



آزمون «۱۳ مرداد ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید) دفترچه اجباری

دفترچه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۱۰۰ دقیقه
تعداد سؤالات: ۷۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
	۱۰	۴۱-۵۰	۱۰'
	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
جمع کل	۷۰	۱-۷۰	۱۰۰'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	دانیال ابراهیمی-کاظم اجلائی-عباس اشرفی-امیر هوشنگ انصاری-رحمان پور رحیم-محمد سجاد پیشوایی-محمد ابراهیم توژنده جانی عادل حسینی-وحید راحتی-بابک سادات-سهیل ساسانی-علی اصغر شریفی-پویان طهرانیان-حمید علیزاده-احسان غنی‌زاده معین کرمی-لیلا مرادی-مهدی ملارمضانی-سروش موثینی-حامد نصیری
هندسه	امیر حسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-علی ایمانی-محبوبه بهادری-جواد حاتمی-سید محمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش سوگند روشنی-سید محسن فاطمی-مهرداد ملوندی-سرژ یقیازاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	محمد مهدی ابوترابی-امیر حسین ابومحبوب-جواد حاتمی-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-امیر هوشنگ خمسه-سید وحید ذوالفقاری سوگند روشنی-نیلوفر مهدوی-سروش موثینی-محمد علی نادرپور-امیر وفائی
فیزیک	هاشم زمانیان-محمد ساکی-معصومه شریعت‌ناصیری-مریم شیخ‌مو-پوریا علاقه‌مند-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-محمود منصوری امیراحمد میرسعید-مجتبی نکوتیان
شیمی	هدی بهاری‌پور-امیر حاتمیان-ایمان حسین‌نژاد-سینا رحمانی‌نبار-علی طرفی-امیر حسین طیبی-محمد پارسا فراهانی-علیرضا کیانی‌دوست امیر حسین مسلمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد، مهرداد ملوندی	ویراستار استاد، مهرداد ملوندی	حمید زرین‌کفش	بهنام قازانچایی ویراستار استاد، محمد حسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیر حسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا صغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌الزاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

۶- اگر $f(x) = \frac{2-x}{3x+5}$ و $f^{-1}(-2f^{-1}(k)) = -1$ باشد، $f(k)$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{8}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $-\frac{3}{4}$

۷- اگر $(g \circ f)(x) = -2x^2 + 1$ و $f(x) = 5x - 4$ باشند، بیشترین مقدار $y = g(2x + 7)$ کدام است؟

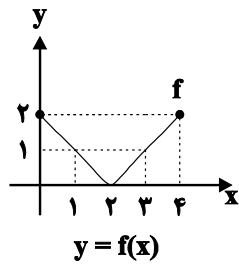
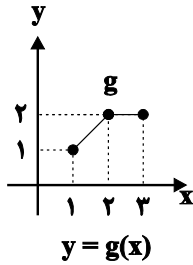
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۸- اگر توابع f و g به شکل زیر باشند، دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟



(۱) $[0, 1]$

(۲) $[1, 2] \cup [3, 4]$

(۳) $[0, 1] \cup [2, 3]$

(۴) $[0, 1] \cup [3, 4]$

۹- اگر f تابعی وارون پذیر و $f^{-1}(2x + 5) = g(x + 2)$ باشد، مقدار $(f \circ g)(3)$ کدام است؟

(۱) ۷

(۲) ۵

(۳) -۱

(۴) ۲

۱۰- اگر $f(x) = \frac{x}{kx - 2}$ و $(f \circ f)(1) = -1$ ، دامنه تابع $f \circ f$ کدام است؟

(۱) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{2}{5} \right\}$

(۲) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{5} \right\}$

(۳) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{2}{5}, \frac{4}{5} \right\}$

(۴) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{2}{5}, \frac{3}{5} \right\}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱- در بین چهار ضلعی‌های مربع، مستطیل، لوزی، متوازی‌الاضلاع، دوزنقه متساوی‌الساقین و کایت به ترتیب چه تعداد همواره محاطی و چه تعداد همواره محیطی هستند؟

(۱) ۳-۳

(۲) ۴-۳

(۳) ۳-۴

(۴) ۲-۳

۱۲- دو دایره $C(O, 2m)$ و $C'(O', 1)$ متداخل یا مماس درونی هستند. اگر $OO' = 3$ باشد، کم‌ترین مساحت دایره C کدام است؟

(۱) π

(۲) 4π

(۳) 9π

(۴) 16π

۱۳- در مثلثی با اضلاع ۱۳، ۱۲ و ۵، مجموع فواصل نقطه هم‌رسی نیم‌سازهای زوایای داخلی از سه ضلع مثلث کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) $3\sqrt{3}$

(۴) $\frac{7\sqrt{3}}{2}$

۱۴- اگر مرکز دایره $C(O, R)$ درون دایره $C'(O', R')$ قرار داشته باشد، آن‌گاه تعداد نقاط مشترک دو دایره کدام می‌تواند باشد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) هر سه حالت امکان‌پذیر است.

۱۵- اندازه هر ضلع شش‌ضلعی منتظم محاط در یک دایره چند برابر اندازه هر ضلع شش‌ضلعی منتظم محیط بر آن دایره است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۶- دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', 4)$ خارج یکدیگرند. اگر مماس مشترک داخلی این دو دایره، خط‌المركزین $OO' = 8$ را به نسبت

۲ به ۱ قطع کند، طول این مماس مشترک کدام است؟

(۱) $\sqrt{7}$

(۲) $3\sqrt{7}$

(۳) $2\sqrt{7}$

(۴) $\frac{3}{2}\sqrt{7}$

۱۷- دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', 2R)$ مفروض‌اند. اگر طول خط‌المرکزین دو دایره برابر $\sqrt{10}$ و طول مماس مشترک خارجی دو

دایره سه برابر طول مماس مشترک داخلی آن‌ها باشد، R کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) ۱

۱۸- اگر شعاع دایره محاطی داخلی و دایره محاطی خارجی نظیر قاعده یک مثلث متساوی‌الساقین به ترتیب $\frac{1}{3}$ و $\frac{15}{3}$ باشد، شعاع

دایره محاطی خارجی نظیر هر ساق این مثلث کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۹

(۳) ۱۰ (۴) ۱۲

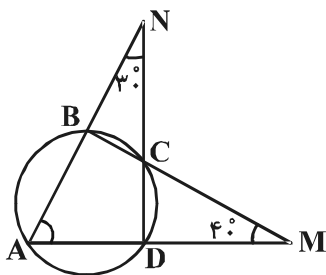
۱۹- یک دوزنقه متساوی‌الساقین با طول قاعده‌های ۴ و ۲۵ بر دایره‌ای محیط است. کمترین فاصله رأس دوزنقه تا نقاط واقع بر محیط

دایره کدام است؟

(۱) $\sqrt{39} - 6$ (۲) $\sqrt{29} - 5$

(۳) $\sqrt{19} - 4$ (۴) $\sqrt{13} - 3$

۲۰- در شکل مقابل، زاویه A چند درجه است؟



(۱) ۶۵

(۲) ۷۰

(۳) ۵۵

(۴) ۶۰

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۲۱- در فضای نمونه اعداد طبیعی یک رقمی، اگر A پیشامد انتخاب عددی کوچک‌تر از ۶، B پیشامد انتخاب عددی فرد و C پیشامد انتخاب عددی اول باشد، آن‌گاه مجموعه $\{4\}$ معادل کدام یک از پیشامدهای زیر است؟

(۱) A اتفاق بیفتد و از B و C فقط یکی اتفاق بیفتد.

(۲) A اتفاق بیفتد ولی هیچ کدام از B و C اتفاق نیفتند.

(۳) A و B هر دو اتفاق بیفتند ولی C اتفاق نیفتد.

(۴) A و C هر دو اتفاق بیفتند ولی B اتفاق نیفتد.

۲۲- اگر $A = \{2, 5\}$ و $B = \{2, 5\}$ باشد، آن‌گاه نمودار مختصاتی $(A \times B) \cup (B \times A)$ به کدام صورت است؟

(۱) دو پاره‌خط افقی (۲) دو پاره‌خط قائم (۳) محیط یک مربع (۴) سطح یک مربع

۲۳- اگر A ، B و C سه مجموعه ناتهی و $A \times B \subseteq (A - C) \times (B \cap C)$ باشد، حاصل $(A \times B) \cap (B \times A)$ کدام است؟

(۱) A^2 (۲) B^2 (۳) C^2 (۴) \emptyset

۲۴- برای دو پیشامد A و B ، اگر $P(A) = 0/2$ ، $P(A' \cap B') = 0/6$ و $A \subseteq B$ باشد، $P(B - A)$ کدام است؟

(۱) $0/1$ (۲) $0/2$ (۳) $0/3$ (۴) $0/4$

۲۵- از میان اعداد طبیعی دو رقمی، عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال عدد انتخاب شده نه مضرب ۴ و نه مضرب ۶ است؟

(۱) $\frac{19}{30}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{7}{10}$ (۴) $\frac{61}{90}$

۲۶- فضای نمونه یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, c\}$ ، $B = \{a, b, d\}$ و $C = \{b, c, d\}$ سه پیشامد از این

فضای نمونه هستند. اگر $P(A) = 0/4$ و $P(C) = 0/8$ باشد، $P(B)$ کدام است؟

(۱) $0/5$ (۲) $0/6$ (۳) $0/7$ (۴) $0/8$

۲۷- عددی به تصادف از بین اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. اگر احتمال انتخاب شدن هر عدد متناسب با تعداد ارقام

آن باشد، با کدام احتمال عدد انتخابی عددی اول و کوچک‌تر از ۲۰ است؟

(۱) $\frac{8}{99}$ (۲) $\frac{4}{63}$ (۳) $\frac{2}{25}$ (۴) $\frac{2}{45}$

۲۸- در یک آزمایش تصادفی با فضای نمونه $S = \{a, b, c\}$ مقادیر $P(a)$ ، $P(b)$ و $P(c)$ تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند.

قدرنسبت این دنباله کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

(۱) $\frac{3}{11}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۲۹- اگر A ، B و C سه مجموعه باشند به طوری که $C \subseteq A$ ، $B \subseteq A$ و $B \cap C = \emptyset$ آن‌گاه متمم عبارت $[A \cup (A \cup B)'] \cap [(B \cup C) \cap A]$

کدام است؟

(۱) $A' \cup C'$ (۲) $B \cup C$ (۳) $B' \cap C'$ (۴) $A \cap C$

۳۰- اگر A ، B و C سه مجموعه غیر تهی و $C = (A \cap B)' \cap (A \cup B) \cap C$ باشد، کدام رابطه زیر لزوماً درست است؟

(۱) $B \cap C = \emptyset$ (۲) $B \cap C' = \emptyset$ (۳) $A \cap C = \emptyset$ (۴) $A \cap C' = \emptyset$

فیزیک ۲: الکترواستاتیکی ساکن و جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۶۱ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- اگر دو صفحه خازن تخت بارداری را که بین صفحات آن هوا وجود دارد به هم وصل کنیم، جرقه‌ای زده می‌شود. حال اگر دوباره صفحات را به همان اندازه باردار کنیم اما فاصله صفحات را نصف نماییم و سپس دو صفحه را به هم وصل کنیم جرقه حاصل نسبت به حالت قبل چه تغییری می‌کند؟

(۱) بزرگ‌تر می‌شود. (۲) کوچک‌تر می‌شود.

(۳) تغییر نمی‌کند. (۴) بسته به شرایط هر سه حالت ممکن است رخ دهد.

۳۲- یک خازن تخت به یک باتری بسته شده تا باردار شود. پس از مدتی، در حالی که خازن همچنان به باتری متصل است، دی‌الکتریک بین صفحات خازن را خارج می‌کنیم. در این حالت کدام یک از موارد زیر درست است؟

(۱) ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

(۲) بار الکتریکی خازن تغییر نمی‌کند.

(۳) اختلاف پتانسیل بین دو صفحه خازن کاهش می‌یابد.

(۴) انرژی الکتریکی خازن افزایش می‌یابد.

۳۳- فاصله بین دو صفحه خازن تخت مربع شکلی 2mm و فضای بین دو صفحه آن با دی‌الکتریک $\kappa = 10$ پر شده است. اگر این خازن را به اختلاف پتانسیل 1000V وصل کنیم، $2/5\text{mJ}$ انرژی در آن ذخیره می‌شود. طول هر ضلع صفحه خازن چند

سانتی‌متر است؟ $(\epsilon_0 = 10^{-11} \frac{\text{F}}{\text{m}})$

(۱) ۱ (۲) ۰/۱ (۳) ۰/۵ (۴) ۰/۰۱

۳۴- ظرفیت خازنی $3\mu\text{F}$ است و بار روی صفحات آن $20\mu\text{C}$ می‌باشد. بار روی صفحات آن را چند درصد و چگونه تغییر دهیم تا انرژی ذخیره شده در خازن $46\mu\text{J}$ افزایش یابد؟

(۱) ۲۰، کاهش (۲) ۲۰، افزایش (۳) ۳۰، کاهش (۴) ۳۰، افزایش

۳۵- ظرفیت خازنی $7\mu\text{F}$ و بار الکتریکی آن $27\mu\text{C}$ است. اگر مقداری بار الکتریکی مثبت q را از صفحه منفی جدا کرده و به صفحه مثبت منتقل کنیم، انرژی خازن به اندازه $8\mu\text{J}$ تغییر می‌کند. q چند میکروکولن است؟

(۱) ۲ (۲) ۵۶

(۳) ۵۸ (۴) گزینه‌های «۱» و «۲» درست است.

