵)

۳- **گزینهٔ «۳»** (مسعود برملا)

حدهای چپ و راست تابع را در $x = ۰$ حساب می‌کنیم.

$$\lim_{x \to ۰^-} \frac{۱ + \sin x}{۱ - \cos x} = \frac{۱}{۱ - (۱^-)} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \to ۰^+} \frac{۱ + \sin x}{۱ - \cos x} = \frac{۱}{۱ - (۱^-)} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$$

نمودار گزینهٔ «۳» این ویژگی‌ها را دارد.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۵)

۴- **گزینهٔ «۱»** (سهیل حسن‌خان‌پور)

چون حاصل حد برابر $-\infty$ شده است، قطعاً $x = ۲$ ریشه مخرج است و چون حد چپ و راست تابع در $x = ۲$ هم‌علامت شده، ریشه $x = ۲$ قطعاً مضاعف خواهد بود.

$$x^۳ + ax^۲ + bx - ۱۲ = (x-۲)^۲(x-c)$$

$$= (x^۲ - ۴x + ۴)(x-c) = x^۳ + (-۴-c)x^۲ + (۴+۴c)x - ۴c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -۴c = -۱۲ \Rightarrow c = ۳ \\ b = ۴ + ۴c \Rightarrow b = ۱۶ \\ a = -۴ - c \Rightarrow a = -۷ \end{cases}$$

$$\Rightarrow b + ۲a = ۱۶ - ۱۴ = ۲$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۵)

۵- **گزینهٔ «۴»** (مسعود برملا)

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} [\frac{۱+x}{۲-x}] = \lim_{x \to +\infty} [\frac{x+۱}{-(x-۲)}]$$

$$= \lim_{x \to +\infty} [\frac{x-۲+۳}{-(x-۲)}] = \lim_{x \to +\infty} [-۱ - \frac{۳}{x-۲}] = [-۱-۰^+]$$

$$= [(-۱)^-] = -۲$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۶- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا راسخ)

با استفاده از نمودار ضابطهٔ توابع f و g را می‌نویسیم:

تابع f یک تابع خطی است و نمودار آن با جهت مثبت محور xها زاویهٔ ۱۵۰° می‌سازد. بنابراین شیب آن برابر $\tan(۱۵۰^\circ) = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ است. داریم:

$$f(x) = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}x + b \xrightarrow{(۱,۲) \in f} ۲ = -\frac{\sqrt{۳}}{۳} + b$$

$$\Rightarrow b = \frac{۶+\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow f(x) = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}x + \frac{۶+\sqrt{۳}}{۳}$$

حال نمودار تابع g بر نمودار تابع f عمود است. بنابراین نسبت شیب خط آن عکس و قرینه شیب خط نمودار تابع f است. داریم:

$$g(x) = \sqrt{۳}x + b' \xrightarrow{(۱,۲) \in g} ۲ = \sqrt{۳} + b' \Rightarrow b' = ۲ - \sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow g(x) = \sqrt{۳}x + ۲ - \sqrt{۳}$$

حال داریم:

$$\lim_{x \to -\infty} = \frac{|-\frac{\sqrt{۳}}{۳}x + \frac{۶+\sqrt{۳}}{۳}|}{\sqrt{۳}x + ۲ - \sqrt{۳}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۳}x + \frac{۶+\sqrt{۳}}{۳}}{\sqrt{۳}x + ۲ - \sqrt{۳}}$$

$$\xrightarrow{\text{هم‌ارزی پرتوان}} \lim_{x \to -\infty} \frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۳}x}{\sqrt{۳}x} = -\frac{۱}{۳}$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۷- **گزینهٔ «۲»** (سپهر متولی)

ضابطهٔ تابع f را $f(x) = mx + h$ که $m > ۰$ است، در نظر می‌گیریم.

در نتیجه $f^{-۱}(x) = \frac{۱}{m}x - \frac{h}{m}$ است.

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

$$\Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} g(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{۳(\frac{۱}{m}(۲x+۱)-\frac{h}{m})}{m(۲x)+h+۱}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\frac{۶}{m}x}{۲mx} = \frac{۳}{m^۲} = \frac{۱}{۱۲} \Rightarrow m^۲ = ۳۶ \xrightarrow{m>۰} m = ۶$$

پس ضابطهٔ تابع f و $f^{-۱}$ به ترتیب $f(x)=۶x+h$ و $f^{-۱}(x)=\frac{۱}{۶}x-\frac{h}{۶}$ است. در نتیجه داریم:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x+۱)+x}{f^{-۱}(x-۱)-x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{۶(x+۱)+h+x}{\frac{۱}{۶}(x-۱)-\frac{h}{۶}-x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{۷x}{-\frac{۵}{۶}x} = -\frac{۴۲}{۵}$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۸- **گزینهٔ «۳»** *(سپهر متولی)*

$$a = \lim_{x\to-\infty} f(x) = ۲ \quad , \quad b = \lim_{x\to+\infty} f(x) = -۱$$

$$g(x) = \frac{(۱-۲x)^۳+(۱-x^۳)+۳x^۲}{(۱)(x^۲+x)(-۳x+۲)}$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim \frac{(۱-۲x)^۳+(۱-x^۳)+۳x^۲}{(x^۲+x)(-۳x+۲)}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{۱-۶x+۱۲x^۲-۸x^۳+۱-x^۳+۳x^۲}{-۳x^۳+۲x^۲-۳x^۲+۲x}$$

$$\xrightarrow{\text{هم‌ارزی پرتوان}} \lim_{x\to+\infty} \frac{-۹x^۳}{-۳x^۳} = ۳$$

پس خط $y=۳$ مجانب افقی تابع $g(x)$ می‌باشد.

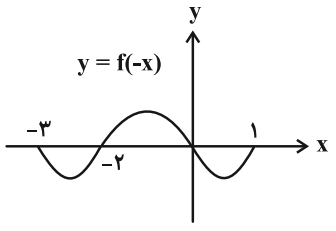
(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۹- **گزینهٔ «۲»** *(شاهین پروازی)*

با توجه به دامنهٔ تابع f، ابتدا دامنهٔ تابع g را پیدا می‌کنیم:

$$D_g : -f(-x)\,|f(-x)| \geq ۰ \Rightarrow -f(-x) \geq ۰ \Rightarrow f(-x) \leq ۰$$

با رسم نمودار تابع $y=f(-x)$ محدودهٔ نامثبت را در نظر می‌گیریم:



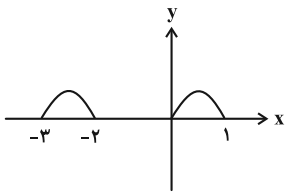
$$f(-x) \leq ۰ \Rightarrow D_g = [-۳ , -۲] \cup [۰ , ۱]$$

حال ضابطهٔ آن را ساده می‌کنیم:

$$g(x) = \sqrt{-f(-x)\,|f(-x)|}$$

$$\xrightarrow{f(-x)\leq ۰} g(x) = \sqrt{f^۲(-x)} = |f(-x)|$$

با توجه به دامنهٔ تابع g، نمودار نهایی به صورت زیر است:



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا راسخ)*

فرض می‌کنیم $x_۱ , x_۲ , x_۳ , x_۴$ صفرهای تابع f باشند. در نتیجه صفرهای تابع $y=-۳f(۵-۲x)$ به صورت $\frac{۵-x_۱}{۲} , ... , \frac{۵-x_۴}{۲}$ می‌باشد. حال داریم:

$$\frac{۵-x_۱}{۲}+\frac{۵-x_۲}{۲}+\frac{۵-x_۳}{۲}+\frac{۵-x_۴}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow ۱۰-\frac{۱}{۲}(x_۱+x_۲+x_۳+x_۴) = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow x_۱+x_۲+x_۳+x_۴ = ۱۹$$

حال برای صفرهای تابع $y=f(\frac{۱}{۲}x-۱)$ داریم:

$$۲(x_۱+۱)+۲(x_۲+۱)+۲(x_۳+۱)+۲(x_۴+۱)$$

$$= ۲(x_۱+x_۲+...+x_۴)+۸ = ۲(۱۹)+۸ = ۴۶$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۱- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تن‌آرا)*

می‌دانیم حاصل‌ضرب دو تابع صعودی با مقادیر مثبت، تابعی صعودی است. در گزینهٔ «۲»؛ توابع $y=۲^x+۱$ و $y=\sqrt{x}$ هر دو صعودی با مقادیر مثبت هستند و حاصل‌ضرب آن‌ها نیز صعودی می‌باشد؛ لذا این تابع یکنوا می‌باشد.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(کاظم اجلالی)*

$$f(x) = ۴^{x-۱}-۸^x = ۴^x(\frac{۱}{۴}-۲^x) = -۴^x(۲^x-\frac{۱}{۴})$$

اگر فرض کنیم $g(x)=۴^x$ و $h(x)=۲^x-\frac{۱}{۴}$ آن‌گاه توابع g و h روی $(۰ , +\infty)$ مثبت و اکیداً صعودی‌اند. پس تابع $g\times h$ روی این بازه اکیداً صعودی است. از طرف دیگر:

$$f(x) = -(g\times h)(x)$$

بنابراین f روی بازهٔ $(۰ , +\infty)$ اکیداً نزولی است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

www.OstadLink.com

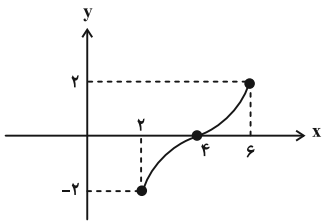
استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

$$f(x)=\sqrt{x-2}+(-\sqrt{6-x})$$

$$D_f=[2\ ,\ 6] \qquad (1)$$

تابع f مجموع دو تابع اکیداً صعودی است پس، اکیداً صعودی است و نمودار آن به صورت تقریبی شبیه شکل زیر است:



ابتدا دامنهٔ تابع $y=f(f(x)+4)$ را حساب می‌کنیم:

$$2\le f(x)+4\le 6\Rightarrow -2\le f(x)\le 2\Rightarrow 2\le x\le 6 \qquad (2)$$

و حال نامعادله را حل می‌کنیم:

$$f(f(x)+4)\le 0\xrightarrow{f\ \text{اکیداً صعودی}} f(x)+4\le 4$$

$$\Rightarrow f(x)\le 0\Rightarrow x\in[2\ ,\ 4] \qquad (3)$$

$$\xrightarrow{(1)\ ,\ (2)\ ,\ (3)} x\in[2\ ,\ 4]$$

این بازه شامل سه عدد صحیح ۲، ۳ و ۴ است که مجموع آن‌ها برابر ۹ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(شاهین پروازی)*

