



# آزمون «۲۴ شهریور ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید) دفترچه اجباری

## زنگنه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۱۰۰ دقیقه  
تعداد سؤالات: ۷۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
	۱۰	۴۱-۵۰	۱۰'
	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
جمع کل	۷۰	۱-۷۰	۱۰۰'

### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	امیرحسین ابومحبوب - کاظم اجلائی - عباس اشرفی - امیر هوشنگ انصاری - میلاد چاشمی - عادل حسینی - آریان حیدری - امیر هوشنگ خسته وحید راحتی - میلاد سجادی لاریجانی - علی شهرابی - محمد صحت‌کار - رضا علی‌نواز - مهرداد ملوندی - میلاد منصوری - سروش موثینی جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - علی ایمانی - جواد حاتمی - سیدمحمد رضا حسینی فرد - افشین خاصه‌خان - فرزانه خاکپاش - محمد خندان - کیوان دارابی - رضا عباسی اصل - احمد رضا فلاح - سهام مجیدی پور - نوید مجیدی - نصیر محبی‌نژاد - مجید محمدی نویسی - علیرضا نصرالهی - محمد هجری سرژ یقیازاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب - جواد حاتمی - سیدمحمد حسینی فرد - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سیدوحید ذوالفقاری - ندا صالح‌پور - محمد صحت‌کار - احمد رضا فلاح - مرتضی فهیم‌علوی - نیلوفر مهدوی - محمد هجری - مهدی وقعی
فیزیک	معصومه افضلی - احسان ایرانی - زهره آقامحمدی - امیر مهدی جعفری - امیر علی حاتم‌خانی - بهنام رستمی - محمد ساکی - مهدی سلطانی سعید شرق - مریم شیخ‌ممو - پوریا علاقه‌مند - مسعود قره‌خانی - مصطفی کیانی - غلامرضا محبی - احسان محمدی - امیر محمودی انزایی حسین مخدومی - حسام نادری - حسین ناصحی
شیمی	امیر حاتمیان - ارژنگ خانلری - حمید ذیحی - علی رفیعی - محمد رضا زهره‌وند - آروین شجاعی - امیرحسین طیبی سودکلایی رسول عابدینی زواره - حسین ناصری‌ثانی

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	سعید خان‌بابایی مهدی ملازمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	زهره آقامحمدی حمید زرین‌کفش	بهنام قازانچایی محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون  
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»  
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۵۱

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

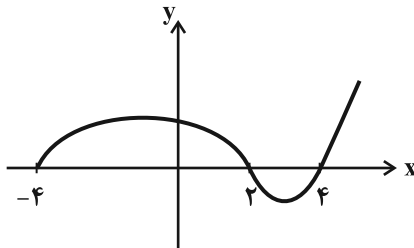
۱- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{[\sin x] + 2}{\cos 2x - 1}$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) ۱      (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴)  $-\frac{3}{2}$

۲- اگر  $f(x) = x[x]$  و حد راست  $f$  در  $x = n$ ،  $1/02$  برابر حد چپ در آن نقطه باشد، جمع ارقام عدد طبیعی  $n$  کدام است؟

- (۱) ۶      (۲) ۵      (۳) ۴      (۴) ۷

۳- نمودار تابع  $f$  مطابق شکل زیر است. تابع  $\sqrt{f}$  در چند نقطه از دامنه‌اش حد ندارد؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۴- اگر  $g(x) = \left[ \sin\left(\frac{3\pi}{x}\right) \right]$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x^2 - x^2 + 3)$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) صفر      (۲) ۱

(۳) -۱      (۴) وجود ندارد.

۵- دامنه تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x - \frac{1}{2}[2x]}$  در نقطه  $x = m$  دارای همسایگی محذوف و در نقطه  $x = n$  دارای همسایگی یک طرفه است.

$m \times n$  کدام یک از مقادیر زیر نمی‌تواند باشد؟

- (۱) صفر      (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳)  $-\frac{1}{2}$       (۴) ۱

۶- اگر  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{x+b}}{x-3}$  برابر عدد حقیقی  $a$  باشد، حاصل  $a+b$  کدام است؟

(۴)  $\frac{47}{6}$

(۳)  $\frac{41}{6}$

(۲)  $\frac{35}{6}$

(۱)  $\frac{37}{6}$

۷- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin x}$  کدام است؟

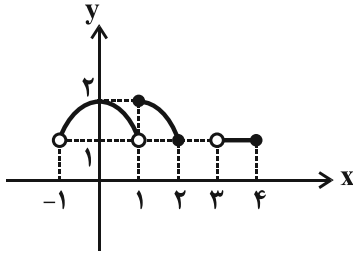
(۲)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱)  $\sqrt{2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) حاصل حد وجود ندارد.

۸- با توجه به نمودار تابع  $f$ ، کدام جمله درست است؟



(۱) تابع  $f$  در بازه  $[1, 2]$  پیوسته است.

(۲) تابع  $f$  در بازه  $[3, 4]$  پیوسته است.

(۳) تابع  $f$  در هر نقطه از بازه  $[1, 2]$  پیوسته است.

(۴) تابع  $f$  بر بازه  $[0, 2]$  پیوسته است.

۹- کدام تابع زیر در  $x=1$  فقط پیوستگی چپ دارد؟ ( [ ]، نماد جز صحیح است.)

(۲)  $g(x) = [x^2 - 2x]$

(۱)  $f(x) = [x^3 + x]$

(۴)  $k(x) = [-\frac{1}{x}]$

(۳)  $h(x) = [\cos \frac{\pi x}{2}]$

۱۰- به ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos \pi x + \cos 2\pi x}{\sin^2 \pi x} & ; x \neq 1 \\ a & ; x = 1 \end{cases}$  در نقطه  $x=1$  پیوسته است؟

(۴)  $-\frac{1}{2}$

(۳)  $-\frac{3}{2}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۱)  $\frac{3}{2}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

 ۱۱- اگر  $a$  عددی صحیح باشد، چند مثلث حاده‌الزاویه به طول اضلاع ۸، ۱۵ و  $a$  وجود دارد؟

$$15 \quad (1)$$

$$4 \quad (2)$$

$$5 \quad (3)$$

$$6 \quad (4)$$

 ۱۲- در مثلث  $ABC$ ،  $AB=7$ ،  $AC=9$  و  $BC=10$  است. طول میانه  $AM$  کدام است؟

$$\sqrt{15} \quad (1)$$

$$\sqrt{30} \quad (2)$$

$$2\sqrt{10} \quad (3)$$

$$4\sqrt{10} \quad (4)$$

۱۳- مساحت مثلثی با طول اضلاع ۱۲، ۱۷ و ۲۵ کدام است؟

$$75 \quad (1)$$

$$90 \quad (2)$$

$$105 \quad (3)$$

$$120 \quad (4)$$

 ۱۴- در مثلث  $ABC$ ، اگر  $\sin(\hat{A} + \hat{C}) = \frac{1}{3}$  و  $AC = 5$  باشد، طول شعاع دایره محیطی مثلث کدام است؟

$$5 \quad (1)$$

$$7/5 \quad (2)$$

$$10 \quad (3)$$

$$15 \quad (4)$$

 ۱۵- مساحت هشت ضلعی منتظم محاط در دایره‌ای به شعاع  $\sqrt[4]{2}$  کدام است؟

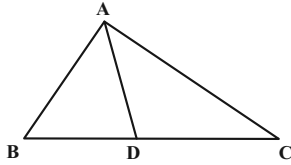
$$2 \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$4 \quad (3)$$

$$4\sqrt{2} \quad (4)$$

۱۶- در شکل زیر اگر  $BD = \frac{AC}{2} = 3$  ،  $AB = 4$  و  $DC = 5$  باشد، طول پاره خط  $AD$  کدام است؟



(۱)  $\frac{\sqrt{24}}{2}$

(۲)  $\sqrt{24}$

(۳)  $\frac{\sqrt{17}}{2}$

(۴)  $\sqrt{17}$

۱۷- در یک لوزی طول قطر کوچک برابر  $3\sqrt{2} - \sqrt{3}$  و اندازه زاویه حاده  $30^\circ$  است. مساحت این لوزی کدام است؟

(۱)  $\frac{9}{4}$

(۲) ۳

(۳)  $\frac{9}{2}$

(۴) ۶

۱۸- در مثلث  $ABC$ ، نیمساز زاویه داخلی  $A$ ، ضلع  $BC$  را در نقطه  $D$  قطع می‌کند. اگر  $AC = 8$ ،  $AB = 7$  و  $BC = \frac{7}{5}$  باشد،

طول  $AD$  کدام است؟

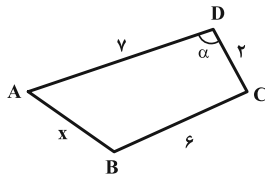
(۱)  $3\sqrt{5}$

(۲)  $\sqrt{42}$

(۳)  $2\sqrt{10}$

(۴)  $5\sqrt{2}$

۱۹- در چهارضلعی محاطی زیر، طول ضلع  $AB$  کدام است؟ ( $\cos \alpha = 0/125$ )



(۱) ۴

(۲)  $4/5$

(۳)  $4\sqrt{3}$

(۴) ۳

۲۰- در مثلث  $ABC$ ، میانه  $AM$  و نیمسازهای دو زاویه  $AMB$  و  $AMC$  را رسم می‌کنیم تا به ترتیب اضلاع  $AB$  و  $AC$  را در

نقاط  $P$  و  $Q$  قطع کنند. اگر  $AB = 9$ ،  $AQ = 8$  و  $CQ = 2$  باشد، آنگاه طول  $AP$  کدام است؟

(۱)  $5/4$

(۲)  $6/25$

(۳)  $6/75$

(۴)  $7/2$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۲۷

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

- ۲۱- به هر یک از افراد یا اشیا که داده‌های مربوط به آنها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود، ..... و به مجموعه کل آنها ..... گفته می‌شود.
- (۱) واحد آماری - جامعه آماری  
(۲) متغیر - جامعه آماری  
(۳) واحد آماری - نمونه  
(۴) متغیر - نمونه
- ۲۲- اگر برای نظرسنجی در مورد کتاب درسی آمار و احتمال از دانش‌آموزان پایه یازدهم ریاضی شهر تهران، از تمامی مناطق آموزش و پرورش، به تعداد یکسان دانش‌آموز انتخاب کنیم، از کدام روش نمونه‌گیری استفاده کرده‌ایم؟
- (۱) تصادفی ساده  
(۲) خوشه‌ای  
(۳) طبقه‌ای  
(۴) سامانمند
- ۲۳- روش گردآوری داده‌ها در کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟
- (۱) رضایت مردم تهران از وسایل نقلیه عمومی  
(۲) تعداد دستگاه‌های عابر بانک موجود در یک خیابان  
(۳) وضعیت آلودگی هوا  
(۴) وضعیت آب گرفتگی معابر
- ۲۴- چند مورد از تعاریف زیر صحیح است؟
- الف) مشخصه‌ای عددی را که توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص از نمونه است و از داده‌های نمونه به دست می‌آید، آماره می‌گویند.  
ب) فرآیند نتیجه‌گیری درباره تغییرات یک جامعه را آمار استنباطی می‌گوییم.  
پ) در بررسی یک جامعه، نمونه‌گیری اریب ارزش بالایی دارد.  
ت) هر زیرمجموعه از یک جامعه آماری را که با روش خاصی انتخاب شده باشد، نمونه می‌گوییم.
- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴
- ۲۵- اگر انحراف معیار برآورد میانگین نمونه‌ای ۲۵ تایی از یک جامعه برابر  $\frac{1}{8}$  باشد، انحراف معیار برآورد میانگین نمونه‌ای ۲۲۵ تایی از این جامعه کدام است؟
- (۱)  $\frac{0}{2}$   
(۲)  $\frac{0}{3}$   
(۳)  $\frac{0}{5}$   
(۴)  $\frac{0}{6}$
- ۲۶- برای انتخاب ۲۰ عدد از بین اعداد ۱ تا ۲۴۰ به روش سامانمند، یکی از اعداد انتخاب شده ۱۱۵ است. در این صورت چهارمین عدد انتخاب شده کدام است؟
- (۱) ۳۷  
(۲) ۳۹  
(۳) ۴۱  
(۴) ۴۳
- ۲۷- بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای برآورد میانگین در یک جامعه آماری براساس یک نمونه‌گیری به صورت  $[0.12, 11/97]$  بدست آمده است. چه تعداد از گزاره‌های زیر الزاماً درست است؟
- الف) برآورد نقطه‌ای از میانگین این جامعه برابر  $12/01$  است.  
ب) انحراف معیار جامعه برابر  $\sigma = 0/08$  است.  
پ) انحراف معیار میانگین در این نمونه‌گیری  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{50}$  است.
- (۱) ۳  
(۲) ۲  
(۳) ۱  
(۴) هیچ
- ۲۸- اگر برآورد بازه‌ای با اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه‌ای با واریانس ۱۲۱ به صورت  $[47/6, 46/8]$  باشد، مجموع اعضای نمونه کدام است؟
- (۱)  $236 \times 11^3$   
(۲)  $1180 \times 11^2$   
(۳)  $47/2 \times 55$   
(۴)  $2596 \times 11^3$
- ۲۹- فرض کنید جامعه‌ای از ۵ نفر که درآمد ماهیانه آن‌ها بر حسب میلیون تومان به صورت ۹، ۷، ۴، ۳ و ۲ است، تشکیل شده باشد. اگر بخواهیم میانگین درآمد اعضای این جامعه را به کمک نمونه‌ای به اندازه ۳ برآورد کنیم، احتمال آنکه میانگین نمونه کمتر از میانگین جامعه باشد، کدام است؟
- (۱)  $\frac{0}{3}$   
(۲)  $\frac{0}{4}$   
(۳)  $\frac{0}{5}$   
(۴)  $\frac{0}{6}$
- ۳۰- ۱۲ عدد از میان اعداد صحیح ۰ تا N به تصادف انتخاب شده است. اگر اعداد انتخابی به صورت ۲، ۴، ۵، ۷، ۱۲، ۱۳، ۱۵، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۴، ۲۵ باشد، برآورد نقطه‌ای از N به کمک میانه کدام است؟
- (۱) ۲۷  
(۲) ۲۸  
(۳) ۲۹  
(۴) ۳۰

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: الفای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- شار مغناطیسی کمیتی ..... و یکای آن در SI ..... است.

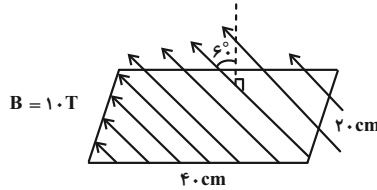
(۴) برداری،  $T \cdot m^2$

(۳) برداری،  $\frac{T}{m^2}$

(۲) نرده‌ای،  $T \cdot m^2$

(۱) نرده‌ای،  $\frac{T}{m^2}$

۳۲- اندازه شار مغناطیسی گذرنده از قاب مستطیلی شکل زیر چند وبر است؟



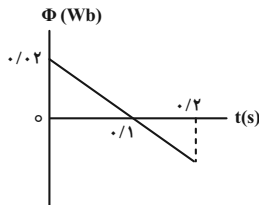
(۱) ۴

(۲) ۰/۴

(۳) ۴۰

(۴)  $۰/۲\sqrt{۳}$

۳۳- در شکل زیر، نمودار شار مغناطیسی که از یک حلقه می‌گذرد، نشان داده شده است. در لحظه  $t = ۰/۰۵ s$ ، نیروی محرکه القایی متوسط ایجاد شده در حلقه چند ولت است؟



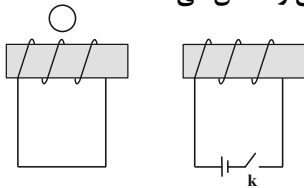
(۱) ۰/۴

(۲) ۰/۲

(۳) -۰/۴

(۴) -۰/۲

۳۴- در شکل زیر، اگر کلید k را وصل کنیم قطب‌نمای موجود در بالای سیم‌لوله سمت چپ چه جهتی را نشان می‌دهد؟



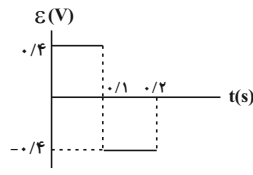
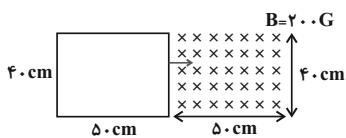
(۱) ↑

(۲) ↓

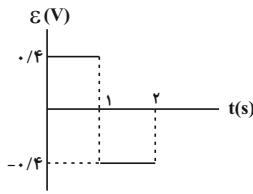
(۳) ←

(۴) →

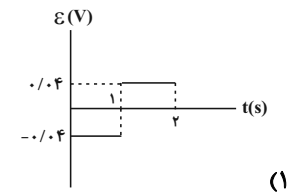
۳۵- مطابق شکل زیر، حلقه‌ای رسانا و مربع شکل که ابعاد آن دقیقاً برابر با ابعاد میدان مغناطیسی حاکم بر فضا است، از یک طرف با تندی ثابت  $۵ \frac{m}{s}$  وارد میدان شده و از طرف دیگر با همین تندی خارج می‌شود. کدام نمودار، تغییرات نیروی محرکه القایی در قاب را به درستی نشان می‌دهد؟



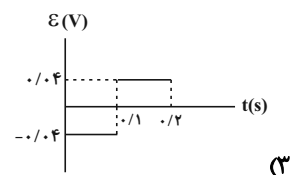
(۲)



(۴)

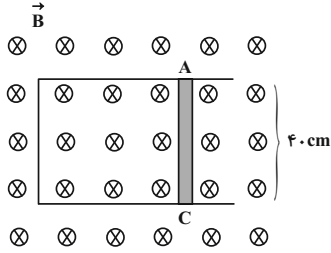


(۱)



(۳)

۳۶- در شکل زیر، سطح رسانای  $U$  شکلی عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت و درون سوی  $\vec{B}$  به بزرگی  $5000\text{ G}$  قرار دارد. میله فلزی  $AC$  را با تندی  $4\frac{\text{m}}{\text{s}}$  به سمت راست حرکت می‌دهیم. اگر جریان القایی عبوری از این میله  $2\text{ A}$  باشد، مقاومت الکتریکی مدار چند اهم است؟



اهم است؟

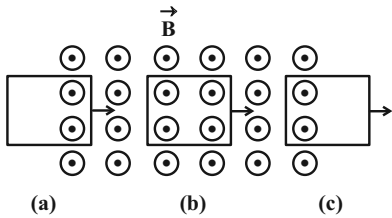
(۱) ۴۰

(۲)  $4 \times 10^3$

(۳) ۰/۴

(۴) ۴

۳۷- حلقه رسانای مربعی شکلی، مطابق شکل وارد میدان مغناطیسی برون‌سویی شده و سپس از آن خارج می‌شود. در کدام مرحله شار عبوری در حال افزایش و در کدام مرحله جهت جریان القایی پادساعتگرد است؟



(۱) a , b

(۲) c , a

(۳) a , c

(۴) b , c

۳۸- از سیمولهای به ضریب القاوی  $2\text{ H}$  / جریان متناوب  $I = 6 \sin 100\pi t$  در  $\text{SI}$  می‌گذرد. بیشینه انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی سیمولها چند ژول است؟

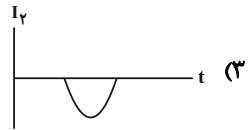
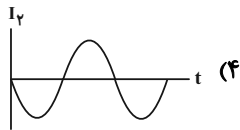
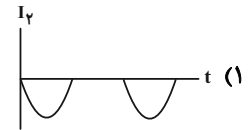
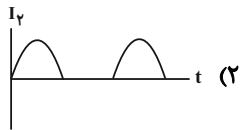
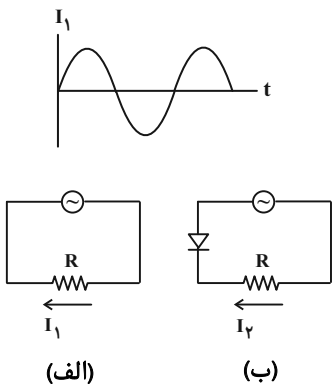
(۴) ۰/۳

(۳) ۱/۸

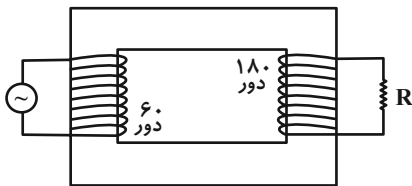
(۲) ۳/۶

(۱) ۰/۶

۳۹- نمودار زیر، تغییرات جریان  $I_1$  بر حسب زمان را برای مدار (الف) نشان می‌دهد. کدام گزینه نمودار تغییرات جریان  $I_2$  بر حسب زمان برای مدار (ب) را به درستی نمایش می‌دهد؟ (مولد جریان‌ها، برای هر دو مدار یکسان است.)



۴۰- در مبدل آرمانی شکل زیر، اگر حداکثر ولتاژ دو سر مقاومت  $4/5\text{ V}$  باشد، بیشینه ولتاژ مولد چند ولت است؟



(۱) ۱۳/۵

(۲) ۴/۵

(۳) ۱/۵

(۴) ۳



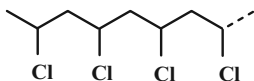
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۴۱- کدام گزینه دربارهٔ بسیاری وینیل کلرید درست است؟

- (۱) فراوردهٔ به دست آمده برخلاف مونومر آن، یک هیدروکربن سیرشده است.
- (۲) شمار اتم‌های متصل به هر اتم کربن در این فرایند ثابت می‌ماند.
- (۳) فرمول ساختاری بخشی از فراوردهٔ آن را می‌توان به صورت زیر نشان داد.



(۴) از بسیار حاصل در تهیهٔ ظروف یک بار مصرف استفاده می‌شود.

۴۲- چه تعداد از عبارات‌های زیر در مورد پلی‌اتن شاخه‌دار (A) و پلی‌اتن بدون شاخه (B) درست است؟ ( $C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$ )

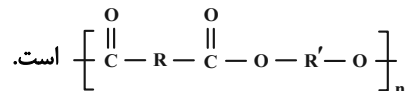
- \* B به پلی‌اتن سنگین معروف است و درصد جرمی کربن در آن بیشتر از A است.
- \* تعداد اتم‌ها در ۱ گرم A کمتر از تعداد اتم‌ها در همان مقدار B است.
- \* چگالی A کمتر از ۱ و چگالی B بیشتر از ۱ گرم بر سانتی‌متر مکعب است.
- \* وجود شاخه‌ها باعث افزایش سطح تماس بین زنجیرها و نیروی بین مولکولی بیشتر در A می‌شود.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۳- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) پلی‌اتن شاخه‌دار نسبت به پلی‌اتن بدون شاخه چگالی بیشتر و نقطهٔ جوش بالاتری دارد و از آن در ساخت بطری آب استفاده می‌شود.
- (۲) در واکنش استری شدن، الکل‌ها OH، کربوکسیلیک اسیدها H از دست می‌دهند، تا همراه استر مولکول‌های  $H_2O$  نیز تولید شوند.
- (۳) در ساختار مونومر سازندهٔ پلیمر ( ) پیوند یگانه وجود دارد.