۳۶- از مقاومتی جریان 1 nA می‌گذرد. در مدت 1 ms چند الکترون از هر مقطع این مقاومت عبور می‌کند؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۱) $3/75 \times 10^7$ (۲) $6/25 \times 10^9$

(۳) $6/25 \times 10^6$ (۴) $3/75 \times 10^8$

۳۷- باتری یک ساعت دیواری در مدت یک دور چرخش عقربه دقیقه‌شمار این ساعت، $2/7$ ژول انرژی به مدار ساعت می‌دهد. اگر

اختلاف پتانسیل دو سر باتری $1/5$ ولت باشد، جریان الکتریکی عبوری از مدار ساعت چند میلی‌آمپر است؟

(۱) $0/5$ (۲) 5

(۳) $0/05$ (۴) 30

۳۸- اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانای اهمی به مقاومت 5Ω را 5 V افزایش دهیم، جریان الکتریکی عبوری از رسانا 25 درصد

افزایش می‌یابد. اختلاف پتانسیل اولیه دو سر رسانا چند ولت بوده است؟ (دما ثابت است.)

(۱) 10 (۲) 20

(۳) 15 (۴) 30

۳۹- از سیمی به طول 50 متر و سطح مقطع 1 mm^2 که به اختلاف پتانسیل 40 V وصل است، جریان 20 A می‌گذرد. مقاومت ویژه

سیم چند اهم‌متر است؟

(۱) 4×10^{-6} (۲) 2×10^{-8}

(۳) 2×10^{-6} (۴) 4×10^{-8}

۴۰- سیمی با مقاومت 15Ω را از دستگاهی عبور می‌دهیم به طوری که بدون تغییر جرم، سطح مقطع آن 40 درصد کاهش می‌یابد.

مقاومت جدید سیم چند اهم می‌شود؟

(۱) $\frac{125}{9}$ (۲) $\frac{125}{3}$

(۳) $\frac{3}{125}$ (۴) $\frac{9}{125}$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۵ تا ۴۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۴۱- کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید).

- (الف) غلظت بیشتر گونه‌های فلزی موجود در ذخایر زمینی نسبت به کف اقیانوس، بهره‌برداری از این منابع را نوید می‌دهد.
 (ب) نیاز روزافزون جهان به منابع شیمیایی و کاهش میزان این منابع در سنگ‌کره شیمی‌دان‌ها را بر آن داشت که در جستجوی منابع تازه باشند.
 (پ) جامعه‌ای در مسیر توسعه پایدار است که اقتصاد آن شکوفا باشد و آسیب کمتری به محیط‌زیست برساند.
 (ت) از بازگردانی هفتاد قوطی فولادی انرژی لازم برای روشن نگهداشتن یک لامپ ۶۰ واتی به مدت ۲۵ ساعت تأمین می‌شود.

(۱) الف و ت

(۲) الف، ب و پ

(۳) ب و پ

(۴) پ و ت

۴۲- کدام گزینه در مورد آلکان‌ها نادرست است؟

- (۱) آلکان‌ها، هیدروکربن‌های سیرشده هستند.
 (۲) نقطه ذوب و جوش آن‌ها با افزایش جرم مولی زیاد می‌شود.
 (۳) آلکان‌ها در اثر سوختن کامل در دمای اتاق، تولید انرژی، آب و کربن دی‌اکسید می‌کنند.
 (۴) گرانروی آلکان‌های مایع با افزایش جرم مولی کمتر می‌شود.

۴۳- در کدام گزینه اختلاف شمار گروه‌های CH_3 و CH_2 ، برابر با تعداد شاخه‌های فرعی نیست؟

(۱) ۳، ۳، ۴، ۵ - تترامتیل هپتان

(۲) ۳ - اتیل - ۲ - متیل پنتان

(۳) ۴، ۴ - دی اتیل - ۲، ۳ - دی متیل هگزان

(۴) ۳ - متیل پنتان

۴۴- کدام مطلب نادرست است؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) نفتالن یک هیدروکربن سیرنشده است و اختلاف جرم مولی آن با ساده‌ترین ترکیب آروماتیک برابر ۵۰ گرم است.
 (۲) در فرمول مولکولی سنگین‌ترین آلکانی که در دما و فشار اتاق حالت فیزیکی گازی دارد، ۱۰ اتم هیدروژن وجود دارد.
 (۳) نام آلکانی با فرمول $\text{CH}_3(\text{C}_7\text{H}_{15})_2\text{CH}_3$ ، ۳ - متیل پنتان است و همپار هگزان است.
 (۴) تفاوت جرم مولی پنجمین عضو خانواده آلکین‌ها با جرم مولی پنجمین عضو خانواده آلکان‌ها برابر ۱۴ گرم است.

۴۵- حداکثر تعداد اتم‌های کربن آلکانی که در نام‌گذاری آیوپاک به پنتان ختم می‌شود، چقدر است؟

(۴) ۱۳

(۳) ۱۶

(۲) ۱۷

(۱) ۱۱

۴۶- اگر جرم مولی آلکن A، $\frac{3}{5}$ برابر جرم مولی اولین عضو خانواده آلکانها باشد، جرم کربن دی اکسید به دست آمده از سوختن کامل یک مول A به تقریب چند برابر جرم سوخت سبب به دست آمده از تخمیر کامل بی هوازی ۹۰ گرم گلوکز موجود در پسماندهای گیاهی است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(معادله موازنه شود): $C_6H_{12}O_6 \rightarrow C_2H_5OH + CO_2$ معادله واکنش تخمیر بی هوازی گلوکز

۱/۸ (۱) ۲/۵ (۲) ۳/۸ (۳) ۴/۵ (۴)

۴۷- درصد جرمی کربن در فرآورده واکنش بخار برم با ۳- هگزن به تقریب کدام است؟ ($C = 12, Br = 80, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

۳۲ (۱) ۳۴ (۲) ۲۹/۵ (۳) ۲۷/۵ (۴)

۴۸- جرم بخار آب تولید شده در سوختن کامل آلکانی، $\frac{3}{4}$ برابر جرم هیدروکربن اولیه است. نام آیوپاک این آلکان چیست؟

($C = 12, H = 1, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

متیل پروپان (۱) ۲، ۳- دی متیل بوتان (۲)

۲، ۲- دی متیل پروپان (۳) ۴ هگزان (۴)

۴۹- در آلکانی تعداد پیوندهای اشتراکی ۱۹ می باشد. نسبت جرم مولی این آلکان به جرم مولی گاز هیدروژن کدام است؟

($C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

۲۳ (۱) ۳۲ (۲) ۴۳ (۳) ۴۹ (۴)

۵۰- همه عبارت های زیر نادرست اند، به جز:

(۱) سوخت هواپیما به طور عمده شامل آلکانهایی از پنج تا پانزده اتم کربن است.

(۲) متان گازی سبک، بی بو و بی رنگ است که هرگاه مقدار آن در هوای معدن برابر ۵ درصد شود، احتمال انفجار وجود دارد.

(۳) یکی از راه های بهبود کارایی زغال سنگ به دام انداختن گاز گوگرد تری اکسید خارج شده از نیروگاهها با عبور گازهای خروجی از روی کلسیم اکسید است.

(۴) جایگزینی نفت با زغال سنگ، سبب ورود مقدار بیشتری از انواع آلایندهها به هواکره و تشدید اثر گلخانه ای می شود.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: مثلثات + توان‌های گویا و عبارتهای جبری: صفحه‌های ۳۶ تا ۶۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۵۱- اگر α زاویه بین خط به معادله $6x + 2y + 1 = 0$ با جهت مثبت محور x ها باشد، حاصل عبارت $\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $-\frac{7}{5}$

(۴) -2

۵۲- در مورد کمان x دو رابطه $\sin x \tan x < 0$ و $\sin x - \tan x > 0$ برقرار است. انتهای کمان x در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارد؟

(۱) اول

(۲) دوم

(۳) سوم

(۴) چهارم

۵۳- اگر $\frac{\pi}{12} < \alpha < \frac{5\pi}{12}$ و $\sin 3\alpha = \frac{2m-1}{4}$ ، حدود تغییرات m کدام است؟

(۱) $[\frac{5}{2}, \frac{1-2\sqrt{2}}{2}]$

(۲) $(\frac{5}{2}, \frac{1-2\sqrt{2}}{2}]$

(۳) $(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$

(۴) $(\frac{5}{2}, \frac{1-2\sqrt{2}}{2})$

۵۴- نقاط A و B به ترتیب در نواحی دوم و چهارم روی دایره مثلثاتی قرار دارند. اگر $\sin A = \frac{1}{3}$ و $\cos B = \frac{\sqrt{2}}{3}$ باشد، طول

پاره خط AB کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{26-2\sqrt{7}}}{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{26+2\sqrt{7}}}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{10-2\sqrt{7}}}{9}$

(۴) $\frac{\sqrt{10+2\sqrt{7}}}{9}$

۵۵- اگر $\frac{1+\sin x}{\cos x} = \frac{5}{2}$ باشد، حاصل $\frac{1}{\cos x} - \tan x$ کدام است؟

(۱) $0/4$

(۲) $0/8$

(۳) $1/25$

(۴) $2/5$

محل انجام محاسبات

۵۶- اگر $\sin x + 2 \cos x = 1$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $-\frac{3}{4}$

(۳) $-\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۵۷- اگر $A = \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{7}{16}}$ باشد، حاصل $(5A)^{-\frac{4}{15}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{5}$

(۲) $\sqrt[3]{5}$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(۴) $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$

۵۸- اگر $5a^2 + 4b^2 - 4ab - 4a + 1 = 0$ حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) $\frac{6}{5}$

۵۹- اگر $a = \sqrt[4]{14 + 3\sqrt{3}}$ و $b = \sqrt[4]{14 - 3\sqrt{3}}$ باشد، حاصل $(a^2 + b^2 - ab)(a^2 + b^2 + ab)$ کدام است؟

(۱) ۳۲

(۲) ۳۹

(۳) ۴۱

(۴) ۴۷

۶۰- اگر $a - b = 1$ و $a^3 - b^3 = 2$ باشد، حاصل $(a + b)^2$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{3}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{8}{3}$

(۴) $\frac{7}{3}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۳ تا ۵۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۶۱- چه تعداد از جمله‌های زیر نادرست است؟

(ا) فاصله میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازه آن‌ها، خیلی بیشتر است.

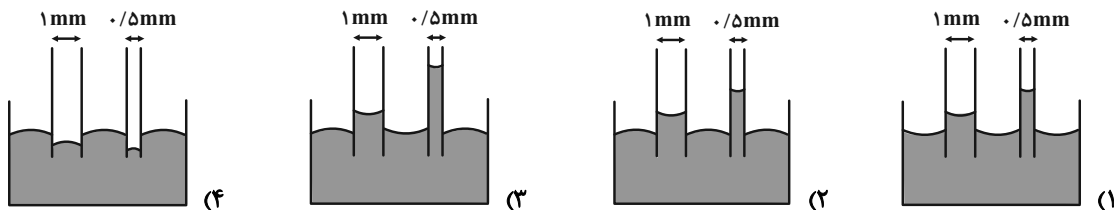
(ب) الماس و شیشه مثال‌هایی از جامدهای بلورین هستند.

(پ) مولکول‌های مایع به صورت منظم و متقارن در کنار یکدیگر قرار دارند.

(ت) حالت ماده به چگونگی حرکت ذرات سازنده آن و اندازه نیروی بین آن‌ها بستگی دارد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۲- سطح خارجی دو لوله موئین شیشه‌ای و تمیز به قطرهای 0.5 و 1 میلی‌متر را به‌طور کامل با لایه بسیار نازکی از روغن چرب کرده و آن‌ها را داخل ظرف پر از آبی که سطح داخلی آن چرب شده است قرار می‌دهیم. کدام گزینه نحوه قرارگیری آب داخل ظرف و لوله‌هایی موئین را به درستی نشان می‌دهد؟



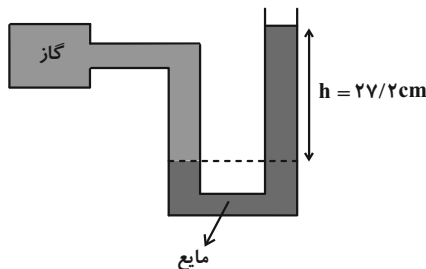
۶۳- فشار هوای بالای دریاچه‌ای 70 cmHg است. در عمق چند متری این دریاچه، فشار کل برابر 120 cmHg است؟

$$\left(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و } \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

(۱) $6/8$ (۲) $13/6$ (۳) ۵ (۴) ۱۰

۶۴- در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز چند سانتی‌متر جیوه است؟

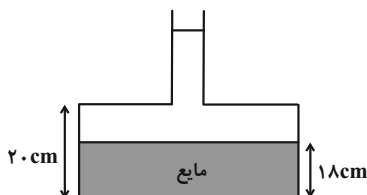
(چگالی جیوه $13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و چگالی مایع درون لوله U شکل $1.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است.)



(۱) $1/2$
(۲) $0/6$
(۳) $2/22$
(۴) $2/4$

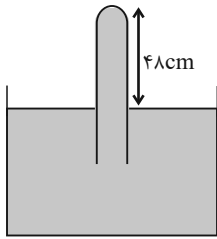
۶۵- در شکل زیر، مساحت قاعده ظرف 4 cm^2 و سطح مقطع قسمت باریک آن 0.5 cm^2 است و در ظرف تا ارتفاع 18 cm مایعی وجود دارد. اگر 12 cm^3 آب به مایع موجود در ظرف اضافه کنیم، به نیروی وارد بر کف ظرف چند نیوتون افزوده می‌شود؟

($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و از کاهش حجم بر اثر مخلوط شدن صرف نظر شود.)