ابتدا خواستهٔ مسئله را کمی ساده‌تر می‌کنیم:

$$1-\tan 10^\circ\times\tan 20^\circ=1-\frac{\sin 10^\circ\sin 20^\circ}{\cos 10^\circ\cos 20^\circ}$$

$$=\frac{\cos 10^\circ\cos 20^\circ-\sin 10^\circ\sin 20^\circ}{\cos 10^\circ\cos 20^\circ}$$

$$=\frac{\cos(10^\circ+20^\circ)}{\cos 10^\circ\cos 20^\circ}=\frac{\cos 30^\circ}{\cos 10^\circ\cos 20^\circ}$$

با توجه به فرمول $\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1$ داریم:

$$\frac{\cos 30^\circ}{\cos 10^\circ(2\cos^2 10^\circ-1)}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{a}(2(\frac{1}{a^2})-1)}$$

$$=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{2}{a^3}-\frac{1}{a}}=\frac{\sqrt{3}a^3}{2(2-a^2)}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحهٔ ۴۲)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

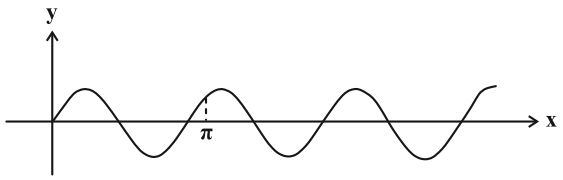
ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{k\cos 2kx\frac{\sin kx}{\cos kx}}{\frac{1}{\cos^2 kx}}=k\sin kx\cos kx\cos 2kx$$

$$=\frac{k}{2}\sin 2kx\cos 2kx\Rightarrow f(x)=\frac{k}{4}\sin 4kx$$

$$D_f=\mathbb{R}-\{x\mid kx=n\pi+\frac{\pi}{2}\ ;\ n\in\mathbb{Z}\}$$

بدیهی است که $k\neq 0$ است. حال اگر $k>0$ باشد، نمودار تابع باید به صورت زیر باشد:



در این حالت π از یک دورهٔ تناوب بزرگ‌تر و از $\frac{3}{2}$ دورهٔ تناوب کوچک‌تر است. دقت کنید که برای $k<0$ هم همین استدلال درست است، پس داریم:

$$T\le\pi<\frac{3T}{2}\Rightarrow\frac{\pi}{2|k|}\le\pi<\frac{3\pi}{4|k|}\Rightarrow\frac{1}{2}\le|k|<\frac{3}{4}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی شهرابی)*

فاصلهٔ دو نقطه به طول‌های $\frac{\pi}{18}$ و $\frac{5\pi}{9}$ برابر با ۱/۵ دورهٔ تناوب است.

$$\frac{3}{2}T=\frac{5\pi}{9}-\frac{\pi}{18}\Rightarrow\frac{3}{2}T=\frac{\pi}{2}\Rightarrow T=\frac{\pi}{3}$$

از طرفی دورهٔ تناوب تابع $f(x)=\tan(ax+b)$، برابر با $\frac{\pi}{|a|}$ است و چون نمودار داده شده اکیداً صعودی است، a باید مثبت باشد، پس داریم:

$$\frac{\pi}{a}=\frac{\pi}{3}\Rightarrow a=3$$

تا اینجا ضابطهٔ تابع به صورت $f(x)=\tan(3x+b)$ شد. مقدار تابع به ازای $x=\frac{\pi}{18}$ صفر است.

$$f(\frac{\pi}{18})=\tan(\frac{\pi}{6}+b)=0\xrightarrow[\text{مثبت است}]{\frac{\pi}{18}\ \text{اولین ریشه}}\frac{\pi}{6}+b=0\Rightarrow b=\frac{-\pi}{6}$$

البته برای b، تمام مقادیر $k\pi-\frac{\pi}{6}$ را می‌توان در نظر گرفت.

$$\Rightarrow f(x)=\tan(3x-\frac{\pi}{6})\Rightarrow f(\frac{-\pi}{36})=\tan(-\frac{\pi}{4})=-1$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

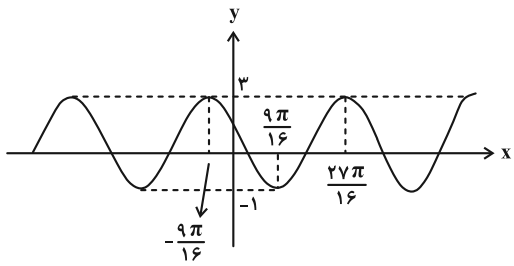
۱۷- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا نراف‌زاده)*

ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x)=a(\frac{1-\cos 2(bx-\frac{3\pi}{4})}{2})+c$$

$$=-\frac{a}{2}\cos(2bx-\frac{3\pi}{2})+\frac{a}{2}+c\Rightarrow f(x)=\frac{a}{2}\sin 2bx+\frac{a}{2}+c$$

دورهٔ تناوب تابع برابر $T=\frac{63\pi}{16}-\frac{27\pi}{16}=\frac{9\pi}{4}$ است، پس نمودار کامل شده تابع به صورت زیر است:



و داریم:

$$T=\frac{2\pi}{2|b|}=\frac{9\pi}{4}\Rightarrow|b|=\frac{4}{9}\Rightarrow b=\pm\frac{4}{9}$$

بیشترین مقدار و کمترین مقدار تابع هم به ترتیب ۳ و ۱- است:

$$\begin{cases}y_{max}=\frac{|a|}{2}+\frac{a}{2}+c=3\\ y_{min}=-\frac{|a|}{2}+\frac{a}{2}+c=-1\end{cases}$$

در $x=0$ تابع f نزولی است، پس a . b غیر هم‌علامت‌اند، یعنی اگر $a=4$ باشد، $b=-\frac{4}{9}$ و اگر $a=-4$ باشد، $b=\frac{4}{9}$ است. در نهایت داریم:

$$f(x)=1-2\sin\frac{8}{9}x$$

$$\Rightarrow f(21\pi)=1-2\sin\frac{8}{9}(21\pi)=1-2\sin\frac{56\pi}{3}$$

$$=1-2\sin\frac{\pi}{3}=1-\sqrt{3}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا نراف‌زاده)*

$$\sin 2x-\cos 2x=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})=-1$$

$$\Rightarrow\sin(2x-\frac{\pi}{4})=-\frac{1}{\sqrt{2}}=\sin(-\frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow\begin{cases}2x-\frac{\pi}{4}=2k\pi-\frac{\pi}{4}\Rightarrow x=k\pi\\ 2x-\frac{\pi}{4}=2k\pi-\frac{3\pi}{4}\Rightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{4}\end{cases}$$

جواب‌های بازهٔ $[0,\pi]$ عبارتند از صفر، $\frac{3\pi}{4}$ و π که مجموع آن‌ها برابر $\frac{7\pi}{4}$ است.

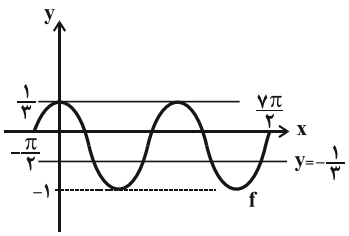
(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

$$9f^2(x)-1=0\Rightarrow f(x)=\pm\frac{1}{3}$$

برای تعیین تعداد جوابهای معادلهٔ فوق، کافی است تعداد نقاط تلاقی نمودار f و خطوط $y=\pm\frac{1}{3}$ را تعیین کنیم.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\cos x}{3} & ;\cos x\geq 0\\ \cos x & ;\cos x<0\end{cases}$$



مطابق شکل فوق، خط $y=\frac{1}{3}$ نمودار را در دو نقطه و خط $y=-\frac{1}{3}$ نمودار را در ۴ نقطه قطع می‌کند. پس در مجموع در ۶ نقطه تلاقی دارند.

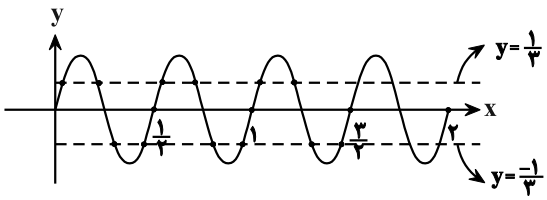
(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد استقلالیان)*

$$\cos(\pi\sin(4\pi x))=\cos\frac{\pi}{3}\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}\pi\sin(4\pi x)=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow\sin 4\pi x=2k\pm\frac{1}{3}\xrightarrow[\text{فقط } k=0]{-1\leq\sin\alpha\leq 1}\sin 4\pi x=\pm\frac{1}{3}$$

$$y=\sin 4\pi x,T=\frac{2\pi}{|4\pi|}=\frac{1}{2}$$



(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

هندسه ۳

۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

دایرهٔ $x^۲+y^۲-۱۲x-۱۴y+۸۱=۰$ به مرکز $O(۶,۷)$ و شعاع $R=۲$ است. دایرهٔ مورد نظر باید در ناحیهٔ اول بر هر دو محور مختصات مماس باشد. بنابراین $O'(\alpha,\alpha)$ مرکز آن و $R'=\alpha$ شعاع آن است.

اگر دو دایره مماس خارج باشند، داریم:

$$OO'=R+R'\Rightarrow\sqrt{(\alpha-۶)^۲+(\alpha-۷)^۲}=۲+\alpha$$

$$\Rightarrow\alpha^۲-۳۰\alpha+۸۱=۰\Rightarrow\begin{cases}\alpha=۳\\ \alpha=۲۷\end{cases}$$

پس شعاع بزرگ‌ترین دایره برابر ۲۷ است.

توجه: در حالتی که دو دایره را مماس داخل بگیریم، مقادیر α برابر $۱۱\pm۲\sqrt{۱۰}$ به دست می‌آید که بزرگ‌ترین دایره نیستند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

روش اول:

$$A^۲=\begin{bmatrix}۲&۵\\ ۱&۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲&۵\\ ۱&۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۹&۲۰\\ ۴&۹\end{bmatrix}$$

$$A^۳=\begin{bmatrix}۲&۵\\ ۱&۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۹&۲۰\\ ۴&۹\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳۸&۸۵\\ ۱۷&۳۸\end{bmatrix}$$

$$A^۳-A^۲=mA+nI$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}۳۸&۸۵\\ ۱۷&۳۸\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۹&۲۰\\ ۴&۹\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲m&۵m\\ m&۲m\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}n&۰\\ ۰&n\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}۲۹&۶۵\\ ۱۳&۲۹\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲m+n&۵m\\ m&۲m+n\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}m=۱۳\\ ۲m+n=۲۹\Rightarrow۲۶+n=۲۹\Rightarrow n=۳\end{cases}$$

$$m+n=۱۳+۳=۱۶$$

روش دوم: طبق رابطهٔ کیلی- همیلتون داریم:

$$A^۲=(۲+۲)A-(۴-۵)I\Rightarrow A^۲=۴A+I$$

$$\Rightarrow A^۳=A^۲\times A=(۴A+I)\times A$$

$$=۴A^۲+A=۴(۴A+I)+A=۱۷A+۴I$$

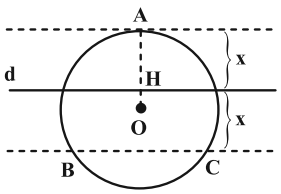
$$\Rightarrow A^۳-A^۲=(۱۷A+۴I)-(۴A+I)=۱۳A+۳I$$

$$\Rightarrow\begin{cases}m=۱۳\\ n=۳\end{cases}\Rightarrow m+n=۱۶$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصلهٔ x باشند دو خط موازی با d در دو طرف آن است. در حالتی که یکی از این خط‌ها مماس بر دایره باشد، سه نقطه به دست می‌آید.



مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است و ارتفاع آن برابر $۲x$ است.

مرکز دایرهٔ محیطی مثلث ABC، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها یا در مثلث متساوی‌الاضلاع، همان نقطهٔ همرسی میانه‌ها است، پس داریم:

$$OA=\frac{۲}{۳}h_a\Rightarrow R=\frac{۲}{۳}(۲x)\Rightarrow x=\frac{۳}{۴}R=۳$$

$$\Rightarrow OH=R-x=۴-۳=۱$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

با توجه به رابطهٔ $A^۲=۳A-I$ داریم:

$$A^۲=۳A-I\xrightarrow{A^{-۱}\times}A=۳I-A^{-۱}\Rightarrow A^{-۱}=۳I-A$$

$$\Rightarrow A^{-۱}B=۳B-AB=۳\begin{bmatrix}۳\\ ۲\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۲\\ -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۷\\ ۷\end{bmatrix}$$

تذکر: دقت کنید که A ماتریسی از مرتبهٔ ۲×۲ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

طبق توضیحات داده شده ابتدا معادلهٔ منحنی گفته شده را به دست می‌آوریم:

$$M(x,y)$$

$$|MA|=\sqrt{۲}\,|MB|$$

$$\sqrt{(x-۱)^۲+(y-۲)^۲}=\sqrt{۲}\sqrt{(x+۱)^۲+(y-۳)^۲}$$

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

$$x^۲+y^۲-۲x-۴y+۵=۲x^۲+۲y^۲+۴x-۱۲y+۲۰$$

$$\Rightarrow x^۲+y^۲+۶x-۸y+۱۵=۰ \xrightarrow{\text{معادله دایره است.}}$$

$$\begin{cases} O(-۳\ ,\ ۴) \\ R=\frac{۱}{۲}\sqrt{۳۶+۶۴-۶۰}=\sqrt{۱۰} \end{cases}$$

فاصلهٔ مرکز دایره تا خط $OH=\frac{|-۹-۱۶-۵|}{\sqrt{۹+۱۶}}=\frac{۳۰}{۵}=۶$

در نتیجه خط L خارج دایره است و بیشترین فاصلهٔ نقاط روی دایره از خط L برابر $OH+R$ است.

$$\Rightarrow \sqrt{۱۰}+۶$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** (اخشین خاصه‌خان)

اگر $B=\begin{bmatrix} ۴ & ۳ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}$، $C=\begin{bmatrix} ۵ & ۲ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}$ و $D=\begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$BAC=D \Rightarrow A=B^{-۱}DC^{-۱}$$

$$=\begin{bmatrix} -\frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲} \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۱ & ۲ \\ ۳ & -۵ \end{bmatrix}$$

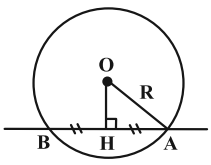
$$=\begin{bmatrix} -۳ & ۳ \\ ۵ & -۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۱ & ۲ \\ ۳ & -۵ \end{bmatrix} \Rightarrow A=\begin{bmatrix} ۱۲ & -۲۱ \\ -۱۷ & ۳۰ \end{bmatrix}$$

$$۱۲-۲۱=-۹$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۲۷- **گزینهٔ «۲»** (هومن عقیلی)

مختصات مرکز دایره $O(۱\ ,\ ۱)$ و شعاع آن $R=\frac{\sqrt{۳۷}}{۲}$ است.



$$OH=\frac{|۶+۸-۹|}{\sqrt{۳۶+۶۴}}=\frac{۱}{۲}$$

$$HA=\sqrt{\frac{۳۷}{۴}-\frac{۱}{۴}}=۳ \Rightarrow AB=۲\times ۳=۶$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۲۸- **گزینهٔ «۱»** (اخشین خاصه‌خان)

$$A\times B=\begin{bmatrix} a & ۱ & b \\ ۰ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} -۲ & -۱ & -۲ \\ ۲b & ۳ & ۲c \\ ۲ & ۱ & -۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \ & ۰ & ۰ \\ ۰ & \ & ۰ \\ ۰ & ۰ & \ \end{bmatrix}$$

درایهٔ سطر دوم و ستون اول $=۲b+۲=۰ \Rightarrow b=-۱$

درایهٔ سطر دوم و ستون سوم $=۲c-۲=۰ \Rightarrow c=۱$

درایهٔ سطر اول و ستون دوم $=-a+۳+b=۰ \Rightarrow a=۲$

$$a+b+c=۲$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۲۱)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** (مهرداد ملوندی)

معادلهٔ دایرهٔ داده شده را به صورت $C':(x+۱)^۲+y^۲=۸$ بازنویسی می‌کنیم. نقطهٔ $W'=(-۱\ ,\ ۰)$ مرکز این دایره و شعاع آن برابر $R'=۲\sqrt{۲}$ است. طبق فرض مرکز و شعاع دایرهٔ C هم $W=(۲,\ ۳)$ و $R=\sqrt{۲}$ است. داریم:

$WW'=\sqrt{(۲+۱)^۲+(۳-۰)^۲}=\sqrt{۱۸}=۳\sqrt{۲}$: طول خط‌المرکزین

چون $WW'=R+R'$ ، پس دو دایرهٔ C و C' مماس برون بوده و ۳ مماس مشترک دارند که ۲ تای آن‌ها مماس مشترک خارجی و یکی مماس مشترک داخلی است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

$$A=\begin{bmatrix} ۲|A| & |A| \\ ۲ & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |A|=۲|A|^۲-۲|A|$$

$$\Rightarrow ۲|A|^۲-۳|A|=۰ \Rightarrow |A|(۲|A|-۳)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A|=۰ & \text{غ ق ق} \\ |A|=\frac{۳}{۲} \end{cases}$$

$$(|A|^۲-۱)|A|=\frac{۵}{۴}\times\frac{۳}{۲}=\frac{۱۵}{۸}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

ریاضیات گسسته

۳۱- **گزینهٔ «۱»** (مصطفی دیداری)

اگر $n \geq 2$ آن‌گاه $n!$ زوج است پس a عددی فرد است. b^4 مقسوم‌علیه عدد فرد a است پس b^4 فرد و در نتیجه b هم فرد است.

باقی‌ماندهٔ تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸ برابر ۱ است. پس داریم:

$$11a^2 + b^2 + 1 \overset{8}{\equiv} 11(1) + (1) + 1 \overset{8}{\equiv} 13 \overset{8}{\equiv} 5$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** (سوگند روشنی)

طرفین معادله را هم‌نهشت به پیمانهٔ ۱۵ می‌گیریم:

$$\left(\sum_{n=0}^{1403} n!\right)x \overset{15}{\equiv} 1403$$

$$(\underbrace{0!}_{1} + \underbrace{1!}_{1} + \underbrace{2!}_{2} + \underbrace{3!}_{6} + \underbrace{4!}_{24} + \underbrace{5! + 6! + \ldots + 1403!}_{0})x \overset{15}{\equiv} 1403$$

$$\Rightarrow 4x \overset{15}{\equiv} 8 \xrightarrow[(4,15)=1]{\div 4} x \overset{15}{\equiv} 2 \Rightarrow x = 15k + 2$$

به ازای $k = 66$ بزرگ‌ترین مقدار سه رقمی x به دست می‌آید:

$$x_{max} = 992 \Rightarrow 9 + 9 + 2 = 20$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۳- **گزینهٔ «۲»** (سوگند روشنی)

$$\left.\begin{matrix} a \overset{3}{\equiv} 1 \\ a \overset{11}{\equiv} 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} a \overset{33}{\equiv} 1 \equiv -32 \\ a \overset{4}{\equiv} 0 \equiv -32 \end{matrix}\right\} a \overset{132}{\equiv} -32 \overset{132}{\equiv} 100$$

$$a = 132k + 100 \begin{cases} \xrightarrow[k=0]{\text{کوچک‌ترین عدد ۳ رقمی}} a = 100 \\ \xrightarrow[k=6]{\text{بزرگ‌ترین عدد ۳ رقمی}} b = 892 \end{cases}$$

رقم یکان b^a برابر است با: $892^{100} \overset{10}{\equiv} 2^4 \overset{10}{\equiv} 6$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** (سوگند روشنی)

$$5 \mid 3k+1 \begin{cases} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 25 \mid 9k^2 + 6k + 1 \\ \xrightarrow{\times 5} 25 \mid 15k + 5 \end{cases}$$

$$\overline{25 \mid 9k^2 + 21k + 6}$$

بدیهی: $25 \mid 25k^2 + 25k + 25$

$$\overline{25 \mid 16k^2 + 4k + 19}$$

$$25 \mid 25k$$

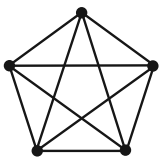
$$\overline{25 \mid 16k^2 + 29k + 19}$$

مجموع ارقام: $2 + 9 = 11$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** (فرزاد جوادی)

گراف پنج رأسی منتظم که در آن درجات رئوس، بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد مطابق شکل زیر به صورت گراف کامل K_5 می‌باشد (یعنی G گرافی است از مرتبهٔ ۵ که ۴- منتظم است.)