(۴) بخشی از ساختار پلیمر سازندهٔ کولار که از فولاد هم جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر می‌باشد، به صورت



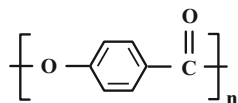
۴۴- در نمونه‌ای به جرم ۴۰ گرم تفلون که هر زنجیرهٔ پلیمر آن دارای ۳۲۰۰ اتم فلئوئور است، چه تعداد درشت مولکول وجود دارد؟

(درشت مولکول‌ها از نظر جرم یکسان فرض شوند). ( $F = 19, C = 12: g \cdot mol^{-1}$ )

(۱)  $7/5 \times 10^{19}$  (۲)  $1/5 \times 10^{20}$  (۳)  $3/0 \times 10^{20}$  (۴)  $6/02 \times 10^{19}$

۴۵- پلی‌هیدروکسی بنزوات یک نوع رزین است که در تهیهٔ چسب‌های ساختمانی کاربرد دارد، با توجه به ساختار آن، کدام یک از

عبارات‌های زیر نادرست است؟



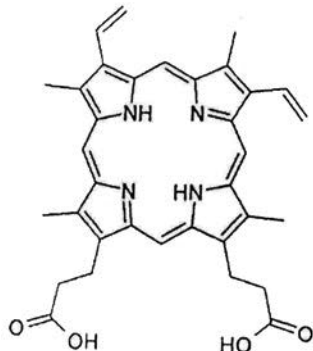
(۱) یک نوع پلی‌استر است.

(۲) فرمول مولکولی مونومر سازندهٔ آن  $C_7H_6O_3$  است.

(۳) در هر مونومر آن ۱۹ پیوند اشتراکی وجود دارد.

(۴) به ازای تشکیل ۲۰۰ واحد تکرارشونده، ۱۹۹ مولکول آب آزاد می‌کند.

۴۶- پروتوپورفیرین نوعی مولکول آلی است که با ایجاد پیوند با اتم آهن، گروه هم را می سازد که در ساخت هموگلوبین موجود در گلبول های قرمز خون به مصرف می رسد. با توجه به ساختار «پیوند-خط» پروتوپورفیرین، چند مورد از مطالب زیر، درباره آن درست است؟



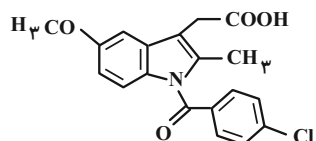
- \* دارای هر دو نوع گروه عاملی لازم برای ساخت پلی آمید است.
  - \* این مولکول می تواند با دیگر مولکول های خود پیوند هیدروژنی برقرار کند.
  - \* تعداد جفت الکترون های ناپیوندی آن، با این تعداد در مونومر تفلون برابر است.
  - \* نسبت شمار اتم های کربن به هیدروژن در آن، با این نسبت در بنزن برابر است.
- |       |       |
|-------|-------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲) |
| ۳ (۳) | ۴ (۴) |

۴۷- مقداری از یک الکل (A) و یک کربوکسیلیک اسید (B) یک عاملی سیر شده را به طور کامل با یکدیگر واکنش می دهیم؛ اگر در طی این فرایند نسبت جرم استر به جرم آب تولیدی برابر با ۸ باشد، نام استر حاصل کدام است؟ (شمار اتم های کربن در فرمول مولکولی کربوکسیلیک اسید B، از شمار اتم های هیدروژن در فرمول مولکولی الکل A، ۳ واحد کمتر است.

$$(O = 16, C = 12, H = 1; g.mol^{-1})$$

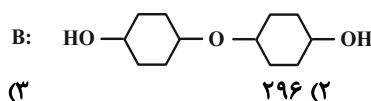
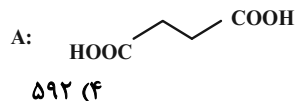
- (۱) پنتیل پروپانوات      (۲) پروپیل پنتانوات      (۳) اتیل هگزانات      (۴) هگزیل اتانوات

۴۸- از داروی ایندومتاسین برای از بین بردن و درمان درد، تورم و سفتی مفاصل ناشی از آرتروز استفاده می شود. کدام مطلب زیر نادرست است؟

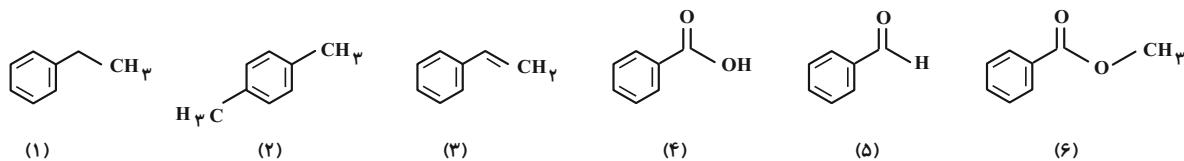


- (۱) در ساختار آن، ۱۱ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- (۲) در ساختار آن گروه عاملی مشابه با گروه عاملی ساختار کولار وجود دارد.
- (۳) فرمول مولکولی آن،  $C_{19}H_{16}ClNO_4$  می باشد.
- (۴) در ساختار آن ۹ پیوند دوگانه وجود دارد.

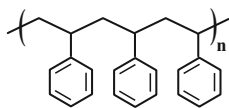
۴۹- از دی اسید A و دی الکل B برای ساخت نوعی پلی استر استفاده می کنیم؛ اگر ۲۳۶ گرم از ترکیب A را با مقدار کافی از ترکیب B به طور کامل واکنش دهیم؛ چند گرم پلی استر تولید می شود؟  $(O = 16, C = 12, H = 1; g.mol^{-1})$



۵۰- با توجه به ترکیب های زیر چه تعداد از مطالب داده شده درست هستند؟  $(O = 16, C = 12, H = 1; g.mol^{-1})$



- \* ترکیب (۶) فرآورده حاصل از واکنش ترکیب (۴) با متانول است.
- \* نقطه جوش ترکیب (۴) بیشتر از ترکیب های (۵) و (۶) است.
- \* درصد جرمی اتم کربن در ترکیب (۱) همانند ترکیب (۲)، کمتر از درصد جرمی اتم کربن در ترکیب (۳) است.
- \* تفاضل تعداد اتم های هیدروژن در زوج ترکیب های (۱) و (۳) و (۴) و (۶) با هم برابر است.



- \* از پلیمر حاصل از ترکیب (۳) می توان در ساخت ظروف یکبار مصرف استفاده کرد و ساختار آن به صورت مقابل است.
- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| ۵ (۴) | ۴ (۳) | ۳ (۲) | ۲ (۱) |
|-------|-------|-------|-------|

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: شمارش بدون شمردن + آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۷۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۵۱- اولین قدم در علم آمار کدام است؟

- (۱) تحلیل و تفسیر داده‌ها  
(۲) جمع‌آوری اعداد و ارقام  
(۳) سازماندهی  
(۴) پیش‌بینی

۵۲- کدام یک از متغیرهای تصادفی زیر کیفی ترتیبی است؟

- (۱) میزان دمای هوا  
(۲) میزان رضایت از شغل  
(۳) جنسیت فرد  
(۴) تعداد فرزندان یک خانواده

۵۳- در کدام گزینه تمام متغیرهای کیفی اسمی، کیفی ترتیبی، کمی پیوسته و کمی گسسته وجود دارند؟

- (۱) سن، جنسیت، میزان تحصیلات، شغل  
(۲) وزن، تعداد فرزندان، جنسیت، شغل  
(۳) سرعت حرکت یک خودرو، گروه خون، مراحل رشد، تعداد فرزندان  
(۴) تعداد تماس‌ها، مراحل تحصیل، رنگ چشم، گروه خون

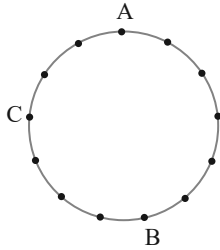
۵۴- مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی چند زیر مجموعه ۳ عضوی دارد، به طوری که مجموع اعضای هر یک از آنها عددی زوج باشد؟

- (۱) ۴۲  
(۲) ۴۴  
(۳) ۴۰  
(۴) ۴۶

۵۵- چند عدد طبیعی سه رقمی با ارقام متمایز وجود دارد، به طوری که کوچک‌ترین رقم هر یک از این اعداد، رقم صدگان آنها باشد؟

- (۱) ۱۶۸  
(۲) ۸۴  
(۳) ۱۲۰  
(۴) ۲۴۰

۵۶- از به هم وصل کردن نقاط شکل زیر، چند چهارضلعی محدب شامل ضلع AC یا AB می توان رسم کرد؟



۵۹ (۱)

۶۲ (۲)

۴۵ (۳)

۴۸ (۴)

۵۷- به چند طریق می توان ۶ مداد متمایز را درون ۳ جامدادی مختلف قرار داد، به طوری که در هر جامدادی حداقل یک مداد قرار گیرد؟

۵۴۰ (۲)

۲۴۰ (۱)

۴۵۰ (۴)

۳۶۰ (۳)

۵۸- در پرتاب ۳ تاس، احتمال آنکه حاصل ضرب سه عدد رو شده عددی اول باشد، کدام است؟

$\frac{1}{72}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

$\frac{1}{8}$  (۴)

$\frac{1}{24}$  (۳)

۵۹- اگر A و B دو پیشامد غیر تهی و  $P(A \cup B) = 2P(A) = \frac{3}{4}P(B)$  باشد، حاصل  $\frac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)}$  کدام است؟

$\frac{1}{9}$  (۲)

$\frac{1}{6}$  (۱)

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

۶۰- با حروف کلمه «آرمین» یک کلمه ۴ حرفی به تصادف می نویسیم. احتمال اینکه در کلمه نوشته شده، حرف «ن» اول و آخر

نباشد، چقدر است؟

$\frac{2}{5}$  (۲)

$\frac{1}{5}$  (۱)

$\frac{4}{5}$  (۴)

$\frac{3}{5}$  (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

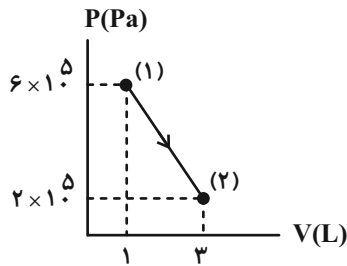
فیزیک ۱: ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۹

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۶۱- دمای دو مول گاز آرمانی را در فشار ثابت از  $400\text{K}$  به  $27^\circ\text{C}$  می‌رسانیم. در این فرایند چند ژول کار توسط گاز انجام می‌شود؟  $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}})$

- (۱)  $1600$       (۲)  $-1600$       (۳)  $800$       (۴)  $-800$

۶۲- در شکل زیر، نمودار  $P-V$  گاز رقیق نشان داده شده است. انرژی درونی گاز در نقطه (۲) چند برابر انرژی درونی گاز در نقطه (۱) است؟



(۱) ۱

(۲)  $\frac{1}{3}$

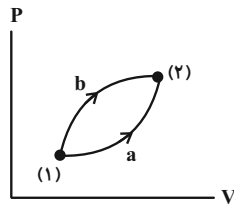
(۳) ۹

(۴) ۳

۶۳- گاز کاملی در یک فرایند بی‌دررو منبسط می‌شود. فشار و انرژی درونی گاز به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) افزایش - افزایش      (۲) افزایش - کاهش      (۳) کاهش - کاهش      (۴) کاهش - افزایش

۶۴- بر اساس نمودار  $P-V$  دو فرایند  $a$  و  $b$ ، کدام گزینه صحیح است؟



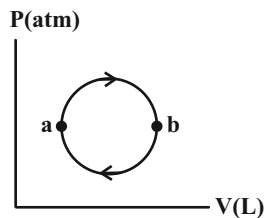
(۱)  $Q_b > 0$  ،  $Q_a > 0$  ،  $|Q_a| > |Q_b|$

(۲)  $Q_b < 0$  ،  $Q_a < 0$  ،  $|Q_a| > |Q_b|$

(۳)  $Q_b > 0$  ،  $Q_a > 0$  ،  $|Q_b| > |Q_a|$

(۴)  $Q_b < 0$  ،  $Q_a > 0$  ،  $|Q_b| > |Q_a|$

۶۵- در شکل زیر، نمودار  $P-V$  فرایند چرخه‌ای برای یک گاز کامل رسم شده است. چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟



(الف) گاز گرما می‌گیرد.

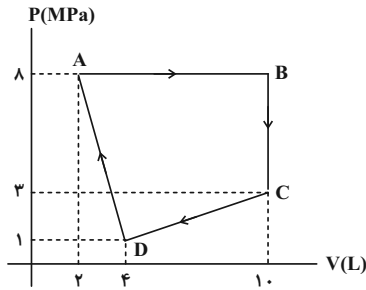
(ب) دستگاه کار از محیط می‌گیرد.

(پ) از  $a$  تا  $b$  تغییر انرژی درونی صفر است.

(ت) از  $a$  تا  $b$  دمای گاز افزایش می‌یابد.

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۶۶- مطابق شکل زیر، یک مول گاز کامل تک اتمی، چرخه ABCDA را طی می‌کند. کار خالصی که گاز روی محیط انجام داده است،



چند کیلوژول است؟

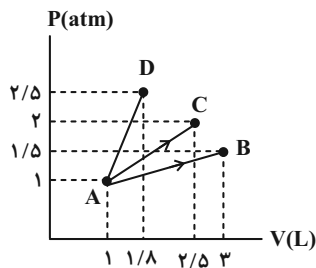
(۱) -۴۳

(۲) -۴۸/۵

(۳) ۴۸/۵

(۴) ۴۳

۶۷- به مقدار ۱ لیتر گاز کامل طی سه فرایند مختلف گرما داده و آن‌ها را به نقاط B، C و D می‌رسانیم. کدام مقایسه در مورد



دماهای گاز در این سه نقطه صحیح است؟

(۱)  $T_B > T_C > T_D$

(۲)  $T_D > T_C > T_B$

(۳)  $T_C > T_B = T_D$

(۴)  $T_B = T_D > T_C$

۶۸- حجم گازی برابر V و فشار آن P است. طی یک فرایند هم‌دما، حجم این گاز  $\frac{1}{3}$  حجم اولیه آن خواهد شد. کدام گزینه در مورد

کار مبادله شده در این فرایند، صحیح است؟

(۴)  $W < \frac{2}{3}PV$

(۳)  $W = \frac{2}{3}PV$

(۲)  $W < \frac{4}{3}PV$

(۱)  $W > \frac{4}{3}PV$

۶۹- در جای خالی، کدام عبارت زیر را می‌توان قرار داد؟

«تبدیل کامل گرما به کار .....»

(الف) قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند و امکان‌پذیر نیست.

(ب) در یک چرخه امکان‌پذیر نیست.

(پ) در یک فرایند خاص، امکان‌پذیر است.

(۴) الف و پ

(۳) ب و پ

(۲) ب

(۱) الف

۷۰- بازده یک ماشین گرمایی ۳۰ درصد است و میزان گرمایی که ماشین در هر چرخه به منبع دما پایین می‌دهد  $700\text{J}$  است. این

ماشین پس از چند چرخه،  $1200\text{J}$  کار انجام می‌دهد؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۵



آزمون «۲۴ شهریور ۱۴۰۲»  
 اختصاصی دوازدهم ریاضی  
 (دفترچه اختیاری)

دفترچه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۹۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۷۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان ۲	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
هندسه ۳	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۵'
فیزیک ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
شیمی ۳	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
هندسه ۱	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۵'
شیمی ۱	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰'

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیرحاتمیان
گروه ویراستاری	سعید خان‌بابایی مهدی ملازمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	زهره آقامحمدی حمید زرین‌کفش	بهنام قازانچایی محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۷۱- اگر  $f(x) = |x|$  و  $g(2x) = 1 - f(2x - 1)$  باشد، مساحت سطح محدود به نمودار  $y = g(x)$  و محور  $x$  ها کدام است؟

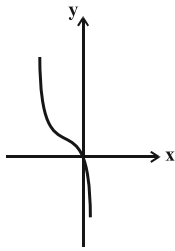
- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۲ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۱

۷۲- حدود  $k$  کدام باشد تا تابع  $y = 2x - k[x]$ ، اکیداً صعودی باشد؟ ( $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $[0, +\infty)$  (۲)  $(-\infty, 0]$   
(۳)  $(-\infty, 2]$  (۴)  $[2, +\infty)$

۷۳- نمودار تابع  $y = x^3$  را ابتدا ۱ واحد به چپ می‌بریم. سپس نسبت به محور  $x$  ها قرینه کرده و بعد در راستای عمودی منبسط می‌کنیم. در نهایت آن را ۲ واحد به بالا انتقال می‌دهیم تا به نمودار زیر برسیم. این نمودار خط  $y = 4$  را با کدام طول قطع

می‌کند؟



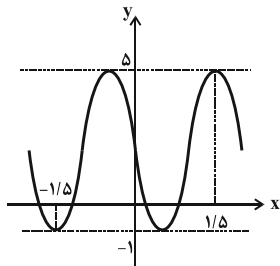
- (۱)  $-1/5$  (۲)  $-2$   
(۳)  $-2/5$  (۴)  $-3$

۷۴- باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x) = x^5 - 3x^4 + ax - 1$  بر  $x - 1$  برابر ۲ و خارج قسمت آن  $q(x)$  است. باقی‌مانده تقسیم

$q(x)$  بر  $x - 2$  کدام است؟

- (۱) ۹ (۲)  $-9$   
(۳) ۷ (۴)  $-7$

۷۵- اگر نمودار زیر بخشی از نمودار تابع  $f(x) = a + b \sin(cx) \cos(cx)$  باشد، حاصل  $\frac{ac}{b}$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{2\pi}{3}$  (۲)  $\frac{2\pi}{3}$   
(۳)  $\frac{\pi}{6}$  (۴)  $-\frac{\pi}{6}$



۷۶- برد تابع  $f(x) = \frac{\tan x}{|\tan x|} + \tan x$  با دامنه  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) - \{0\}$  کدام است؟

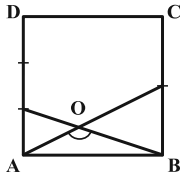
(۲)  $\mathbb{R}$

(۱)  $\mathbb{R} - \{0\}$

(۴)  $\mathbb{R} - \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

(۳)  $\mathbb{R} - [-1, 1]$

۷۷- در مربع شکل زیر با طول ضلع واحد، اندازه  $\hat{O}$  کدام است؟ (AD به سه قسمت مساوی و BC به دو قسمت مساوی تقسیم شده است.)



(۲)  $\frac{3\pi}{4}$

(۱)  $\frac{2\pi}{3}$

(۴)  $\frac{\pi}{3}$

(۳)  $\frac{\pi}{4}$

۷۸- معادله  $\sin \frac{x}{6} \cos \frac{x}{6} = \frac{3}{8}$  در بازه  $[-2\pi, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۷۹- کدام یک جزء جواب‌های کلی معادله  $\cos 5x = \sin x$  می‌باشد؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

(۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12}$

(۱)  $\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$

(۴)  $\frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{8}$

(۳)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$

۸۰- انتهای کمان جواب‌های معادله  $2 - \sin 2x = 2 \sin^2 x$  روی دایره مثلثاتی تشکیل یک چندضلعی می‌دهند. مساحت این

چندضلعی کدام است؟

(۲)  $\sqrt{2}$

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۴) ۱

(۳)  $2\sqrt{2}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۸۱- اگر  $3A + 2B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 7 & 14 \end{bmatrix}$  و  $2A - 3B = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

- ۷ (۱)                      ۸ (۲)                      ۹ (۳)                      ۱۰ (۴)

۸۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $a + e + f$  کدام است؟

- ۱۳ (۱)                      ۱۴ (۲)                      ۱۵ (۳)                      ۱۶ (۴)

۸۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} a+2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2a & -4 \\ a & 1 \end{bmatrix}$  باشند، به‌ازای کدام مقادیر a، ماتریس AB وارون‌پذیر نیست؟

- ۶ و ۴ (۱)                      -۴ و صفر (۲)                      ۴ و صفر (۳)                      -۶ و -۴ (۴)

۸۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $(A^2 + I)^{-1}$  کدام است؟

- ۱ (۱)                       $-\frac{1}{2}$  (۲)                       $\frac{1}{2}$  (۳)                      ۱ (۴)

۸۵- به‌ازای  $m \in \mathbb{R} - \{\alpha, \beta\}$  دستگاه معادلات  $\begin{cases} (m+5)x + my = 5 \\ 2(m+1)x - (m-3)y = 2 \end{cases}$  جواب منحصر به فرد دارد. حاصل  $\alpha + \beta$  برابر کدام

است؟

- $-\frac{2}{3}$  (۱)                       $\frac{5}{3}$  (۲)                       $-\frac{4}{3}$  (۳)                      -۳ (۴)

۸۶- اگر در دستگاه معادلات  $\begin{cases} ax+by=2 \\ cx+dy=5 \end{cases}$ ، وارون ماتریس ضرایب به صورت  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $ax+dy$  کدام است؟

- ۱ (۴)    -۲ (۳)    -۳ (۲)    ۳ (۱)

۸۷- اگر دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & a & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & b-1 & 1 \end{bmatrix}$  برابر صفر باشد، حاصل  $a+b$  کدام است؟

- ۳ (۴)    ۲ (۳)    -۱ (۲)    ۱ (۱)

۸۸- اگر  $A$  ماتریسی  $3 \times 3$  و  $|A| = -3$  باشد حاصل  $|A^3|$  برابر با کدام است؟

- ۲۷<sup>۳</sup> (۴)    ۳<sup>۱۰</sup> (۳)    -۳<sup>۱۰</sup> (۲)    ۳<sup>۴</sup> (۱)

۸۹- مقادیر  $x$  از معادله  $\begin{vmatrix} 0 & x-2 & x-3 \\ x+3 & 0 & 3 \\ x+2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 10$  کدام است؟

- $\pm 2\sqrt{3}$  (۴)     $\pm \sqrt{6}$  (۳)     $\pm 2$  (۲)     $\pm 4$  (۱)

۹۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 8 \end{bmatrix}$  و  $ABC = 2I$  باشد، آنگاه  $|C|$  کدام است؟

- ۴ (۴)    ۴ (۳)    -۱ (۲)    ۱ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۳۰

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

 ۹۱- در اثبات نامساوی  $a^2 + b^2 \geq -4(a + b + 2)$  به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) به کدام رابطه همیشه درست می‌رسیم؟

$$(a - 2)^2 + (b - 2)^2 \geq 0 \quad (2)$$

$$(a + 2)^2 + (b + 2)^2 \geq 0 \quad (1)$$

$$(a + b - 2)^2 \geq 0 \quad (4)$$

$$(a + b + 2)^2 \geq 0 \quad (3)$$

 ۹۲- به ازای چند عدد صحیح متمایز  $a$ ، هر دو عدد  $5m + 4$  و  $6m + 5$  ممکن است بر عدد  $a$  بخش پذیر باشند؟ ( $m \in \mathbb{Z}$ )

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

۹۳- در یک تقسیم باقی‌مانده بیشترین مقدار خود را دارد. اگر در این تقسیم به مقسوم و مقسوم‌علیه هر کدام یک واحد اضافه کنیم،

به خارج قسمت و باقی‌مانده نیز هر کدام یک واحد اضافه می‌شود. مقسوم جدید کدام عدد می‌تواند باشد؟

$$-100 \quad (2)$$

$$100 \quad (1)$$

$$-200 \quad (4)$$

$$200 \quad (3)$$

 ۹۴- اگر باقی‌مانده‌های تقسیم اعداد  $a$ ،  $b$  و  $c$  بر  $15$  به ترتیب  $14$ ،  $13$  و  $12$  باشد، آنگاه باقی‌مانده تقسیم  $a^2 b^3 c^4$  بر  $15$  کدام است؟

$$8 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

$$7 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

 ۹۵- بزرگ‌ترین عدد دو رقمی  $n$  به طوری که  $15 + 12^n$  بر  $7$  بخش پذیر باشد، کدام است؟

$$98 \quad (2)$$

$$97 \quad (1)$$

$$96 \quad (4)$$

$$99 \quad (3)$$

۹۶- اگر باقی‌مانده تقسیم دو عدد  $9a - 7$  و  $2a - 3$  بر ۱۱ یکسان باشد، آنگاه باقی‌مانده تقسیم  $4a - 5$  بر ۲۲ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۹۷- کدام یک از اعداد زیر یک جواب برای معادله هم‌نهشتی  $46252x \equiv 8 \pmod{9}$  است؟

(۱) ۱۳ (۲) ۱۵

(۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۹۸- به ازای هر عدد طبیعی  $n$ ،  $n \leq 2n + 7$  و  $5n - 2$  نسبت به هم اول هستند. بیش‌ترین مقدار  $n$  کدام است؟

(۱) ۲۲ (۲) ۲۳

(۳) ۲۴ (۴) ۲۵

۹۹- به ازای چند مقدار طبیعی  $a$ ، معادله سیاله  $(2a - 3)y + (3a + 2)x = 39$  در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است؟

(۱) هیچ (۲) بی‌شمار

(۳) ۱ (۴) ۲

۱۰۰- می‌خواهیم ۱۲۳ کیلو شکر را در کیسه‌های ۴ کیلویی و ۵ کیلویی بسته‌بندی کنیم. این کار به چند روش امکان‌پذیر است؟

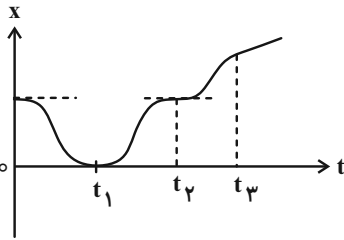
(۱) ۴ (۲) ۵

(۳) ۶ (۴) ۷

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست / دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۴۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.