(۱) $0/2$
(۲) $0/3$
(۳) $0/4$
(۴) $0/6$

۶۶- در بارومتر شکل زیر، لوله قائم پر از جیوه است. اگر لوله را در راستای قائم و از حالت نشان داده شده، $2/4\text{cm}$ دیگر در جیوه فرو بریم، اندازه نیروی وارد بر انتهای لوله ۱۰ درصد افزایش می‌یابد. فشار هوای محیط چند سانتی‌متر جیوه است؟



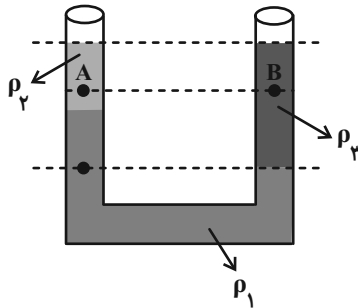
(۱) ۷۶

(۲) ۷۵

(۳) ۷۲

(۴) ۷۰

۶۷- مطابق شکل زیر، سه مایع مخلوط نشدنی را داخل لوله U شکل ریخته‌ایم. در رابطه با مقایسه چگالی مایع‌ها و فشار نقاط مشخص شده، کدام گزینه صحیح است؟ (چگالی ρ و فشار P)



(۱) $P_A > P_B$ و $\rho_2 > \rho_3$

(۲) $P_A > P_B$ و $\rho_2 < \rho_3$

(۳) $P_A < P_B$ و $\rho_2 > \rho_3$

(۴) $P_A < P_B$ و $\rho_2 < \rho_3$

۶۸- اگر فشار هوا در پایین برجی به ارتفاع تقریبی 300 متر برابر 74cmHg باشد، فشار هوا در بالای برج تقریباً چند سانتی‌متر جیوه است؟ (چگالی متوسط هوا را برابر 1.29kg/m^3 در نظر بگیرید، $\rho_{\text{جیوه}} = 13.6\text{g/cm}^3$ و $g = 10\text{N/kg}$)

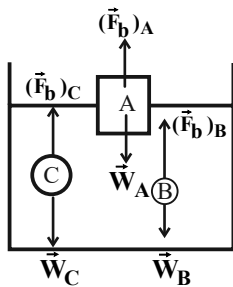
(۱) ۷۶/۵۵

(۲) ۷۱/۴۵

(۳) ۷۵/۸۷

(۴) ۷۲/۱۳

۶۹- در شکل زیر، نیروی شناوری \vec{F}_B و نیروی وزن \vec{W} وارد بر چند جسم نشان داده شده است. با توجه به نیروی خالص وارد بر هر جسم، وضعیت جسم‌های A، B و C به ترتیب کدام است؟



(۱) فرو می‌رود - بالا می‌رود - غوطه‌ور می‌ماند.

(۲) شناور می‌ماند - غوطه‌ور می‌ماند - پایین می‌رود.

(۳) شناور می‌ماند - بالا می‌رود - غوطه‌ور می‌ماند.

(۴) فرو می‌رود - غوطه‌ور می‌ماند - بالا می‌رود.

۷۰- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) اصل برنولی برای گازها برقرار نمی‌باشد.

(۲) در روزهایی که باد می‌وزد، ارتفاع موج‌های دریا، بالاتر از ارتفاع میانگین می‌شود.

(۳) در مسیر حرکت شاره‌ای پایا با جریان لایه‌ای با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

(۴) حرکت کات‌دار توپ فوتبال، با استفاده از مفهوم اصل برنولی قابل توجیه است.



آزمون « ۱۳ مرداد ۱۴۰۲ » اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه اختیاری)

دفترچه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۹۵ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۷۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان ۲	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
هندسه ۳	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۵'
فیزیک ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
شیمی ۳	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
هندسه ۱	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۵'
شیمی ۱	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰'

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیرحانمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملازمضانی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	حمید زرین‌کفش	بهنام قازانچایی
					ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۸

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۷۱- نمودار تابع f را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و سپس یک واحد به راست می‌بریم تا نمودار تابع g به دست آید. کدام

رابطه درست است؟

(۲) $g(x) = f(-x-1)$

(۱) $g(x) = f(x+1)$

(۴) $g(x) = f(x-1)$

(۳) $g(x) = f(1-x)$

۷۲- روی کدام مجموعه، نمودار تابع $f(x) = x^3$ بالاتر از نمودار تابع $g(x) = x|x|$ قرار می‌گیرد؟

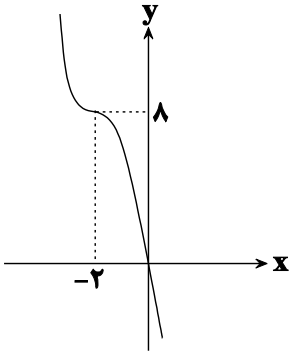
(۲) $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

(۱) $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

(۴) $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$

(۳) $(-\infty, -1] \cup [0, 1]$

۷۳- اگر نمودار تابع $f(x) = (k-x)(x^2 + mx + n)$ به صورت زیر باشد، حاصل $\frac{k+n}{m}$ کدام است؟



(۱) تعریف نشده

(۲) -۲

(۳) ۲

(۴) ۶

۷۴- مجموع طول نقاط مشترک نمودار تابع $f(x) = k - \sqrt{x-k}$ با نمودار تابع وارونش همواره کدام است؟

(۲) $2k$

(۱) k

(۴) $4k$

(۳) $3k$

۷۵- تابع $y = x|x-4|$ روی بازه $[a, b]$ نزولی است. حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

(۲) ۳

(۱) ۴

(۴) ۲

(۳) ۱

محل انجام محاسبات

۷۶- به ازای چند مقدار صحیح k تابع $f(x) = (k^2 - 4)(-x^3 + 3x^2 - 3x + k)$ صعودی است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۷۷- تابع $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x-2} + 1 & ; x \geq 3 \\ 5x - m & ; x < 3 \end{cases}$ در \mathbb{R} یکنوا است. m چند مقدار طبیعی نمی تواند باشد؟

(۱) ۱۰

(۲) ۱۱

(۳) ۱۲

(۴) ۱۳

۷۸- اگر برای دو تابع f و g ، تابع $f+g$ اکیداً نزولی اما تابع $2f-3g$ اکیداً صعودی باشد، کدام نتیجه گیری الزاماً درست است؟

(۱) تابع f اکیداً صعودی و تابع g اکیداً نزولی است.

(۲) تابع g اکیداً نزولی است، اما وضعیت یکنوایی تابع f غیرقابل تعیین است.

(۳) هر دو تابع صعودی هستند.

(۴) تابع f اکیداً نزولی است، اما در مورد تابع g نمی توان اظهار نظر قطعی کرد.

۷۹- f تابعی خطی و نزولی است. اگر تابع $f \circ f$ را با ضریب ۴ در راستای محور افقی منبسط کنیم و سپس در راستای محور y ، ۵ واحد به پایین ببریم، روی نیمساز ناحیه اول و سوم می افتد. مقدار $f(1)$ کدام است؟

(۱) -۳

(۲) -۵

(۳) -۷

(۴) -۹

۸۰- اگر $g(x) = -x^3$ باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{g(x^2) - g(3x-2)}$ به صورت $[a, b]$ است. حاصل $b-a$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۲۱

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۸۱- اگر A, B و C ، ماتریس‌های 2×2 باشند، کدام یک از احکام کلی زیر مثال نقض ندارد؟

(۲) $AB = \bar{O} \Rightarrow A = \bar{O}$ یا $B = \bar{O}$

(۱) $AB = AC \Rightarrow B = C$

(۴) $A \times (B + C) = (A \times B) + (A \times C)$

(۳) $AB = BA$

۸۲- اگر $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ، $B = [b_{ij}]_{p \times q}$ و $A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{r \times q}$ باشد، حاصل $m + n + p + q$ کدام است؟

(۲) ۸

(۱) ۴

(۴) ۱۶

(۳) ۱۲

۸۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & a-1 \\ 3b & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $A \times B$ یک ماتریس قطری باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

(۲) ۳

(۱) -۲

(۴) ۴

(۳) ۲

۸۴- برای ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} m+1 & m \\ n & n+1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ کدام گزاره الزاماً درست است؟

(۲) $AB^2 = B^2A$

(۱) $A^2B = BA^2$

(۴) $AB = BA$

(۳) $AB = -BA$

۸۵- اگر ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} 3ij - i^2, & i \leq j \\ 0, & i > j \end{cases}$ تعریف شده باشد، آنگاه مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس

A^2 کدام است؟

(۲) ۳۴۰

(۱) ۳۲۴

(۴) ۳۹۲

(۳) ۳۶۸

۸۶- ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & ; i < j \\ 2m & ; i = j \\ j^2 - i & ; i > j \end{cases}$ تعریف شده است. اگر مجموع درایه‌های ماتریس A برابر ۱۳ باشد،

مقدار m کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۸۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس A^{1402} کدام است؟

۲ (۱) -۲ (۲)

۶ (۳) -۶ (۴)

۸۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$ باشند، آنگاه ماتریس $AB - C$ چه مضربی از ماتریس I

است؟

۱ (۱) -۱ (۲)

۳ (۳) -۳ (۴)

۸۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ و $A^2 = mA + nI$ باشد، حاصل $m - n$ کدام است؟

-۱۵ (۱) -۵ (۲)

۵ (۳) ۱۵ (۴)

۹۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ a & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & b \end{bmatrix}$ دو ماتریس تعویض پذیر باشند، حاصل $a + b$ کدام است؟

۴ (۱) ۲ (۲)

صفر (۳) -۲ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۱۷

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۹۱- میانگین اعداد طبیعی و متوالی a_1, a_2, \dots, a_n ، عددی فرد است. حاصل کدام گزینه عددی زوج نیست؟

$$(1) \quad 5a_1 + 7a_5$$

$$(2) \quad 2a_3 + a_5$$

$$(3) \quad 4a_2 + 2a_4$$

$$(4) \quad a_2 + 6a_3$$

۹۲- کدام یک از جفت گزاره‌های داده شده زیر هم ارز نیستند؟ ($n \in \mathbb{N}$)

(۱) n یک عدد طبیعی زوج و n^2 یک عدد طبیعی زوج است.

(۲) n یک عدد طبیعی فرد و n^2 یک عدد طبیعی فرد است.

$$(3) \quad 0 < a < 1 \text{ و } 0 < a^2 < 1 \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$(4) \quad a < b \text{ و } a^3 < b^3 \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

۹۳- در اثبات حکم $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2 - 2z$ به روش بازگشتی، رابطه بدیهی به دست آمده کدام است؟ (x, y و z اعداد

حقیقی هستند.)

$$(1) \quad (x+y)^2 + (z+1)^2 \geq 0$$

$$(2) \quad (x-y)^2 + (z+1)^2 \geq 0$$

$$(3) \quad (x+y)^2 + (z-1)^2 \geq 0$$

$$(4) \quad (x-y)^2 + (z-1)^2 \geq 0$$

۹۴- اگر m عددی صحیح باشد، آن‌گاه به ازای چند مقدار صحیح و نامنفی a ، دو رابطه $a \mid m+7$ و $a \mid 3m+1$ برقرار است؟

$$(1) \quad 2$$

$$(2) \quad 3$$

$$(3) \quad 4$$

$$(4) \quad 6$$

۹۵- اگر a و b دو عدد صحیح و فرد باشند، باقی‌مانده تقسیم عدد $a^2 + b^2 + 5$ بر ۸ کدام است؟

$$(1) \quad 7$$

$$(2) \quad 5$$

$$(3) \quad 3$$

$$(4) \quad 1$$

محل انجام محاسبات

۹۶- باقی مانده تقسیم عدد صحیح a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۳ و ۴ است. باقی مانده تقسیم a بر ۲۰ کدام است؟

۹ (۲)

۱ (۱)

۱۹ (۴)

۱۱ (۳)

۹۷- در یک تقسیم، مقسوم علیه ۱۷ و باقی مانده ۹ است. اگر بدون تغییر مقسوم علیه، ۵۰ واحد به مقسوم اضافه کنیم، باقی مانده و

خارج قسمت چه تغییری می کنند؟

(۱) خارج قسمت ۴ واحد زیاد می شود و باقی مانده ۲ واحد کم می شود.

(۲) خارج قسمت ۳ واحد و باقی مانده ۷ واحد زیاد می شوند.

(۳) خارج قسمت ۳ واحد زیاد می شود و باقی مانده یک واحد کم می شود.

(۴) خارج قسمت ۴ واحد و باقی مانده ۲ واحد زیاد می شوند.

۹۸- اگر a ، b و c اعدادی طبیعی باشند به طوری که $a | b$ و $b^2 | ac$ ، آنگاه همواره کدام رابطه زیر برقرار است؟

$b | c$ (۲)

$c | b^2$ (۱)

$c | ab$ (۴)

$c | a^2$ (۳)

۹۹- روی نمودار تابع $y = \frac{4x-1}{x+3}$ ، چند نقطه با مختصات طبیعی وجود دارد؟

۳ (۲)

۴ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

۱۰۰- اگر n عددی صحیح و $d = (n^2 - 4n, 5n + 6)$ عددی اول باشد، آنگاه بزرگ ترین مقدار d کدام است؟

۷ (۲)

۵ (۱)

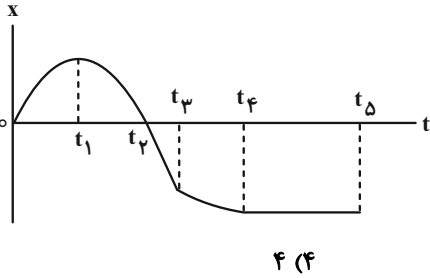
۱۳ (۴)

۱۱ (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۲۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.



۱۰۱- با توجه به نمودار مکان- زمان زیر، چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

الف) در لحظه t_1 شتاب متحرک صفر است.

ب) در بازه زمانی صفر تا t_1 متحرک به صورت کندشونده حرکت نموده است.

پ) در بازه زمانی t_1 تا t_2 متحرک در جهت محور x حرکت کرده است.

ت) در بازه زمانی t_4 تا t_5 سرعت متحرک مقداری منفی و ثابت است.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۰۲- متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط این متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0\text{s}$ تا $t_2 = 10\text{s}$ برابر با $-10\hat{i}$ و

در بازه زمانی $t_1 = 0\text{s}$ تا $t_3 = 20\text{s}$ برابر با $-4\hat{i}$ است. بزرگی شتاب متوسط آن در 10 ثانیه دوم حرکتش، چند متر بر مجذور

ثانیه است؟ (تمامی واحدها در SI هستند.)