می‌دانیم در گراف کامل K_p از مرتبهٔ p تعداد دورهای به طول m برابر است با:

$$\binom{p}{m}\frac{(m-1)!}{2}$$

بنابراین داریم:

$$K_5 \text{ تعداد دور به طول ۳ در } = \binom{5}{3}\frac{(3-1)!}{2} = 10 \times 1 = 10$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** (فرزاد جوادی)

براساس اطلاعات داده شده درجات رئوس گراف G به صورت ۱ , ۲ , ۳ , ۳ , ۳ خواهد بود.

$$\sum_{i=1}^{5} \deg(v_i) = 3(3) + 2 + 1 = 2q \Rightarrow q(G) = 6$$

می‌خواهیم با G یک گراف کامل K_5 بسازیم:

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

$$q(K_5)=\binom{5}{2}=10$$

پس می‌بایست ۴ یال دیگر به G اضافه کنیم تا تبدیل به K_5 شود.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های۳۵ تا ۴۰)

۳۷- **گزینهٔ «۲»** *(فرزاد جوادی)*

روش اول: a مضرب ۳ است اما مضرب ۶ نیست (یعنی مضرب ۲ نیست)، پس a به فرم $3(2k+1)$ می‌باشد.

$$a=6k+3 \xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$a^2=36k^2+36k+9=4(\underbrace{9k^2+9k+2}_{q})+1$$

$$a^2=4q+1 \Rightarrow a^2-3=4q-2 \Rightarrow a^2-3=4q-4+4-2$$

$$a^2-3=4(\underbrace{q-1}_{q'})+2 \Rightarrow a^2-3=4q'+2 \Rightarrow r=2$$

روش دوم: چون a مضرب ۳ است و زوج نیست نتیجه می‌گیریم a فرد است بنابراین a^2 به صورت $8q+1$ می‌باشد. به عبارت دیگر a^2 را می‌توان به صورت $4(2q)+1$ نوشت:

$$a^2=4(\underbrace{2q}_{q'})+1 \Rightarrow a^2=4q'+1 \Rightarrow a^2-3=4q'-2$$

$$\Rightarrow a^2-3=4q''+2 \Rightarrow r=2$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا فلاح)*

$$a=bq+r \xrightarrow{a=7r} 7r=bq+r \Rightarrow 6r=bq \qquad (1)$$

می‌دانیم:

$$r<b \xrightarrow{\times 6} 6r<6b \Rightarrow bq<6b \Rightarrow q<6 \Rightarrow q_{max}=5$$

$$(1)\ \ 6r=bq \xrightarrow{q=5} \underbrace{6r=5b}_{(2)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5\mid 6r \Rightarrow 5\mid r & \text{یعنی } r \text{ مضرب ۵ است.} \\ 6\mid 5b \Rightarrow 6\mid b & \text{یعنی } b \text{ مضرب ۶ است.} \end{cases}$$

$r=5 \Rightarrow b=6 \Rightarrow a_{min}=7r=35$ ✓

$r=10 \Rightarrow b=12 \Rightarrow a_{max}=7r=70$ ✓

$r=15 \Rightarrow b=18 \Rightarrow a=105$ ×

پس تفاضل حداکثر و حداقل مقدار دو رقمی مقسوم ۳۵ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا تعداد یال‌های گراف $\bar{G}$ را به دست می‌آوریم:

$$q(G)+q(\bar{G})=\frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 6+q(\bar{G})=\frac{7\times 6}{2}$$

$$\Rightarrow q(\bar{G})=21-6=15$$

اگر گراف $\bar{G}$ شامل یک گراف K_6 و یک رأس تنها باشد، آن‌گاه $\delta=0$ است. برای به دست آوردن حداکثر مقدار δ از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\delta \le \frac{2q}{p} \Rightarrow \delta \le \frac{2\times 15}{7} \Rightarrow \delta_{max}=4$$

بنابراین حداقل و حداکثر مقدار δ، به ترتیب برابر صفر و ۴ است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی دیداری)*

شرط وجود جواب معادلهٔ هم‌نهشتی $ax \overset{m}{\equiv} b$ این است که $(a, m) \mid b$؛ چون معادله جواب ندارد $24 \nmid (2a-5, 9+11a)$.

اگر $d=(2a-5, 9+11a)$ باشد، آن‌گاه:

$$\begin{cases} d \mid 11a+9 \xrightarrow{\times 5} d \mid 55a+45 \\ d \mid 5a-2 \xrightarrow{\times 11} d \mid 55a-22 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 67 \Rightarrow d=1 \text{ یا } d=67$$

اگر $d=1$ باشد معادله جواب پیدا می‌کند پس باید $d=67$ باشد.

$$67 \mid 5a-2 \Rightarrow 5a-2 \overset{67}{\equiv} 0 \Rightarrow 5a \overset{67}{\equiv} 2-67=-65$$

$$\xrightarrow[(5,67)=1]{\div 5} a \overset{67}{\equiv} -13 \Rightarrow a=67k-13$$

$$\xrightarrow{k=1} a=67-13=54 \Rightarrow \text{مجموع ارقام}=9$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

فیزیک ۳

۴۱- **گزینهٔ «۳»** *(سیدعلی میرنوری)*

با توجه به این‌که نمودار $v-t$ بین دو لحظهٔ $t=۶s$ و $t=۸s$، یک خط با شیب ثابت است، شتاب متحرک در تمام لحظه‌های متعلق به این بازهٔ زمانی، با شیب این خط برابر است. یعنی:

$$\text{شیب خط}=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{۳۵-۲۰}{۸-۶}=\frac{۱۵}{۲}\frac{m}{s^۲}$$

چون لحظهٔ $t_۱=۷s$ مربوط به این بازهٔ زمانی است، لذا $a_{t=۷s}=\frac{۱۵}{۲}\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد.

به همین ترتیب، برای تعیین بزرگی شتاب در لحظهٔ $t_۲=۱۳s$ که بین بازهٔ زمانی $t=۸s$ تا $t=۱۴s$ است، داریم:

$$\text{شیب خط}=\frac{۰-۳۵}{۱۴-۸}=\frac{-۳۵}{۶}\frac{m}{s^۲}\Rightarrow |a_{t=۱۳s}|=\frac{۳۵}{۶}\frac{m}{s^۲}$$

در نهایت داریم:

$$\frac{|a_{t=۷s}|}{|a_{t=۱۳s}|}=\frac{\frac{۱۵}{۲}}{\frac{۳۵}{۶}}=\frac{۹}{۷}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲، ۱۶ و ۱۷)

۴۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین برادران)*

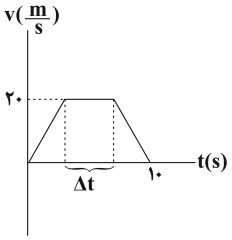
مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. با توجه به نمودار، مدت زمانی که حرکت متحرک یکنواخت است را به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t},\Delta x=S=v_{av}\Delta t=۱۵\times۱۰=۱۵۰m$$

$$S=\frac{(۱۰+\Delta t)\times۲۰}{۲}\Rightarrow(۱۰+\Delta t)۱۰=۱۵۰\Rightarrow\Delta t=۵s$$

اکنون با توجه به رابطهٔ جابه‌جایی در حرکت یکنواخت داریم:

$$\Delta x'=v\Delta t=۲۰\times۵=۱۰۰m$$



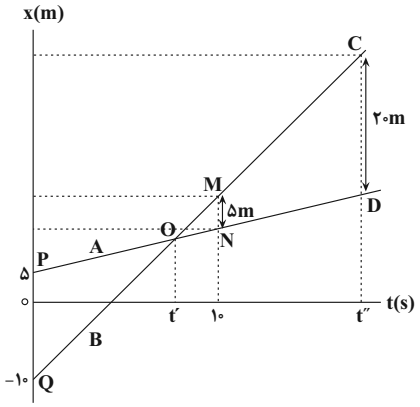
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴۳- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین برادران)*

روش اول: ابتدا، مطابق شکل زیر، نمودار مکان – زمان دو متحرک را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و سپس با توجه به تشابه مثلث‌های MNO و OPQ، لحظهٔ t' که متحرک B از کنار متحرک A می‌گذرد را می‌یابیم:

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{MN}}=\frac{t'}{۱۰-t'}\xrightarrow[\overline{MN}=۵m]{\overline{PQ}=۱۵m}\frac{۱۵}{۵}=\frac{t'}{۱۰-t'}\Rightarrow ۳=\frac{t'}{۱۰-t'}$$

$$\Rightarrow ۳۰-۳t'=t'\Rightarrow ۳۰=۴t'\Rightarrow t'=۷/۵s$$



اکنون، با استفاده از تشابه مثلث‌های CDO و OPQ، لحظهٔ t'' را که فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر برابر ۲۰m است، می‌یابیم:

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{CD}}=\frac{t'}{t''-t'}\Rightarrow\frac{۱۵}{۲۰}=\frac{۷/۵}{t''-۷/۵}\Rightarrow\frac{۲}{۲۰}=\frac{۱}{t''-۷/۵}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۱۰}=\frac{۱}{t''-۷/۵}\Rightarrow t''-۷/۵=۱۰\Rightarrow t''=۱۷/۵s$$

روش دوم: با نوشتن معادلهٔ مکان – زمان برای دو متحرک داریم:

$$\begin{cases}x_A=v_At+۵\\x_B=v_Bt-۱۰\end{cases}\Rightarrow x_B-x_A=(v_B-v_A)t-۱۵$$

$$\xrightarrow[t=۱۰s]{x_B-x_A=۵m}۵=(v_B-v_A)\times۱۰-۱۵\Rightarrow v_B-v_A=۲\frac{m}{s}$$

$$x_B-x_A=(v_B-v_A)t-۱۵\xrightarrow[v_B-v_A=۲\frac{m}{s}]{x_B-x_A=۲۰m}t=\frac{۳۵}{۲}=۱۷/۵s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۴- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا گونه)*

گزینهٔ «۱»: نادرست است. تندی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$ درحال افزایش و از لحظهٔ $t_۱$ تا لحظهٔ $t_۲$ در حال کاهش است.

گزینهٔ «۲»: نادرست است. متحرک در لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن صفر شده و علامت سرعت تغییر کند. می‌بینیم در لحظهٔ $t_۱$، علامت سرعت تغییر نکرده (از صفر تا $t_۲$ سرعت منفی است.) و اندازهٔ آن نیز صفر نشده است.

گزینهٔ «۳»: نادرست است. در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$، اندازهٔ سرعت در جهت منفی درحال افزایش است. بنابراین، حرکت تندشونده می‌باشد. در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، اندازهٔ سرعت در جهت منفی درحال کاهش است، لذا حرکت کندشونده است؛ درنتیجه، در مجموع، حرکت، ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

گزینهٔ «۴»: درست است. با توجه به رابطهٔ $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ و $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، چون در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، $\Delta v<0$ و هم‌چنین $\Delta x<0$ است، لذا $a_{av}<0$ و $v_{av}<0$ هستند. یعنی بردار شتاب متوسط و بردار سرعت متوسط، هم‌جهت‌اند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین برادران)

مبدأ زمان را در لحظه‌ای که متحرک B از مبدأ مکان عبور می‌کند در نظر می‌گیریم و معادلهٔ حرکت هر دو متحرک را می‌نویسیم. به همین منظور لازم است، سرعت متحرک A و مکان آن را بعد از دو ثانیه بیابیم که این دو سرعت اولیه و مکان اولیهٔ متحرک A محسوب می‌شوند.

$$x_A=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \xrightarrow[a=4\frac{m}{s^2},t=2s]{x_0=0,v_0=0}$$

$$x_A=\frac{1}{2}\times4\times2^2+0+0\Rightarrow x_A=8m$$

$$v_A=a_At+v_{0A}=4\times2+0\Rightarrow v_A=8\frac{m}{s}$$

در لحظه‌ای که متحرک B شروع به حرکت می‌کند، برای متحرک A $v_{0A}=8\frac{m}{s}$ و $x_{0B}=8m$ است. بنابراین معادلهٔ حرکت آن برابر است با:

$$x_A=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x_A=\frac{1}{2}\times4t^2+8t+8$$

$$\Rightarrow x_A=2t^2+8t+8$$

اکنون معادلهٔ حرکت متحرک B را می‌نویسیم. چون سرعت متحرک B ثابت است، داریم: $x_B=v_Bt+x_{0B}\xrightarrow{x_0=0}x_B=v_Bt$

چون در لحظه‌ای که متحرک A به متحرک B می‌رسد، مکان آنها یکسان است، معادلات آنها را مساوی هم قرار می‌دهیم و v_B را می‌یابیم:

$$x_A=x_B\Rightarrow 2t^2+8t+8=v_Bt\Rightarrow 2t^2+8t-v_Bt+8=0$$

$$2t^2+(8-v_B)t+8=0$$

چون حداکثر تندی متحرک B خواسته شده است، این معادله باید یک جواب داشته باشد. بنابراین باید $\Delta=0$ باشد.