۱۰۱- با توجه به نمودار مکان- زمان روبه‌رو، چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) سرعت اولیه متحرک برابر صفر است.

ب) در لحظه  $t_1$  سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت می‌دهد.

پ) در لحظه  $t_2$  سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت می‌دهد.

ت) از لحظه  $t_2$  تا  $t_3$ ، متحرک در حال دور شدن از مبدأ است.

۳ (۴)

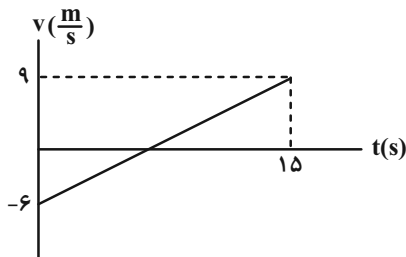
۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۰۲- در شکل زیر، نمودار سرعت- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، نشان داده شده است. سرعت متوسط این

متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 5s$  چند متر بر ثانیه است؟



۱/۵ (۱)

-۶ (۲)

-۳ (۳)

۳ (۴)

۱۰۳- اتومبیل A و اتومبیل B به سمت یکدیگر در حال حرکت هستند. هنگامی که فاصله بین دو اتومبیل به  $100m$  می‌رسد، اتومبیل

A که دارای سرعت  $10 \frac{m}{s}$  می‌باشد، با شتابی به بزرگی  $5 \frac{m}{s^2}$  ترمز می‌کند و اتومبیل B با سرعت ثابت  $15 \frac{m}{s}$  به حرکت خود

ادامه می‌دهد. چند ثانیه پس از ترمز کردن اتومبیل A، دو اتومبیل به یکدیگر می‌رسند؟

۸ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

۱۰۴- از دست شخصی که در حال انجام تعمیرات در لبه پنجره‌ای که  $31/25$  متر از زمین فاصله دارد، جسمی رها می‌شود. اگر زمان

واکنش این فرد و فریاد زدن او  $0/15s$  طول بکشد، شخصی که در پایین ساختمان ایستاد، چند ثانیه زمان دارد تا از محل دور

شده و آسیب نبیند؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و سرعت صوت در هوا  $312/5 \frac{m}{s}$ ، از قد فرد صرف‌نظر کنید).

۲/۱۵ (۴)

۲/۲۵ (۳)

۲/۳۵ (۲)

۲/۴ (۱)

۱۰۵- راننده اتومبیلی به جرم  $1000kg$  که با سرعت  $72 \frac{km}{h}$  در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است، با دیدن مانعی ترمز کرده و

پس از طی مسافت  $80m$  متوقف می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی بین چرخ‌های اتومبیل و زمین چقدر است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

۰/۱ (۴)

۰/۲۵ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۰۵ (۱)

۱۰۶- دو شخص به جرم‌های  $m_1$  و  $m_2$  در یک سطح افقی بدون اصطکاک توسط یک طناب بدون جرم یکدیگر را به سمت هم می‌کشند. اگر هر دو شخص در ابتدا ساکن باشند و مسافتی که طی می‌کنند تا به هم برسند به ترتیب برابر  $l_1$  و  $l_2$  باشد، حاصل  $\frac{l_1}{l_2}$  کدام

گزینه است؟

(۱)  $\frac{m_1}{m_2}$  (۲)  $\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$  (۳)  $\frac{m_2}{m_1}$  (۴)  $\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

۱۰۷- مطابق شکل، در شرایط خلأ جسمی به جرم  $m$  را توسط طنابی با نیروی  $F$  به سمت بالا می‌کشیم و جسم با شتاب  $a$ ، به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند. اگر نیروی  $F$ ، ۳ برابر شود شتاب حرکت جسم نسبت به حالت قبل چند برابر می‌شود؟



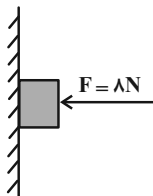
(۱) کمتر از ۳ برابر

(۲) ۳ برابر

(۳) بیشتر از ۳ برابر

(۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۱۰۸- در شکل زیر، نیروی افقی  $8N$  جسمی به وزن  $5N$  را به یک دیوار قائم می‌فشارد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و دیوار به ترتیب  $0/6$  و  $0/5$  باشد، نیرویی که از طرف دیوار بر جسم وارد می‌شود، چند نیوتون است؟



(۱) ۱۰

(۲)  $5\sqrt{5}$

(۳)  $4\sqrt{5}$

(۴) ۸

۱۰۹- شخصی در داخل آسانسور روی ترازو ایستاده است و آسانسور از طبقه هم‌کف شروع به حرکت می‌کند و به طبقه آخر می‌رود. اگر مجموع و اختلاف بیشینه و کمینه عددی که ترازو نشان می‌دهد به ترتیب  $1400N$  و  $280N$  باشد، جرم شخص و شتاب

آسانسور در SI چقدر است؟ (شتاب حرکت آسانسور در شروع و پایان حرکت ثابت است.)  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

(۴) ۲، ۱۴۰

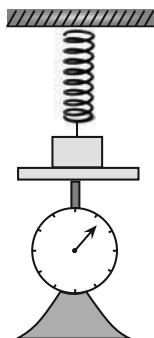
(۳) ۴، ۷۰

(۲) ۲، ۷۰

(۱) ۴، ۱۴۰

۱۱۰- مطابق شکل زیر، جسمی روی ترازویی قرار گرفته و فنری به آن متصل شده است. اگر فنر به اندازه ۴ سانتی‌متر فشرده‌تر از طول عادی آن باشد، ترازو عدد  $48N$  و اگر فنر به اندازه ۴ سانتی‌متر کشیده‌تر از طول عادی آن باشد، ترازو عدد  $36N$  را نشان خواهد داد.

جرم جسم چند کیلوگرم است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$



(۱) ۶

(۲) ۰/۶

(۳) ۴۲

(۴) ۴/۲

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی / تاریخچه صابون تا انتهای شوینده‌ها: صفحه‌های ۱ تا ۳۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

 ۱۱۱- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$ )

- الف) نسبت تعداد جفت الکترون‌های پیوندی به جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار اوره دو برابر این نسبت در ساختار استیک اسید است.  
 ب) ساده‌ترین و موثرترین راه پیشگیری از بیماری که به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می‌شود رعایت بهداشت فردی و همگانی است.  
 پ) اختلاف جرم دو مول روغن زیتون با دو مول چربی ذخیره شده در کوهان شتر ( $C_{57}H_{110}O_6$ ) برابر ۶ گرم بر مول می‌باشد.  
 ت) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل دارند.
- ۱) الف و پ      ۲) الف و ب      ۳) پ و ت      ۴) ب و ت

 ۱۱۲- از واکنش یک مول صابون مایع فاقد اتم فلزی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده و خطی با آب سخت حاوی  $MgCl_2$ ، ۲۶۷ گرم رسوب سفید رنگ ایجاد شده است؛ نسبت تعداد عنصرها به اتم‌ها در فرمول این پاک‌کننده صابونی کدام است؟

 ( $Mg = 24, O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )

- ۱)  $\frac{2}{25}$       ۲)  $\frac{2}{27}$       ۳)  $\frac{1}{27}$       ۴)  $\frac{1}{25}$

۱۱۳- کدام گزینه از عبارت‌های زیر درباره پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی درست است؟

- ۱) بخش قطبی در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، گروه  $SO_3^-$  و در صابون گروه  $CO_3^-$  است.  
 ۲) پاک‌کننده‌های غیرصابونی با یون‌های منیزیم و کلسیم موجود در آب‌های سخت واکنش داده و غلظت این یون‌ها را در آب سخت کاهش می‌دهند.  
 ۳) در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی حداقل ۳ پیوند  $(C = C)$  وجود دارد و جزء هیدروکربن‌های آروماتیک طبقه‌بندی می‌شوند.  
 ۴) پاک‌کننده‌های غیرصابونی همانند صابون، براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.

۱۱۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- الف) محلول آبی سدیم هیدروکسید باز آرنیوس محسوب می‌شود در صورتی که سدیم هیدروکسید جامد را نمی‌توان باز آرنیوس در نظر گرفت.  
 ب) در دمای یکسان هر محلولی از هیدروکلریک اسید pH کمتری از محلول استیک اسید دارد.  
 پ) مقدار درجه یونش اسیدها محدوده‌ای به صورت  $0 \leq \alpha \leq 1$  دارد.  
 ت) برای باز کردن لوله‌ای که با نوعی اسید چرب مسدود شده باشد، می‌توان از محلول غلیظ سدیم هیدروکسید استفاده کرد.  
 ث) کربوکسیلیک اسیدها از جمله اسیدهای ضعیف هستند که تنها هیدروژن گروه کربوکسیل آن‌ها می‌تواند به صورت یون هیدرونیوم وارد محلول شود.

- ۱) ۳      ۲) ۲      ۳) ۱      ۴) صفر

۱۱۵- عبارت کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- ۱) آمونیاک همانند سودسوزآور باز تک ظرفیتی به شمار می‌رود و برخلاف آن به‌طور عمده به شکل مولکولی در آب حل می‌شود.  
 ۲) در غلظت و دمای یکسان رسانایی الکتریکی محلول شیشه‌پاک‌کن بیشتر از محلول لوله بازکن است.  
 ۳) صابون دارای خاصیت بازی است و کاغذ pH مرطوب را به رنگ سرخ درمی‌آورد.  
 ۴) اکسید نافلزها در اثر انحلال در آب، با آب واکنش داده و فقط غلظت یون هیدرونیوم را در محلول تغییر می‌دهند.



۱۱۶- ۰/۲ گرم کلسیم کربنات را در ظرف سربسته یک لیتری وارد می‌کنیم تا تعادل زیر برقرار شود. در هنگام تعادل مجموع جرم ماده جامد موجود در ظرف برابر ۰/۱۵۶ گرم است. اگر در این لحظه کلسیم اکسید موجود در تعادل را در مقداری آب حل کرده و به حجم ۲۵۰ میلی‌لیتر برسانیم pH محلول حاصل کدام است؟ ( $\log 5 = 0.7$  و  $\text{Ca} = 40$ ,  $\text{C} = 12$ ,  $\text{O} = 16$ :  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )  
 $\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightleftharpoons \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g})$

۱۱/۵ (۴)

۱۱/۹ (۳)

۱۲/۷ (۲)

۱۲/۱ (۱)

۱۱۷- این شکل‌ها واکنش دو قطعه نوار منیزیم یکسان را با محلول دو اسید متفاوت در دما و غلظت یکسان نشان می‌دهند؛ چند مورد از موارد زیر درست است؟



(آ)



(ب)

\* حباب‌های گاز ایجاد شده مربوط به گاز  $\text{H}_2$  است.

\* ثابت یونش اسیدی ( $\text{K}_a$ ) اسید موجود در محلول (آ) از (ب) بزرگ‌تر است.

\* پیش از واکنش با نوار منیزیم، pH محلول (ب) از محلول (آ) بزرگ‌تر است.

\* پیش از واکنش با نوار منیزیم، محلول (آ) رسانایی الکتریکی بیشتری از محلول (ب) داشت.

\* اسیدهای موجود در محلول (ب) و (آ) به ترتیب می‌توانند فورمیک اسید و نیتریک اسید باشند.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۱۸- ۱/۸۸ گرم پتاسیم اکسید جامد را به ۵ لیتر محلول آبی هیدروکلریک اسید با  $\text{pH} = 2$  در دمای اتاق اضافه می‌کنیم. pH محلول

چند واحد تغییر می‌کند؟ ( $\text{K} = 39$ ,  $\text{O} = 16$ :  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

۳/۷ (۴)

۲/۷ (۳)

۱/۷ (۲)

۰/۷ (۱)

۱۱۹- عبارت کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) یافته‌های تجربی آرنیوس نشان داد که محلول تمامی اسیدها و بازها رسانای برق هستند.

(۲) ضد اسیدها مانند شیر منیزی ( $\text{Mg}(\text{OH})_2$ ) و جوش شیرین ( $\text{NaHCO}_3$ ) داروهای ضد اسیدی هستند که برای کاهش مقدار اسید معده توسط پزشک تجویز می‌شوند.

(۳) اسیدها را بر مبنای میزان واکنش‌پذیری به صورت قوی و ضعیف دسته‌بندی می‌کنند.

(۴) دیواره داخلی معده به‌طور طبیعی مقادیر کمی از یون‌های هیدرونیوم را پس از ترشح مجدداً جذب می‌کند.

۱۲۰- ۴/۸ گرم باز ضعیف MOH را در ۲ لیتر آب حل کرده‌ایم؛ اگر ثابت یونش این باز برابر با  $1/5 \times 10^{-3}$  باشد، pH این محلول و

درجه یونش MOH به ترتیب کدام است؟ (از تغییر حجم بر اثر انحلال صرف‌نظر کنید و  $\text{MOH} = 80 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

۰/۲ ، ۱۲/۴ (۴)

۰/۲ ، ۱۱/۸ (۳)

۰/۲۵ ، ۱۲/۴ (۲)

۰/۲۵ ، ۱۱/۸ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: تجسم فضایی: صفحه‌های ۷۷ تا ۹۶

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- اگر  $L$  و  $L'$  دو خط ..... باشند، فقط یک صفحه شامل خط  $L$  وجود دارد که با خط  $L'$  موازی باشد.

- (۱) موازی (۲) متقاطع (۳) متناظر (۴) منطبق

۱۲۲- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر دو نقطه از خطی درون یک صفحه باشد، خط در آن صفحه واقع است.

(۲) از هر دو نقطه متمایز در فضا، تنها یک خط می‌گذرد.

(۳) از هر دو خط موازی در فضا، تنها یک صفحه می‌گذرد.

(۴) از یک نقطه غیرواقع بر یک صفحه، تنها یک خط موازی با آن صفحه می‌توان رسم کرد.

۱۲۳- مثلث متساوی‌الساقینی را حول قاعده آن دوران داده‌ایم. در این صورت دو مخروط با قاعده یکسان حاصل می‌شود که شعاع

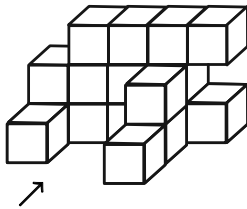
قاعده هر کدام از آن‌ها برابر است با ...

- (۱) طول قاعده مثلث (۲) طول ارتفاع وارد بر قاعده مثلث

- (۳) نصف طول قاعده مثلث (۴) طول ساق مثلث

۱۲۴- سازه زیر از معکب‌های یکسان تشکیل شده است. مساحت تصویر نمای بالای این سازه چند برابر مساحت تصویر نمای رو به روی

آن است؟



(۱)  $\frac{5}{6}$

(۲)  $\frac{9}{13}$

(۳)  $\frac{8}{13}$

(۴)  $\frac{2}{3}$

۱۲۵- اگر دو خط  $d_1$  و  $d_2$  در فضا بر خط  $d_3$  عمود باشند، آنگاه این دو خط نسبت به یکدیگر کدام وضعیت را نمی‌توانند داشته باشند؟

- (۱) موازی (۲) متقاطع

- (۳) متناظر (۴) هر سه حالت امکان پذیر است

۱۲۶- دو صفحه P و Q متقاطع اند و خط d با صفحه P موازی است. وضعیت خط d نسبت به صفحه Q کدام است؟

- (۱) خط d با صفحه Q موازی است  
(۲) خط d به تمامی در صفحه Q قرار دارد  
(۳) خط d با صفحه Q متقاطع است  
(۴) هر سه حالت امکان پذیر است

۱۲۷- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

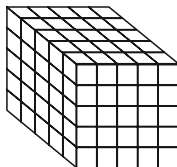
- (۱) هر گاه خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.  
(۲) از یک نقطه خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه می‌توان بر آن صفحه عمود رسم کرد.  
(۳) هرگاه خطی با یکی از دو خط متناظر، موازی باشد، با خط دیگر متناظر است.  
(۴) از هر نقطه غیر واقع بر یک خط، تنها یک خط متناظر با آن خط می‌گذرد.

۱۲۸- کره‌ای به شعاع ۶ سانتی‌متر مفروض است. صفحه‌ای به فاصله ۴ سانتی‌متر از مرکز کره، این کره را قطع کرده است. اگر تمام نقاط

واقع بر سطح مقطع را به مرکز کره وصل کنیم، حجم مخروط حاصل کدام است؟

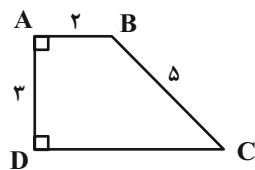
- (۱)  $20\pi$   
(۲)  $\frac{80\pi}{3}$   
(۳)  $60\pi$   
(۴)  $80\pi$

۱۲۹- هر شش وجه شکل زیر را رنگ آمیزی کرده‌ایم. چند مکعب کوچک وجود دارد که فقط دو وجه آن رنگ شده باشد؟



- (۱) ۱۲  
(۲) ۱۸  
(۳) ۲۴  
(۴) ۳۶

۱۳۰- حجم حاصل از دوران ذوزنقه قائم الزاویه ABCD حول ضلع AB کدام است؟



- (۱)  $42\pi$   
(۲)  $46\pi$   
(۳)  $48\pi$   
(۴)  $54\pi$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۲

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

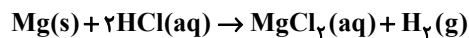
۱۳۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- \* در ساختار یخ، هر اتم اکسیژن به دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به دو اتم اکسیژن دیگر با پیوند هیدروژنی متصل شده است.
- \* در ساختار یخ، اتم‌های اکسیژن در وسط اضلاع حلقه‌های شش‌ضلعی قرار دارند و شبکه‌ای شبیه کندوی زنبورعسل می‌سازند.
- \* آب فراوان‌ترین و رایج‌ترین حلال در طبیعت است که همه مواد مولکولی را در خود حل می‌کند.
- \* چگالی یخ برخلاف نظم مولکول‌ها از آب کمتر است.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۳۲- به ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول ۲ مولار HCl، مقدار ۴/۸ گرم منیزیم اضافه می‌شود. غلظت اسید باقی‌مانده پس از واکنش کامل فلز

چند مول بر لیتر است؟ (حجم محلول را ثابت در نظر بگیرید.) ( $Mg = 24 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



۱/۲ (۱) ۴/۲ (۲) ۳/۶ (۳) ۱/۵ (۴)

۱۳۳- با توجه به جدول داده شده که انحلال‌پذیری چند ماده را در دمای ۲۵°C نشان می‌دهد، کدام گزینه درست است؟

انحلال‌پذیری (گرم حل‌شونده در ۱۰۰ گرم آب)	فرمول شیمیایی	حل‌شونده
۹۲	NaNO <sub>۳</sub>	سدیم نیترات
۳۶	NaCl	سدیم کلرید
$5 \times 10^{-4}$	Ca <sub>۳</sub> (PO <sub>۴</sub> ) <sub>۲</sub>	کلسیم فسفات
۰/۲۳	CaSO <sub>۴</sub>	کلسیم سولفات

(۱) کلسیم سولفات جزو مواد نامحلول در آب است.

(۲) غلظت کلسیم فسفات در محلول سیرشده آن در دمای ۲۵°C به تقریب ۵۰ ppm است.

(۳) برای تهیه ۴۸ گرم محلول سیرشده سدیم نیترات در دمای ۲۵°C به ۲۳ گرم NaNO<sub>۳</sub> نیاز است.

(۴) درصد جرمی سدیم کلرید در محلول سیرشده آن در دمای ۲۵°C برابر ۳۶ درصد است.