۱ (۱)

۲ (۲)

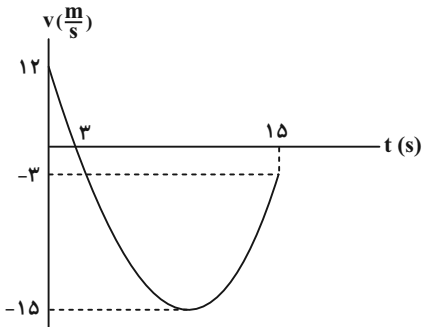
۳ (۳)

۴ (۴)

۱۰۳- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. بزرگی شتاب متوسط در بازه زمانی که

متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند چند برابر بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی است که متحرک در

جهت محور x ها حرکت می‌کند؟



$\frac{1}{4}$ (۱)

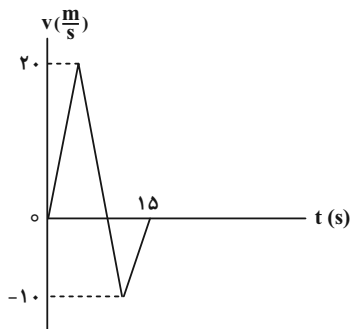
۴ (۲)

۱۶ (۳)

$\frac{1}{16}$ (۴)

۱۰۴- نمودار سرعت- زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک هنگامی که در

جهت محور x حرکت می‌کند، چند برابر تندی متوسط آن هنگامی که در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، می‌باشد؟



۲ (۱)

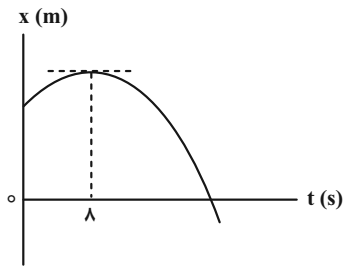
0.5 (۲)

0.75 (۳)

1.5 (۴)

محل انجام محاسبات

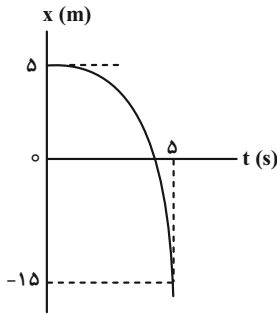
۱۰۵- نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. تندی در لحظه $t_1 = 10s$



چند برابر تندی در لحظه $t_2 = 4s$ می باشد؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۲
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) ۴

۱۰۶- نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اندازه سرعت متحرک در



لحظه عبور از مبدأ مکان چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) ۱۲
(۴) ۱۸

۱۰۷- متحرکی با سرعت ثابت و در جهت محور x در حال حرکت است. اگر جابه جایی این متحرک در ۳ ثانیه اول حرکت $120m$ کمتر

از جابه جایی آن در ۱۵ ثانیه اول حرکت باشد، سرعت متحرک چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) $\frac{7}{5}$

۱۰۸- دو متحرک A و B از یک نقطه هم زمان و با سرعت ثابت به سوی مقصدی به فاصله $480m$ به حرکت درمی آیند. اگر بیشترین

فاصله این دو متحرک $80m$ و تندی متحرک A برابر $24 \frac{m}{s}$ باشد، تندی متحرک B چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ (متحرک

A زودتر به مقصد می رسد.)

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

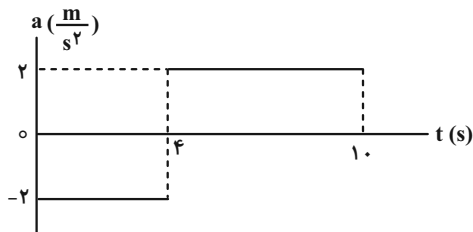
۱۰۹- معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $x = -t^2 + 6t - 12$ است. در بازه زمانی که متحرک به صورت کندشونده در حال حرکت

است، سرعت متوسط آن چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۶ (۲) $\frac{12}{5}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۱۰- در شکل زیر، نمودار شتاب- زمان متحرکی نشان داده شده است. شتاب متوسط این متحرک در بازه زمانی ۲s تا ۸s چند متر بر

مربع ثانیه است؟



- (۱) ۲
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) صفر
(۴) $\frac{1}{2}$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت ندرستی / تاریخچه صابون + پاکیزگی محیط با مولکول‌ها + اسیدها و بازها: صفحه‌های ۱ تا ۱۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱۱- امید به زندگی در شهرهای مختلف یک کشور با هم است، زیرا این شاخص به عوامل مختلفی بستگی دارد و به صورت کلی شاخص امید به زندگی در مناطق در مقایسه با مناطق بیشتر است.

- (۱) مشابه- کم برخوردار- توسعه یافته و برخوردار
(۲) متفاوت- کم برخوردار- توسعه یافته و برخوردار
(۳) مشابه- توسعه یافته و برخوردار- کم برخوردار
(۴) متفاوت- توسعه یافته و برخوردار- کم برخوردار

۱۱۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟ ($N = 14, O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

- (الف) نسبت درصد جرمی نیتروژن به درصد جرمی اکسیژن در اوره، برابر ۱/۷۵ است.
(ب) بازها همانند صابون در سطح پوست احساس لیزی ایجاد می‌کنند، اما به آن آسیبی وارد نمی‌کنند.
(پ) پاک‌کننده‌های خورنده همانند شوینده‌های صابونی و غیرصابونی، با آلاینده‌ها واکنش می‌دهند.
(ت) در ۸/۸ گرم وازلین، در حدود $0.625N_A$ اتم کربن وجود دارد.
(ث) ساده‌ترین راه درمان بیماری واگیردار وبا، رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۱۱۳- کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- (۱) به منظور افزایش خاصیت میکروب‌کشی صابون مراغه، به آن ماده شیمیایی کلردار اضافه می‌کنند.
(۲) از پاک‌کننده‌های خورنده برای باز کردن مجاری مسدود شده با چربی‌ها استفاده می‌شود.
(۳) صابون ماده‌ای است که هم در چربی و هم در آب حل می‌شود.
(۴) میزان چسبندگی لکه‌های چربی روی پارچه‌های نخی کمتر از پارچه‌های پلی‌استری است.

۱۱۴- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($O = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

- (آ) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در اوره برابر ۴ است.
(ب) اختلاف جرم مولی روغن زیتون با چربی ذخیره شده در کوهان شتر ($C_{57}H_{110}O_6$)، برابر ۶ گرم است.
(پ) اتیلن گلیکول دارای ۸ پیوند اشتراکی است و در هگزان حل نمی‌شود.
(ت) نسبت درصد جرمی کربن به هیدروژن در بنزین، به تقریب برابر ۵/۳ است.

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۱۱۵- اگر در ساختار یک پاک‌کننده صابونی جامد با زنجیر هیدروکربنی خطی و سیرشده، نسبت شمار اتم‌های نافلزی بخش آنیونی به شمار کاتیون‌ها برابر با ۵۲ باشد؛ در ساختار هر مولکول اسیدچرب سازنده این پاک‌کننده صابونی، اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی کدام است؟

- (۱) ۴۰
(۲) ۴۳
(۳) ۴۶
(۴) ۴۹

۱۱۶- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ پاک‌کننده‌ها نادرست است؟

الف) صابون‌های مایع، نمک‌های سدیم و پتاسیم اسیدهای چرب هستند.

ب) در پاک‌کننده‌های صابونی بخش قطبی به صورت SO_3^- وجود دارد.

پ) پاک‌کننده‌های غیرصابونی، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به پاک‌کننده‌های صابونی دارند و در آب‌های سخت رسوب تشکیل می‌دهند.

ت) صابون برخلاف اسیدهای چرب، در آب حل می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۷- اگر در قسمت آلکیلی یک شویندهٔ غیرصابونی 30 اتم کربن وجود داشته باشد، نسبت تعداد اتم‌های بخش ناقطبی به تعداد

اتم‌های بخش قطبی جزء آنیونی کدام است؟

۱ (۱) $\frac{91}{5}$ ۲ (۲) $\frac{91}{4}$ ۳ (۳) $\frac{101}{5}$ ۴ (۴) $\frac{101}{4}$

۱۱۸- چند مورد از عبارتهای زیر دربارهٔ شوینده با فرمول $\text{RC}_6\text{H}_5\text{SO}_3\text{Na}$ درست است؟

($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Na} = 23, \text{S} = 32 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

• در ساختار آن ۹ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

• طی واکنش‌های پیچیده از مواد پتروشیمیایی به دست می‌آید.

• با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب واکنش نمی‌دهد.

• افزون بر برهمکنش با آلاینده‌ها واکنش شیمیایی نیز می‌دهد.

• اگر در زنجیر کربنی سیرشده خود، ۱۱ گروه CH_2 داشته باشد، جرم مولی آن 348 گرم بر مول می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۴)

۱۱۹- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) صابون، نمک سدیم یا پتاسیم اسیدهای چرب است که بخش هیدروکربنی آن آب‌دوست است.

ب) در کلویدها به علت ناهمگن بودن و برخورداری از ظاهری کدر و مات، مسیر عبور نور قابل دیدن نیست.

پ) شمار مول کاتیون تولید شده به ازای حل شدن یک مول از هر یک از ترکیب‌های Li_2O و N_2O_5 در آب با هم برابر است.

ت) با افزودن نمک‌های فسفات‌دار به صابون‌ها می‌توان از جهتی نیاز به تولید پاک‌کننده‌های غیرصابونی را برای آب‌های سخت کاهش داد.

۱) ب و پ ۲) ب و ت ۳) الف و ت ۴) پ و ت

۱۲۰- اگر ظرف (۲) دارای مخلوط آب و روغن و صابون و ظرف (۱) دارای مخلوط آب و روغن باشد، کدام مطلب نادرست است؟

۱) مخلوط ظرف (۱) همانند سوسپانسیون، ناهمگن است.

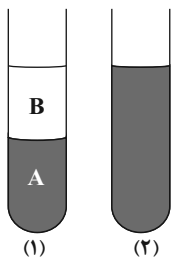
۲) مخلوط مایع B با صابون همانند مخلوط مایع A با صابون، یک مخلوط همگن و پایدار است و ته‌نشین

نمی‌شود.

۳) رنگ‌های پوششی همانند مخلوط ظرف (۲) پایدار هستند و ته‌نشین نمی‌شوند و رفتاری بین سوسپانسیون و

محلول دارند.

۴) مخلوط ظرف (۲) برخلاف محلول‌ها نور را پخش می‌کند و حاوی ذرات ریز ماده است.



هندسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۲۸ تا ۴۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

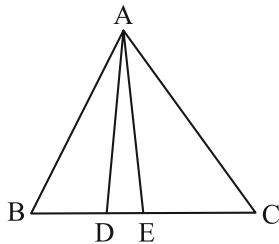
۱۲۱- نقطه M وسط پاره خط AB و نقاط D و E در دو طرف نقطه M طوری قرار دارند که $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{5}$ و $\frac{BE}{AE} = \frac{5}{9}$ است. نسبت

کدام است؟ $\frac{DM}{ME}$

- (۱) $\frac{2}{5}$
- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۳) $\frac{5}{3}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

۱۲۲- در شکل زیر مساحت مثلث ACE، $\frac{5}{2}$ برابر مساحت مثلث ADE و $\frac{3}{2}$ برابر مساحت مثلث ABD است. حاصل $\frac{BC}{DE} - \frac{BE}{BD}$

کدام است؟



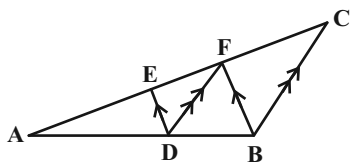
- (۱) $\frac{107}{30}$
- (۲) $\frac{23}{6}$
- (۳) $\frac{109}{30}$
- (۴) $\frac{11}{3}$

۱۲۳- دو مثلث یکی به اضلاع ۶، ۹ و ۴ و دیگری به اضلاع ۱۸، ۱۲ و x متشابه هستند. اختلاف بین حداکثر و حداقل مقدار x کدام

است؟

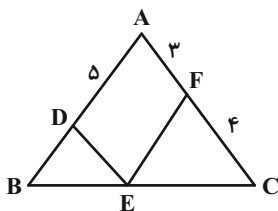
- (۱) ۷
- (۲) ۱۳
- (۳) ۱۹
- (۴) ۲۵

۱۲۴- در شکل زیر $DE \parallel BF$ و $DF \parallel BC$ است. اگر $AE = 2EF$ باشد، آن‌گاه حاصل $\frac{FC}{EF}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) $\frac{4}{3}$
- (۳) ۲
- (۴) ۱

۱۲۵- در شکل زیر $DE \parallel AC$ و $EF \parallel AB$ است. طول پاره خط BD کدام است؟



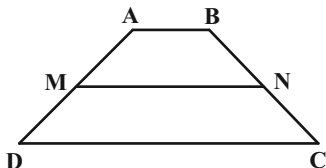
(۱) $\frac{3}{7.5}$

(۲) ۴

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{2}{4}$

۱۲۶- در شکل زیر نقاط M و N وسط‌های دو ساق دوزنقه $ABCD$ هستند. اگر مساحت $MNCD$ ، $\frac{5}{3}$ برابر مساحت $ABNM$ باشد، اندازه قاعده DC چند برابر اندازه قاعده AB است؟



(۱) ۲

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{5}{2}$

(۴) ۳

۱۲۷- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، AH ارتفاع وارد بر وتر است. اگر $AH = 3$ و $CH = 3BH$ باشد، طول میانه BM کدام است؟

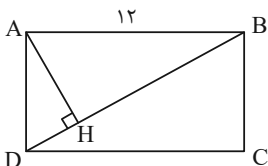
(۴) $3\sqrt{3}$

(۳) ۵

(۲) $\sqrt{21}$

(۱) ۴

۱۲۸- در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ مستطیل و $BH = 6\sqrt{3}$ است. اندازه عرض مستطیل کدام است؟



(۱) $4\sqrt{3}$

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) $4\sqrt{2}$

۱۲۹- مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۵ واحد مفروض است. دایره‌ای به مرکز B و قطر 30 واحد، خطی را که از رأس A به موازات ضلع BC رسم می‌شود، در نقطه K قطع می‌کند. فاصله رأس C از خط شامل B و K کدام است؟

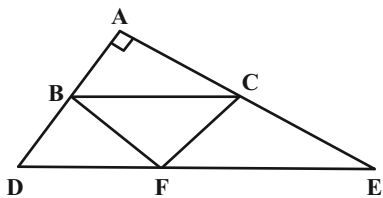
(۴) $2\sqrt{3}$

(۳) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

(۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۳۰- در مثلث قائم‌الزاویه ADE ، $BC \parallel DE$ و F نقطه دلخواهی روی DE است. اگر $AB = 5$ و $CE = 8$ باشد، مساحت مثلث BCF کدام است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۲۰

(۳) ۴۰

(۴) ۶۰

۱۳۶- اطلاعات موجود در کدام ردیف‌ها درست است؟

فرمول شیمیایی ترکیب آن با عنصر فلز	بیرونی‌ترین زیرلایه	تعداد لایه پر	گونه	
AF_4	$3d^1$	۳	$30A$	۱
XF_3	$3p^6$	۲	$15X^{3-}$	۲
MF_4	$3d^9$	۲	$29M^{2+}$	۳
DF_3	$4s^2$	۳	$31D^{3+}$	۴

۴ و ۱ (۴)

۳ و ۲ (۳)

۴ و ۲ (۲)

۳ و ۱ (۱)

۱۳۷- اگر عنصر X در گروه ۱۶ با عنصری که بیرونی‌ترین زیرلایه اتم آن $3p^5$ است، هم‌دوره باشد، کدام موارد زیر درباره آن درست است؟

(الف) بیرونی‌ترین لایه اتم آن دارای ۴ الکترون است.