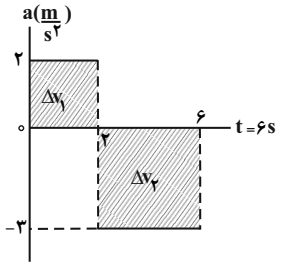
$$\Delta=0\Rightarrow(8-v_B)^2-4\times2\times8=0\Rightarrow(8-v_B)^2=64$$

$$\Rightarrow 8-v_B=\pm8\Rightarrow(-)\Rightarrow v_B=16\frac{m}{s},(+)\Rightarrow v_B=0 \text{ غ . ق . ق}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۴۶- **گزینهٔ «۱»** (مصطفی کیانی)

می‌دانیم، سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان برابر Δv است بنابراین باتوجه به شکل زیر و استفاده از سطح زیر نمودار $a-t$، ابتدا سرعت در لحظهٔ $t=6s$ را می‌یابیم:



$$v_2=v_0+\Delta v_1 \xrightarrow[v_0=-10\frac{m}{s}]{\Delta v_1=2\times2=4\frac{m}{s}}$$

$$v_2=-10+4=-6\frac{m}{s}$$

$$v_6=v_2+\Delta v_2 \xrightarrow{\Delta v_2=-3\times(6-2)=-12\frac{m}{s}}$$

$$v_6=-6+(-12)=-18\frac{m}{s}$$

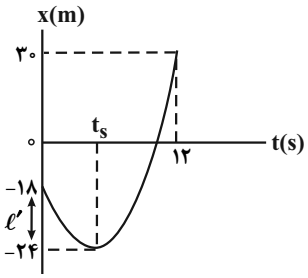
اکنون شتاب متوسط را پیدا می‌کنیم:

$$a_{av}=\frac{v_{6s}-v_0}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=6-0=6s} a_{av}=\frac{-18-(-10)}{6}=-\frac{4}{3}\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین برادران)

اگر مسافت طی شده توسط متحرک را از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ تغییر جهت برابر ℓ' در نظر بگیریم، با توجه به رابطه‌های تندی و سرعت متوسط داریم:



$$\text{مسافت طی شده}=\ell=\ell'+\ell'+18+30\Rightarrow\ell=48+2\ell'$$

$$\text{جابه‌جایی}=\Delta x=x_2-x_1=30-(-18)\Rightarrow\Delta x=48m$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=12s} s_{av}=\frac{48+2\ell'}{12}=4+\frac{\ell'}{6}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{48}{12}=4\frac{m}{s}$$

از طرف، دیگر داریم:

$$s_{av}-v_{av}=1\Rightarrow 4+\frac{\ell'}{6}-4=1\Rightarrow\frac{\ell'}{6}=1\Rightarrow\ell'=6m$$

با محاسبهٔ ℓ'، مکان متحرک در لحظهٔ t_s برابر $x_s=-18-6=-24m$ است. بنابراین با نوشتن معادلهٔ مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت بین دو لحظهٔ (صفر تا t_s) و (t_s تا $t=12s$)، شتاب متحرک و به دنبال آن v_{12} را می‌یابیم. برای سادگی در محاسبهٔ $x=-24m$ را مبدأ مکان و t_s را مبدأ زمان در نظر می‌گیریم. در این حالت $v_s=0$ به عنوان سرعت اولیه محسوب می‌شود.

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow\begin{cases}6=\frac{1}{2}at_s^2+0\\30+24=\frac{1}{2}a\times(12-t_s)^2\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{6}{54}=\frac{\frac{1}{2}at_s^2}{\frac{1}{2}a(12-t_s)^2}\Rightarrow\frac{1}{9}=\frac{t_s^2}{(12-t_s)^2}\Rightarrow\frac{1}{3}=\frac{t_s}{12-t_s}$$

$$\Rightarrow t_s=3s$$

$$6=\frac{1}{2}at_s^2\xrightarrow{t_s=3s}6=\frac{1}{2}a\times9\Rightarrow a=\frac{4}{3}\frac{m}{s^2}$$

در آخر سرعت متحرک در لحظهٔ $t=12s$ برابر است با:

$$v_{12}=a(12-t_s)+v_s\xrightarrow{v_s=0}v_{12}=\frac{4}{3}\times(12-3)$$

$$\Rightarrow v_{12}=12\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۴۸- **گزینهٔ «۱»** *(میثم رشتیان)*

با داشتن a، v_0 و v، از معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی (مستقل از زمان) استفاده می‌کنیم.

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\xrightarrow[a=4\frac{m}{s^2}]{v_0=0,\,v=16\frac{m}{s}}16^2-0=2\times4\times\Delta x$$

$$\Rightarrow\Delta x=32m\xrightarrow{x_0=0}x=32m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۱)

۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(بهادر کامران)*

زمان رسیدن گلولهٔ اول به زمین از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود: (جهت مثبت را بالا درنظر می‌گیریم.)

$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow-125=-\frac{1}{2}\times10t^2\Rightarrow t^2=25\Rightarrow t=5s$$

حداکثر فاصلهٔ دو گلوله هنگام رسیدن گلولهٔ اول به زمین اتفاق می‌افتد، بنابراین اگر حداکثر فاصلهٔ دو گلوله از هم ۴۵ متر باشد، گلولهٔ دوم بایستی ارتفاعی معادل $80-45=125$ متر را طی کرده باشد. زمان لازم برای پیمودن این فاصله برابر است با:

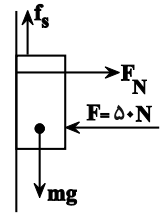
$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow-80=-\frac{1}{2}\times10\times t^2\Rightarrow t^2=16\Rightarrow t=4s$$

بنابراین اختلاف زمان حرکت آن‌ها $5-4=1s$ می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم نموده و سپس بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح دیوار قائم را می‌یابیم و نیروی وزن جسم را با آن مقایسه می‌کنیم. اگر $mg>f_{s,max}$ باشد، جسم حرکت می‌کند و باید نیروی اصطکاک جنبشی را حساب کنیم؛ در غیر این‌صورت جسم ساکن می‌ماند و $f_s=mg$ خواهد بود. دقت کنید، چون جسم در راستای افقی ساکن است، $F_N=F=50N$ می‌باشد.



$$f_{s,max}=\mu_sF_N\xrightarrow[F_N=50N]{\mu_s=0/5}f_{s,max}=0/5\times50=25N$$

چون $mg=20N<f_{s,max}=25N$ است، جسم ساکن می‌ماند؛ بنابراین $f_s=mg=2\times10=20N$ است. با توجه به این‌که نیروی سطح برایند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک می‌باشد، می‌توان نوشت:

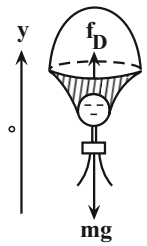
$$R=\sqrt{f_s^2+F_N^2}\xrightarrow[F_N=50N]{f_s=20N}R=\sqrt{400+2500}$$

$$=\sqrt{2900}=\sqrt{100\times29}\Rightarrow R=10\sqrt{29}N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲)

۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین برادران)*

ابتدا نیروهای وارد بر چترباز را رسم نموده و سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون، تندی چترباز را در لحظهٔ t_1 می‌یابیم:



$$F_{net}=ma\Rightarrow f_D-mg=ma\xrightarrow[a=80\frac{m}{s^2},g=10\frac{m}{s^2}]{f_D=36v^2,\,m=90kg}$$

$$36v_1^2-90\times10=90\times80\Rightarrow36v_1^2=900\times9$$

$$\Rightarrow v_1^2=\frac{900\times9}{36}=\frac{900}{4}\Rightarrow v_1=\frac{30}{2}=15\frac{m}{s}$$

اکنون تندی حدی چترباز را می‌یابیم. چون در حالت تندی حدی نیروی خالص وارد بر چترباز صفر است، می‌توان نوشت:

$$F_{net}=0\Rightarrow f_D-mg=0\Rightarrow f_D=mg$$

$$\Rightarrow36v_2^2=90\times10\Rightarrow v_2^2=\frac{900}{36}\Rightarrow v_2=\frac{30}{6}=5\frac{m}{s}$$

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

در آخر با استفاده از رابطهٔ شتاب متوسط داریم:

$$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}\xrightarrow[v_۱=۱۵\frac{m}{s},v_۲=۵\frac{m}{s}]{t_۱=۵s,t_۲=۲۵s}a_{av}=\frac{۵-۱۵}{۲۵-۵}=-۰/۵\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۵۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین برادران)*

بیشینهٔ نیرویی که ترازو نشان می‌دهد مربوط به حالتی است که حرکت آسانسور کندشونده است و کمینهٔ نیرویی که ترازو نشان می‌دهد مربوط به حالتی است که حرکت آسانسور تندشونده است.

$$F_N=m(g+a)\begin{cases}\xrightarrow{\text{حرکت تندشونده به‌سمت پایین}}F_N=m(g-a)\quad(I)\\ \xrightarrow{\text{حرکت کندشونده به‌سمت پایین}}F'_N=m(g+a')\quad(II)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(I),(II)}F'_N-F_N=m(g+a')-m(g-a)$$

$$\Rightarrow F'_N-F_N=m(a+a')$$

$$\xrightarrow[m=۶۰kg]{a=۲\frac{m}{s^۲},a'=۳\frac{m}{s^۲}}F'_N-F_N=۶۰(۲+۳)=۳۰۰N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمدعلی عباسی)*

طبق رابطهٔ $\vec{p}=m\vec{v}$، اندازهٔ تکانه و سرعت متناسب با هم هستند و جهت آن‌ها یکسان است.

$$\vec{v}_۲=-\frac{۱}{۳}\vec{v}_۱\Rightarrow\vec{p}_۲=-\frac{۱}{۳}\vec{p}_۱$$

$$\Delta\vec{p}=\vec{p}_۲-\vec{p}_۱=-\frac{۱}{۳}\vec{p}_۱-\vec{p}_۱=-\frac{۴}{۳}\vec{p}_۱$$

$$|\vec{F}|=\frac{|\Delta\vec{p}|}{\Delta t}=\frac{\frac{۴}{۳}|\vec{p}_۱|}{۲}=\frac{\frac{۴}{۳}\times۲۴}{۲}=۱۶N$$