۱۳۴- اگر معادله انحلال‌پذیری ترکیب فرضی AB<sub>۳</sub>(s) از رابطه  $S = a\theta + 50$  (S: انحلال‌پذیری، θ: دما بر حسب درجه سلسیوس) پیروی کند و در ۶۰۰ گرم محلول این ترکیب در دمای ۲۹۸K غلظت یون B<sup>-</sup> برابر  $4 \times 10^5 \text{ ppm}$  باشد، انحلال‌پذیری این

ترکیب در دمای ۳۱/۵°C کدام است؟ ( $A = 40, B = 80; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

۱۱۲ (۱) ۱۱۳ (۲) ۱۱۴ (۳) ۱۱۵ (۴)

۱۳۵- کدام مقایسه نادرست است؟

(۱) قدرت پیوند هیدروژنی: آب- اتانول <math>\leq</math> آب- آب

(۲) جاذبه آب با یون‌های BaSO<sub>۴</sub> > پیوند هیدروژنی در H<sub>۲</sub>O + پیوند یونی در BaSO<sub>۴</sub>

(۳) قدرت جاذبه: یون- دو قطبی در محلول AgNO<sub>۳</sub> در آب <math>\leq</math> پیوند هیدروژنی در H<sub>۲</sub>O

(۴) جاذبه آب با یون‌های MgSO<sub>۴</sub> > پیوند هیدروژنی در H<sub>۲</sub>O + پیوند یونی در MgSO<sub>۴</sub>

۱۳۶- انحلال‌پذیری گاز O<sub>۲</sub> در فشار ۴/۵ atm برابر با ۰/۰۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ غلظت مولار محلول سیرشده گاز اکسیژن در

آب در فشار ۹ atm بر حسب mol.L<sup>-۱</sup> کدام است؟ ( $O = 16; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) (چگالی محلول را  $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$  در نظر بگیرید.)

۱/۲۵ × ۱۰<sup>-۲</sup> (۱) ۱/۵ × ۱۰<sup>-۲</sup> (۲) ۱/۲۵ × ۱۰<sup>-۳</sup> (۳) ۱/۵ × ۱۰<sup>-۳</sup> (۴)

۱۳۷- با فرض این که جرم مولی گونه های A، B و C به تقریب با یکدیگر برابر است و این ترکیبها فاقد اتم هیدروژن هستند چه

تعداد از مقایسه های زیر نادرست است؟

الف) قدرت جاذبه بین مولکولی:  $C > A > B$

ب) انحلال پذیری در آب:  $B > A > C$

پ) انحلال پذیری در هگزان:  $C > A > B$

ت) نقطه جوش:  $B > A > C$

ث) جهت گیری در میدان الکتریکی:  $C > A > B$

گونه	A	B	C
گشتاور دو قطبی	۱/۱	۰	۲/۴

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱) صفر

۱۳۸- چند مورد از مطالب زیر، درست اند؟

آ) فراورده های حاصل از سوختن یکی از گازهای گلخانه ای از نگاه رفتار در میدان الکتریکی با هم متفاوت اند.

ب) در صورت قرار گرفتن مولکول های آب و هیدروژن کلرید بین دو صفحه باردار، اتم هیدروژن به سمت صفحه با بار الکتریکی منفی جهت گیری می کند.

پ) در واکنش سوختن ناقص  $C_2H_6$ ، گشتاور دو قطبی یکی از فراورده ها بزرگ تر از صفر است.

ت) اگر هر دو مولکول  $H_2A$  و  $H_2B$  قطبی باشند، قطعاً مولکول با جرم مولی بیشتر نقطه جوش بالاتری دارد.

۳ (۲)

۴ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

۱۳۹- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

الف) به دلیل بیشتر بودن نقطه جوش ترکیب CO از  $N_2$ ، گاز CO آسان تر به مایع تبدیل می شود.

ب) در مواد مولکولی با جرم مولی مشابه ماده با مولکول های قطبی نقطه جوش کمتری دارد.

پ) اتانول و استون به هر نسبتی در آب حل می شوند و نمی توان محلول سیر شده ای از آنها تهیه کرد.

ت) مولکول های  $N_2$  و  $O_2$  به دلیل ناقصی بودن در میدان الکتریکی جهت گیری نمی کنند.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۱۴۰- کدام گزینه از عبارتهای زیر در مقایسه دو روش اسمز معکوس و اسمز نادرست است؟

۱) با انجام اسمز معکوس به تدریج غلظت محلول غلیظ تر خواهد شد.

۲) اسمز فرایندی خودبه خودی بوده اما در اسمز معکوس نیازمند اعمال فشار خارجی هستیم.

۳) از طریق غشای نیمه تراوا و در اسمز معکوس آب از محلول غلیظ تر به محلول مقابل می رود.

۴) از روش اسمز معکوس برخلاف اسمز نمی توان برای تصفیه آب استفاده کرد.



# دفترچه پاسخ

## آزمون ۲۴ شهریور ۱۴۰۲

### اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

#### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
امیرحسین ابومحبوب - کاظم اجلائی - عباس اشرفی - امیرحوشنگ انصاری - میلاد چاشمی - عادل حسینی - آریان حیدری - امیرحوشنگ خمسه وحید راحتی - میلاد سجادی لاریجانی - علی شهرابی - محمد صحت کار - رضا علی نواز - مهرداد ملوندی - میلاد منصوری - سروش موئینی جهانبخش نیکنام	ریاضی پایه و حسابان ۲	
امیرحسین ابومحبوب - علی ایمانی - جواد حاتمی - سیدمحمد رضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - محمد خندان - کیوان دارابی رضا عباسی اصل - احمد رضا فلاح - سهام مجیدی پور - نوید مجیدی - نصیر محبی نژاد - مجید محمدی نویسی - علیرضا نصرالهی - محمد هجری سرژ یقیا زاریان تبریزی	هندسه	
امیرحسین ابومحبوب - جواد حاتمی - سیدمحمد حسینی فرد - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سیدوحید ذوالفقاری - ندا صالح پور محمد صحت کار - احمد رضا فلاح - مرتضی فهیم علوی - نیلوفر مهدوی - محمد هجری - مهدی وقوعی	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	
معصومه افضلی - احسان ایرانی - زهره آقامحمدی - امیرمهدی جعفری - امیرعلی حاتم خانی - بهنام رستمی - محمد ساکی - مهدی سلطانی سعید شرق - مریم شیخ ممو - پوریا علاقه مند - مسعود قره خانی - مصطفی کیانی - غلامرضا محبی - احسان محمدی - امیر محمودی انزلی حسین مخدومی - حسام نادری - حسین ناصحی	فیزیک	
امیر حاتمیان - ارژنگ خانلری - حمید ذبچی - علی رفیعی - محمد رضا زهره وند - آروین شجاعی - امیرحسین طیبی سودکلایی رسول عابدینی زواره - حسین ناصری نانی	شیمی	

#### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	بهنام قازانچایی محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

#### گروه فنی و تولید

مهرداد ملوندی	مدیر گروه
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری	گروه مستندسازی
فرزانه فتح اله زاده	حروف نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

#### گروه آزمون

#### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱ ۶۴۶۳

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x^2 - x^3 + 3) = \lim_{t \rightarrow 3^+} g(t) = \lim_{t \rightarrow 3^+} \left[ \sin\left(\frac{3\pi}{t}\right) \right]$$

$$= \left[ \sin \pi^- \right] = \left[ 0^+ \right] = 0$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۰)

(آریان عبوری)

۵- گزینه «۴»

دامنه تابع را بدست می‌آوریم:  $1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$  اولاً

$$\text{ثانیاً: } x - \frac{1}{x} |2x| \neq 0 \Rightarrow 2x \neq |2x| \Rightarrow 2x \neq k (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x \neq \frac{k}{2}$$

$$\xrightarrow{-1 \leq x \leq 1} x \neq 0 \text{ و } \pm \frac{1}{2}$$

پس نهایتاً دامنه تابع برابر است با:

$$D_f = (-1, 1) - \left\{0, \pm \frac{1}{2}\right\}$$

واضح است که این بازه در نقاط  $\pm \frac{1}{2}$  و  $x=0$  دارای همسایگی محذوف و

در نقاط  $x = \pm 1$  دارای همسایگی یک‌طرفه است پس:

$$\begin{cases} m = 0 \text{ یا } \frac{1}{2} \text{ یا } \frac{-1}{2} \\ n = 1 \text{ یا } -1 \end{cases}$$

$$m \times n = 0 \text{ یا } \frac{1}{2} \text{ یا } \frac{-1}{2}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه ۱۳۶)

(سروش موئینی)

۶- گزینه «۳»

چون حد مخرج صفر و حاصل حد، عددی حقیقی است، پس حد صورت هم

صفر است.

$$3 - \sqrt{3+b} = 0 \Rightarrow \sqrt{3+b} = 3 \Rightarrow 3+b = 9 \Rightarrow b = 6$$

و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{x+6}}{x-3} = a \xrightarrow{\text{ضرب در مزدوج}}$$

حسابان ۱

۱- گزینه «۱»

(وفیر راضی)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\Delta\pi}{4}} \frac{[\sin x] + 2}{\cos 2x - 1} = \frac{\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}\right] + 2}{0 - 1} = \frac{-1 + 2}{-1} = -1$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۲۲)

(سروش موئینی)

۲- گزینه «۱»

$$\lim_{x \rightarrow n^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow n^+} x[x] = \frac{n^2}{n(n-1)} = \frac{n}{n-1} = 1 + \frac{1}{n-1}$$

$$= \frac{n}{n-1} = \frac{51}{50}$$

$$\Rightarrow n = 51 \xrightarrow{\text{مجموع ارقام}} 6$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

(میلاد سبازی لاریجانی)

۳- گزینه «۳»

$$g(x) = \sqrt{f(x)} \Rightarrow D_g = \{x \in D_f \mid f(x) \geq 0\}$$

$$\Rightarrow D_g = [-2, 2] \cup [4, +\infty)$$

از آنجا که برای وجود حد باید دامنه تابع در همسایگی نقطه مورد نظر

تعریف شده باشد، با توجه به نمودار برای نقاط صحیح  $\{-4, 2, 4\}$  همسایگی

محذوف در دامنه تابع تعریف نشده است و تابع در این نقاط حد ندارد.

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه ۱۱۹)

(میلاد پاشمی)

۴- گزینه «۱»

از آنجایی که در نزدیکی عدد صفر همواره  $x^2 > x^3$  است، پس

$$x^2 - x^3 > 0 \text{ است و داریم:}$$



دقت کنید گزینه «۳» نادرست است، زیرا  $f$  در نقاط  $x=1$  و  $x=2$  ناپیوسته است.

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۵۱)

۹- گزینه «۳» (عباس اشرفی)

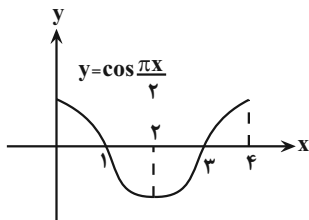
اگر  $f$  تابعی پیوسته و در همسایگی  $x=a$  اکیداً نزولی، به شرط این که مقدار  $f(a)$  عددی صحیح باشد، تابع  $y=[f(x)]$  در این نقطه فقط پیوستگی چپ دارد.

تابع  $y=x^3+x$  و  $y=-\frac{1}{x}$  در همسایگی  $x=1$  اکیداً صعودی هستند و

تابع  $y=x^2-2x$  در همسایگی چپ  $x=1$  اکیداً نزولی و در همسایگی راست  $x=1$  اکیداً صعودی است.

با رسم نمودار تابع  $y=\cos\frac{\pi x}{4}$  متوجه می‌شویم که این تابع در همسایگی

$x=1$  اکیداً نزولی است و تابع  $h(x)$  در  $x=1$  فقط از چپ پیوسته است.



(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۵۱)

۱۰- گزینه «۳» (رضا علی نواز)

باید حد تابع  $f$  در  $x=1$  با مقدار تابع در نقطه  $x=1$  برابر باشد.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \pi x + \cos 2\pi x}{\sin^2 \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \pi x + 2 \cos^2 \pi x - 1}{1 - \cos^2 \pi x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2 \cos \pi x - 1)(\cos \pi x + 1)}{(1 - \cos \pi x)(1 + \cos \pi x)} = \frac{-2 - 1}{1 - (-1)} = \frac{-3}{2} = f(1) = a$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۵۱)

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - (x+6)}{x^2 - (x-3)(x + \sqrt{x+6})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - (x-3)(x + \sqrt{x+6})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x + \sqrt{x+6}} = a = \frac{5}{6}$$

پس  $a+b = \frac{5}{6} + 6 = \frac{41}{6}$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

۷- گزینه «۴» (عادل مسینی)

می‌دانیم روابط زیر برقرار است:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow |\sin x| = \sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} ; \sin x \geq 0 \\ \sin x = -\sqrt{1 - \cos^2 x} ; \sin x < 0 \end{cases}$$

حال برای حد داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x}$$

$$= \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sqrt{1 - \cos^2 x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sqrt{1 - \cos x} \times \sqrt{1 + \cos x}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{-\sqrt{1 - \cos^2 x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{-\sqrt{1 - \cos x} \times \sqrt{1 + \cos x}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

چون مقادیر حد چپ و راست برابر نیستند، حاصل حد وجود ندارد.

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

۸- گزینه «۱» (علی شهرایی)

تابع  $f$  در بازه  $[1, 2]$  پیوسته است، زیرا:

اولاً در تمام نقاط بازه  $(1, 2)$  پیوسته است.

ثانیاً در  $x=1$ ، پیوستگی راست دارد.

ثالثاً در  $x=2$ ، پیوستگی چپ دارد.





هندسه ۲

گزینه ۲

(مفرد هجری)

طبق نامساوی مثلثی داریم: (۱)  $15 - 8 < a < 15 + 8 \Rightarrow 7 < a < 23$

در مثلث حاده‌الزاویه، مربع طول هر ضلع از مجموع مربعات طول‌های اضلاع

دیگر کمتر است، پس داریم:  $a^2 < 8^2 + 15^2 = 289 \Rightarrow a < 17$

$\xrightarrow{\text{اعدد صحیح است } a} a \leq 16$  (۲)

$15^2 < a^2 + 8^2 \Rightarrow a^2 > 15^2 - 8^2 = 161$

$\xrightarrow{\text{اعدد صحیح است } a} a \geq 13$  (۳)

بدیهی است  $8^2 < a^2 + 15^2$

$(1), (2), (3) \Rightarrow 13 \leq a \leq 16$

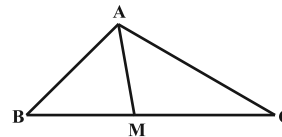
بنابراین چهار مقدار صحیح برای  $a$  وجود دارد.

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۷۶)

گزینه ۳

(امیرحسین ابومصوب)

طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:



$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

$$\Rightarrow 7^2 + 9^2 = 2AM^2 + \frac{10^2}{2}$$

$$\Rightarrow 130 = 2AM^2 + 50 \Rightarrow AM^2 = 40 \Rightarrow AM = 2\sqrt{10}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)

گزینه ۲

(سیرمهرشا عسینی فرد)

اگر  $S$  مساحت و  $P$  نصف محیط این مثلث باشد، آنگاه طبق قضیه هرون داریم:

$$P = \frac{12 + 17 + 25}{2} = 27$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{27 \times 15 \times 10 \times 2}$$

$$= \sqrt{3^3 \times (3 \times 5) \times (2 \times 5) \times 2} = \sqrt{2^2 \times 3^4 \times 5^2} = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

گزینه ۲

(بوار غامی)

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ - \hat{B}$$

$$\Rightarrow \sin(\hat{A} + \hat{C}) = \sin(180^\circ - \hat{B}) = \sin \hat{B} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{1}{3}$$

اگر شعاع دایره محیطی مثلث ABC را با  $R$  نمایش دهیم، آن‌گاه طبق قضیه سینوس‌ها داریم:

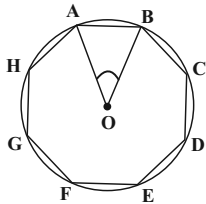
$$\frac{AC}{\sin \hat{B}} = 2R \Rightarrow \frac{5}{\frac{1}{3}} = 2R \Rightarrow 2R = 15 \Rightarrow R = \frac{15}{2}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

گزینه ۳

(اخشین فاضله‌فان)

مطابق شکل داریم:



$$\hat{AOB} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin(\hat{AOB})$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S_{\text{هشت ضلعی}} = 8 S_{AOB} = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

گزینه ۱

(امیرحسین ابومصوب)

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow 4^2 \times 5 + 6^2 \times 3 = AD^2 \times 8 + 3 \times 5 \times 8$$

$$\Rightarrow 80 + 108 = 8AD^2 + 120 \Rightarrow 8AD^2 = 68 \Rightarrow AD^2 = \frac{17}{2}$$

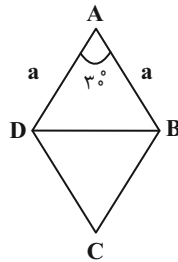
$$\Rightarrow AD = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)



۱۷- گزینه «۳»

(افشین فاضلخان)



فرض کنید طول هر ضلع لوزی برابر  $a$  باشد. طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث  $ABD$  داریم:

$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos \hat{A} \\ &\Rightarrow 9(2 - \sqrt{3}) = a^2 + a^2 - 2 \times a \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &\Rightarrow 9(2 - \sqrt{3}) = a^2(2 - \sqrt{3}) \Rightarrow a^2 = 9 \end{aligned}$$

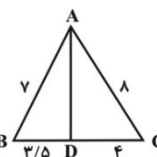
طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$\begin{aligned} S_{\Delta ABD} &= \frac{1}{2} AB \times AD \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} a \times a \times \frac{1}{2} = \frac{a^2}{4} = \frac{9}{4} \\ \Rightarrow S_{ABCD} &= 2 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

۱۸- گزینه «۲»

(نویر میبیدی)



$$\begin{aligned} \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{7}{8} &\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{BD}{BD+DC} = \frac{7}{7+8} \\ \Rightarrow \frac{BD}{15} = \frac{7}{15} & \\ \Rightarrow BD = 7/5 \Rightarrow DC = 4 & \end{aligned}$$

در مثلث  $ABC$ ، طول نیمساز زاویه داخلی  $A$  برابر است با:

$$\begin{aligned} AD^2 &= AB \cdot AC - BD \cdot DC = 7 \times 8 - 7/5 \times 4 = 56 - 28/5 = 42 \\ \Rightarrow AD &= \sqrt{42} \end{aligned}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱۹- گزینه «۴»

(ممر هجری)

مطابق تعریف چهارضلعی محاطی، دو زاویه  $\hat{D}$  و  $\hat{B}$  مکمل یکدیگرند.

$$\cos \hat{B} = \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{1}{8}$$

حال طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث‌های  $ADC$  و  $ABC$  داریم:

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2AD \cdot DC \cos \alpha \quad (1)$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2AB \cdot BC \cos \alpha \quad (2)$$

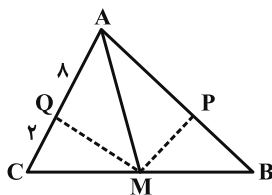
$$(1), (2) \Rightarrow 7^2 + 2^2 - 2 \times 7 \times 2 \times \frac{1}{8} = x^2 + 6^2 + 2 \times x \times 6 \times \frac{1}{8}$$

$$2x^2 + 3x - 27 = 0 \Rightarrow (2x+9)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 3$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۲۰- گزینه «۴»

(نویر میبیدی)



چون  $MP$  و  $MQ$  به ترتیب نیمسازهای زاویه‌های  $AMB$  و  $AMC$  هستند، بنابر قضیه نیمسازهای زوایای داخلی خواهیم داشت:

$$\Delta AMB: MP \text{ نیمساز است} \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AM}{MB}$$

$$\Delta AMC: MQ \text{ نیمساز است} \Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC}$$

چون  $MC = MB$ ، پس سمت راست تساوی‌های بالا با هم برابرند و از این رو

سمت چپ تساوی‌ها نیز برابر خواهند شد، یعنی  $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$  در نتیجه:

$$\frac{AP}{AP+PB} = \frac{AQ}{AQ+QC} \Rightarrow \frac{AP}{9} = \frac{8}{10} \Rightarrow AP = 7/2$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)



**آمار و احتمال**

**گزینه «۱»**

(سیدوید زوالفقاری)

به هر یک از افراد یا اشیا که داده‌های مربوط به آنها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود، واحد آماری و به مجموعه کل آنها، جامعه آماری گفته می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۴)

**گزینه «۳»**

(مرتضی فحیم‌علوی)

در روش نمونه‌گیری طبقه‌ای، پس از طبقه‌بندی جامعه به زیرجامعه‌های مجزا، از هر طبقه، یک نمونه تصادفی ساده انتخاب می‌کنیم.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

**گزینه «۱»**

(نیلوفر مهروی)

برای بررسی رضایت مردم تهران از وسایل نقلیه عمومی از روش مصاحبه استفاده می‌کنیم اما گردآوری داده‌ها در سایر گزینه‌ها با روش مشاهده امکان‌پذیر است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

**گزینه «۲»**

(ندرا صالح‌پور)

با توجه به تعاریف، «الف» و «ت» صحیح می‌باشند.  
«ب» فرآیند نتیجه‌گیری درباره پارامترهای جامعه بر اساس نمونه را آمار استنباطی گوئیم.

«پ» برای بررسی یک جامعه، نمونه‌گیری نارایب ارزش بالایی دارد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۳، ۱۱۰ و ۱۱۵)

**گزینه «۴»**

(امیرشیرین ابومحبوب)

انحراف معیار برآورد میانگین یک نمونه برابر انحراف معیار جامعه تقسیم بر جذر اندازه نمونه است. بنابراین اگر  $n_1 = 25$  و  $n_2 = 225$  فرض شود، آنگاه داریم:

$$\frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1}} = \frac{\frac{\sigma}{\sqrt{n_2}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}}} = \frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2}} \Rightarrow \frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{1/8} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{225}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\bar{x}_2} = 0/6$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۲۱)

**گزینه «۴»**

(یوار گاتمی)

با توجه به اینکه از بین ۲۴۰ عدد، ۲۰ عدد انتخاب شده است، پس اعداد به گروه‌های ۱۲ تایی ( $\frac{240}{20} = 12$ ) تقسیم شده‌اند. از طرفی  $7 + 9 \times 12 = 115$  است، بنابراین شماره  $n$  امین عدد انتخابی از رابطه  $7 + 12(n-1)$  به دست می‌آید و در نتیجه داریم:

$$43 = 7 + 36 = 7 + 12(4-1) = \text{چهارمین عدد انتخابی}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

**گزینه «۲»**

(سید مهران‌رضا حسینی‌فر)

گزاره (الف) درست است؛ زیرا وسط بازه اطمینان همان برآورد نقطه‌ای یا آماره حاصل از نمونه‌گیری است.