(ب) در ساختار لوویس ترکیب حاصل از آن با هیدروژن دو جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

(پ) فرمول ترکیب حاصل از آن با Al به صورت Al_3X_4 می‌باشد.

(ت) نسبت تعداد الکترون‌ها با $I=0$ به تعداد الکترون‌ها با $I=1$ در آرایش الکترونی اتم آن، برابر $6/0$ است.

(۱) ب و ت (۲) ب و پ (۳) الف و ت (۴) الف، پ و ت

۱۳۸- در کدام گزینه به ترتیب پاسخ صحیح سؤالات (الف) و (ب) و پاسخ نادرست سؤال (پ) آمده است؟

(الف) نسبت شمار آنیون به کاتیون در آلومینیم فلئورید چند برابر نسبت شمار کاتیون به آنیون در کلسیم اکسید است؟

(ب) رفتار شیمیایی هر اتم به کدام ویژگی آن بستگی دارد؟

(پ) اگر دو گونه X^+ و Y^{3-} هم الکترون باشند اختلاف عدد اتمی آن‌ها چقدر خواهد بود؟

(۱) ۲، دستیابی به آرایش گاز نجیب، ۲ (۲) ۳، تعداد الکترون‌های ظرفیت، ۲

(۳) ۳، تعداد پروتون‌های هسته، ۴ (۴) ۲، دستیابی به آرایش گاز نجیب، ۴

۱۳۹- در کدام گزینه نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در نخستین ترکیب برابر با $\frac{2}{3}$ و جرم مولی ترکیب دوم برابر ۵۶ گرم بر مول

است؟ ($Na = 23, Al = 27, Br = 80, Mg = 24, O = 16, Ca = 40, S = 32, N = 14; g \cdot mol^{-1}$)

(۱) آلومینیم اکسید- کلسیم نیتريد (۲) آلومینیم اکسید- منیزیم سولفید

(۳) سدیم برمید - کلسیم نیتريد (۴) سدیم برمید- منیزیم سولفید

۱۴۰- اگر A، B، C، D و E (به ترتیب افزایش عدد اتمی از A تا E) عنصرهای متوالی از جدول تناوبی باشند و C گاز نجیب

دوره سوم باشد، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) عناصر E و D جزء دسته s جدول تناوبی محسوب می‌شوند.

(۲) A و B ترکیب مولکولی با فرمول AB_3 تشکیل می‌دهند.

(۳) اتم عنصر B در آخرین زیرلایه ظرفیت خود، پنج الکترون دارد.

(۴) A و D ترکیب یونی با فرمول DA تشکیل می‌دهند.



آزمون ۱۳ مرداد ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

دفترچه پاسخ

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
فصلنامه	ریاضی پایه و حسابان ۲	دانیال ابراهیمی-کاظم اجلالی-عباس اشرفی-امیر هوشنگ انصاری-رحمان پور رحیم-محمد سجاد پیشوایی-محمد ابراهیم توژنده جانی عادل حسینی-وحید راحتی-بابک سادات-سهیل ساسانی-علی اصغر شریفی-پویان طهرانیان-حمید علیزاده-احسان غنی زاده معین کریمی-لیلا مرادی-مهدی ملارمضانی-سروش موثینی-حامد نصیری
	هندسه	امیر حسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-علی ایمانی-محبوبه بهادری-جواد حاتمی-سید محمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش سوگند روشنی-سید محسن فاطمی-مهرداد ملوندی-سرژ یقیازاریان تبریزی
	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	محمد مهدی ابوترابی-امیر حسین ابومحبوب-جواد حاتمی-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-امیر هوشنگ خمسه-سید وحید ذوالفقاری سوگند روشنی-نیلوفر مهدوی-سروش موثینی-محمد علی نادریپور-امیر وفائی
	فیزیک	هاشم زمانیان-محمد ساکی-معصومه شریعت ناصری-مریم شیخ-موریا علاقه مند-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-محمود منصوری امیر احمد میرسعید-مجتبی نکوتیان
	شیمی	هدی بهاری پور-امیر حاتمیان-ایمان حسین نژاد-سینا رحمانی تبار-علی طرفی-امیر حسین طیبی-محمد پارسا فراهانی-علیرضا کیانی دوست امیر حسین مسلمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	حمید زرین کفش	بهنام قازانچایی
					ویراستار استاد: محمد حسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیر حسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

محمد اکبری	مدیر گروه
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری	گروه مستندسازی
فرزانه فتح اله زاده	حروف نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱ ۶۴۶۳

حسابان ۱

گزینه ۲ -۱

(ومید رافتی)

$$\begin{cases} f(x) + g(x) = 3 \\ f(x) - g(x) = 7 \end{cases} \Rightarrow 2f(x) = 10 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 5 \\ g(x) = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^2(x) - 3g(x) = 25 - 3(-2) = 31$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه ۳ -۲

(امسان غنی زاده)

با توجه به دامنه تابع f داریم:

$$D_f : ax - b \geq 0$$

$$\frac{a > 0}{D_f = [-2, +\infty)} \rightarrow x \geq \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} = -2 \Rightarrow b = -2a$$

$$2y - 2x = 9 \xrightarrow{x=0} 2y = 9 \Rightarrow y = \frac{9}{2} \Rightarrow A(0, \frac{9}{2})$$

نقطه $A(0, \frac{9}{2})$ در ضابطه f صدق می‌کند، پس داریم:

$$f(0) = \frac{9}{2} \Rightarrow 1 + \sqrt{-b} = \frac{9}{2} \Rightarrow \sqrt{-b} = \frac{7}{2} \Rightarrow b = -\frac{49}{4}$$

$$\frac{b = -2a}{-49/4} \rightarrow -49/4 = -2a \Rightarrow a = \frac{49}{8}$$

$$\Rightarrow f(x) = 1 + \sqrt{2x + \frac{49}{4}}$$

$$\Rightarrow f(a-b) = f(\frac{49}{8} - (-\frac{49}{4})) = f(\frac{49}{2}) = 1 + \sqrt{2 \times \frac{49}{2} + \frac{49}{4}} = 1 + \sqrt{49 + \frac{49}{4}} = 1 + \sqrt{\frac{205}{4}} = 1 + \frac{\sqrt{205}}{2}$$

$$\Rightarrow 1 + \sqrt{16} = 1 + 4 = 5$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

گزینه ۳ -۳

(عمید علیزاده)

برای هر ضابطه برد را حساب می‌کنیم:

$$0 < x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{x} \geq 2 \Rightarrow -\frac{1}{x} \leq -2 \Rightarrow R_1 = (-\infty, -2]$$

$$x < 0 \Rightarrow -x > 0 \Rightarrow 1 - x > 1 \Rightarrow \sqrt{1-x} > 1$$

$$\Rightarrow R_2 = (1, +\infty)$$

برد تابع f اجتماع دو بازه بالا است:

$$R_f = R_1 \cup R_2 = (-\infty, -2] \cup (1, +\infty) = \mathbb{R} - (-2, 1]$$

در نتیجه $a = -2$ و $b = 1$ و $b - a = 3$ است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

گزینه ۴ -۴

(سویل ساسانی)

$$\text{شرط تابع بودن: } (4, n-3) = (4, -1) \Rightarrow n-3 = -1 \Rightarrow n = 2$$

$$\text{شرط یک به یک بودن: } (m^2 - m, 2) = (2, 2)$$

$$\Rightarrow m^2 - m = 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases} \text{ ق ق (غیر یک به یک) } \Rightarrow \text{غ ق ق} \Rightarrow (1, 5), (-2, 5)$$

$$\Rightarrow n = 2, m = -1 \Rightarrow (m, n) = (-1, 2)$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

گزینه ۱ -۵

(عباس اشرفی)

ابتدا ضابطه تابع f را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = x^2 - 3x + 1 = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow y = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{5}{4}$$

و داریم:

$$y + \frac{5}{4} = (x - \frac{3}{2})^2 \Rightarrow \sqrt{y + \frac{5}{4}} = |x - \frac{3}{2}| \xrightarrow{x \leq \frac{3}{2}}$$

$$\sqrt{y + \frac{5}{4}} = -x + \frac{3}{2} \Rightarrow x = -\sqrt{y + \frac{5}{4}} + \frac{3}{2}$$

جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$y = -\sqrt{x + \frac{5}{4}} + \frac{3}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{x + \frac{5}{4}} + \frac{3}{2}$$

$$a = -1, b = \frac{5}{4}, c = \frac{3}{2} \Rightarrow 2a + b - c = 2(-1) + \frac{5}{4} - \frac{3}{2} = -\frac{9}{4}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۶- گزینه «۲»

(پویان طهرانیان)

حال داریم: $f(x) = \frac{2-x}{3x+5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-5x+2}{3x+1}$

$$f^{-1}(-2f^{-1}(k)) = -1 \Rightarrow -2f^{-1}(k) = f(-1) = \frac{3}{2}$$

$$-2f^{-1}(k) = \frac{3}{2} \Rightarrow f^{-1}(k) = -\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{-5k+2}{3k+1} = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow -9k - 3 = -20k + 8 \Rightarrow 11k = 11 \Rightarrow k = 1$$

$$\Rightarrow f(1) = \frac{2-1}{3(1)+5} = \frac{1}{8}$$

(مسایان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۷- گزینه «۱»

(بابک سارات)

دامنه و برد تابع f برابر \mathbb{R} است. با توجه به این موضوع که برد f

محدودیتی برای gof ایجاد نمی‌کند، بیشترین مقدار g همان بیشترین مقدار

$\text{gof}(x) = -3x^2 + 1$ است؛ یعنی $y = 1$ است. از طرفی تغییرات

$g(2x+7)$ صرفاً در مورد دامنه بوده، محدودیت برای برد ایجاد نمی‌کند و

روی بیشترین مقدار (عرض) تأثیری ندارد.

(مسایان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۸- گزینه «۴»

(مهمربسپار پیشوایی)

طبق تعریف دامنه $\text{gof}(x)$ داریم:

$$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

با توجه به دامنه f و خروجی آن، داریم:

$$\{[0,1] \in D_f \mid [1,2] \in D_g\} \rightarrow \text{قق}$$

$$\{(1,2] \in D_f \mid [0,1] \in D_g\} \rightarrow \text{غقق}$$

$$\{(2,3) \in D_f \mid (0,1) \in D_g\} \rightarrow \text{غقق}$$

$$\{[3,4] \in D_f \mid [1,2] \in D_g\} \rightarrow \text{قق}$$

بنابراین دامنه تابع gof برابر $[0,1] \cup [3,4]$ است.

(مسایان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۹- گزینه «۱»

(مهمربسپار پیشوایی)

کافی است در دو طرف تساوی زیر تابع f را اعمال کنیم.

$$f^{-1}(2x+5) = g(x+2) \xrightarrow{f} 2x+5 = f(g(x+2))$$

حال کافی است برای یافتن $(f \circ g)(3)$ مقدار $x = 1$ را قرار دهیم.

$$\xrightarrow{x=1} (f \circ g)(3) = 2(1) + 5 = 7$$

(مسایان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۱۰- گزینه «۳»

(کلاطم ایلالی)

ابتدا مقدار k و در نتیجه ضابطه f را به دست می‌آوریم:

$$f(f(1)) = -1 \Rightarrow f\left(\frac{1}{k-2}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{k-2}}{\frac{k}{k-2} - 2} = \frac{1}{k-2k+4} = -1$$

$$\Rightarrow -k + 4 = -1 \Rightarrow k = 5 \Rightarrow f(x) = \frac{x}{5x-2}$$

حال برای دامنه تابع fof داریم:

$$D_{\text{fof}} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_f\} = \left\{x \mid x \neq \frac{2}{5}, \frac{x}{5x-2} \neq \frac{2}{5}\right\}$$

$$\frac{x}{5x-2} \neq \frac{2}{5} \Rightarrow 5x \neq 10x - 4 \Rightarrow x \neq \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow D_{\text{fof}} = \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right\}$$

(مسایان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)



هندسه ۲

گزینه ۱

(افشین فاضله‌فان)

چهارضلعی‌های محاطی عبارتند از: مربع، مستطیل و ذوزنقه متساوی الساقین

چهارضلعی‌های محیطی عبارتند از: مربع، لوزی و کایت

(هندسه ۲- راپره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

گزینه ۴

(علی ایمانی)

در صورتی که دو دایره مماس درون یا متداخل باشند، داریم:

$$|OO'| \leq |R - R'| \Rightarrow |2m - 1|$$

$$\xrightarrow{m > 0} 2m - 1 \geq 1 \Rightarrow 2m \geq 2 \Rightarrow m \geq 1$$

$$\min(m) = 1 \Rightarrow \min(r) = 4$$

$$S_{\min} = \pi r^2 = \pi(4)^2 = 16\pi$$

(هندسه ۲- راپره: صفحه ۲۰)

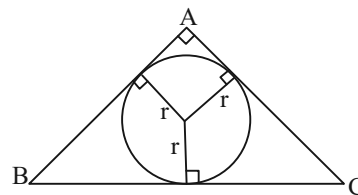
گزینه ۱

(علی ایمانی)

می‌دانیم نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی هر مثلث، مرکز دایره محاطی داخلی

آن مثلث است. بنابراین مجموع فواصل این نقطه از سه ضلع، سه برابر شعاع

دایره محاطی داخلی مثلث است.