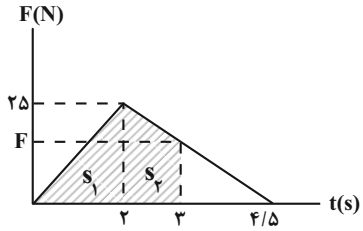
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا نیروی خالص وارد بر متحرک را در لحظهٔ $t=۳s$ می‌یابیم. مطابق شکل، با توجه به ثابت بودن شیب خط در بازهٔ زمانی ۲s تا ۴/۵s و با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{۲۵}{۴/۵-۲}=\frac{F}{۴/۵-۳}\Rightarrow\frac{۲۵}{۲/۵}=\frac{F}{۱/۵}\Rightarrow F=۱۵N$$

از طرف دیگر، با توجه به این‌که، مساحت زیر نمودار نیرو – زمان برابر تغییرات تکانه است، تغییرات تکانه راتا لحظهٔ $t=۳s$ محاسبه می‌کنیم و سپس تکانهٔ متحرک را در لحظهٔ $t=۳s$ می‌یابیم:



$$\Delta p=s_۱+s_۲\Rightarrow\Delta p=(\frac{۲۵\times۲}{۲})+(\frac{۲۵+۱۵}{۲}\times۱)\Rightarrow\Delta p=۴۵kg\frac{m}{s}$$

$$p_۰=mv_۰=۲\times۵\Rightarrow p_۰=۱۰kg\frac{m}{s}$$

$$\Delta p=p_۳-p_۰\Rightarrow۴۵=p_۳-۱۰\Rightarrow p_۳=۵۵kg\frac{m}{s}$$

اکنون برای محاسبهٔ نیروی خالص متوسط در کل زمان حرکت، ابتدا تغییرات تکانه را در کل زمان حرکت از مساحت زیر نمودار محاسبه کرده و سپس با استفاده از رابطهٔ $F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}$، F_{av} را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta p_{\text{کل}}=\frac{۲۵\times۴/۵}{۲}kg\frac{m}{s}$$

$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}\Rightarrow F_{av}=\frac{\frac{۲۵\times۴/۵}{۲}}{۴/۵}\Rightarrow F_{av}=۱۲/۵N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمد اسری)*

ابتدا محیط دایره را به دست می‌آوریم:

$$P=۲\pi r\xrightarrow[\pi=۳/۱۴]{r=۵cm}P=۲\times۳/۱۴\times۵=۳۱/۴cm$$

اکنون تعداد دورهایی که متحرک پیموده است را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{تعداد دور}=\frac{\text{مسافت طی‌شده}}{\text{محیط دایره}}=\frac{۷۸/۵}{۳۱/۴}=۲/۵\ \text{دور}$$

با توجه به این‌که متحرک در مدت زمان ۵ ثانیه، ۲/۵ دور را پیموده است، بنابراین، دورهٔ حرکت متحرک برابر است با:

$$T=\frac{۵}{۲/۵}=۲s\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}\omega=\frac{۲\pi}{۲}=\pi\frac{rad}{s}$$

مطابق رابطهٔ اندازهٔ نیروی مرکزگرا در حرکت دایره‌ای یکنواخت داریم:

$$F_r=mr\omega^۲\xrightarrow[r=۵cm=۰/۰۵m,m=۴۰g=۰/۰۴kg]{\omega=\pi\frac{rad}{s}}$$

$$F_r=۰/۰۴\times۰/۰۵\times\pi^۲=۰/۰۰۲\pi^۲N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(حسین ناصحی)*

نسبت وزن جسم برابر با نسبت شتاب گرانشی در محل جسم است.

$$W=mg\Rightarrow\frac{W'}{W}=\frac{g'}{g}$$

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

با توجه به رابطهٔ شتاب گرانش داریم:

$$g=\frac{GM}{R^2}\Rightarrow\frac{g'}{g}=\frac{\frac{M'}{R'^2}}{\frac{M}{R^2}}\xrightarrow[M=M_e,R=R_e+R_e=2R_e]{R'=3R_e,M'=2M_e}$$

$$\frac{g'}{g}=\frac{\frac{2M_e}{(3R_e)^2}}{\frac{M_e}{(2R_e)^2}}=\frac{8}{9}\xrightarrow{\frac{W'}{W}=\frac{g'}{g},\ W=720N}$$

$$\Rightarrow W'=720\times\frac{8}{9}=640N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶)

۵۷- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

بنا به رابطهٔ $F_{max}=kA=m\omega^2A$، بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر با دامنهٔ نوسان نسبت مستقیم دارد. بنابراین، اگر دامنهٔ نوسان ۲ برابر شود، بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر نیز دو برابر خواهد شد.

$$F_{max}=kA\xrightarrow{k=\text{ثابت}}\frac{F'_{max}}{F_{max}}=\frac{A'}{A}\xrightarrow{A'=2A}\frac{F'_{max}}{F_{max}}=\frac{2A}{A}$$

$$\frac{F'_{max}}{F_{max}}=2$$

برای دورهٔ تناوب، سامانه جرم – فنر، بنا به رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$، دوره تناوب به دامنه بستگی ندارد؛ بنابراین، با تغییر دامنه نوسان، دورهٔ تناوب تغییر نخواهد کرد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۵۸- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا باید انرژی کل نوسانگر را بیابیم. با توجه به این‌که در نقطهٔ تعادل تندی نوسانگر بیشینه و $K_{max}=E$ است، می‌توان نوشت:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow{m=\text{ثابت}}\frac{K_{max}}{K}=(\frac{v_{max}}{v})^2\xrightarrow[v=\frac{1}{2}v_{max}]{K_{max}=E}$$

$$\frac{E}{K}=(\frac{v_{max}}{\frac{1}{2}v_{max}})^2\Rightarrow\frac{E}{k}=4\Rightarrow K=\frac{1}{4}E$$

از طرف دیگر $U-K=25mJ$ و $E=K+U$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$E=K+U\xrightarrow{U=K+25}E=K+K+25$$

$$\Rightarrow E=2K+25\xrightarrow{K=\frac{1}{4}E}$$

$$E=2\times\frac{1}{4}E+25\Rightarrow E-\frac{1}{2}E=25\Rightarrow\frac{1}{2}E=25\Rightarrow E=50mJ$$

در آخر با استفاده از رابطهٔ $E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$ و با توجه به این‌که $a_{max}=\omega^2A$ است، به‌صورت زیر A را می‌یابیم:

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2A\times A\xrightarrow{\omega^2A=a_{max}}E=\frac{1}{2}ma_{max}\times A$$

$$\xrightarrow[a_{max}=25\frac{m}{s^2},m=0/2kg]{E=50mJ=50\times10^{-3}J}50\times10^{-3}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{10}\times25\times A$$

$$\Rightarrow A=2\times10^{-2}m\Rightarrow A=2cm$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(سید جلال میری)*

با توجه به نمودار

$$\begin{cases}A=20cm=0/2m\\U_{max}=18\times10^{-3}J\Rightarrow U_{max}=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\\m=0/1kg\end{cases}$$

$$\Rightarrow18\times10^{-3}=\frac{1}{2}\times0/1\times\omega^2\times0/04$$

$$\omega^2=9\Rightarrow\omega=3\frac{rad}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۶۰- **گزینهٔ «۴»** *(غلامرضا محبی)*

می‌دانیم دورهٔ تناوب یک نوسانگر هماهنگ ساده از رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ به‌دست می‌آید و تعداد نوسان‌ها در مدت زمان t برابر $N=\frac{t}{T}$ است، از طرفی، چون دو نوسانگر در فاصله‌های r_1 و r_2 از مرکز زمین قرار دارند، داریم:

$$\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{g_1}{g_2}}\xrightarrow{\frac{g_1}{g_2}=(\frac{r_2}{r_1})^2}\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{(\frac{r_2}{r_1})^2}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{r_2}{r_1}\xrightarrow[r_1=9R_e]{r_2=4R_e}$$

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{4R_e}{9R_e}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{4}{9}$$

اکنون برای به‌دست آوردن رابطهٔ بین نوسان‌های دو آونگ به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$T=\frac{t}{N}\xrightarrow{t=\text{ثابت}}\frac{T_2}{T_1}=\frac{N_1}{N_2}\Rightarrow\frac{4}{9}=\frac{N_1}{N_2}\Rightarrow N_1=\frac{4}{9}N_2$$

با توجه به این $T_2<T_1$ است، آونگ دوم تندتر نوسان می‌کند، و تعداد نوسان‌های آن در یک بازهٔ زمانی معین، بیشتر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$N_2-N_1=30\xrightarrow{N_1=\frac{4}{9}N_2}N_2-\frac{4}{9}N_2=30$$

$$\Rightarrow\frac{5}{9}N_2=30\Rightarrow N_2=54$$

می‌بینیم، تعداد نوسان‌های آونگ تندتر (آونگ با دورهٔ کم‌تر) $N_2=54$ است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

شیمی ۳

۶۱- **گزینهٔ «۴»** *(جهان شاهی‌بیگباغی)*

همهٔ عبارت‌ها درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (اول): باتوجه به متن کتاب در صفحهٔ ۳ صحیح است.

عبارت (دوم): بنزین (C_8H_{18}) و وازلین $(C_{25}H_{52})$ هر دو ناقطبی هستند ولی اوره $(CO(NH_2)_2)$ قطبی است.

عبارت (سوم): مخلوط آب، صابون و روغن، یک مخلوط ناهمگن و پایدار است (همان کلوئید).

عبارت (چهارم): با توجه به ساختارهای زیر صحیح است:

پاک‌کنندهٔ صابونی: $R-C(=O)-O^-Na^+$

پاک‌کنندهٔ غیرصابونی: $R-C_6H_4-SO_3^-Na^+$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۳ تا ۷ و ۱۰)

۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(علی رحیمی)*

بررسی گزینهٔ نادرست:

نیروی بین مولکولی میان لکه‌های چربی و صابون از نوع وان‌درواالسی (ناقطبی – ناقطبی) است، در حالی‌که نیروی بین مولکولی میان اتانول و آب از نوع هیدروژنی می‌باشد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(حسن ناصری‌ثانی)*

فقط مورد چهارم نادرست است.

بررسی موارد:

مورد اول: مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید، همانند سفیدکننده‌ها با آلاینده‌ها واکنش می‌دهد، بنابراین یک پاک‌کنندهٔ خورنده به‌شمار می‌آید.

مورد دوم: صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند؛ اما پاک‌کننده‌های خورنده افزون بر این برهم‌کنش‌ها، با آلاینده‌ها واکنش هم می‌دهند.