گزاره (ب) نادرست است؛ زیرا بدون معلوم بودن اندازه نمونه، نمی‌توان انحراف معیار جامعه را مشخص کرد.

گزاره (پ) درست است؛ زیرا طول بازه اطمینان ۴ برابر انحراف معیار میانگین است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)



۲۸- گزینه «۲»

(نیلوفر مهروی)

برآورد بازه‌ای با اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه به صورت

$$\left[ \bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

باشد، مرکز این بازه به صورت  $\bar{x} = \frac{a+b}{2}$  و طول آن به صورت

$$b - a = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x} = \frac{46/8 + 47/6}{2} = 47/2$$

$$47/6 - 46/8 = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0/8 = \frac{4 \times \sqrt{121}}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow 0/8 = \frac{44}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 55 \Rightarrow n = 55^2$$

$$\sum x_i = n\bar{x} = 55^2 \times 47/2 = 1180 \times 11^2$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۲۲)

۲۹- گزینه «۳»

(نیلوفر مهروی)

$$\bar{x} = \frac{2+3+4+7+9}{5} = 5$$

نمونه سه تایی	برآورد نقطه‌ای میانگین
۲, ۳, ۴	۳
۲, ۳, ۷	۴
۲, ۳, ۹	۴/۶۷
۲, ۴, ۷	۴/۳۳
۲, ۴, ۹	۵
۲, ۷, ۹	۶
۳, ۴, ۷	۴/۶۷
۳, ۴, ۹	۵/۳۳
۳, ۷, ۹	۶/۳۳
۴, ۷, ۹	۶/۶۷

بنابراین برآورد نقطه‌ای میانگین ۵ نمونه سه تایی از میانگین واقعی کمتر

است. اگر پیشامد مورد نظر را با  $A$  نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \frac{5}{10} = 0/5$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

۳۰- گزینه «۲»

(امیرسین ابومیسوب)

میانة اعداد ۰ تا  $N$ ، همواره برابر  $\frac{N}{2}$  است، زیرا در صورتی که  $N$  زوج

باشد، تعداد اعداد یعنی  $N+1$  فرد است و داده  $\frac{N}{2}$  دقیقاً وسط داده‌ها قرار

می‌گیرد، پس میانه است و در صورتی که  $N$  فرد باشد، تعداد اعداد زوج است

و در نتیجه میانه برابر میانگین دو داده وسط یعنی  $\frac{N-1}{2}$  و  $\frac{N+1}{2}$  است که

برابر  $\frac{N}{2}$  می‌باشد. با توجه به این که تعداد اعداد انتخابی برابر ۱۲ است، پس

میانة داده‌ها برابر میانگین داده‌های ششم و هفتم است و در نتیجه داریم:

$$\text{میانة} = \frac{13+15}{2} = \frac{28}{2} \Rightarrow \frac{N}{2} = \frac{28}{2} \Rightarrow N = 28$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲۵)



فیزیک ۲

۳۱- گزینه «۲»

(مسئله ناهمبندی)

شار مغناطیسی یک کمیت نرده‌ای است. همچنین طبق رابطه شار مغناطیسی داریم:

$$\Phi = AB \cos \theta$$

$$\text{یکای شار} = T \cdot m^2 = Wb$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III و III۲)

۳۲- گزینه «۲»

(غلامرضا مصی)

برای به دست آوردن شار ابتدا مساحت حلقه را حساب می‌کنیم:

$$A = 40 \times 20 \times 10^{-4} m^2 = 8 \times 10^{-2} m^2$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$\Phi = BA \cos \theta = 10 \times 8 \times 10^{-2} \times \frac{1}{2} = 0.4 Wb$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III و III۲)

۳۳- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

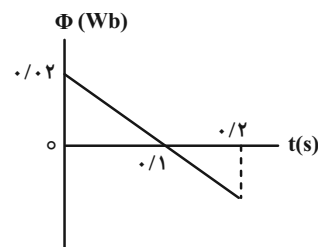
چون نمودار  $\Phi - t$  به صورت یک خط راست با شیب منفی است، بنابه

رابطه  $\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ ، نیروی محرکه القایی در تمام لحظه‌های بازه زمانی

صفر ثانیه تا ۰/۲ s (از جمله لحظه  $t = 0.5 s$ ) عددی ثابت و مثبت

می‌باشد. بنابراین کافی است، شیب این خط را که برابر  $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$  است، بیابیم و

$\varepsilon_{av}$  را پیدا کنیم:



$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \Phi_1 = 0.2 Wb, \Phi_2 = 0, N=1 \rightarrow t_1 = 0, t_2 = 0.1 s$$

$$\varepsilon_{av} = -1 \times \frac{0 - 0.2}{0.1 - 0} = \frac{0.2}{0.1} = 0.2 V$$

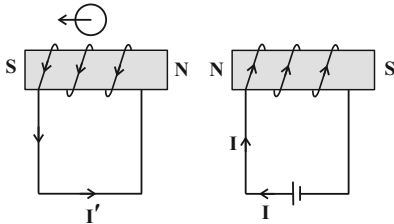
(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III۳ تا III۵)

۳۴- گزینه «۳»

(پوریا علاقه‌مند)

وقتی کلید را می‌بندیم طبق قانون لنز در سیم‌لوله سمت چپ، قطب N و S

به صورت زیر قرار می‌گیرد و قطب‌نما سمت چپ را نشان می‌دهد.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III۷ و III۸)

۳۵- گزینه «۳»

(بهنام رستمی)

ابتدا مدت زمانی را که طول می‌کشد تا قاب به‌طور کامل داخل میدان قرار

گیرد، می‌یابیم:

$$d = vt \Rightarrow 0.5 = \Delta t \Rightarrow t = 0.1 s$$

حال طی این مدت تغییرات شار و نیروی محرکه القایی برابر است با:

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad N=1, \Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 \rightarrow \Delta t = 0.1 s$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{-1 \times (\Phi_2 - \Phi_1)}{0.1} \quad \Phi_2 = 0.5 \times 0.4 \times 20 \times 10^{-4} = 4 \times 10^{-3} Wb \rightarrow \Phi_1 = 0$$

$$\bar{\varepsilon} = -1 \times \left( \frac{4 \times 10^{-3} - 0}{0.1} \right) = -0.04 V$$

به طریق مشابه و به دلیل تقارن، هنگام خارج شدن نیز نیروی محرکه القایی

۰/۰۴V در حلقه ایجاد می‌شود.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III۳ تا III۵)



۳۶- گزینه «۳»

(معصومه افشلی)

با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، داریم:

$$\left. \begin{aligned} |\varepsilon| &= B\ell v \\ I &= \frac{|\varepsilon|}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I = \frac{B\ell v}{R}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{(5000 \times 10^{-4}) \times (40 \times 10^{-2}) \times 4}{R} \Rightarrow R = 0.4 \Omega$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و پیرایان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

و پیرایان الکتریکی و مدارهای پیرایان مستقیم؛ صفحه‌های ۳۹ و ۵۰)

۳۷- گزینه «۲»

(زهرا آقاممدری)

در مرحله (a) حلقه در حال ورود به میدان و شار مغناطیسی عبوری از آن

در حال افزایش است. در مرحله (b) شار ثابت است و در مرحله (c) شار

در حال کاهش است.

در مرحله (c) چون شار در حال کاهش است پس میدان القایی برون‌سو

است و با توجه به قاعده دست راست جهت جریان القایی در حلقه

پادساعتگرد است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و پیرایان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۳۸- گزینه «۲»

(مریم شیخ‌ممو)

با توجه به معادله  $I = 6 \sin 100\pi t$ ، بیشینه جریان الکتریکی برابر

$I_m = 6A$  است. بنابراین داریم:

$$U_m = \frac{1}{2} LI_m^2 \xrightarrow{L=0.2H} U_m = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 36 = 3.6 J$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و پیرایان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۴ و ۱۲۵)

۳۹- گزینه «۳»

(امیرمهری جعفری)

با توجه به جهت نشان داده شده برای  $I_1$ ، مولد جریان به مدت  $\frac{T}{2}$  در

جهت ساعتگرد در مدار جریان ایجاد می‌کند. سپس به مدت  $\frac{T}{2}$  در جهت

پادساعتگرد و دوباره به مدت  $\frac{T}{2}$  در جهت ساعتگرد در مدار جریان ایجاد

می‌کند. با توجه به جهتی که دیود در مدار قرار گرفته است، در لحظاتی که

مولد در جهت ساعتگرد جریان ایجاد می‌کند، دیود با جریان گذرنده

مخالفت کرده و در نتیجه جریانی از  $R$  نمی‌گذرد. پس از  $0$  تا  $\frac{T}{2}$  و از

$\frac{3T}{2}$  تا  $T$  جریانی نمی‌گذرد و تنها از  $\frac{T}{2}$  تا  $T$  جریان از مدار عبور

می‌کند. لذا نمودار مربوط به جریان  $I_2$  شبیه نمودار گزینه «۳» صحیح

است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و پیرایان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۴ و ۱۲۵)

۴۰- گزینه «۳»

(ممد سائی)

با توجه به داده‌ها داریم:

$$N_1 = 60 \quad N_2 = 180$$

$$V_1 = ? \quad V_2 = 4/5 V$$

با جای گذاری در رابطه داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{4/5 V}{V_1} = \frac{180}{60} \Rightarrow V_1 = 1/5 V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و پیرایان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)



شیمی ۲

گزینه «۳» -۴۱

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) فراورده به دست آمده سیر شده است ولی هیدروکربن نیست.
- ۲) شمار اتم‌های متصل به هر اتم کربن از ۳ به ۴ افزایش می‌یابد.
- ۴) از بسیار حاصل (پلی وینیل کلرید) در تهیه کیسه نگهداری خون استفاده می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه ۱۰۴)

گزینه «۱» -۴۲

بررسی موارد:

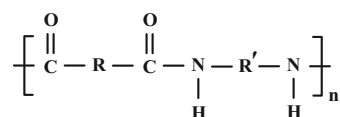
- مورد اول: نادرست؛ درصد جرمی کربن در هر دو برابر است.
- مورد دوم: نادرست؛ تعداد اتم‌ها در جرم‌های برابر از دو پلیمر یکسان است.
- مورد سوم: نادرست؛ چگالی هر دو کوچک‌تر از  $1 \text{ g.cm}^{-3}$  است.
- مورد چهارم: نادرست؛ شاخه‌ها باعث ایجاد فاصله بین زنجیرها و کاهش سطح تماس می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۶ و ۱۰۷)

گزینه «۳» -۴۳

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) نادرست؛ پلی‌اتن شاخه‌دار همان پلی‌اتن سبک و پلی‌اتن بدون شاخه همان پلی‌اتن سنگین می‌باشد که در پلی‌اتن سبک به دلیل وجود فضاهای خالی بین شاخه‌ها و حجم بیشتر، چگالی کمتر بوده و همچنان نیروی بین مولکولی در آن ضعیف‌تر است، از این رو نقطه جوش پایین‌تری دارد.
- ۲) نادرست؛ در واکنش استری شدن، الکل‌ها  $\text{H}$  و کربوکسیلیک اسیدها  $\text{OH}$  از دست می‌دهند.
- ۳) درست؛ مونومر سازنده پلیمر مورد نظر،  $\left( \text{CH}_2 = \text{C}(\text{R}) \right)_n$  می‌باشد که دارای ۱ پیوند دوگانه و ۷ پیوند یگانه است.
- ۴) نادرست؛ کولار یک پلی‌آمید است و ساختار کلی پلی‌آمیدها به صورت زیر می‌باشد.



(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۳، ۱۰۶، ۱۰۸ و ۱۱۴)

گزینه «۳» -۴۴

(عمید زبئی)

در هر واحد تکرارشونده تفلون ۴ اتم فلئور وجود دارد، اگر در هر زنجیر پلیمری آن  $3200$  اتم فلئور باشد، پس تعداد واحد تکرارشونده برابر  $800$  خواهد بود  $\left( n = \frac{3200}{4} \right)$  و جرم مولی هر زنجیر پلیمری آن برابر  $80000 = [(C \times 2) + (F \times 4)] \times 800$  خواهد بود.

$$\frac{\text{تفلون } 1 \text{ mol}}{80000 \text{ g تفلون}} \times \text{تفلون } 40 \text{ g} = \text{درشت مولکول } ?$$

$$\times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ درشت مولکول}}{1 \text{ mol تفلون}} = 3/01 \times 10^{20}$$

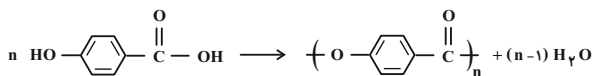
(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

گزینه «۳» -۴۵

(عمید زبئی)

یک نوع پلی‌استر است که از پلیمری شدن  $\text{H-O-C}_6\text{H}_4\text{-C(=O)-OH}$  به دست می‌آید.

فرمول مولکولی مونومر آن  $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_3$  است و در هر واحد مونومری آن ۲۰ پیوند اشتراکی وجود دارد. همچنین به ازای تشکیل هر واحد تکرارشونده یک مولکول آب تولید می‌شود.



(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

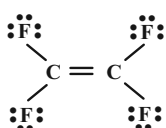
گزینه «۴» -۴۶

(امیرمسین طیبی سوگلابی)

همه موارد درست است.

بررسی موارد:

- مورد اول: هر دو گروه عاملی کربوکسیلیک اسید و آمین در این ترکیب وجود دارد.
- مورد دوم: این مولکول هیدروژن متصل به اتم‌های نیتروژن و اکسیژن دارد و می‌تواند با مولکول‌های خودش پیوند هیدروژنی برقرار کند.
- مورد سوم: در این مولکول همانند مونومر تفلون (تترافلئورواتن)، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

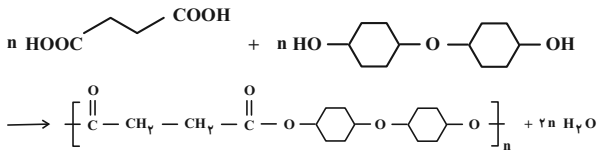




(امیرمسین طبی سوگرلابی)

۴۹- گزینه «۴»

واکنش تشکیل پلی استر:



$$? \text{ g پلی استر} = 236 \text{ g A} \times \frac{1 \text{ mol A}}{118 \text{ g A}} \times \frac{1 \text{ mol استر}}{n \text{ mol A}}$$

$$\times \frac{296 \text{ g پلی استر}}{1 \text{ mol پلی استر}} = 592 \text{ g پلی استر}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

(امیر ماتیان)

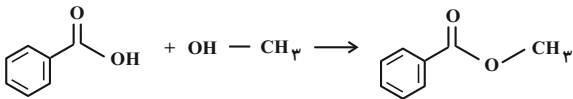
۵۰- گزینه «۴»

همه عبارت‌ها درست هستند.

فرمول مولکولی ترکیب‌های (۱) تا (۶) به ترتیب  $C_8H_8$ ،  $C_8H_8$ ،  $C_8H_8$ ،  $C_8H_8O_2$ ،  $C_8H_8O_2$  و  $C_8H_8O_2$  است.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول:



عبارت دوم: ترکیب (۴) به دلیل داشتن پیوند هیدروژنی نقطه جوش بالاتری دارد.

عبارت سوم: ترکیب‌های (۱) و (۲) ایزومر یکدیگر هستند و فرمول مولکولی آن‌ها  $C_8H_8$  است. فرمول مولکولی ترکیب (۳) نیز به صورت  $C_8H_8$  است. با توجه به برابری تعداد اتم‌های کربن در هر سه مولکول بدون انجام محاسبه می‌توان گفت که چون جرم مولی ترکیب‌های (۱) و (۲) بیشتر از ترکیب (۳) است؛ پس درصد جرمی اتم کربن در ترکیب (۳) بیشتر از درصد جرمی کربن در ترکیب‌های (۱) و (۲) است.

عبارت چهارم: اختلاف تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیب‌های (۱) و (۳) همانند ترکیب‌های (۴) و (۶) برابر ۲ است.

عبارت پنجم: ترکیب (۳) همان استیرین است که از پلیمر آن در ساخت ظروف یکبار مصرف استفاده می‌شود و پلیمر نشان داده شده نیز ساختار پلی‌استیرین را نشان می‌دهد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۱۱ تا ۱۱۶)

مورد چهارم: فرمول مولکولی این ترکیب،  $C_{34}H_{34}O_4N_4$  می‌باشد و نسبت تعداد اتم‌های هیدروژن به کربن در آن با مولکول بنزن ( $C_6H_6$ ) برابر است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۱۲ تا ۱۱۶)

۴۷- گزینه «۲»

(امیرمسین طبی سوگرلابی)

آب + استر  $\rightarrow$  الکل + کربوکسیلیک اسید

$$\frac{\text{جرم مولی استر} \times \text{ضریب استر}}{\text{جرم آب}} = \frac{\text{جرم مولی آب} \times \text{ضریب آب}}{\text{جرم آب}}$$

$$= \frac{1 \times M}{1 \times 18} = 8 \Rightarrow M = 144 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

فرمول عمومی استرها،  $C_nH_{2n}O_2$  است.

$$144 = 12n + 2n + 32 \Rightarrow 112 = 14n \Rightarrow n = 8$$

در نتیجه استر ۸ کربنه بوده، به این معناست که الکل و اسید اولیه در مجموع ۸ اتم کربن دارند. الکل A و اسید B را به ترتیب  $C_aH_{2a+2}O$  و  $C_bH_{2b}O_2$  فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} a+b=8 \\ b=2a+2-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \Rightarrow C_3H_8O \text{ پروپانول} \\ b=5 \Rightarrow C_5H_{10}O_2 \text{ پنتانویک اسید} \end{cases}$$

در نتیجه نام استر حاصل پروپیل پنتانوات خواهد بود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۳)

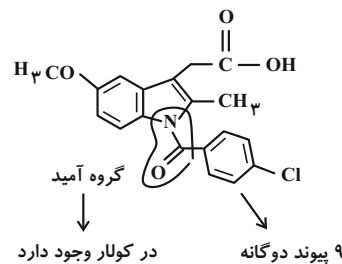
۴۸- گزینه «۱»

(ارژنگ شاندری)

در ترکیبات آلی

به ازای هر اکسیژن، ۲ جفت ناپیوندی  
به ازای هر نیتروژن، ۱ جفت ناپیوندی  
به ازای هر کلر، ۳ جفت ناپیوندی

فرمول کلی ترکیب:  $C_{19}H_{16}ClNO_4$



(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)





ریاضی ۱

گزینه «۲» - ۵۱

(امیرمسین ابومصوب)

علم آمار مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی می‌شود که اولین مرحله آن همان جمع‌آوری اعداد و ارقام است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۳)

گزینه «۲» - ۵۲

(میلاذ منصور)

میزان رضایت از شغل به صورت کم، متوسط و زیاد، دسته‌بندی می‌شود و متغیر کیفی ترتیبی است، تعداد فرزندان یک خانواده، متغیر کمی گسسته، جنسیت فرد، متغیر کیفی اسمی و میزان دمای هوا، متغیر کمی پیوسته است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

گزینه «۳» - ۵۳

(سروش موئینی)

سرعت حرکت یک خودرو، متغیر کمی پیوسته، گروه خون متغیر کیفی اسمی، مراحل رشد متغیر کیفی ترتیبی و تعداد فرزندان متغیر کمی گسسته است، بنابراین در گزینه «۳» تمام متغیرهای چهارگانه موجود هستند.

در گزینه «۱» هر دو متغیر «جنسیت» و «شغل» کیفی اسمی، متغیر «سن» کمی پیوسته و متغیر «میزان تحصیلات» کیفی ترتیبی است.

در گزینه «۲» هر دو متغیر «جنسیت» و «شغل» کیفی اسمی، متغیر «وزن» کمی پیوسته و متغیر «تعداد فرزندان» کمی گسسته است.

در گزینه «۴» هر دو متغیر «رنگ چشم» و «گروه خون» کیفی اسمی، متغیر «تعداد تماس‌ها» کمی گسسته و متغیر «مراحل تحصیل» کیفی ترتیبی است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

گزینه «۲» - ۵۴

(مهرزاد ملونری)

برای آنکه مجموع ۳ عدد، عددی زوج باشد یا باید هر ۳ عدد زوج باشند و یا یکی از آنها زوج و دو عدد دیگر فرد باشند. با توجه به اینکه مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی شامل ۴ عدد زوج و ۵ عدد فرد است، داریم:

$$n_1 = \binom{4}{3} = 4 \quad \text{هر ۳ عدد زوج}$$

$$n_2 = \binom{5}{2} \times \binom{4}{1} = 10 \times 4 = 40 \quad \text{دو عدد فرد و یک عدد زوج}$$

$$\Rightarrow n = n_1 + n_2 = 4 + 40 = 44$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه «۱» - ۵۵

(ممد صمدکار)

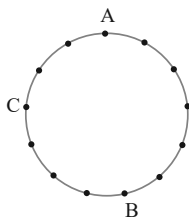
توجه کنید که نمی‌توانیم از رقم صفر استفاده کنیم؛ زیرا در صورت استفاده باید رقم صدگان عدد صفر باشد که امکان‌پذیر نیست. هر بار پس از انتخاب ۳ رقم متمایز از بین ارقام ۱ تا ۹، فقط ۲ عدد مطلوب می‌توانیم بسازیم، مثلاً با ارقام ۹ و ۲ و ۷ می‌توان اعداد ۲۷۹ و ۲۹۷ را ساخت. در نتیجه تعداد

اعداد طبیعی مورد نظر برابر است با:  $n = \binom{9}{3} \times 2 = 84 \times 2 = 168$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه «۱» - ۵۶

(امیرهوشنگ انصاری)



چهارضلعی‌های شامل AC + چهارضلعی‌های شامل AB

$$\binom{5}{2} + \binom{6}{2} = 10 + 15 = 25$$

$$\binom{9}{2} + \binom{2}{2} = 36 + 1 = 37$$



(موردار ملونری)

۵۹- گزینه «۱»

فرض کنید  $P(A \cup B) = x$  باشد. در این صورت  $P(A) = \frac{1}{4}x$  و

$P(B) = \frac{2}{3}x$  هستند و داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}x - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6}x$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)} = \frac{\frac{1}{6}x}{x} = \frac{1}{6}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

(موانبش نیکنام)

۶۰- گزینه «۳»

$$n(S) = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$$

«الف»: کلمه ۴ حرفی که «ن» جزء حروف انتخابی نباشد.

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$$

«ب»: کلمه ۴ حرفی که «ن» جزء حروف انتخابی باشد و حرف اول و آخر نباشد.

$$\frac{4}{4} - \frac{3}{3}$$

به  $4 \times 3$  طریق حرف اول و آخر پر می‌شود.