از طرفی مثلث ABC قائم‌الزاویه است پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(\Delta)(12) = 30 \\ P &= \frac{\Delta + 12 + 13}{2} = 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{30}{15} = 2 \Rightarrow 3r = 6$$

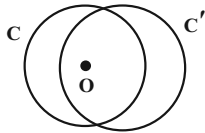
(هندسه ۲- راپره: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

گزینه ۴

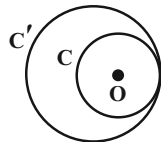
(امیرحسین ابومحبوب)

در هر یک از حالت‌های زیر، مرکز دایره C می‌تواند درون دایره C' باشد.

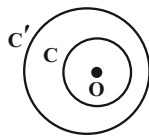
الف) متقاطع: دو دایره دو نقطه مشترک دارند.



ب) مماس داخل: دو دایره یک نقطه مشترک دارند.



پ) متداخل: دو دایره نقطه مشترک ندارند.



(هندسه ۲- راپره: صفحه ۲۰)

گزینه ۴

(امیرحسین ابومحبوب)

اگر a و b به ترتیب طول اضلاع n ضلعی منتظم محاطی و محیطی

دایره‌ای به شعاع r باشند، آن‌گاه داریم:

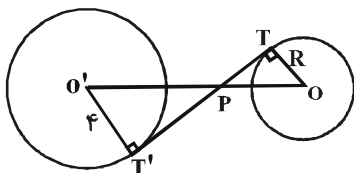
$$\left. \begin{aligned} a &= 2r \sin \frac{180^\circ}{n} \\ b &= 2r \tan \frac{180^\circ}{n} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin \frac{180^\circ}{n}}{\tan \frac{180^\circ}{n}} = \frac{\sin \frac{180^\circ}{n}}{\frac{\sin \frac{180^\circ}{n}}{\cos \frac{180^\circ}{n}}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \cos \frac{180^\circ}{n} \xrightarrow{n=6} \frac{a}{b} = \cos \frac{180^\circ}{6} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۲- راپره: صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

گزینه ۳

(سیرمسن خاظمی)

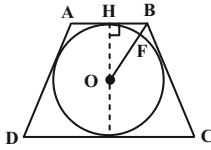




(سوکنر روشنی)

۱۹- گزینه «۲»

در دوزنقه متساوی الساقین محیط بر دایره‌ای به شعاع R داریم:



$$(2R)^2 = AB \times CD \Rightarrow 4R^2 = 4 \times 25 \Rightarrow R = 5$$

مثلث OHB قائم‌الزاویه است، پس داریم:

$$OB^2 = BH^2 + OH^2$$

$$OB^2 = (2)^2 + 5^2$$

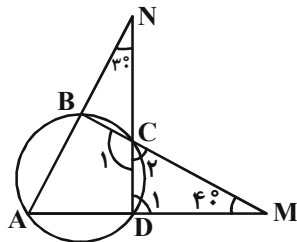
$$OB^2 = 29 \Rightarrow OB = \sqrt{29}$$

$$\Rightarrow BF = OB - R = \sqrt{29} - 5$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

(مهرداد ملونری)

۲۰- گزینه «۳»



مطابق شکل، چهارضلعی $ABCD$ محاطی است، پس:

$$\hat{A} + \hat{C}_1 = 180^\circ \quad (1)$$

$$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \quad (2) \quad \text{از طرفی } \hat{C}_2 \text{ و } \hat{C}_1 \text{ مکمل‌اند، پس:}$$

$$\hat{C}_2 = \hat{A} \quad \text{از روابط (1) و (2) نتیجه می‌شود که:}$$

$$\hat{D}_1 = \hat{A} + 3^\circ \quad \text{هم‌چنین } \hat{D}_1 \text{ زاویه خارجی مثلث AND است، پس:}$$

در مثلث CDM داریم:

$$\hat{C}_2 + \hat{D}_1 + \hat{M} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + (\hat{A} + 3^\circ) + 4^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{A} = 11^\circ \Rightarrow \hat{A} = 55^\circ$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه ۲۷)

$$\Delta OPT \sim \Delta O'PT' \Rightarrow \frac{O'P}{OP} = \frac{O'T'}{OT}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{4}{R} \Rightarrow R = 2$$

$$\text{مماس مشترک داخلی: } TT' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$= \sqrt{8^2 - (2 + 4)^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

تذکر: دقت کنید که قطعاً $R < 4$ است، چون در غیر این صورت دو دایره نمی‌توانند خارج یکدیگر باشند.

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

(فرزانه قالیباش)

۱۷- گزینه «۴»

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{10})^2 - (R + 2R)^2} = \sqrt{10 - 9R^2}$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{10})^2 - (R - 2R)^2} = \sqrt{10 - R^2}$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\sqrt{10 - R^2} = 3\sqrt{10 - 9R^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 10 - R^2 = 9(10 - 9R^2)$$

$$\Rightarrow 10 - R^2 = 90 - 81R^2$$

$$\Rightarrow 80R^2 = 80 \Rightarrow R^2 = 1 \Rightarrow R = 1$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

(فرزانه قالیباش)

۱۸- گزینه «۴»

اگر شعاع دایره محاطی داخلی را با r ، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر قاعده را با r_a و شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ساق‌ها را با r_b و r_c نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \xrightarrow{r_b=r_c} \frac{1}{15} + \frac{2}{r_b} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{r_b} = \frac{3}{10} - \frac{2}{15} = \frac{9-4}{30} = \frac{5}{30} \Rightarrow \frac{2}{r_b} = \frac{1}{6} \Rightarrow r_b = 12$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۲۹)

آمار و احتمال

گزینه «۲» - ۲۱

(سیروید زوافقاری)

$$\left. \begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ B &= \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ C &= \{2, 3, 5, 7\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow B \cup C = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$$

$$A - (B \cup C) = \{4\}$$

بنابراین مجموعه $\{4\}$ معادل پیشامد $A - (B \cup C)$ است، یعنی آن که

A اتفاق بیفتد ولی B و C هیچ کدام اتفاق نیفتند.

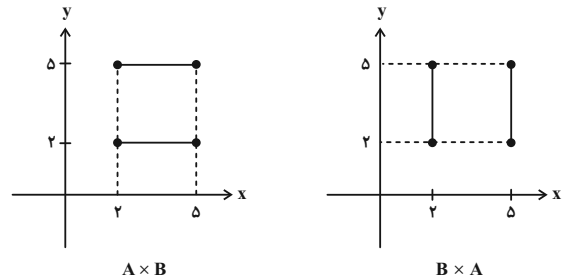
(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

گزینه «۳» - ۲۲

(سوگند روشنی)

ابتدا نمودارهای $A \times B$ و $B \times A$ را رسم می‌کنیم و سپس اجتماع آن‌ها را

بررسی می‌کنیم.



و در نهایت اجتماع دو شکل برابر محیط مربعی به ضلع ۳ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

گزینه «۴» - ۲۳

(امیرمسین ابومصوب)

چون A و B مجموعه‌هایی ناتهی هستند، لذا با توجه به فرض داریم:

$$A \times B \subseteq (A - C) \times (B \cap C) \Rightarrow \begin{cases} A \subseteq A - C & (1) \\ B \subseteq B \cap C & (2) \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} A - C \subseteq A &\xrightarrow{(1)} A - C = A \Rightarrow A \cap C = \emptyset \\ B \cap C \subseteq B &\xrightarrow{(2)} B \cap C = B \Rightarrow B \subseteq C \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

با توجه به رابطه فوق داریم:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (A \cap B) = \emptyset \times \emptyset = \emptyset$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

گزینه «۲» - ۲۴

(غرزانه فاکلش)

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) = 0/2$$

$$A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A' \Rightarrow A' \cap B' = B'$$

$$\Rightarrow P(B') = P(A' \cap B') = 0/6$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - 0/6 = 0/4$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0/4 - 0/2 = 0/2$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

گزینه «۴» - ۲۵

(امیر هوشنگ فمسه)

فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از فضای نمونه اعداد طبیعی دو رقمی

باشند که اعضای آن‌ها به ترتیب مضرب ۴ و ۶ هستند. خواسته سؤال محاسبه

احتمال پیشامد $A' \cap B'$ است. داریم:

$$n(S) = 90$$

$$n(A) = \left[\frac{99}{4} \right] - \left[\frac{9}{4} \right] = 24 - 2 = 22$$

$$n(B) = \left[\frac{99}{6} \right] - \left[\frac{9}{6} \right] = 16 - 1 = 15$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{99}{12} \right] - \left[\frac{9}{12} \right] = 8 - 0 = 8$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{22}{90} + \frac{15}{90} - \frac{8}{90} = \frac{29}{90}$$

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)']$$

$$= 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{29}{90} = \frac{61}{90}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

در نتیجه دنباله حسابی $P(a)$ ، $P(b)$ ، $P(c)$ به صورت زیر است:

$$\frac{1}{3} - d, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} + d$$

احتمال یک پیشامد همواره عددی بین صفر و یک است. پس داریم:

$$\begin{cases} \frac{1}{3} - d \geq 0 \Rightarrow d \leq \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} + d \leq 1 \Rightarrow d \leq \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow d \leq \frac{1}{3}$$

بنابراین مقدار $d = \frac{4}{9}$ قابل قبول نیست.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

(نیلوفر مهروی)

گزینه «۳» - ۲۹

$$B \subseteq A, C \subseteq A \Rightarrow B \cup C \subseteq A \Rightarrow (B \cup C) \cap A = B \cup C$$

$$B \subseteq A \Rightarrow B \cup A = A, B \cap A = B$$

$$\begin{aligned} [A \cup (A \cup B)'] \cap [(B \cup C) \cap A] &= (A \cup A') \cap (B \cup C) \\ &= U \cap (B \cup C) = B \cup C \end{aligned}$$

متمم مجموعه $(B \cup C)$ به صورت $(B' \cap C')$ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

(ممدعلی نارپور)

گزینه «۱» - ۳۰

$$(A \cap B)' \cap (A \cup B') \cap C = C$$

$$\Rightarrow [(A' \cup B') \cap (A \cup B')] \cap C = C$$

$$\Rightarrow \left[\underbrace{(A' \cap A)}_{\emptyset} \cup B' \right] \cap C = C$$

$$\Rightarrow B' \cap C = C \Rightarrow C \subseteq B'$$

$$\Rightarrow C \text{ جدا از هم هستند} \Rightarrow B \cap C = \emptyset$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

گزینه «۴» - ۲۶

(امیر وفائی)

برای دو پیشامد A و C داریم:

$$A \cup C = \{a, b, c, d\} = S \Rightarrow P(A \cup C) = P(S) = 1$$

$$A \cap C = \{c\}$$

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$

$$\Rightarrow 1 = 0/4 + 0/8 - P(c) \Rightarrow P(c) = 0/2$$

$$P(B) = P(\{a, b, d\}) = 1 - P(c) = 1 - 0/2 = 0/8$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۱)

(سوگند روشنی)

گزینه «۲» - ۲۷

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 99\}$$
 فضای نمونه

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$
 پیشامد تصادفی

اگر احتمال انتخاب هر عدد یک رقمی را با x نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$P(1) + \dots + P(9) + P(10) + \dots + P(99) = 1$$

$$\Rightarrow \underbrace{x + \dots + x}_{\text{عدد } 9} + \underbrace{2x + \dots + 2x}_{\text{عدد } 90} = 1$$

$$\Rightarrow 9x + 90(2x) = 1 \Rightarrow 189x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{189}$$

$$P(A) = 4x + 4(2x) = 12x = \frac{12}{189} = \frac{4}{63}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

(نیلوفر مهروی)

گزینه «۳» - ۲۸

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1$$

از طرفی داریم:

$$P(b) = \frac{P(a) + P(c)}{2} \Rightarrow P(a) + P(c) = 2P(b)$$

$$\Rightarrow 2P(b) + P(b) = 1 \Rightarrow 3P(b) = 1 \Rightarrow P(b) = \frac{1}{3}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow[V=10^2 V]{U=2/5 \mu J = 2/5 \times 10^{-6} J}$$

$$2/5 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} C \times 10^6 \Rightarrow C = 5 \times 10^{-12} F$$

اکنون با استفاده از رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ و با توجه به این که $A = a^2$ است، می توان نوشت:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad \kappa=10, A=a^2, \epsilon_0=10^{-11} \frac{F}{m}$$

$$d=2mm=2 \times 10^{-3} m$$

$$5 \times 10^{-12} = 10 \times 10^{-11} \frac{a^2}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow a^2 = 10^{-4} m^2$$

$$\Rightarrow a = 10^{-2} m \xrightarrow{\times 100} a = 1 cm$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

(امیرامیر میرسعید)

۳۴- گزینه «۴»

چون ظرفیت خازن ثابت و انرژی آن افزایش یافته است، با توجه به رابطه

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

، بار خازن باید افزایش یافته باشد.

$$U_2 = U_1 + 46 \xrightarrow{U = \frac{Q^2}{2C}} \frac{Q_2^2}{2C} = \frac{Q_1^2}{2C} + 46$$

$$\frac{Q_1 = 20 \mu C}{C = 3 \mu F} \rightarrow \frac{Q_1^2}{2 \times 3} = \frac{20^2}{2 \times 3} + 46$$

$$\frac{Q_2^2}{6} = \frac{400}{6} + 46 \Rightarrow Q_2^2 = 400 + 6 \times 46 = 676 \Rightarrow Q_2 = 26 \mu C$$

$$\text{درصد تغییر بار الکتریکی} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} \times 100 = \frac{26 - 20}{20} \times 100 = 30\%$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه های ۳۸ تا ۴۰)

(معصومه شریعت ناصری)

۳۵- گزینه «۱»

چون بار $+q$ از صفحه منفی جدا و به صفحه مثبت اضافه شده است، بار

خازن افزایش می یابد، بنابراین، با توجه به رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، انرژی خازن

نیز افزایش خواهد یافت. در این حالت داریم:

فیزیک ۲

۳۱- گزینه «۲»

(مریم شیخ مموم)

اگر فاصله بین دو صفحه خازن را نصف نماییم، با توجه به رابطه

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

خازن ثابت می ماند، با دو برابر شدن ظرفیت آن، با توجه به رابطه

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

به هم وصل می کنیم، نسبت به حالت قبلی، جرقه حاصل کوچک تر می شود.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

۳۲- گزینه «۱»

(مریم شیخ مموم)

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: درست؛ طبق رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، چون A و d ثابت اند، با

خارج کردن دی الکتریک بین صفحه های خازن، مقدار κ (ثابت

دی الکتریک) کم می شود (زیرا به جای آن هوا با ثابت دی الکتریک $\kappa = 1$

که کمترین مقدار است، قرار می گیرد)، لذا ظرفیت خازن کاهش می یابد.