مورد سوم: از آن‌جا که مولکول‌های تشکیل‌دهندهٔ اوره و عسل دارای اتم H متصل به یکی از اتم‌های N و O هستند، بنابراین هر دو می‌توانند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

مورد چهارم: شواهد بسیاری در تاریخ علم وجود دارد که نشان می‌دهند پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۴)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** *(حسن رحمتی کوکنده)*

با توجه به این که غلظت یون کلرید برابر ۱۴۲۰۰ppm می‌باشد، یعنی در یک لیتر از این محلول ۱۴۲۰۰ میلی‌گرم یون Cl^- وجود دارد. با توجه به واکنش‌های موازنه شدهٔ زیر می‌توان نوشت:

$$CaCl_2(aq) \rightarrow Ca^{2+}(aq) + 2Cl^-(aq)$$

$$3Ca^{2+}(aq) + 2PO_4^{3-}(aq) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s)$$

$$?g\,PO_4^{3-} = 14200 \times 10^{-3} g\,Cl^- \times \frac{1 mol\,Cl^-}{35/5 g\,Cl^-} \times \frac{1 mol\,Ca^{2+}}{2 mol\,Cl^-}$$

$$\times \frac{2 mol\,PO_4^{3-}}{3 mol\,Ca^{2+}} \times \frac{95 g\,PO_4^{3-}}{1 mol\,PO_4^{3-}} \simeq 12/67 g PO_4^{3-}$$

$$\text{درصد جرمی یون فسفات} = \frac{12/67}{200} \times 100 \simeq \%6/33$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۸، ۹ و ۱۲)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود جعفری)*

ابتدا تعداد مول اولیه HCl را به‌دست می‌آوریم:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-0/3} = \frac{1}{10^{0/3}}$$

$$= \frac{1}{2} = 0/5 mol.L^{-1} \Rightarrow [H^+] = 0/5 mol.L^{-1}$$

$$mol(H^+) = [H^+] \times V = 0/5 \times \frac{400}{1000} = 0/2 mol\,H^+$$

مقداری از این $0/2 molH^+$ (یا همان $0/2 mol\,HCl$) وارد واکنش با کلسیم کربنات می‌شود و بقیهٔ آن در محلول باقی می‌ماند. با توجه به اطلاعاتی که از محلول باریم‌هیدروکسید داریم، می‌توانیم تعداد مول H^+ باقی‌مانده در محلول را محاسبه کنیم. ابتدا pH محلول باریم‌هیدروکسید را به‌دست می‌آوریم:

$$M_{Ba(OH)_2} = \frac{n(mol)}{V(L)} = \frac{5/13 g\,Ba(OH)_2 \times \frac{1 mol\,Ba(OH)_2}{171 g\,Ba(OH)_2}}{1 L}$$

$$= 0/03 mol.L^{-1}$$

$$[OH^-] = n.M_{Ba(OH)_2} = 2 \times 0/03 = 0/06 mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow pOH = -\log[OH^-] = -\log(6 \times 10^{-2}) = 2 - 0/3 - 0/5 = 1/2$$

$$\Rightarrow pH_{Ba(OH)_2} = 14 - 1/2 = 12/8$$

$$\frac{pH_{\text{باقی‌مانده}}}{pH_{Ba(OH)_2}} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{x}{12/8} = \frac{1}{16} \Rightarrow x = 0/8$$

$$0/8 = -\log[H^+]_{\text{باقی‌مانده}} \Rightarrow [H^+] = 10^{-0/8}$$

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

$= ۱۰^{-۲} \times ۱۰^{۱/۲} = ۱۰^{-۲} \times (۱۰^{۰/۳})^۴ = ۱۶ \times ۱۰^{-۲} \text{mol.L}^{-۱}$

$\text{mol}(H^+)_{\text{باقی‌مانده}} = ۱۶ \times ۱۰^{-۲} \times ۰/۴ = ۰/۰۶۴ \text{mol } H^+$

درنتیجه $۰/۱۳۶ \text{mol}$ $(۰/۲ - ۰/۰۶۴)$ محلول HCl با کلسیم کربنات واکنش می‌دهد. معادله این واکنش به‌صورت زیر می‌باشد:

$$۲HCl + CaCO_۳ \rightarrow CaCl_۲ + H_۲O + CO_۲$$

$$۲۰\text{g } CaCO_۳ \text{ ناخالص} \times \frac{P}{۱۰۰} \times \frac{۱\text{mol } CaCO_۳}{۱۰۰\text{g } CaCO_۳} \times \frac{۲\text{mol } HCl}{۱\text{mol } CaCO_۳}$$

$$= ۰/۱۳۶ \text{mol } HCl \Rightarrow P = ٪۳۴$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۶۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

HX یک اسید قوی تک‌پروتون‌دار و $H_۲SO_۴$ یک اسید قوی ۲ پروتون‌دار است، پس در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی متفاوتی دارند.

بررسی گزینه‌های درست:

گزینهٔ «۱»: در باران اسیدی و باران معمولی به ترتیب ($HNO_۳$ و $H_۲SO_۴$) و ($H_۲CO_۳$) وجود دارد. به بیانی دیگر در آن‌ها اسید ضعیف تک‌پروتون‌دار وجود ندارد.

گزینهٔ «۳»: زیرا غلظت یون هیدرونیوم در محلول HA کمتر است.

گزینهٔ «۴»: $HNO_۳$ اسید قوی تک پروتون‌دار در باران اسیدی است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۱۸)

۶۷- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود طبرسا)*

در اسیدهای ضعیف تک‌پروتون‌دار رابطهٔ $[H^+] = M\alpha$ برقرار است.

$$\text{اسید } HA: [H^+] = M\alpha \Rightarrow ۱۰^{-۲/۸} = M_{HA} \times ۱۰^{-۱/۳}$$

$$\Rightarrow M_{HA} = \frac{۱۰^{-۲/۸}}{۱۰^{-۱/۳}} = ۱۰^{-۱/۵} \text{mol.L}^{-۱}$$

$$\text{اسید } HY: [H^+] = M\alpha \Rightarrow ۱۰^{-۶/۴} = M_{HY} \times ۱۰^{-۰/۶}$$

$$\Rightarrow M_{HY} = \frac{۱۰^{-۶/۴}}{۱۰^{-۰/۶}} = ۱۰^{-۵/۸} \text{mol.L}^{-۱}$$

$$\Rightarrow \frac{M_{HA}}{M_{HY}} = \frac{X}{Y} = \frac{۱۰^{-۱/۵}}{۱۰^{-۵/۸}} = ۱۰^{۴/۳} = ۱۰^{۴+۰/۳} = ۱۰^۴ \times ۱۰^{۰/۳} = ۲ \times ۱۰^۴$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(فرزین بوستانی)*

تنها مورد «ب» نادرست است.

بررسی مورد (ب): این گزاره در صورتی درست است که فرض کنیم مولکول‌ها هیچ یونشی در محلول ندارند در حالی‌که این‌طور نیست.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴، ۱۶ تا ۱۸ و ۲۳)

۶۹- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا جمشیری)*

ابتدا $[H^+]$ و سپس $[OH^-]$ را در محلول نهایی محاسبه می‌کنیم:

$$۱۰^{-pH} = [H^+] \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۲/۷} = ۲ \times ۱۰^{-۱۳} \text{mol.L}^{-۱}$$

$$[H^+] \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \rightarrow [OH^-] = ۵ \times ۱۰^{-۲} \text{mol.L}^{-۱}$$

$$\underbrace{[KOH] = [OH^-]}_{\text{باز قوی}} = ۵ \times ۱۰^{-۲} \text{mol.L}^{-۱}$$

شمار مول KOH حل‌شده برابر است با:

$$?\text{mol KOH} = ۰/۷۵\text{L} \times ۵ \times ۱۰^{-۲} \frac{\text{mol}}{\text{L}} = ۰/۰۳۷۵ \text{mol KOH}$$

$$?\text{g KOH} = ۰/۰۳۷۵ \times ۵۶ = ۲/۱\text{g KOH}$$

در نهایت با توجه به تعریف ppm داریم:

$$ppm = \frac{۲/۱}{۱۶۸} \times ۱۰^۶ = ۱۲۵۰۰$$

$$\text{درصد جرمی} = ppm \times ۱۰^{-۴} = ٪۱/۲۵$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا رضایی‌سراب)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: فرآورده‌های واکنش جوش شیرین با محلول HCl عبارت‌اند از: $NaCl(aq)$، $CO_۲(g)$ و $H_۲O(l)$.

گزینهٔ «۳»: در دمای ثابت حاصل $[H^+] \times [OH^-]$ در محلول‌های آبی برابر مقداری ثابت است.

گزینهٔ «۴»: در این واکنش، یون‌های $Na^+(aq)$ و $Cl^-(aq)$ دست‌نخورده باقی می‌مانند. (یون‌های تماشاگر یا ناظر)

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۶، ۲۷، ۳۰ تا ۳۲ و ۳۴)

۷۱- **گزینهٔ «۱»** *(سراسری ریاضی ۹۹)*

$$\frac{\text{غلظت محلول اولیه}}{\text{غلظت محلول ثانویه}} = \frac{۴}{۱} = \frac{\frac{x\text{mol}}{۴/۸ \times ۱۰^{-۳}\text{L}}}{\frac{x\text{mol}}{(۴/۸+y) \times ۱۰^{-۳}\text{L}}} \Rightarrow ۴ = \frac{۴/۸+y}{۴/۸}$$

$$\Rightarrow y = ۱۴/۴\text{g } H_۲O$$

$$\text{جرم اولیهٔ } MOH \text{ خالص} = ۷۵\text{g } MOH \text{ ناخالص} \times \frac{\text{۶۷g } MOH \text{ خالص}}{\text{۱۰۰g } MOH \text{ ناخالص}}$$

$$= ۵۰/۲۵\text{g}$$

$$\text{جرم } MOH \text{ خالص مصرف‌شده} = ۱۴/۴\text{g } H_۲O \times \frac{۱\text{mol } H_۲O}{۱۸\text{g } H_۲O}$$

$$\times \frac{۱\text{mol } MOH}{۱\text{mol } H_۲O} \times \frac{۴۰\text{g } MOH}{۱\text{mol } MOH} = ۳۲\text{g } MOH$$

$$\Rightarrow \text{درصد } MOH \text{ مصرف‌شده} = \frac{۳۲\text{g}}{۵۰/۲۵} \times ۱۰۰ \simeq ۶۴٪$$

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

جرم MOH خالص باقی‌مانده $= ۵۰/۲۵ - ۳۲ = ۱۸/۲۵g$

$$?gHCl = ۱۸/۲۵gMOH \times \frac{۱molMOH}{۴۰gMOH} \times \frac{۱molHCl}{۱molMOH} \times \frac{۳۶/۵gHCl}{۱molHCl} \simeq ۱۶/۷gHCl$$

$$\text{غلظت HCl} = \frac{۱۶/۷gHCl}{۰/۵L} \simeq ۳۳g.L^{-۱}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۳۱)

۷۲- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی اسرزاده)*

واکنش موازنه شده به‌صورت زیر است:

$$MnO_۴^- + Cr_۲O_۷^{۲-} + ۱۱Fe^{۲+} + ۲۲H^+ \rightarrow Mn^{۲+} + ۲Cr^{۳+} + ۱۱Fe^{۳+} + ۱۱H_۲O$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مجموع ضرایب برابر ۶۰ است.