۲ جا برای حرف «ن» و ۲ حالت برای یک حرف باقی مانده:

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48 \Rightarrow P = \frac{24 + 48}{120} = \frac{3}{5}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

چهارضلعی‌های شامل  $AC, AB$  -

$$\binom{3}{1}$$

جواب = ۵۹

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

(امیرھوشنگ فمسه)

۵۷- گزینه «۲»

به سه طریق می‌توان خواسته مسئله را برآورده کرد:

«الف»: در هر جامدای ۲ مداد قرار دهیم:

$$\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2} = 90$$

«ب»: در یک جامدای ۴ تا و در دوتای دیگر ۱ مداد می‌گذاریم:

$$\binom{3}{1} \binom{6}{4} \binom{2}{1} \binom{1}{1} = 90$$

«پ»: در جامدای‌ها به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ مداد بگذاریم:

$$\binom{3}{1} \binom{6}{3} \binom{2}{1} \binom{3}{2} \binom{1}{1} = 360$$

$$360 + 90 + 90 = 540$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

(امیرسین ابومصوب)

۵۸- گزینه «۳»

برای اینکه حاصل ضرب سه عدد طبیعی، عددی اول باشد، لازم است دو تا از

آنها برابر یک و دیگری اول باشد پس مثلاً تاس اول می‌تواند ۲، ۳ یا ۵ بیاید

و در دو تاس دیگر عدد یک رو شود و همین طور عدد اول مورد نظر می‌تواند

در حالت‌های دیگر در تاس دوم یا سوم قرار گیرد. پس تعداد حالت‌ها برابر

$$n(A) = 3 \times 3 = 9 \Rightarrow P(A) = \frac{9}{216} = \frac{1}{24}$$

است با:

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)



فیزیک ۱

۶۱- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

ابتدا دمای سلسیوس را به کلوین تبدیل می‌کنیم و سپس از رابطه  $W = -nR\Delta T$  کار انجام شده بر روی گاز را می‌یابیم. دقت کنید، چون  $\Delta T = \Delta \theta$  است، می‌توان دمای کلوین را به سلسیوس تبدیل نمود.

$$T_f = \theta_f + 273 = 27 + 273 = 300K$$

$$W = -nR(T_f - T_i) \xrightarrow{T_i=400K, n=2mol}$$

$$W = -2 \times 8.314 \times (300 - 400) = 1662.8 J$$

می‌بینیم کار انجام شده بر روی گاز ۱۶۰۰ J است، بنابراین کار انجام شده توسط گاز  $W' = -W = -1600 J$  خواهد بود.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰ و دما و گرما: صفحه ۱۲۲)

۶۲- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم انرژی درونی گاز، تابع دمای مطلق آن است. از طرف دیگر، بنابه رابطه  $PV = nRT$  ،  $PV \propto T$  می‌باشد. بنابراین داریم:

$$U \propto T \propto PV \Rightarrow U \propto PV \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1}$$

$$\xrightarrow{P_2=2 \times 10^5 Pa, V_2=3L, P_1=6 \times 10^5 Pa, V_1=1L} \frac{U_2}{U_1} = \frac{2 \times 10^5 \times 3}{6 \times 10^5 \times 1} = 1$$

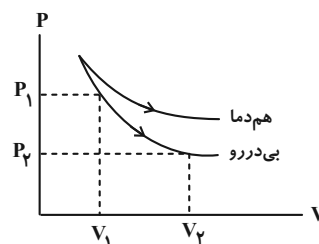
$$\Rightarrow U_2 = U_1$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه ۱۲۲ و ترمودینامیک: صفحه ۱۳۰)

۶۳- گزینه «۳»

(پوریا علاقه‌مند)

اگر نمودار  $P - V$  فرایند هم‌دما و بی‌دررو را رسم کنیم، به صورت زیر خواهد شد.



همان‌طور که مشخص است در انبساط بی‌دررو فشار کاهش می‌یابد و چون افت فشار در فرایند بی‌دررو بیشتر از هم‌دما است طبق نمودار، دما کاهش می‌یابد لذا انرژی درونی در فرایند بی‌دررو کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۸)

۶۴- گزینه «۳»

(امسان ممدری)

در هر دو فرایند، حالت اولیه و حالت نهایی یکسان است پس:

$$\Delta U_a = \Delta U_b$$

همچنین در هر دو فرایند دما افزایش یافته است:

$$\Delta U_a = \Delta U_b > 0$$

از طرفی طبق قانون اول ترمودینامیک:

$$Q_a + W_a = Q_b + W_b$$

پس:

چون فرایندها انبساطی هستند  $W_a < 0$  و  $W_b < 0$  و همچنین چون

مساحت زیر نمودار  $b$  بیشتر از  $a$  است پس:  $|W_b| > |W_a|$  است. به

این ترتیب،  $Q_b > Q_a$  و هر دو فرایند با دریافت گرما همراه هستند.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۶۵- گزینه «۲»

(سین مفرومی)

گزینه «۲» درست است. زیرا (الف) و (ت) صحیح می‌باشند.

بررسی موارد نادرست:

(ب) دستگاه روی محیط کار انجام می‌دهد.

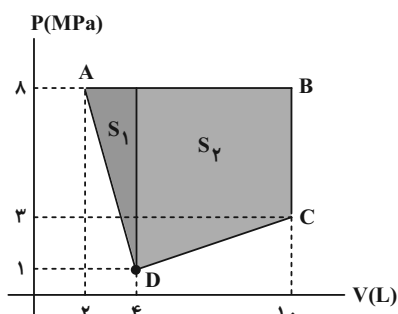
(پ) از  $a$  تا  $b$ ، انرژی درونی افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

۶۶- گزینه «۴»

(امیرمحمودی انزابی)

مساحت محصور در فرایند چرخه‌ای ABCDA همان اندازه کار مبادله شده بین گاز و محیط است. با تبدیل شکل چرخه به یک دوزنقه و یک مثلث، مساحت را محاسبه می‌کنیم:





اکنون از مساحت زیر نمودار داریم:

$$|W_1| = \frac{(P+P') \times \frac{2}{3}V}{2} \xrightarrow{(2)} |W_1| = \frac{4}{3}PV$$

$$|W_2| = P \times \frac{2}{3}V = \frac{2}{3}PV$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{2}{3}PV < W_{ab} < \frac{4}{3}PV$$

توجه داریم که چون فرایند **ab** و فرایندهای (۱)، (۲) تراکم‌اند، پس  $W$  در این فرایندها مثبت است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۷)

۶۹- گزینه «۳» (امسان ممدری)

طبق قانون دوم ترمودینامیک در یک چرخه، تمام گرمای دریافت شده به کار تبدیل نمی‌شود. اما در یک فرایند تمام گرما می‌تواند به کار تبدیل شود، مثلاً در فرایند هم‌دما تمام گرمای دریافت شده به کار تبدیل می‌شود.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۵، ۱۳۶ و ۱۴۶)

۷۰- گزینه «۴» (مصطفی کیانی)

ابتدا با استفاده از تعریف بازده ماشین گرمایی، کار انجام شده در هر چرخه را می‌یابیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{|W|}{|W| + |Q_L|} \rightarrow \eta = \frac{|W|}{|W| + |Q_L|}$$

$$\frac{\eta = \frac{300}{1000} = \frac{3}{10}}{|Q_L| = 700J} \rightarrow \frac{3}{10} = \frac{|W|}{|W| + 700}$$

$$\Rightarrow 10|W| = 3|W| + 3 \times 700 \Rightarrow 7|W| = 3 \times 700$$

$$\Rightarrow |W| = 300J$$

می‌بینیم ماشین گرمایی در هر چرخه ۳۰۰J کار انجام می‌دهد. بنابراین، ۱۲۰۰J کار را در طی ۴ چرخه انجام خواهد داد.

کار یک چرخه = تعداد چرخه × تعداد چرخه = کار کل

$$\Rightarrow 1200 = \text{تعداد چرخه} \times 300 \Rightarrow \text{تعداد چرخه} = 4$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه ۱۴۵)

$$|W| = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \times (8-1) \times 10^6 \times (4-2) \times 10^{-3}$$

$$+ \frac{1}{2} \times (10-4) \times 10^{-3} \times (5+7) \times 10^6$$

$$= 7 \times 10^3 + 36 \times 10^3 = 43 kJ$$

چون چرخه ساعتگرد است، کار خالصی که گاز روی محیط انجام داده است، مثبت است و داریم:

$$W' = 43 kJ$$

و لذا گزینه «۴» پاسخ صحیح است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

۶۷- گزینه «۳» (مسعود قره‌شانی)

بر اساس معادله حالت داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

از آنجا که مقادیر  $n$  و  $R$  ثابت هستند هر چقدر حاصل ضرب  $PV$  بزرگ‌تر باشد، دما نیز بیشتر است.

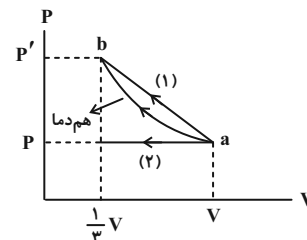
$$\begin{cases} P_C V_C = 2 \times 2 / 5 = 5 \\ P_B V_B = 1 / 5 \times 3 = 4 / 5 \\ P_D V_D = 2 / 5 \times 1 / 8 = 4 / 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_C V_C > P_B V_B = P_D V_D \Rightarrow T_C > T_B = T_D$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

۶۸- گزینه «۲» (زهرا آقاممیری)

ابتدا نمودار  $P-V$  این فرایند را رسم می‌کنیم. در نمودار  $P-V$  مساحت زیر نمودار برابر قدرمطلق کار انجام شده است. با توجه به شکل مشخص است که کار فرایند هم‌دما **ab** از کار فرایند (۱) کوچک‌تر و از کار فرایند (۲) بزرگ‌تر است. پس داریم:



$$W_2 < W_{ab} < W_1 \quad (1)$$

از طرفی چون فرایند **ab** هم‌دما است پس داریم:

$$T_a = T_b \xrightarrow{PV=nRT} P_a V_a = P_b V_b \xrightarrow{V_a=V, V_b=\frac{1}{3}V} \frac{P_a}{P} = \frac{V}{\frac{1}{3}V}$$

$$PV = \frac{1}{3} P'V \Rightarrow P' = 3P \quad (2)$$



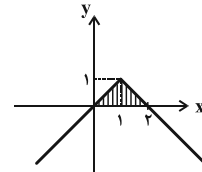
**حسابان ۲**

۷۱- گزینه «۴»

(میلار سیاری لاریبانی)

$$g(2x) = 1 - f(2x - 1) \Rightarrow g(x) = 1 - f(x - 1) = 1 - |x - 1|$$

با انتقال یک واحد نمودار تابع  $f$  به سمت راست، قرینه کردن آن نسبت به محور  $x$  ها و سپس انتقال یک واحد آن به بالا، نمودار تابع  $y = g(x)$  حاصل می‌شود و داریم:



$$\text{مساحت سطح هاشورخورده} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۲- گزینه «۲»

(عارل مسینی)

می‌دانیم تابع مورد نظر، از پاره‌خط‌هایی تشکیل شده است که شیب آن‌ها مثبت است. بنابراین، با توجه به اینکه  $[x]$  در عدد صحیح  $z$  ناپیوسته است، برای اکیداً صعودی بودن تابع  $y = 2x - k[x]$ ، کافی است حد راست آن در  $x = z$ ، بزرگ‌تر یا مساوی با حد چپ آن در  $x = z$  باشد. پس داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow z^+} (2x - k[x]) = 2z - kz \\ \lim_{x \rightarrow z^-} (2x - k[x]) = 2z - k(z - 1) = 2z - kz + k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{شرط صعودی بودن} : 2z - kz \geq 2z - kz + k \Rightarrow k \leq 0$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۷۳- گزینه «۲»

(علی شهرایی)

تغییرات گفته شده را به ترتیب روی تابع  $y = x^3$  انجام می‌دهیم:

$$y = x^3 \xrightarrow{\text{واحد به چپ}} y = (x + 1)^3$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } x \text{ ها}} y = -(x + 1)^3$$

$$\xrightarrow{\text{انقباض عمودی با ضریب } k} y = -k(x + 1)^3$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به بالا}} f(x) = -k(x + 1)^3 + 2$$

$$f(0) = -k + 2 = 0 \Rightarrow k = 2$$

نمودار تابع  $f$  از مبدأ می‌گذرد، پس:

$$\text{حال معادله } f(x) = 4 \text{ را حل می‌کنیم: } -2(x + 1)^3 + 2 = 4 \Rightarrow (x + 1)^3 = -1 \Rightarrow x + 1 = -1 \Rightarrow x = -2$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۴)

۷۴- گزینه «۲»

(عارل مسینی)

باقی‌مانده تقسیم  $p(x)$  بر  $x - 1$  برابر است با  $p(1)$ :

$$p(1) = 2 \Rightarrow 1 - 3 + a - 1 = 2 \Rightarrow a = 5$$

$$\Rightarrow p(x) = x^5 - 3x^4 + 5x - 1 = (x - 1)q(x) + 2$$

باقی‌مانده تقسیم  $q(x)$  بر  $x - 2$ ،  $q(2)$  است:

$$x = 2 : p(2) = -7 = q(2) + 2$$

$$\Rightarrow q(2) = -9$$

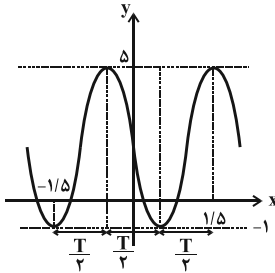
(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۷۵- گزینه «۴»

(میلار پاشمی)

با استفاده از اتحاد  $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$  داریم:

$$f(x) = a + \frac{b}{\gamma} \sin(\gamma x)$$



با توجه به نمودار داریم:

$$\begin{cases} 1/\delta T = 3 \Rightarrow T = 2 \\ T = \frac{2\pi}{|\gamma c|} \Rightarrow |c| = \frac{\pi}{\gamma} \end{cases}$$

از طرفی، مقدار  $a$  میانگین مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع است و داریم:

$$\begin{cases} a = \frac{\delta + (-1)}{2} = 2 \\ y_{\max} = a + \frac{|b|}{\gamma} = 2 + \frac{|b|}{\gamma} = 5 \Rightarrow |b| = 6 \end{cases}$$

با توجه به اینکه نمودار تابع در همسایگی  $x = 0$  فرم نزولی دارد، حاصل

$bc$  و  $\frac{c}{b}$  منفی هستند، بنابراین داریم:

$$\frac{ac}{b} = a \times \left(-\frac{|c|}{|b|}\right) = 2 \times \left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{6}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

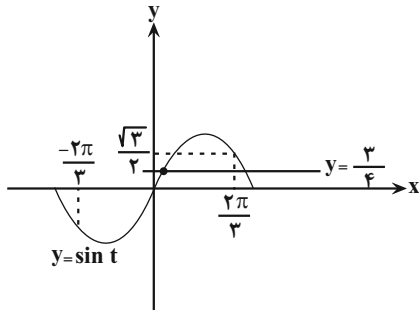
۷۶- گزینه «۳»

(کظم ایلائی)

می‌توانیم تابع  $f$  را به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \tan x - 1 & ; -\frac{\pi}{2} < x < 0 \\ \tan x + 1 & ; 0 < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

بنابراین نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است و برد آن به صورت  $\mathbb{R} - [-1, 1]$  است.



خط  $y = \frac{3}{4}$  منحنی  $\sin t$  را در بازهٔ مربوطه در یک نقطه قطع می‌کند.

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(عادل عسینی)

گزینه «۱» ۷۹-

$$\cos \Delta x = \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow \Delta x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \Delta x = 2k\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow \Delta x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(عادل عسینی)

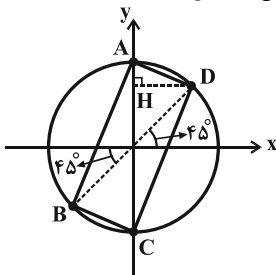
گزینه «۲» ۸۰-

$$1 - \frac{\sin^2 x}{2} = \sin^2 x \Rightarrow 1 - \sin^2 x = \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - \sin x \cos x = \cos x (\cos x - \sin x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

با مشخص کردن انتهای کمان جواب‌های بالا، چهارضلعی ABCD حاصل می‌شود. این چهارضلعی مستطیل است.

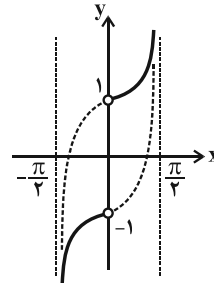


حال داریم:

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ACD} = 2\left(\frac{1}{2}AC \cdot DH\right)$$

$$\xrightarrow{AC=2, DH=\cos 45^\circ} S_{ABCD} = 2\left(\frac{1}{2}(2)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right) = \sqrt{2}$$

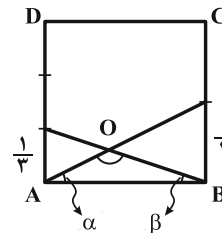
(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۲)



(مسابان ۲- مثلثات: صفحه ۳۲)

(میلاد سبازی لاریجانی)

گزینه «۲» ۷۷-



در مورد مجموع زوایای داخلی مثلث AOB می‌دانیم:

$$\alpha + \beta + \hat{O} = \pi \Rightarrow \hat{O} = \pi - (\alpha + \beta)$$

$$\Rightarrow \tan \hat{O} = \tan(\pi - (\alpha + \beta)) \Rightarrow \tan \hat{O} = -\tan(\alpha + \beta) \quad (*)$$

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{1}{1} = \frac{1}{2} \\ \tan \beta = \frac{1}{1} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{6}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = 1$$

$$\xrightarrow{(*)} \tan \hat{O} = -\tan(\alpha + \beta) \Rightarrow \tan \hat{O} = -1$$

$$\xrightarrow{0 < \hat{O} < \pi} \hat{O} = \frac{3\pi}{4}$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

(امیر هوشنگ انصاری)

گزینه «۱» ۷۸-

یادآوری:  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$

$$\sin \frac{x}{6} \cos \frac{x}{6} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{1}{2} \sin \frac{x}{3} = \frac{3}{8} \Rightarrow \sin \frac{x}{3} = \frac{3}{4}$$

$$\sin\left(\frac{x}{3}\right) = \frac{3}{4}, -2\pi \leq x \leq 2\pi \xrightarrow{+3} \frac{-2\pi}{3} \leq \frac{x}{3} \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$\frac{x}{3} = t \Rightarrow \sin t = \frac{3}{4}, \frac{-2\pi}{3} \leq t \leq \frac{2\pi}{3}$$



هندسه ۳

گزینه «۴» -۸۱

(کیوان دراین)

$$\begin{cases} 3A + 2B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 7 & 14 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} 6A + 4B = \begin{bmatrix} 15 & 12 \\ 21 & 42 \end{bmatrix} \\ 2A - 3B = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 9 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} 4A - 6B = \begin{bmatrix} -2 & 14 \\ 18 & 10 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 13A = \begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$A \text{ مجموع درایه‌های } A = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

گزینه «۴» -۸۲

(علی ایمانی)

با توجه به رابطه داده شده، A لزوماً یک ماتریس  $1 \times 3$  است و در نتیجه

داریم:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} [x \ y \ z] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x & y & z \\ 2x & 2y & 2z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 6 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a + e + f = 4 + 3 + 9 = 16$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه «۳» -۸۳

(غرزانه فاکپاش)

ماتریس AB در صورتی وارون پذیر نیست که  $|AB| = 0$  باشد. از

طرفی  $|AB| = |A||B|$  است، پس در صورتی که  $|A|$  یا  $|B|$  برابر صفر باشند، ماتریس AB وارون پذیر نیست. داریم:

$$|A| = (a+2) - 6 = 0 \Rightarrow a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$|B| = 2a - (-4a) = 0 \Rightarrow 6a = 0 \Rightarrow a = 0$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ و ۲۹)

گزینه «۲» -۸۴

(مهمر شندان)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A^2 + I = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|A^2 + I| = 2(-2) - 6(-2) = 8$$

$$(A^2 + I)^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس  $(A^2 + I)^{-1}$  برابر است با:

$$\frac{1}{8}(-2 - 6 + 2 + 2) = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۳)

گزینه «۳» -۸۵

(غشین فاصه‌شان)

شرط آنکه یک دستگاه معادلات خطی جواب منحصر به فرد داشته باشد آن

است که دترمینان ماتریس ضرایب آن مخالف صفر باشد.



۸۸- گزینه «۳»

(افشین فاضلخان)

$$|A| = -3 \Rightarrow |A^T| = |A|^3 = -27$$

$$\|A^T\| |A| = -27A = (-27)^3 |A| = (-27)^2 (-3) = (-3)^{10} = 3^{10}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۸۹- گزینه «۲»

(فرزانه خاکپاش)

اگر دترمینان ماتریس را با استفاده از دستور ساروس محاسبه کنیم، داریم:

$$3(x-2)(x+2) - 2(x+3)(x-3) = 10$$

$$\Rightarrow 3(x^2 - 4) - 2(x^2 - 9) = 10$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 12 - 2x^2 + 18 = 10 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۹۰- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومویب)

می‌دانیم اگر  $A, B, C$  سه ماتریس مربعی هم مرتبه باشند، آنگاه داریم:

$$|ABC| = |A| |B| |C|$$

از طرفی اگر  $k$  عددی حقیقی و  $A$  یک ماتریس مربعی مرتبه  $n$  باشد،

آنگاه  $|kA| = k^n |A|$  است.

