

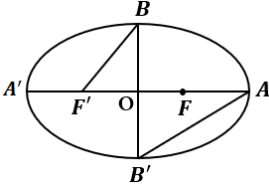
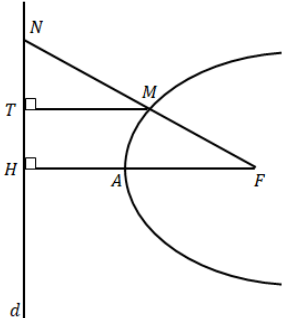
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی- فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۰/۷۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} -۳ & & \\ & ۲ & \\ & & ۲k - ۱ \end{bmatrix}$ ، مقدار k برابر است. ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل است. پ) حجم متوازی السطوحی که روی بردارهای واحد \vec{i} و \vec{j} و \vec{k} بنا می‌شود، برابر است.	۱
۰/۷۵	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $A_{n \times n}$ ماتریس دلخواه و I_n ماتریس همانی و $A^2 - A = I$ باشد، وارون ماتریس A ، برابر $(I - A)$ است. ب) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارج هستند، دایره $C'(O, 2r)$ است. پ) بردار $\vec{a} = \left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ ، یک بردار یکه است.	۲
۲	ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} j-1 & i > j \\ i^2 - j & i = j \\ 1-i & i < j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} -۱ & ۱ & ۲ \\ -۲ & -۱ & ۱ \\ ۱ & ۲ & -۱ \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. الف) حاصل $A \times B$ را به دست آورید. ب) دترمینان ماتریس B را به دست آورید. (با روش دلخواه)	۳
۱/۲۵	دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ 2y - x = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۴
۱/۲۵	اگر A ماتریسی 3×3 باشد و $ A = -2$ ، حاصل $ 2A + A^{-1} ^3$ را محاسبه کنید.	۵
۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 2x - y & 5 \\ z & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x + y \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشند، حاصل $x^2 - 2y + z$ را به دست آورید.	۶
۱/۵	نقطه‌ای A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله‌ی ۳ سانتیمتر و از d به فاصله‌ی ۴ سانتیمتر باشد. (در مورد حالت‌های مختلف جواب بحث کنید).	۷
ادامه سوالات در صفحه دوم		

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی- فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			

۸	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(0,1)$ بوده و با دایره $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$ مماس داخل باشد.	۱/۵
۹	وضعیت خط $x + y = 3$ و دایره $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ را تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در بیضی زیر، خروج از مرکز برابر $\frac{4}{5}$ است. نسبت مساحت مثلث $OB'F'$ به مساحت مثلث OAB' را بیابید.	۱/۵
		
۱۱	در شکل زیر، سهمی با راس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا d را در نقطه N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$	۱/۵
		
۱۲	اگر $ \vec{a} = 10$ و $ \vec{b} = 2$ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ باشند و زاویه بین دو بردار حاده باشد، مقدار $ \vec{a} \times \vec{b} $ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	بردارای عمود بر دو بردار $\vec{a} = (3, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, 2, -1)$ بیابید.	۱
۱۴	اگر $\vec{a} = (1, -3, 4)$ و $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ باشند، آنگاه تصویر قائم بردار \vec{a} را بر امتداد بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بیابید.	۱/۵
۱۵	فرض کنید \vec{a} و \vec{b} بردارهایی به طول ۵ هستند که با یکدیگر زاویه $\frac{\pi}{4}$ می‌سازند. مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $2\vec{a}$ تولید می‌شود را بیابید.	۱/۵
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			