گزینه «۲»: نادرست؛ چون خازن به باتری متصل است، V ثابت می ماند.

بنابراین طبق رابطه $Q = CV$ ، با کاهش C ، بار الکتریکی نیز کاهش

می یابد.

گزینه «۳»: نادرست؛ چون خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل بین

دو صفحه آن همواره مقدار ثابتی است.

گزینه «۴»: نادرست؛ بنابه رابطه $U = \frac{1}{2} QV$ ، چون V ثابت و Q

کاهش یافته است، لذا، انرژی خازن نیز کاهش می یابد.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

۳۳- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

برای محاسبه طول ضلع هر صفحه خازن باید از رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$

استفاده کنیم. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ ، ظرفیت

خازن را می یابیم:

$$R = \frac{V_2}{I_2} = \frac{V_1}{I_1} \Rightarrow \frac{V_1 + \Delta}{1/25 I_1} = \frac{V_1}{I_1}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1 + \Delta}{1/25} = V_1 \Rightarrow V_1 + \Delta = 1/25 V_1$$

$$\Rightarrow \Delta = 0/25 V_1 \Rightarrow V_1 = 20V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۱)

(مصطفی کیانی)

۳۹- گزینه «۴»

ابتدا مقاومت سیم را می‌یابیم:

$$V = RI \xrightarrow{V=40V, I=20A} 40 = R \times 20 \Rightarrow R = 2\Omega$$

اکنون با استفاده از رابطه زیر، مقاومت ویژه سیم را حساب می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{L=50m, R=2\Omega, A=1mm^2=1 \times 10^{-6} m^2}$$

$$2 = \rho \times \frac{50}{1 \times 10^{-6}} \Rightarrow \rho = 4 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۶)

(معصومه شریعت ناصری)

۴۰- گزینه «۲»

چون جرم سیم تغییر نمی‌کند، می‌توان نوشت:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho V_1 = \rho V_2 \Rightarrow V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho \frac{L_2}{A_2}}{\rho \frac{L_1}{A_1}} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

$$\frac{A_2 = A_1 - \frac{4}{10} A_1 = \frac{6}{10} A_1}{R_1 = 15\Omega} \rightarrow \frac{R_2}{15} = \left(\frac{A_1}{\frac{6}{10} A_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{15} = \frac{100}{36} \Rightarrow R_2 = \frac{125}{3} \Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

$$U_2 = U_1 + \Delta \Rightarrow U_2 - U_1 = \Delta \Rightarrow \frac{Q_2}{2C} - \frac{Q_1}{2C} = \Delta$$

$$\frac{Q_2 = 2\gamma + q(\mu C)}{Q_1 = 2\gamma \mu C, C = \gamma \mu F} \rightarrow \frac{(2\gamma + q)^2}{2 \times \gamma} - \frac{2\gamma^2}{2 \times \gamma} = \Delta$$

$$\Rightarrow q^2 + \Delta q = 14 \times \Delta$$

$$q^2 + \Delta q - 112 = 0 \Rightarrow (q + 56)(q - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} q = +2\mu C \\ q = -56\mu C \end{cases}$$

چون $q > 0$ است، $q = 2\mu C$ قابل قبول می‌باشد.

(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۳۶- گزینه «۳» (معصومه شریعت ناصری)

با استفاده از رابطه‌های $I = \frac{q}{t}$ و $q = ne$ داریم:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t} \Rightarrow n = \frac{It}{e} \xrightarrow{I=1nA=10^{-9}A, e=1/6 \times 10^{-19}C, t=1ms=10^{-3}s}$$

$$n = \frac{10^{-9} \times 10^{-3}}{1/6 \times 10^{-19}} = 6/25 \times 10^6 \text{ الکترون}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۳۷- گزینه «۱» (مصطفی کیانی)

ابتدا بار الکتریکی شارش شده در مدار ساعت دیواری را می‌یابیم. به همین منظور با داشتن ΔU و ΔV از رابطه $\Delta U = q \cdot \Delta V$ استفاده می‌کنیم:

$$q = \frac{\Delta U}{\Delta V} \xrightarrow{\Delta U=2/7J, \Delta V=1/5V} q = \frac{2/7}{1/5} = 1/7 C$$

اکنون با استفاده از رابطه $q = It$ ، جریان الکتریکی عبوری از مدار را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، زمان یک دور چرخش عقربه دقیقه‌شمار ساعت برابر ۶۰ دقیقه یا $t = 60 \times 60 = 3600s$ است.

$$I = \frac{q}{t} \xrightarrow{q=1/7C, t=3600s} I = \frac{1/7}{3600} = 0/5 \times 10^{-3} A$$

$$\xrightarrow{10^{-3} A = 1mA} I = 0/5 mA$$

(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۳۸- گزینه «۲» (مصطفی کیانی)

با استفاده از قانون اهم ($R = \frac{V}{I}$) و با توجه به این که $V_2 = V_1 + \Delta$

$$I_2 = I_1 + 0/25 I_1 = 1/25 I_1$$

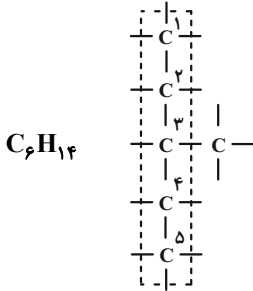
دقت کنید، مقاومت R ثابت است.

ساده‌ترین ترکیب آروماتیک بنزن C_6H_6 فرمول مولکولی }
 جرم مولی $= 78 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ←

$50 = 128 - 78 =$ اختلاف جرم مولی

(۲) درست؛ سنگین‌ترین آلکان که در دما و فشار اتاق حالت فیزیکی گازی دارد بوتان (C_4H_{10}) می‌باشد که ۱۰ اتم هیدروژن دارد.

(۳) درست؛ ۳- متیل پنتان که در کل ۶ کربن دارد که ایزومر هگزان است.



(۴) نادرست

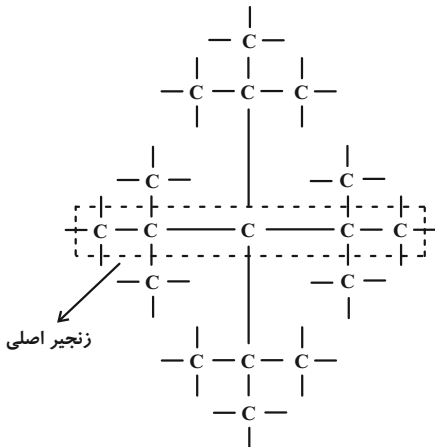
C_6H_{14} هگزین \Rightarrow پنجمین عضو خانواده آلکان }
 \Rightarrow جرم مولی $= 82 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
 C_5H_{12} پنتان \Rightarrow پنجمین عضو خانواده آلکان }
 \Rightarrow جرم مولی $= 72 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$10 = 82 - 72 =$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۶، ۳۷، ۳۸ و ۴۲)

۴۵- گزینه «۲» (امیر هاتمیان)

ابتدا زنجیر اصلی را که ۵ کربن دارد رسم می‌کنیم و به کربن‌هایی که می‌توانند شاخه فرعی داشته باشند کربن اضافه می‌کنیم. شکل و ساختار زیر به دست می‌آید که دارای ۱۷ عدد کربن می‌باشد.



(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۴۶- گزینه «۳» (ایمان حسین‌نژاد)

گاز متان به فرمول CH_4 و جرم مولی ۱۶ ساده‌ترین و اولین عضو خانواده آلکان‌ها است. بنابراین جرم مولی آلکن A که $3/5$ برابر جرم مولی متان است برابر ۵۶ گرم است.

شیمی ۲

۴۱- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

موارد (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

(الف) غلظت بیشتر گونه‌های فلزی موجود در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی، بهره‌برداری از این منابع را نوید می‌دهد.

(ت) از بازگردانی هفت قوطی فولادی انرژی لازم برای روشن نگه‌داشتن یک لامپ ۶۰ واتی به مدت ۲۵ ساعت تأمین می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۴۲- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

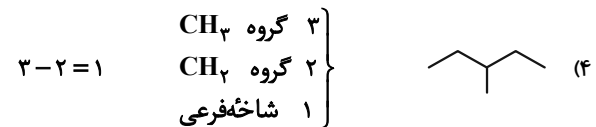
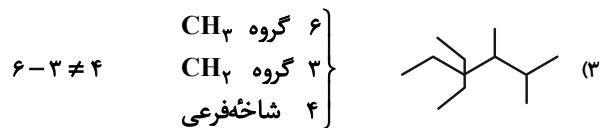
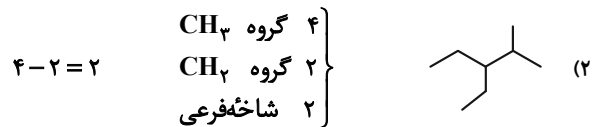
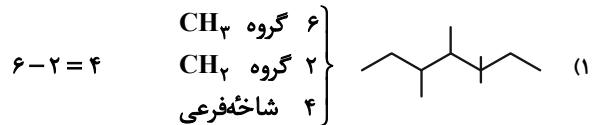
گرانروی آلکان‌ها با افزایش جرم مولی افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۴۳- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

بررسی گزینه‌ها:



(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۴۴- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) درست؛

فتالن $C_{10}H_8$ فرمول مولکولی }
 $= 128 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ جرم مولی ←

ریاضی ۱

گزینه «۴» -۵۱

(رمان پورریم)

شیب خط برابر با $\tan \alpha$ می باشد. بنابراین:

$$\tan \alpha = -3 \quad (*)$$

برای یافتن حاصل عبارت $\frac{-\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ ، صورت و مخرج را بر $\cos \alpha$

تقسیم می کنیم:

$$\frac{-\tan \alpha + 1}{1 + \tan \alpha} \stackrel{(*)}{=} \frac{-(-3) + 1}{1 + (-3)} = \frac{4}{-2} = -2$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۴۰ و ۴۱)

گزینه «۲» -۵۲

(عارل مسینی)

با توجه به رابطه $\sin x \tan x < 0$ مشخص است که $\sin x$ و $\tan x$

غیرهم علامت اند، پس یکی مثبت و دیگری منفی است. از رابطه

$\sin x - \tan x > 0$ هم نتیجه می شود که $\sin x$ از $\tan x$ بزرگ تر

است. این یعنی $\sin x > 0$ و $\tan x < 0$ است، پس انتهای کمان x در

ربع دوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۳۶ تا ۳۹)

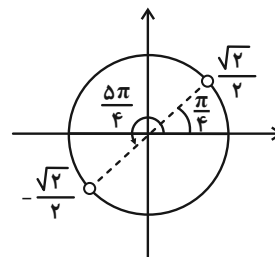
گزینه «۲» -۵۳

(معدی ملارمغانی)

با توجه به محدوده α داریم:

$$\frac{\pi}{12} < \alpha < \frac{5\pi}{12} \quad \times 3 \rightarrow \frac{\pi}{4} < 3\alpha < \frac{5\pi}{4}$$

با توجه به دایره مثلثاتی داریم:



$$-\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin 3\alpha \leq 1$$

$$\left(\sin \frac{\pi}{2} = 1\right)$$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{2m-1}{4} \leq 1 \Rightarrow \frac{1-2\sqrt{2}}{2} < m \leq \frac{5}{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۳۶ تا ۴۱)

گزینه «۲» -۵۴

(دانیال ابراهیمی)

برای نقطه A داریم:

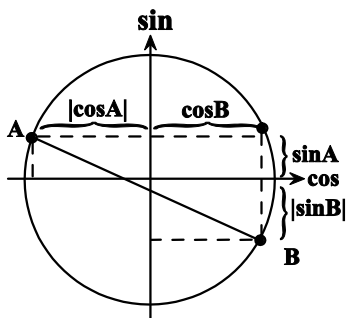
$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \xrightarrow{\sin A = \frac{1}{3}} \cos^2 A = \frac{8}{9} \Rightarrow |\cos A| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

برای نقطه B داریم:

$$\sin^2 B + \cos^2 B = 1 \xrightarrow{\cos B = \frac{\sqrt{2}}{3}} \sin^2 B = \frac{7}{9} \Rightarrow |\sin B| = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

حال با توجه به دایره مثلثاتی، طول پاره خط AB را به دست می آوریم، طبق

قضیه فیثاغورس داریم:



$$AB = \sqrt{(|\cos A| + \cos B)^2 + (\sin A - |\sin B|)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{26 + 2\sqrt{7}}}{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۳۶ تا ۴۱)

گزینه «۱» -۵۵

(حامد نصیری)

$$\frac{1}{\cos x} - \tan x = \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\cos^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{2}{5} = 0.4$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۴۲ تا ۴۶)