دترمینان ماتریس‌های  $A$  و  $B$  را برحسب ستون دوم آن‌ها محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$|A| = (-1) \times (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 2$$

$$|B| = 1 \times (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = -1$$

$$ABC = 2I \Rightarrow |ABC| = |2I|$$

$$\Rightarrow |A| \times |B| \times |C| = 2^3 \times |I|$$

$$\Rightarrow 2 \times (-1) \times |C| = 8 \times 1 \Rightarrow |C| = -4$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

$$\begin{vmatrix} m+5 & m \\ 2(m+1) & 3-m \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow (m+5)(3-m) - 2m(m+1) \neq 0$$

$$\Rightarrow 3m - m^2 + 15 - 5m - 2m^2 - 2m \neq 0$$

$$\Rightarrow -3m^2 - 4m + 15 \neq 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{4}{-3}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه ۲۶)

۸۶- گزینه «۱»

(نصیر مصی‌نژاد)

وارون وارون یک ماتریس برابر خود آن ماتریس است، پس داریم:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{1}{-2+3} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a = -1, d = 2$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow ax + dy = 1 + 2 = 3$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۸۷- گزینه «۱»

(افشین فاضلخان)

طبق دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس‌های  $3 \times 3$  داریم:

$$|A| = (2+0-3b+3) - (2+0+3a) = 0$$

$$\Rightarrow -3a - 3b = -3 \Rightarrow a + b = 1$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)





ریاضیات گسسته

۹۱- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومضوب)

$$a^2 + b^2 \geq -4(a+b+2) \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq -4a - 4b - 8$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 4a + 4b + 8 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + 4a + 4) + (b^2 + 4b + 4) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a+2)^2 + (b+2)^2 \geq 0$$

رابطهٔ اخیر همیشه درست است و روابط همگی برگشت پذیر هستند، پس

اثبات به روش بازگشتی کامل می‌شود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۹۲- گزینه «۲»

(فرزانه فاکپاش)

طبق ویژگی‌های رابطهٔ عاد کردن، اگر  $a | b$ ، آنگاه  $a$  هر مضربی از  $b$  را نیز

عاد می‌کند و نیز اگر  $a | b$  و  $a | c$ ، آنگاه  $a | b \pm c$ . بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a | 6m + 5 \xrightarrow{\times 5} a | 30m + 25 \\ a | 5m + 4 \xrightarrow{\times 6} a | 30m + 24 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} a | 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۹۳- گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

$$a = bq + r \quad (1)$$

$$a + 1 = (b+1)(q+1) + (r+1) \Rightarrow a + 1 = bq + b + q + 1 + r + 1$$

$$\xrightarrow{(1)} bq + r + 1 = (bq + r + 1) + (b + q + 1)$$

$$\Rightarrow b + q + 1 = 0 \Rightarrow q = -b - 1 \Rightarrow a = b(-b - 1) + r$$

از طرفی:

$$r = r_{\max} = b - 1$$

در نتیجه داریم:

$$a = -b^2 - b + b - 1 = -b^2 - 1$$

$$\Rightarrow a + 1 = -b^2$$

پس مقسوم جدید قرینهٔ یک عدد مربع کامل است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۹۴- گزینه «۱»

(ممد صمدکار)

$$\left. \begin{array}{l} 15 \quad 15 \\ a \equiv 14 \equiv -1 \Rightarrow a^2 \equiv 1 \\ 15 \quad 15 \\ b \equiv 13 \equiv -2 \Rightarrow b^3 \equiv -8 \\ 15 \quad 15 \\ c \equiv 12 \equiv -3 \Rightarrow c^4 \equiv 81 \equiv 6 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 b^3 c^4 \equiv -48 \equiv 12$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۹۵- گزینه «۳»

(امد رضا فلاح)

$$12^n + 15 \equiv 0 \Rightarrow 5^n + 1 \equiv 0 \Rightarrow 5^n \equiv -1$$

یعنی توانی از ۵ را می‌خواهیم که باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر ۷ برابر ۶ (یا -۱) باشد.

$$5^2 \equiv 4 \xrightarrow{\times 5} 5^3 \equiv 20 \equiv -1$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین به توان } (2k+1)} (5^3)^{2k+1} \equiv (-1)^{2k+1} = -1 \Rightarrow 5^{6k+3} \equiv -1$$

$$\xrightarrow{(1)} n = 6k + 3$$

یعنی  $n$  عددی است که باقی‌مانده تقسیم آن بر ۶ برابر ۳ باشد و در نتیجه

بزرگ‌ترین عدد دورقمی  $n$  برابر ۹۹ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۹۶- گزینه «۴»

(ممد هیری)

$$9a - 7 \equiv 2a - 3$$

مطابق فرض سؤال داریم:



(مهری و قومی)

۹۹- گزینه «۲»

$$(3a+2)x + (2a-3)y = 39$$

شرط وجود جواب در  $\mathbb{Z}$   $\rightarrow (3a+2, 2a-3) | 39$

$$\text{فرض } (3a+2, 2a-3) = d \Rightarrow \begin{cases} d | 3a+2 \xrightarrow{-x} d | 6a+4 \\ d | 2a-3 \xrightarrow{-x(-3)} d | -6a+9 \end{cases}$$

مجموع  $\rightarrow d | 13 \Rightarrow d = 1$  یا  $13$

چون  $39$  و  $13$  و  $1$  پس با توجه به شرط وجود جواب در  $\mathbb{Z}$ ، این معادله

در  $\mathbb{Z}$  همواره دارای جواب است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴ و ۲۶)

(غریزانه فاکپاش)

۱۰۰- گزینه «۳»

فرض کنید  $x$  کیسه ۴ کیلویی و  $y$  کیسه ۵ کیلویی برای بسته‌بندی استفاده

شود. در این صورت داریم:  $4x + 5y = 123 \Rightarrow 5y \equiv 123 \pmod{4} \Rightarrow y \equiv 3 \pmod{4}$

$$\Rightarrow y = 4k + 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$4x + 5(4k + 3) = 123 \Rightarrow 4x = -20k + 108 \Rightarrow x = -5k + 27$$

$$\left. \begin{aligned} x \geq 0 &\Rightarrow -5k + 27 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{27}{5} \\ y \geq 0 &\Rightarrow 4k + 3 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{3}{4} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

بنابراین به ۶ طریق (به تعداد مقادیر  $k$ ) می‌توان ۱۲۳ کیلو شکر را در

کیسه‌های ۴ و ۵ کیلویی بسته‌بندی کرد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

$$\Rightarrow 7a \equiv 4 \pmod{7} \Rightarrow a \equiv -1 \pmod{7} \Rightarrow a = 7k - 1$$

$$\Rightarrow a = 7k - 1 \Rightarrow 4a - 5 = 4(7k - 1) - 5 = 28k - 9 \Rightarrow 4a - 5 \equiv 28k - 9 \pmod{22}$$

$$\xrightarrow{22|44} 4a - 5 \equiv 28k - 9 \pmod{22} \Rightarrow 4a - 5 \equiv 6k - 9 \pmod{22}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۹۷- گزینه «۱» (نیلوفر مهری)

$$46352x \equiv 8 \pmod{9} \Rightarrow (4+6+3+5+2)x \equiv 8 \pmod{9}$$

$$\Rightarrow 20x \equiv 8 \pmod{9} \Rightarrow 2x \equiv 8 \pmod{9} \xrightarrow{+2} x \equiv 4 \pmod{9}$$

$$\Rightarrow x = 9k + 4 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

در بین اعداد داده‌شده تنها عدد ۱۳ به فرم  $9k + 4$  است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۹۸- گزینه «۲» (غریزانه فاکپاش)

فرض کنید  $d = (12n + 7, 5n - 2)$  باشد. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{aligned} d | 12n + 7 \xrightarrow{-5} d | 60n + 35 \\ d | 5n - 2 \xrightarrow{\times 12} d | 60n - 24 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d | 59 \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ d = 59 \end{cases}$$

بنابراین کافی است کوچک‌ترین مقدار  $n$  را محاسبه کنیم که به‌ازای

آن،  $d = 59$  شود.

$$59n - 2 \equiv 0 \pmod{59} \Rightarrow 59n \equiv 2 \pmod{59} \Rightarrow n \equiv 2 \pmod{59}$$

$$\xrightarrow{+5} n \equiv 24 \pmod{59} \Rightarrow n = 59k + 24 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بنابراین به‌ازای  $n = 24$ ،  $d = 59$  است. یعنی به‌ازای هر عدد طبیعی  $n \leq 23$ ،

دو عدد  $12n + 7$  و  $59n - 2$  نسبت به هم اول هستند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)



**فیزیک ۳**

۱۰۱- گزینه «۴»

(مسام تاری)

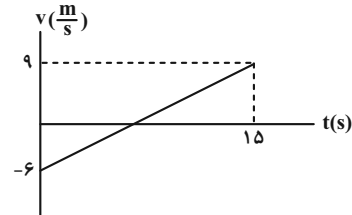
موارد (الف)، (ب) و (ت) درست و (پ) نادرست است. زیرا در لحظه  $t_p$  شیب خط مماس صفر شده اما قبل و بعد آن شیب خط مماس مثبت است یعنی سرعت مثبت است و تغییر علامت نداده است، لذا جهت حرکت تغییر نکرده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۸)

۱۰۲- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

چون نمودار سرعت- زمان به صورت خط راست می‌باشد، شتاب متحرک ثابت است. بنابراین، ابتدا شتاب متحرک را می‌یابیم و سپس با استفاده از معادله سرعت- زمان، سرعت آن را در لحظه‌های  $t_1 = 1s$  و  $t_2 = 5s$  پیدا می‌کنیم و در نهایت سرعت متوسط را به دست می‌آوریم.



$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{v=9 \frac{m}{s}, v_0=-6 \frac{m}{s}}{t=15s, t_0=0}$$

$$a = \frac{9 - (-6)}{15 - 0} = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = 1 \times 1 - 6 = -5 \frac{m}{s} \\ t_2 = 5s \Rightarrow v_2 = 1 \times 5 - 6 = -1 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{-5 - 1}{2} = -3 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱۰۳- گزینه «۲»

(موری سلطانی)

قبل از آن که دو اتومبیل به یکدیگر برسند، اتومبیل A متوقف شده و سپس اتومبیل B به آن می‌رسد.

$$v_A^2 - v_0^2 = 2a_A \Delta x \Rightarrow 0 - 100 = 2 \times (-5) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x_A = 10m$$

مسافتی که باید B طی کند تا به A برسد:

$$100 - 10 = 90m$$

$$\Delta x_B = v_B \Delta t_B \Rightarrow 90 = 15 \times \Delta t_B \Rightarrow \Delta t_B = 6s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۳ تا ۵)

۱۰۴- گزینه «۳»

(افسان مموری)

ابتدا زمان سقوط جسم را به دست می‌آوریم:

$$H = \frac{1}{2} g T^2 \Rightarrow 31/25 = 5 T^2 \Rightarrow T^2 = 6/25 \Rightarrow T = 2/5 s$$

سپس زمان رسیدن صدای شخص به فردی که پای ساختمان قرار دارد:

$$t' = \frac{H}{v_{صوت}} \Rightarrow t' = \frac{31/25}{312/5} = \frac{1}{10} s$$

و  $1/5 s$  زمان واکنش شخص بود که در کل زمان باقیمانده برابر است با:

$$t = T - t' - 0/15 = 2/5 - 0/15 - 1/10 = 2/25 s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۱۰۵- گزینه «۳»

(مسعود قره‌فانی)

ابتدا باید در نظر داشته باشیم  $72 \frac{km}{h}$  سرعت اولیه خودرو معادل  $20 \frac{m}{s}$  است و داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x \Rightarrow 0 - 20^2 = 2a \times 80 \Rightarrow a = -2/5 \frac{m}{s^2}$$

حال برای محاسبه نیروی اصطکاک داریم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow -f_k = 1000 \times (-2/5) \Rightarrow f_k = 250 N$$

حال می‌توان نوشت:

$$F_N = mg = 1000 \times 10 = 10000 N$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow \mu_k = \frac{f_k}{F_N} = \frac{250}{10000} = 0/25$$

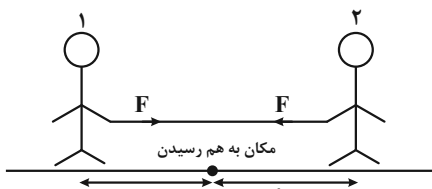
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

و دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲، ۳۳ و ۳۰ تا ۳۲)

۱۰۶- گزینه «۳»

(امیرعلی عاتق‌فانی)

طبق قانون سوم نیوتون اندازه نیروی وارد بر هر دو شخص با هم برابر است. اگر دو شخص در لحظه  $t$  به هم برسند، چون  $v_0$  آن‌ها صفر است، داریم:



$$l_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{a_1}{a_2} \quad (1)$$

$$l_2 = \frac{1}{2} |a_2| t^2 \Rightarrow \frac{F}{m_2 |a_2|} = m_1 a_1 = m_2 |a_2| \Rightarrow \frac{a_1}{|a_2|} = \frac{m_2}{m_1} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

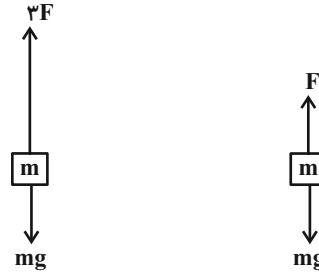
و دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)



۱۰۷- گزینه «۳»

(امسان ایرانی)

در هر دو حالت قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:



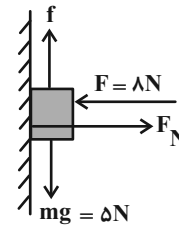
$$\begin{cases} \text{حالت اول: } F = m(g + a_1) \\ \text{حالت دوم: } 3F = m(g + a_2) \Rightarrow 3m(g + a_1) = m(g + a_2) \\ \Rightarrow 3g + 3a_1 = g + a_2 \Rightarrow a_2 = 2a_1 + 2g \Rightarrow a_2 > 3a_1 \end{cases}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۰۸- گزینه «۳»

(مریم شیخ‌ممو)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و سپس بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی را به دست می‌آوریم و با نیروی وزن جسم مقایسه می‌کنیم تا مشخص شود جسم ساکن می‌ماند یا حرکت می‌کند.



$$F_{\text{net}x} = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = F = 8 \text{ N}$$

$$f_{s, \text{max}} = \mu_s N \xrightarrow{\mu_s = 0.6} f_{s, \text{max}} = 0.6 \times 8 = 4.8 \text{ N}$$

چون  $mg > f_{s, \text{max}}$  است، جسم حرکت می‌کند، بنابراین در این حالت نیروی اصطکاک جنبشی به جسم وارد می‌شود که اندازه آن برابر است با:

$$f_k = \mu_k N \xrightarrow{\mu_k = 0.5} f_k = 0.5 \times 8 = 4 \text{ N}$$

از طرف دیگر می‌دانیم نیرویی که دیوار بر جسم وارد می‌کند برآیند دو نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی اصطکاک است. بنابراین می‌توان نوشت:

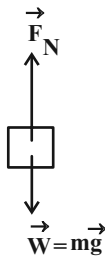
$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2} \Rightarrow R = \sqrt{(8)^2 + (4)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

۱۰۹- گزینه «۲»

(امسان ایرانی)

در شروع حرکت، آسانسور به صورت تندشونده به سمت بالا می‌رود و اگر نیروهای وارد بر شخص را مشخص کنیم، داریم:

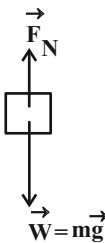


طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = ma + mg = F_{\text{max}}$$

توجه: عددی که ترازو نشان می‌دهد،  $F_N$  می‌باشد.

در انتهای حرکت، آسانسور به صورت کندشونده به سمت بالا می‌رود و اگر نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنیم داریم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = mg - ma = F_{\text{min}}$$

طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$F_{\text{max}} + F_{\text{min}} = (mg + ma) + (mg - ma) = 2mg = 1400 \text{ N}$$

$$\Rightarrow m = 70 \text{ kg}$$

$$F_{\text{max}} - F_{\text{min}} = (mg + ma) - (mg - ma) = 2ma = 280$$

$$\Rightarrow a = \frac{280}{2 \times 70} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۱۰- گزینه «۴»

(سعید شرق)

حالت اول: اگر فنر فشرده شود، نیروی وارد شده به جسم از طرف فنر رو به پایین و هم‌جهت با نیروی وزن جسم است. در این حالت، ترازو مجموع این دو نیرو را نشان می‌دهد. بنابراین داریم:

$$mg + kx = F_N \xrightarrow{F_N = 48 \text{ N}} mg + kx = 48 \quad (1)$$

حالت دوم: اگر فنر کشیده شود، نیروی وارد شده به جسم از طرف فنر رو به بالا و در خلاف جهت نیروی وزن جسم است. در این حالت، ترازو تفاضل این دو نیرو را نشان می‌دهد. بنابراین داریم:

$$mg - kx = F'_N \xrightarrow{F'_N = 36 \text{ N}} mg - kx = 36 \quad (2)$$

اکنون، می‌توان با استفاده از معادله‌های (۱) و (۲) به صورت زیر،  $m$  را به دست آورد. دقت کنید، طرفین دو معادله را با هم جمع می‌کنیم:

$$\xrightarrow{(1)+(2)} 2mg = 48 + 36 \Rightarrow 2m \times 10 = 84 \Rightarrow m = 4.2 \text{ kg}$$

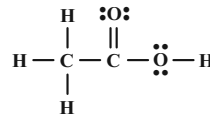
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۳، ۳۴ و ۳۵)



شیمی ۳

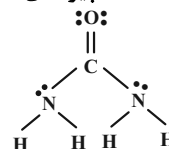
۱۱۱- گزینه «۴»

موارد (ب) و (ت) درست است.  
بررسی عبارت‌ها:



الف) نادرست

$$\frac{\text{تعداد جفت } e^- \text{ پیوندی}}{\text{تعداد جفت } e^- \text{ ناپیوندی}} = \frac{8}{4} = 2$$



$$\frac{\text{تعداد جفت } e^- \text{ پیوندی}}{\text{تعداد جفت } e^- \text{ ناپیوندی}} = \frac{8}{4} = 2$$

این نسبت در هر ۲ مولکول با هم برابر است.

(ب) درست؛ ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری از بیماری که به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می‌شود (وبا)، رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

(پ) نادرست؛ فرمول شیمیایی روغن زیتون و چربی ذخیره شده در کوهان شتر به ترتیب به صورت  $\text{C}_{57}\text{H}_{110}\text{O}_6$  و  $\text{C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6$  و اختلاف جرم مولی آن‌ها به دلیل اختلاف شمار اتم‌های هیدروژن در آن‌ها است که برابر ۶ گرم بر مول است ولی در این مورد اختلاف جرم دو مول را گفته است. لذا داریم:

$$2 \times 6 = 12 \text{ g} \Rightarrow \text{اختلاف جرم دارند.}$$

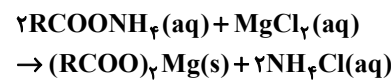
(ت) درست؛ عسل حاوی قندهایی با مولکول‌های بسیار قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل ( $-\text{OH}$ ) دارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱ تا ۵)

۱۱۲- گزینه «۲»

(امیرسین طیبی سوگرلایی)

صابون مایع فاقد اتم فلزی به این معناست که کاتیون آن  $\text{NH}_4^+$  است. فرمول عمومی آن  $\text{RCOONH}_4$  است. واکنش صابون با آب سخت حاوی منیزیم کلرید:



رسوب سفیدرنگ

$$\begin{aligned} &? \text{ g } (\text{RCOO})_2\text{Mg} : 1 \text{ mol } \text{RCOONH}_4 \\ &\times \frac{1 \text{ mol } (\text{RCOO})_2\text{Mg}}{2 \text{ mol } \text{RCOONH}_4} \times \frac{\text{mg} (\text{RCOO})_2\text{Mg}}{1 \text{ mol } (\text{RCOO})_2\text{Mg}} \\ &= 267 \text{ g } (\text{RCOO})_2\text{Mg} \Rightarrow m = 534 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \end{aligned}$$

R را با گروه آلکیل سیر شده بازنویسی می‌کنیم و شمار اتم‌های کربن آن را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} (\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COO})_2\text{Mg} : 2fn + 4n + 2 + 24 + 64 + 24 = 534 \\ = 28n + 114 = 534 \Rightarrow 28n = 420 \Rightarrow n = 15 \end{aligned}$$

از آنجایی که گروه آلکیل ۱۵ اتم کربن دارد فرمول صابون  $\text{C}_{15}\text{H}_{31}\text{COONH}_4$  خواهد بود.

$$\frac{\text{عنصرها}}{\text{اتمها}} = \frac{4}{54} = \frac{2}{27}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۸ و ۹)

۱۱۳- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی براساس برهم کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند. بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) بخش قطبی در پاک‌کننده‌های غیرصابونی گروه  $\text{SO}_3^-$  و در صابون گروه  $\text{COO}^-$  است.

(۲) پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب‌های سخت، خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند زیرا با یون‌های  $\text{Mg}^{2+}$  و  $\text{Ca}^{2+}$  موجود در این آب‌ها واکنش نمی‌دهند.

(۳) در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی علاوه بر عنصرهای C و H عنصرهای S، O و Na نیز وجود دارند. بنابراین نمی‌توان آن‌ها را جزو هیدروکربن‌ها طبقه‌بندی کرد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۱۰ و ۱۱)

۱۱۴- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ سدیم هیدروکسید جامد یک باز آرنیوس به شمار می‌رود زیرا در آب سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید می‌شود.

ب) نادرست؛ در دمای یکسان مانند دمای اتاق برای مقایسه pH دو محلول، به غلظت محلول هم نیاز است.

پ) نادرست؛ مقدار درجه یونش اسیدها محدودهای به صورت  $0 < \alpha \leq 1$  دارد. ت) درست؛ برای باز کردن لوله‌ای که با نوعی اسید چرب مسدود شده باشد می‌توان از محلول غلیظ سدیم هیدروکسید استفاده کرد.

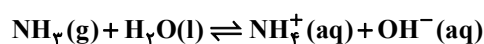
ث) درست؛ مطابق متن کتاب درسی درست است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۸ تا ۳۲)

۱۱۵- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

آمونیاک باز ضعیفی بوده و به‌طور عمده به شکل مولکولی در آب حل می‌شود و تک ظرفیتی می‌باشد.



و سدیم هیدروکسید (سود سوزآور) باز قوی و تک ظرفیتی می‌باشد و در آب کامل یونیده می‌شود.

بررسی گزینه‌های نادرست:

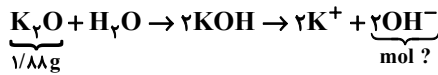
(۲) در غلظت و دمای یکسان رسانایی الکتریکی محلول لوله بازکن بیشتر از محلول شیشه پاک‌کن است. چون محلول لوله بازکن حاوی باز قوی بوده و به میزان بیشتری یونیده می‌شود.

(۳) صابون نمک سدیم اسیدهای چرب است که در اثر واکنش یک اسید چرب ضعیف با بازی قوی مانند سدیم هیدروکسید به دست می‌آید و صابون در محلول نهایی خاصیت بازی دارد.



(آروین شباعی)

۱۱۸ - گزینه «۱»



$$1/188g K_2O \times \frac{1 \text{ mol } K_2O}{94g K_2O} \times \frac{2 \text{ mol } OH^-}{1 \text{ mol } K_2O}$$

$$= 0.04 \text{ mol } OH^-$$



$$pH = 2 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{mol}_{H^+} = 10^{-2} \times 5 = 0.05 \text{ mol}$$



$$\text{mol}_{H^+}^{\text{باقی مانده}} = 0.05 - 0.04 = 0.01$$

$$[H^+]^{\text{باقی مانده}} = \frac{0.01}{5} = 0.002 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow pH = 3 - \log 2 = 2.7$$

$$\Delta pH = 2.7 - 2 = 0.7$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹)

(امیر ماتیان)

۱۱۹ - گزینه «۳»

اسیدها را بر مبنای میزان یونشی که به هنگام حل شدن در آب دارند به اسیدهای قوی و ضعیف دسته‌بندی می‌کنند.