گزینهٔ «۲»: دو گونه اکسنده $(Cr_۲O_۷^{۲-}, MnO_۴^-)$ و یک گونه کاهنده $(Fe^{۲+})$ داریم.

گزینهٔ «۳»:

$$MnO_۴^- : Mn \text{ عدد اکسایش} = +۷ \qquad Mn^{۲+} : +۲ \xrightarrow{\text{تغییر}} ۵$$

$$Cr_۲O_۷^{۲-} : Cr \text{ عدد اکسایش} = +۶ \qquad Cr^{۳+} : +۳ \xrightarrow{\text{تغییر}} ۳$$

گزینهٔ «۴»: عدد اکسایش H و O در این واکنش تغییری نکرده است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۷۳- **گزینهٔ «۱»** *(سراسری خارج از کشور تجربی ۹۹)*

عبارت (آ): هرچه E° یک نیم‌واکنش کاهش بیشتر باشد، گونهٔ سمت راست کاهندهٔ ضعیف‌تر و گونهٔ سمت چپ اکسندهٔ قوی‌تری است.

مقایسهٔ کاهندگی: $V > Ag$

مقایسهٔ اکسندگی: $Ag^+ > V^{۲+}$

عبارت (ب): E° کاهشی واناديم از سرب کمتر است؛ یعنی V کاهنده‌تر بوده و تمایل بیشتری برای تبدیل شدن به کاتیون خود را دارد.

عبارت (پ):

$$E^\circ_{(Pb-Ag)} = E^\circ \text{ کاتد} - E^\circ \text{ آند} =$$

$$E^\circ_{(Ag^+/Ag)} - E^\circ_{(Pb^{۲+}/Pb)} = ۰/۹۳V$$

$$E^\circ_{(V-Pb)} = E^\circ \text{ کاتد} - E^\circ \text{ آند} =$$

$$E^\circ_{(Pb^{۲+}/Pb)} - E^\circ_{(V^{۲+}/V)} = ۱/۰۷V$$

عبارت (ت): Pb به دلیل E° کاهش کمتر، از نقره کاهنده‌تر بوده و فلز فعال‌تری است. بنابراین می‌تواند با یون‌های Ag^+ واکنش دهد. (در واکنش‌های خودبه‌خودی همیشه اتم فلز فعال‌تر در سمت واکنش‌دهنده و اتم فلز پایدارتر در سمت فراورده قرار دارد.)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** *(خرزاد رضایی)*

بخش اول: با قرار دادن X در هر سه حالت، سه سلول گالوانی به‌صورت زیر خواهیم داشت:

سلول گالوانی $Fe - Cu$ $\quad X = Fe$

واکنش کلی: $Fe(s) + Cu^{۲+}(aq) \rightarrow Fe^{۲+}(aq) + Cu(s)$

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = (+۰/۳۴) - (-۰/۴۴) = ۰/۷۸V$$

سلول گالوانی $Zn - Cu$ $\quad X = Zn$

واکنش کلی: $Zn(s) + Cu^{۲+}(aq) \rightarrow Zn^{۲+}(aq) + Cu(s)$

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = (+۰/۳۴) - (-۰/۷۶) = ۱/۱V$$

سلول گالوانی $Mg - Cu$ $\quad X = Mg$

واکنش کلی: $Mg(s) + Cu^{۲+}(aq) \rightarrow Mg^{۲+}(aq) + Cu(s)$

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = (+۰/۳۴) - (-۲/۳۷) = ۲/۷۱V$$

$$\frac{emf(max)}{emf(min)} = \frac{۲/۷۱}{۰/۷۸} \simeq ۳/۴۷$$

بخش دوم:

چون شرایط برابر است، به ازای مصرف ۱ مول $Cu^{۲+}$ جرم X هم به اندازهٔ ۱ مول کاهش می‌یابد که برای فلز روی بیش‌ترین مقدار کاهش را خواهد داشت؛ چون بیش‌ترین جرم مولی را دارد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** *(حسن عیسی‌زاده)*

به‌جز قسمت (پ) بقیهٔ موارد درست‌اند.

با توجه به اینکه جهت حرکت الکترون از سمت آند به سمت کاتد است، پس M آند (قطب منفی) و A کاتد (قطب مثبت) سلول است. بنابراین:

ب) با تبدیل اتم‌های M به $M^{۳+}$، غلظت $M^{۳+}$ در اطراف آند افزایش می‌یابد و غلظت $A^{۲+}$ به دلیل کاهش یون‌های $A^{۲+}$، کاهش می‌یابد.

پ) مطابق قانون پایستگی جرم، تغییر جرم دو سمت معادله با هم برابر است در حالی که آند و کاتد هر کدام تنها بخشی از یک سمت معادله هستند.

ت) آنیون‌های نیترات از سمت نیم‌سلول کاتدی با گذر از دیواره متخلخل به نیم‌سلول آندی جابه‌جا می‌شوند.

ث) مطابق نیم‌واکنش $M \rightarrow M^{۳+} + ۳e^-$، جرم M مصرف شده برابر است با:

$$?mgM = ۱۸/۰۶ \times ۱۰^{۲۱}e^- \times \frac{۱mole^-}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}e^-} \times \frac{۱molM}{۳mole^-} \times \frac{۲۷gM}{۱molM} \times \frac{۱۰^۳mg}{۱g} = ۲۷۰mgM$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

www.OstadLink.com

استادلینک؛ سایت جستجوی معلم خصوصی

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

نیم‌واکنش آندی در واکنش اکسایش – کاهش داده شده به‌صورت

$Al \rightarrow Al^{3+} + 3e^-$ است.

نیم‌واکنش کاتدی برقکافت آب:

$2H_2O(l) + 2e^- \rightarrow 2OH^-(aq) + H_2(g)$

محاسبهٔ شمار مول‌های الکترون مصرف شده در نیم‌واکنش کاتدی برقکافت آب:

$$?mole^- = 2/24\,L\,H_2 \times \frac{1\,mol\,H_2}{22/4\,L\,H_2} \times \frac{2\,mole^-}{1\,mol\,H_2} = 0/2\,mole^-$$

$$?g\,Al = 0/2\,mole^- \times \frac{1\,mol\,Al}{3\,mole^-} \times \frac{27\,g\,Al}{1\,mol\,Al} = 1/8\,g\,Al$$

نیم‌واکنش کاتدی: $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$

$$?mol\,Cu = 0/2\,mole^- \times \frac{1\,mol\,Cu}{2\,mole^-} = 0/1\,mol\,Cu$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲ و ۵۴)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(سراسری داخل کشور تجربی ۹۹)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در سلول گالوانی، الکترود آند، قطب منفی است.

گزینهٔ «۳»: در سلول الکترولیتی در قطب منفی یا کاتد، کاهش انجام می‌شود.

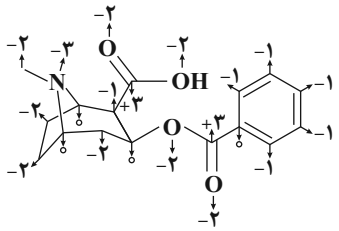
گزینهٔ «۴»: در سلول گالوانی در کاتد، اتم‌های فلزی از یون‌ها تشکیل می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۵، ۴۶، ۵۴ و ۵۵)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(ساجد شیری)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: با توجه به شکل زیر، مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن و مجموع اعداد اکسایش اتم‌های اکسیژن برابر ۸- است.



گزینهٔ «۲»: هیچ‌کدام از اتم‌های کربن دارای بیش‌ترین (۴+) یا کم‌ترین (۴-) عدد اکسایش ممکن خود نیستند. پس قابلیت اکسایش و کاهش یافتن را دارند.

گزینهٔ «۳»: $+3-(-3)=6$

عدد ۶ ← تعداد کربن‌های (۱-)

گزینهٔ «۴»: با توجه به فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر، اشتباه است.

$(C_{16}H_{19}NO_4)$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی درستی یا نادرستی موارد:

آ) نیم‌واکنش اکسایش آهن سفید به‌صورت $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$ است که در آن Zn اکسایش‌یافته و بنابراین کاهنده است.

ب) آبکاری در سلول الکترولیتی انجام می‌شود و جسم آبکاری‌شونده به قطب منفی باتری متصل می‌شود.

پ) عدد اکسایش N در نیتروواسید (HNO_2) و نیتریک‌اسید (HNO_3)، به ترتیب برابر ۳+ و ۵+ می‌باشد که نسبت آن $\frac{3}{5}$ یا ۰/۶ است.

HNO_2: $1+x+2(-2)=0 \Rightarrow x=+3$ $\qquad$ HNO_3: $1+x+3(-2)=0 \Rightarrow x=+5$

ت) در سلول گالوانی $A-B$، جهت حرکت الکترون‌ها از A به سمت B است، یعنی A آند بوده و E° آن کوچک‌تر است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۶۰)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(رئوف اسلام‌دوست)*

ابتدا جرم فلز نقرهٔ مصرف‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$3 = \frac{X}{24} \times 100 \Rightarrow X = 0/72\,g\,Ag$$

سپس با استفاده از نیم‌واکنش آندی $Ag(s) \rightarrow Ag^+(aq) + e^-$، تعداد الکترون‌های عبوری از مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$?e^- = 0/72\,g\,Ag \times \frac{1\,mol\,Ag}{108\,g\,Ag} \times \frac{1\,mole^-}{1\,mol\,Ag} \times \frac{6/02\times10^{23}\,e^-}{1\,mole^-}$$

$$\simeq 4\times10^{21}\,e^-$$

حال با توجه به نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی:

نیم‌واکنش آندی: $Ag(s) \rightarrow Ag^+(aq) + e^-$

نیم‌واکنش کاتدی: $Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$

می‌توان دریافت که تعداد کاتیون‌های $Ag^+(aq)$ موجود در محلول ثابت می‌ماند:

$$?Ag^+ = 5\,L\,\text{محلول} \times \frac{0/8\,mol\,AgNO_3}{1\,L\,\text{محلول}} \times \frac{1\,mol\,Ag^+}{1\,mol\,AgNO_3}$$

$$\times \frac{6/02\times10^{23}\,Ag^+}{1\,mol\,Ag^+} = 2/408\times10^{24}\,Ag^+$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۲)

www.OstadLink.com