۰/۷۵	پ) یک (۰/۲۵) ص ۸۲ و ص ۸۳	ب) دو خط متقاطع (۰/۲۵) ص ۳۹	الف) $k = \frac{1}{3}$ (۰/۲۵) ص ۱۲	۱	
۰/۷۵	پ) درست (۰/۲۵) ص ۷۵	ب) درست (۰/۲۵) ص ۳۹	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۲۲	۲	
۲	$A = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 2 & -1 \\ \cdot & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$ <p>الف) $A \times B = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ -5 & -4 & 3 \\ 4 & 11 & -5 \end{bmatrix} \quad (۰/۷۵)$</p> <p>ب) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$</p> $ B = \underbrace{(-1 + 1 - 8)}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{(-2 - 2 + 2)}_{(۰/۲۵)} = -6 \quad (۰/۲۵)$			ص ۲۱ و ص ۲۸	۳
۱/۲۵	$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $A^{-1} = \frac{1}{\underbrace{6-4}_{(۰/۲۵)}} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵) \quad \rightarrow \quad \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{(۰/۵)} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$			ص ۲۴	۴
۱/۲۵	$ 2A + A^{-1} ^2 = \underbrace{2^2 A }_{(۰/۲۵)} + \underbrace{\frac{1}{ A ^2}}_{(۰/۵)} = \underbrace{8(-2)}_{(۰/۲۵)} + \frac{1}{-8} = \frac{-129}{8} \quad (۰/۲۵)$			ص ۳۱	۵
۱	$z = -3 \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 1 \quad (۰/۵) \quad \rightarrow \quad x^2 - 2y + z = -1 \quad (۰/۲۵)$			ص ۲۰	۶

ادامه در صفحه دوم

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			

۷	ص ۳۹ - مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی ثابت ۳ سانتی‌متر هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ سانتی‌متر است. (۰/۲۵) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر باشند، دو خط موازی با d و در طرفین خط d است. (۰/۵) اشتراک این دو مکان هندسی را در نظر می‌گیریم. اگر دایره دو خط موازی را قطع نکند، جوابی نخواهد داشت. (۰/۲۵) اگر دایره بر یکی از خطوط موازی مماس باشد، یک جواب دارد. (۰/۲۵) اگر دایره یکی از دو خط موازی را قطع کند دو جواب خواهد داشت. (۰/۲۵) (بررسی تعداد حالات با رسم شکل نیز صحیح است و نمره‌ی مربوطه لحاظ گردد.)	۱/۵
۸	ص ۴۴ (۰/۲۵) $O'(۲,۳)$ و $r' = ۴$ → $(x - ۲)^2 + (y - ۳)^2 = ۱۶$ (۰/۲۵) $d = OO' = \sqrt{(۰ - ۲)^2 + (۱ - ۳)^2} = \sqrt{۸}$ (۰/۲۵) $ r - r' = d$ → $ r - ۴ = \sqrt{۸}$ → $r = ۴ \pm ۲\sqrt{۲}$ (۰/۲۵) (۰/۵) $(x - ۰)^2 + (y - ۱)^2 = (۴ \pm ۲\sqrt{۲})^2$	۱/۵
۹	ص ۴۵ روش اول: $x + y = ۳ \Rightarrow y = ۳ - x$ (۰/۲۵) $x^2 + y^2 - ۲y - ۳ = ۰ \rightarrow x^2 + (۳ - x)^2 - ۲(۳ - x) - ۳ = ۰$ (۰/۲۵) $۲x^2 - ۴x = ۰$ (۰/۵) دلتای معادله‌ی اخیر مثبت است (۰/۲۵) بنابراین دو ریشه متمایز دارد که طول نقاط تقاطع است. پس خط و دایره متقاطع‌اند. (۰/۲۵) روش دوم: $x^2 + y^2 - ۲y - ۳ = ۰ \Rightarrow O(۰,۱)$ و $r = \frac{1}{2}\sqrt{۴ + ۱۲} = ۲$ (۰/۵) $OH = \frac{ ۰ + ۱ - ۳ }{\sqrt{۱ + ۱}} = \sqrt{۲} < ۲$ (۰/۵) پس خط و دایره متقاطع‌اند. (۰/۲۵)	۱/۵
ادامه در صفحه سوم		

باسمه تعالی

مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف

۱/۵	$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (-2, 1, 2) \quad (0/5)$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{ \vec{d} } \vec{d} = \frac{(-2-3+4)}{(-2)^2+1^2+2^2} (-2, 1, 2) = \left(\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ <p style="text-align: center;">(0/25)</p>	ص ۸۴	۱۴
۱/۵	$S = \frac{1}{2} 2\vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2} 2\vec{a} \times \vec{a} + 2\vec{a} \times \vec{b} \quad (0/25)$ $S = \frac{1}{2} 0 + 2\vec{a} \times \vec{b} = \frac{2}{2} \vec{a} \times \vec{b} = \frac{2}{2} \vec{a} \vec{b} \sin\theta = 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25\sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(0/25)</p>	ص ۸۴	۱۵
۲۰	جمع نمره	موفق و سربلند باشید.	