سایر گزینه‌ها مطابق متن کتاب درسی درست هستند.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۴، ۱۹، ۳۱ و ۳۲)

(امیرمسین طیبی سوکرلایی)

۱۲۰ - گزینه «۳»

ابتدا مول باز MOH را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol MOH} : 4/8g \text{ MOH} \times \frac{1 \text{ mol MOH}}{80g \text{ MOH}}$$

$$= 6 \times 10^{-2} \text{ mol MOH}$$

سپس مولاریته این باز را محاسبه می‌کنیم:

$$M = \frac{n}{V} = \frac{6 \times 10^{-2} \text{ mol}}{2L} = 3 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_b = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow 1/5 \times 10^{-3} = \frac{3 \times 10^{-2} \alpha^2}{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow 20\alpha^2 = 1-\alpha \Rightarrow 20\alpha^2 + \alpha - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 1 - 4(-1)(20) = 81 \Rightarrow \alpha = \frac{-1 \pm 9}{40} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{5} \text{ ق ق} \\ \alpha = \frac{-10}{40} = \frac{-1}{4} \text{ غ ق} \end{cases}$$

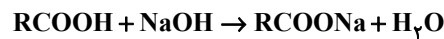
در نتیجه درجه یونش این باز ۰/۲ خواهد بود.

$$[OH^-] = 3 \times 10^{-2} \times \frac{1}{5} = 6 \times 10^{-3}$$

$$[OH^-][H^+] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{6 \times 10^{-3}} = \frac{10^{-11}}{6}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log \frac{10^{-11}}{6} = \log 6 + 11 = 11.8$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)



و رنگ کاغذ pH مرطوب را به رنگ آبی درمی‌آورد.

(۴ در محلول آبی با تغییر غلظت یون هیدرونیوم، غلظت یون هیدروکسید نیز تغییر می‌کند.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۳ تا ۳۱)

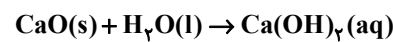
۱۱۶ - گزینه «۳» (امیر ماتیان)

در تمام مدت زمان انجام واکنش، از شروع تا پایان قانون پایستگی جرم در یک واکنش برقرار است. در حین تعادل مجموع جرم  $CaO$ ،  $CO_2$  و  $CaCO_3$  برابر ۰/۲ گرم است. بنابراین:

$$m_{CaCO_3} + m_{CaO} + m_{CO_2} = 0.2g$$

$$\rightarrow m_{CO_2} = 0.2g - 0.156g = 44 \times 10^{-3}g$$

اکنون از جرم  $CO_2$  مول  $CaO$  و غلظت  $Ca(OH)_2$  را به دست می‌آوریم:



$$? \text{ mol } Ca(OH)_2 = 44 \times 10^{-3}g \text{ CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol } Ca(OH)_2}{44g \text{ CO}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } CaO}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } Ca(OH)_2}{1 \text{ mol } CaO} = 10^{-3} \text{ mol } Ca(OH)_2$$

$$Ca(OH)_2 \text{ غلظت } M = \frac{10^{-3}}{0.25} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[OH^-] = \frac{M}{\text{غلظت مولار}} \times n \times \alpha = 4 \times 10^{-3} \times 2 \times 1$$

$$= 8 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] = \frac{10^{-14}}{8 \times 10^{-3}} = 0.125 \times 10^{-11} = 1.25 \times 10^{-14}$$

$$= 5^3 \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log 5^3 \times 10^{-14} = 14 - 3 \log 5 = 11.9$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۵، ۱۶، ۲۰، ۲۱ و ۲۸)

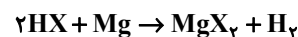
(امیرمسین طیبی سوکرلایی)

۱۱۷ - گزینه «۴»

همه موارد درست هستند.

بررسی همه موارد:

(الف) از واکنش اسید با فلزات گاز هیدروژن آزاد می‌شود.



(ب) اسید قوی‌تر هنگام واکنش با فلز با سرعت بیشتری گاز هیدروژن آزاد می‌کند؛ در نتیجه محلول (آ) اسید قوی‌تر و دارای ثابت یونش بزرگ‌تر است.

(پ) چون محلول (آ) اسید قوی‌تری دارد و غلظت اولیه و دمای آن‌ها یکسان است می‌توان نتیجه گرفت pH محلول (آ) پیش از آغاز واکنش کوچک‌تر از محلول (ب) می‌باشد.

(ت) هر چه اسید قوی‌تر باشد هنگام یونش یون‌های بیشتری تولید کرده و باعث افزایش رسانایی محلول می‌شود.

(ث) فورمیک اسید نسبت به نیتریک اسید ضعیف‌تری است.

(شیمی ۳ - صفحه ۲۴)

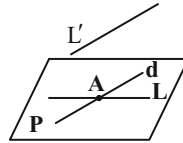


هندسه ۱

۱۲۱- گزینه «۳»

(مبیر ممدری نویسی)

فرض کنید  $L$  و  $L'$  دو خط متناظر باشند. از یک نقطه واقع بر خط  $L$ ، خط  $d$  را موازی با  $L'$  رسم می‌کنیم. صفحه شامل دو خط  $L$  و  $d$ ، تنها صفحه شامل خط  $L$  است که با خط  $L'$  نیز موازی است.



(هندسه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۱۲۲- گزینه «۴»

(علیرضا نصراللهی)

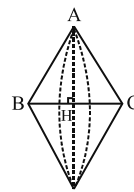
از یک نقطه غیرواقع بر یک صفحه، بی‌شمار خط موازی با آن صفحه می‌توان رسم کرد. بنابراین گزینه «۴» نادرست است.

(هندسه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۲۳- گزینه «۲»

(مهمر فخران)

اگر مثلث متساوی‌الساقینی را حول قاعده آن دوران دهیم، آنگاه مطابق شکل دو مخروط با قاعده یکسان ایجاد می‌شود که شعاع قاعده هر کدام برابر طول ارتفاع وارد بر قاعده مثلث و ارتفاع هر کدام برابر نصف طول قاعده مثلث است.

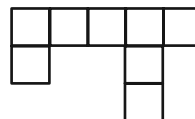


(هندسه ۱- تبسم فضایی؛ مشابه تمرین ۲ (ت) صفحه ۹۶)

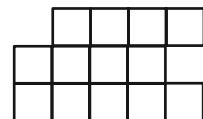
۱۲۴- گزینه «۳»

(سرژ یقیاژاریان تبریزی)

تصویر نمای بالا و رو به روی این سازه به صورت شکل زیر است:



نمای بالا



نمای روبه‌رو

اگر مساحت هر مربع را با  $S$  نمایش دهیم، آنگاه داریم:

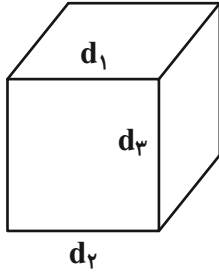
$$\frac{\text{مساحت تصویر نمای بالا}}{\text{مساحت تصویر نمای روبه‌رو}} = \frac{8S}{13S} = \frac{8}{13}$$

(هندسه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

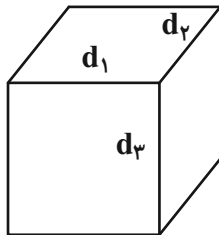
۱۲۵- گزینه «۴»

(سوام میبری پور)

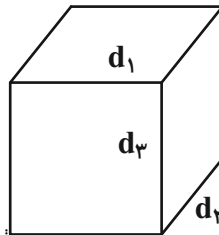
الف) در شکل زیر  $d_1$  و  $d_2$  عمود بر  $d_3$  بوده و موازی یکدیگرند.



ب) در شکل زیر  $d_1$  و  $d_2$  عمود بر  $d_3$  بوده و با یکدیگر متقاطع‌اند.



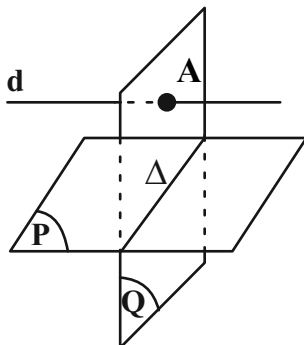
پ) در شکل زیر  $d_1$  و  $d_2$  عمود بر  $d_3$  بوده و با یکدیگر متناظرند.



(هندسه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۱۲۶- گزینه «۴»

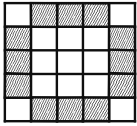
(امیرحسین ایومپوب)





(امیرمسین ابومیبوب)

گزینه «۴» - ۱۲۹



در هر کدام از وجوه این مکعب، مکعب‌های کوچکی که در شکل بالا هاشور خورده اند، دارای دو وجه رنگ شده‌اند. از طرفی هر کدام از این مکعب‌های کوچک به دو وجه مکعب بزرگ تعلق دارند. با توجه به اینکه مکعب دارای ۶ وجه است، پس تعداد این مکعب‌های کوچک برابر است با:

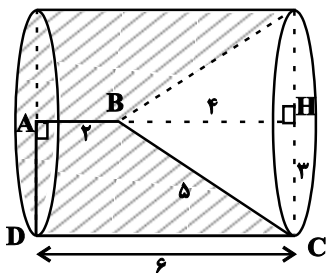
$$\frac{12 \times 6}{2} = 36$$

(هنرسه -۱- تبسم فضایی؛ صفحه ۹۰)

(امیررضا فلاح)

گزینه «۱» - ۱۳۰

در مثلث قائم الزویه BHC داریم:



$$BH^2 = BC^2 - CH^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow BH = 4$$

حجم حاصل از دوران دوزنقه قائم الزویه ABCD حول ضلع AB مطابق شکل برابر تفاضل حجم یک استوانه و یک مخروط است:

$$V = \pi(AD)^2 \times DC = \pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi$$

$$V = \frac{1}{3} \pi(CH)^2 \times BH = \frac{\pi}{3} \times 3^2 \times 4 = 12\pi$$

$$V = 54\pi - 12\pi = 42\pi$$

(هنرسه -۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

فرض کنید خط  $\Delta$  فصل مشترک دو صفحه P و Q باشد. اگر خط d درون صفحه Q و موازی خط  $\Delta$  باشد، آنگاه خط d موازی صفحه P است. اگر خط d خطی خارج از صفحه Q و موازی خط  $\Delta$  باشد، آن گاه خط d با هر دو صفحه P و Q موازی است. همچنین مطابق شکل خط d می‌تواند صفحه Q را قطع کند و موازی صفحه P باشد. پس هر سه حالت گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» امکان پذیر است.

(هنرسه -۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

گزینه «۲» - ۱۲۷

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۱»: در یک صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست. گزینه «۲»: از هر نقطه خارج یک صفحه، می‌توان خطی بر آن صفحه عمود رسم کرد. هر صفحه شامل این خط بر صفحه مفروض عمود است، پس این گزاره همواره درست است.

گزینه «۳»: اگر خطی با یکی از دو خط متناظر، موازی باشد، می‌تواند با دیگری متقاطع یا متناظر باشد.

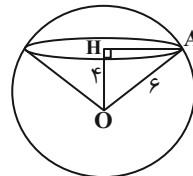
گزینه «۴»: از هر نقطه غیر واقع بر یک خط، بی‌شمار خط متناظر با آن خط می‌گذرد.

(هنرسه -۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

گزینه «۲» - ۱۲۸

(امیرمسین ابومیبوب)

اگر مرکز دایره سطح مقطع را با H نمایش دهیم، آنگاه داریم:



$$\Delta OHA : AH^2 = OA^2 - OH^2 = 6^2 - 4^2 = 20$$

$$V = \frac{1}{3} \pi(AH)^2 \times OH = \frac{1}{3} \pi \times 20 \times 4 = \frac{80\pi}{3}$$

(هنرسه -۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)





شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۴»

(عمید زبئی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نادرست؛ هر اتم اکسیژن با دو اتم هیدروژن پیوند اشتراکی دارد و با دو اتم هیدروژن از مولکول‌های مجاور پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.  
عبارت دوم: نادرست؛ در حلقه‌های شش‌ضلعی یخ، اتم‌های اکسیژن در رأس‌ها قرار دارند.

عبارت سوم: نادرست؛ آب اغلب مواد یونی و مولکولی را در خود حل می‌کند.  
عبارت چهارم: درست؛ چگالی یخ از آب کمتر است ولی نظم مولکول‌ها در یخ از آب بیشتر است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

۱۳۲- گزینه «۱»

(ارژنگ شانلری)

$$\text{HCl محلول} \begin{cases} C_M(\text{HCl}) = 2M \text{ (مولار)} \\ V_{(L)} = 50.0 \text{ mL} = 0.05L \end{cases}$$

$$4.8 \text{ g} = \text{جرم منیزیم (Mg) در واکنش}$$

تمام منیزیم در واکنش شرکت کرده است. از روی جرم منیزیم مصرفی،

تعداد مول‌های HCl مصرف شده را حساب می‌کنیم. mol HCl

مصرف شده را از mol HCl اولیه کم می‌کنیم تا mol HCl

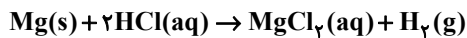
باقی‌مانده به دست آید. از رابطه  $C_M = \frac{n}{V_{(l)}}$ ، برای تبدیل غلظت مولار

HCl به مول آن و برعکس استفاده می‌کنیم.

$$C_M = \frac{n}{V_{(l)}} \Rightarrow n = C_M \times V_{(l)}$$

$$\Rightarrow n = 2M \times 0.05L = 0.1 \text{ mol HCl}$$

محاسبه HCl مصرف شده به ازای مصرف ۴/۸ گرم منیزیم (Mg)



$$4.8 \text{ g Mg} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{24 \text{ g Mg}} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol Mg}}$$

$$= 0.4 \text{ mol HCl} \text{ مصرف می‌شود}$$

محاسبه mol HCl باقی‌مانده پس از انجام واکنش

$$1 - 0.4 = 0.6 \text{ mol HCl} \text{ باقی‌مانده}$$

محاسبه غلظت مولار HCl باقی‌مانده

$$C_M = \frac{n}{V_{(l)}} = \frac{0.6 \text{ mol HCl}}{0.05 \text{ L محلول}} = 12M \text{ (مولار)}$$

(شیمی ۱- صفحه ۹۸)

۱۳۳- گزینه «۳»

(مسین ناصری ثانی)

با توجه به جدول، انحلال‌پذیری سدیم نیترات برابر ۹۲ است، یعنی در ۱۰۰

گرم آب حداکثر ۹۲ گرم سدیم نیترات را می‌توان حل کرد. بنابراین می‌توان

گفت که ۱۹۲ گرم محلول سیرشده آن دارای ۹۲g سدیم نیترات است. در

نتیجه:

جرم سدیم نیترات در ۴۸ گرم محلول سیرشده آن

$$= 48 \text{ g} \times \frac{92 \text{ g}}{192 \text{ g}} = 23 \text{ g}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) موادی که انحلال‌پذیری آن‌ها در آب بین ۰/۰۱ تا ۱ گرم در ۱۰۰ گرم

آب باشد، مواد کم محلول محسوب می‌شوند، بنابراین کلسیم سولفات جزو

مواد کم محلول در آب است.



(امیر ماتمیان)

۱۳۵- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) پیوند هیدروژنی آب- اتانول از پیوند هیدروژنی آب- آب قوی‌تر است. از این رو اتانول به خوبی در آب حل می‌شود.

(۲)  $BaSO_4$  ماده نامحلول در آب می‌باشد و نیروی جاذبه آن با آب در مقایسه انجام شده کمتر از میانگین پیوند یونی در  $BaSO_4$  و پیوند هیدروژنی در آب است.

(۳) جاذبه یون- دوقطبی در محلول  $AgNO_3$  در آب بیشتر از پیوند هیدروژنی می‌باشد.

(۴) چون  $MgSO_4$  در آب محلول است مقایسه انجام شده باید برعکس انجام می‌شد و نیروی جاذبه  $MgSO_4$  با آب باید بیشتر از میانگین پیوند یونی در  $MgSO_4$  و پیوند هیدروژنی در آب باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۳)

(امیرمسین طیبی سوگدکلائی)

۱۳۶- گزینه «۱»

مطابق قانون هنری با  $n$  برابر شدن فشار، انحلال پذیری گازها در آب نیز  $n$  برابر می‌شود. در صورت سوال فشار از  $4/5$  اتمسفر به مقدار ۲ برابر اولیه ( $9 \text{ atm}$ ) رسیده است در نتیجه انحلال پذیری گاز  $O_2$  در فشار ۹ اتمسفر برابر با  $0/04$  گرم در  $100$  گرم آب خواهد بود. در محلول‌های بسیار رقیق که جرم حل‌شونده در مقابل جرم حلال ناچیز است برای تبدیل انحلال پذیری به مولاریته می‌توان از رابطه زیر بهره برد.

$$\text{انحلال پذیری} = \frac{10 \times \text{غلظت مولار}}{\text{جرم مولی}}$$

$$\Rightarrow C_M = \frac{10 \times 0/04}{32} = 1/25 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

(۲) از آنجا که انحلال پذیری کلسیم فسفات در آب بسیار کم است، بنابراین جرم محلول آن را می‌توان به تقریب با جرم حلال (آب) برابر در نظر گرفت، بنابراین:

$$\text{غلظت کلسیم فسفات} = \frac{5 \times 10^{-4} \text{ g}}{100 \text{ g}} \times 10^6 = 5 \text{ ppm}$$

$$(۴) \quad 26/47 = \frac{36 \text{ g}}{(100 + 36) \text{ g}} \times 100 = \text{درصد جرمی سدیم کلرید}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۳۴- گزینه «۲» (علی رفیعی)

$$\text{ppm } B^- = \frac{\text{g } B^-}{\text{محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 4 \times 10^5 = \frac{\text{g } B^-}{600} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{g } B^- = 240$$

$$\text{g } AB_2 = 240 \text{ g } B^- \times \frac{1 \text{ mol } B^-}{80 \text{ g } B^-} \times \frac{1 \text{ mol } AB_2}{2 \text{ mol } B^-}$$

$$\times \frac{200 \text{ g } AB_2}{1 \text{ mol } AB_2} = 300 \text{ g } AB_2$$

$$298 \text{ K} = 25^\circ \text{C}$$

$$\begin{matrix} 300 \text{ g } AB_2 & 300 \text{ g } H_2O \\ x & 100 \text{ g } H_2O \end{matrix}$$

$$100 \text{ g} = \text{انحلال پذیری } AB_2 \text{ در دمای } 25^\circ \text{C}$$

$$\frac{\theta = 25^\circ \text{C}}{S = 100 \text{ g}} \rightarrow S = a\theta + 50 \Rightarrow 100 = 25a + 50 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow S = 2\theta + 50 \xrightarrow{\theta = 31/5^\circ \text{C}} S = 113$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)



۱۳۷- گزینه «۴»

(امیر ماتمیان)

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ت) نادرست هستند.

هر چه گشتاور دوقطبی یک ترکیب از صفر بیشتر باشد مولکول قطبی‌تر است و نیروی جاذبه بین مولکولی قوی‌تر و نقطه جوش بالاتر است و مواد ناقطبی در هگزان ناقطبی و مواد قطبی در استون قطبی حل می‌شوند. پس مولکول B که ناقطبی است انحلال‌پذیری بیشتری در هگزان دارد و C و A با قطبیت بیشتر، مولکول قطبی هستند و انحلال‌پذیری آن‌ها در استون بیشتر است.

بررسی موارد:

قدرت جاذبه بین مولکولی:  $C > A > B$

انحلال‌پذیری در آب:  $C > A > B$

انحلال‌پذیری در هگزان:  $B > A > C$

نقطه جوش:  $C > A > B$

جهت‌گیری در میدان الکتریکی:  $C > A > B$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

۱۳۸- گزینه «۳»

(رسول عابرنی زواره)

بررسی عبارت‌ها:

(آ) درست. گازهای گلخانه‌ای  $\text{CO}_2$ ،  $\text{CH}_4$  و بخار آب می‌باشند که از بین آنها  $\text{CH}_4$  می‌سوزد. از سوختن کامل  $\text{CH}_4$  گاز  $\text{CO}_2$  و آب تولید می‌شود که به ترتیب ناقطبی و قطبی می‌باشند.

(ب) درست. در مولکول‌های قطبی  $\text{H}_2\text{O}$  و  $\text{HCl}$  اتم هیدروژن قطب مثبت است که به سمت صفحه با بار منفی جهت‌گیری می‌کند.

(پ) نادرست. از سوختن ناقص  $\text{C}_2\text{H}_6$  گاز  $\text{CO}$  و بخار آب تولید می‌شود که هر دو مولکول قطبی دارند.

(ت) نادرست. مثلاً مولکول  $\text{H}_2\text{S}$  قطبی است که از مولکول  $\text{H}_2\text{O}$  که آن هم قطبی است نقطه جوش کمتری دارد. (یعنی مولکول با جرم مولی کمتر

نقطه جوش بالاتری دارد.)

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۶)

۱۳۹- گزینه «۱»

(امیر ماتمیان)

عبارت (ب) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) هر چه نیروی بین مولکولی گازی بیشتر باشد، آسان‌تر متراکم و مایع می‌شود. گازهای  $\text{CO}$  و  $\text{N}_2$  چون جرم‌های مولی مشابه یکدیگر دارند، عامل قطبیت تعیین‌کننده است و مولکولی که دارای  $\mu \neq 0$  است، دمای جوش بالاتری نسبت به مولکولی که دارای  $\mu = 0$  است، دارد.

(ب) در میان مواد، مولکول‌هایی با جرم مولی مشابه از نظر قطبیت سنجیده می‌شوند و هر کدام قطبی‌تر باشد نقطه جوش، بیشتر است.

(پ) اتانول و استون از جمله حلال‌های آلی به شمار می‌روند که به دلیل قطبی بودن و توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی می‌توانند به هر نسبتی در آب حل شوند و محلول سیر شده در آن‌ها معنا ندارد.

(ت) مولکول‌های  $\text{N}_2$  و  $\text{O}_2$  به دلیل ناقطبی بودن در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵ و ۱۰۹)

۱۴۰- گزینه «۴»

(امیر ماتمیان)

اسمز فرایندی خودبه‌خودی و طبیعی است در آن آب از محلول رقیق به محلول غلیظ‌تر رفته و روش مناسبی برای تصفیه آب نمی‌باشد. در اسمز معکوس با اعمال فشار خارجی به تدریج آب از محلول غلیظ‌تر به محلول رقیق‌تر رفته حجم محلول غلیظ‌تر کاهش و غلظت آن افزایش می‌یابد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)