(ومید راحتی)

۵۹- گزینه «۳»

$$\frac{(a^2 + b^2 - ab)(a^2 + b^2 + ab) = (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2}{\text{اتحاد مزدوج}}$$

$$= a^4 + 2(ab)^2 + b^4 - (ab)^2$$

$$= a^4 + b^4 + (ab)^2 = 14 + 3\sqrt{3} + 14 - 3\sqrt{3}$$

$$+ \left(\sqrt{\frac{(14 + 3\sqrt{3})(14 - 3\sqrt{3})}{196 - 27}} \right)^2 = 28 + \sqrt{169} = 28 + 13 = 41$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارات‌های جبری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

(عادل حسینی)

۶۰- گزینه «۴»

از اتحاد موسوم به چاق و لاغر استفاده می‌کنیم:

(*)

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \Rightarrow a^2 + ab + b^2 = 2$$

حال برای محاسبه $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ کافی است مقدار ab را حساب کنیم. برای این کار $a - b = 1$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$a^2 - 2ab + b^2 = 1$$

از این معادله داریم $a^2 + b^2 = 2ab + 1$ و این تساوی را در معادله (*)

جای‌گذاری می‌کنیم:

$$3ab + 1 = 2 \Rightarrow ab = \frac{1}{3}$$

پس داریم:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارات‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

(معین کریمی)

۵۶- گزینه «۲»

ابتدا دو طرف رابطه را به توان دو می‌رسانیم:

$$\sin^2 x + 4\cos^2 x + 4\sin x \cos x = 1$$

در نتیجه اگر به جای $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ قرار دهیم رابطه زیر به دست

می‌آید:

$$3\cos^2 x + 4\sin x \cos x = 0$$

از $\cos x$ فاکتور می‌گیریم:

$$\cos x(3\cos x + 4\sin x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow \tan x : \text{تعریف نشده} \\ 3\cos x = -4\sin x \Rightarrow \tan x = \frac{-3}{4} \end{cases}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

(علی اصغر شریفی)

۵۷- گزینه «۳»

$$A = (5^{-2})^{\frac{7}{16}} = 5^{\frac{7}{8}}$$

$$(5A)^{\frac{4}{15}} = (5 \times 5^{\frac{7}{8}})^{\frac{4}{15}} = (5^{\frac{15}{8}})^{\frac{4}{15}} = 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارات‌های جبری: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(امیرحوشنگ انصاری)

۵۸- گزینه «۲»

$$(a^2 - 2ab + 4b^2) + (4a^2 - 4a + 1) = 0$$

$$(a - 2b)^2 + (2a - 1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a - 2b = 0 \Rightarrow a = 2b \\ 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین: $a = \frac{1}{2}$ و $b = \frac{1}{4}$ است.

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارات‌های جبری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)



فیزیک ۱

گزینه ۳

(معمد ساگی)

بررسی موارد نادرست:

ب) شیشه جامد بی شکل است.

پ) مولکول‌های مایع نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به صورت نامنظم و نزدیک به یکدیگر قرار گرفته‌اند.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

گزینه ۲

(معمد ساگی)

در حالت طبیعی نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و مولکول‌های شیشه بیشتر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است. پس آب درون لوله‌های مویین بالا می‌رود و می‌دانیم هر چه قطر لوله مویین کمتر باشد، ارتفاع ستون آب در آن بیشتر است. از طرفی به دلیل چرب بودن سطح خارجی لوله‌های مویین و سطح داخلی ظرف، نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و مولکول‌های شیشه، کمتر از نیروی هم‌چسبی بین خود مولکول‌های آب می‌باشد. در نتیجه آب سطح شیشه‌های چرب شده را خیس نمی‌کند و آب در مجاور سطوح خارجی لوله‌ها و سطح داخلی ظرف پایین می‌آید. با این توضیحات نحوه قرارگیری آب داخل ظرف و لوله‌های مویین در گزینه «۲» به درستی نشان داده شده است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

گزینه ۱

(مصطفی کیانی)

ابتدا فشار ناشی از آب را برحسب سانتی‌متر جیوه می‌یابیم و سپس مشخص می‌کنیم، چه عمقی از آب، چنین فشاری را ایجاد می‌کند.

$$\text{فشار آب} + \text{فشار هوا} = \text{فشار کل} \Rightarrow 70 \text{ cmHg} + P_{\text{آب}} = 120 \text{ cmHg}$$

$$P_{\text{آب}} = 120 - 70 = 50 \text{ cmHg}$$

می‌بینیم فشار ناشی از آب برابر ۵۰ cmHg است. یعنی فشار آب معادل فشار ستونی از جیوه به ارتفاع ۵۰ cm است. اکنون مشخص می‌کنیم فشار ستونی از جیوه به ارتفاع ۵۰ cm، معادل فشار چند سانتی‌متر آب می‌شود.

$$P_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 50 \text{ cmHg} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} h_{\text{آب}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} h_{\text{جیوه}}$$

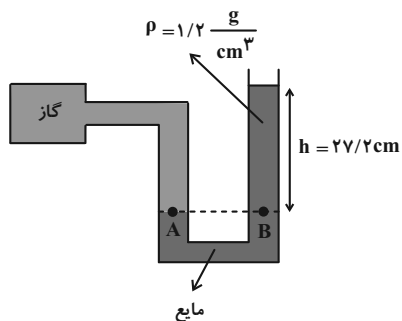
$$h_{\text{آب}} = 680 \text{ cm} = 6.8 \text{ m}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

گزینه ۴

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز درون مخزن و فشار هوا است. بنابراین، با توجه به شکل زیر، فشار پیمانه‌ای برابر $P_g = P_{\text{آب}} - P_0 = \rho g h$ است. با توجه به این که فشار پیمانه‌ای را برحسب سانتی‌متر جیوه خواسته است، کافی است، مشخص کنیم فشار ستونی از مایع به ارتفاع ۲۷/۲ cm معادل فشار چند سانتی‌متر از جیوه است.



$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = (\rho' h)_{\text{مایع}} \Rightarrow 13.6 \text{ cmHg} \times h_{\text{جیوه}} = \left(\frac{1}{2} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 27 \text{ cm} \right)$$

$$h_{\text{جیوه}} = \frac{13.6 \times 27}{2 \times 13.6} = 13.5 \text{ cm}$$

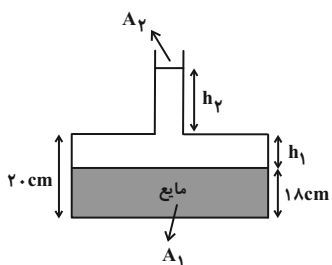
بنابراین فشار ۲۷/۲ cm از مایع، معادل فشار ۲/۴ cm جیوه است. یعنی فشار پیمانه‌ای برابر $P_g = 2/4 \text{ cmHg}$ می‌باشد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

گزینه ۳

(معمود منصوری)

مطابق شکل، در ابتدا حجم قسمت خالی قسمت پایین ظرف را می‌یابیم تا محاسبه کنیم که چقدر از ۱۲ cm^۳ آب اضافه شده در قسمت باریک لوله قرار می‌گیرد تا ارتفاع ستون آب در لوله باریک را محاسبه کنیم. بنابراین:



$$h_1 = 20 - 18 = 2 \text{ cm}$$

$$V_1 = A_1 h_1 \Rightarrow V_1 = 4 \times 2 = 8 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = V_{\text{کل آب}} - V_1 = 12 - 8 = 4 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = A_2 h_2 \Rightarrow 4 = 0.5 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 8 \text{ cm}$$

اکنون تغییر فشار ناشی از آب را محاسبه می‌کنیم و سرانجام نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب را محاسبه می‌کنیم.

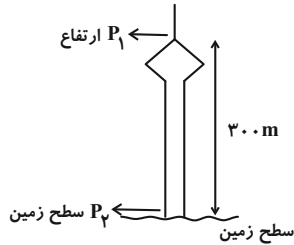
$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta P = \rho g (h_1 + h_2)$$



(معمود منتهی)

۶۸- گزینه «۱»

ابتدا این اختلاف فشار را بر حسب Pa به دست می آوریم؛ (دقت کنید که در این ارتفاع، تغییرات چگالی بسیار ناچیز است.)



$$P_2 = 74 \text{ cmHg}$$

$$P_2 = P_1 + \rho gh \Rightarrow P_2 - P_1 = \rho gh$$

$$\Delta P = \rho_{\text{هوای}} gh = 0 / 85 \times 10 \times 300 = 2550 \text{ Pa}$$

حال اختلاف فشار را بر حسب cmHg محاسبه می کنیم:

$$\Delta P = \rho_{\text{جیوه}} gh \quad \begin{matrix} \Delta P = 2550 \text{ Pa} , \rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \end{matrix}$$

$$2550 = 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 1 / 87 \text{ cm}$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 \quad \begin{matrix} \Delta P = 1 / 87 \text{ cmHg} \\ P_2 = 74 \text{ cmHg} \end{matrix} \Rightarrow 1 / 87 = 74 - P_1$$

$$\Rightarrow P_1 = 72 / 13 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

(هاشم زمانیان)

۶۹- گزینه «۳»

با مقایسه طول بردارهای نیروی شناوری و نیروی وزن، وضعیت هر جسم را مشخص می کنیم.

A: طول دو بردار با یکدیگر برابر است و جسم نیز روی سطح مایع شناور است، پس این جسم روی سطح مایع شناور می ماند.

B: طول بردار نیروی شناوری بزرگتر از طول بردار نیروی وزن است، لذا نیروی خالص رو به بالا بر جسم وارد می شود و در نتیجه جسم به طرف بالا حرکت می کند.

C: طول دو بردار با یکدیگر برابر است، لذا جسم C داخل مایع غوطه ور می ماند.

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۴۰ تا ۴۳)

(ممد ساسی)

۷۰- گزینه «۱»

طبق متن کتاب درسی، اصل برنولی برای همه شاره ها شامل مایع ها و گازها، به شرط تراکم ناپذیر بودن آن ها برقرار است.

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۴۳ تا ۴۷)

$$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \rightarrow h_1 = 2 \times 10^{-2} \text{ m}, h_2 = 8 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta P = 1000 \times 10 \times (2 + 8) \times 10^{-2} = 1000 \text{ Pa}$$

$$\Delta F = \Delta P \times A_1 \quad \begin{matrix} \Delta P = 1000 \text{ Pa} \\ A_1 = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \end{matrix}$$

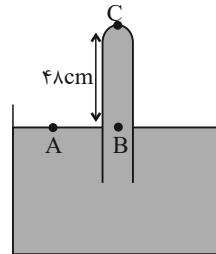
$$\Delta F = 1000 \times 4 \times 10^{-4} = 0 / 4 \text{ N}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

(مجتبی نگوئیان)

۶۶- گزینه «۳»

با توجه به اینکه در مایعات ساکن، فشار در نقاط هم تراز برابر است، داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_{\text{جیوه}} + P_C$$

$$\Rightarrow P_C = P_0 - P_{\text{جیوه}}$$

بنابراین فشار وارد بر ته لوله در دو حالت زیر به دست می آید:

$$P_{C_1} = P_0 - 48 \text{ (cmHg)} \text{ و } P_{C_2} = P_0 - 45 / 6 \text{ (cmHg)}$$

طبق رابطه $F = PA$ و با توجه به ثابت بودن قطر مقطع لوله (A)، برای اینکه نیروی وارد بر ته لوله ۱۰ درصد افزایش یابد، باید فشار بر ته لوله ۱۰ درصد افزایش یابد، یعنی:

$$P_{C_2} = 1 / 10 P_{C_1} \Rightarrow P_0 - 45 / 6 = 1 / 10 (P_0 - 48)$$

$$\Rightarrow 0 / 10 P_0 = 1 / 10 \times 48 - 45 / 6 \Rightarrow P_0 = 72 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

(معمود منتهی)

۶۷- گزینه «۴»

هر کدام از مایعات ته نشین تر باشد، چگالی آن بیشتر است. بنابراین:

$$\rho_1 > \rho_3 > \rho_2$$

همچنین برای فشار ($P = \rho gh$) هر چقدر که ارتفاع از سطح بیشتر باشد، فشار نیز بیشتر خواهد بود، از طرفی ارتفاع نقطه A و B از سطح یکسان است، ولی چون چگالی مایع (ρ_3) بیشتر از چگالی مایع (ρ_2) است، بنابراین فشار در نقطه B بیشتر از فشار در نقطه A است. بنابراین:

$$P_A < P_B$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

حسابان ۲

گزینه ۳» ۷۱-

(عادل حسینی)

$$y = f(x) \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } y]{x \rightarrow -x} y = f(-x)$$

$$\xrightarrow[\text{یک واحد به راست}]{x \rightarrow x-1} g(x) = f(-(x-1)) = f(1-x)$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

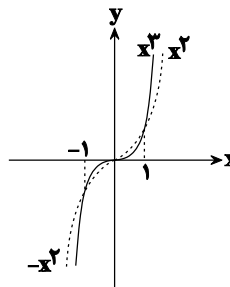
گزینه ۲» ۷۲-

(سپید ساسانی)

می‌دانیم تابع $g(x) = x|x|$ به فرم زیر به شکل دو ضابطه‌ای نوشته می‌شود.

$$g(x) = x|x| = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ -x^2 & ; x < 0 \end{cases}$$

حال با رسم دو تابع داریم:



نمودار تابع f در مجموعه $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ بالای نمودار تابع g قرار می‌گیرد.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

گزینه ۳» ۷۳-

(سپید ساسانی)

از روی شکل معلوم است که ضابطه تابع به فرم $f(x) = -(x+2)^3 + 8$

می‌باشد. بعد از ساده‌سازی داریم:

$$-(x^3 + 6x^2 + 12x + 8) + 8 = -x^3 - 6x^2 - 12x$$

حال با فاکتورگیری از $-x$ عبارت را به فرم صورت سؤال درمی‌آوریم:

$$-x(x^2 + 6x + 12) = (0-x)(x^2 + 6x + 12)$$

و از مساوی قرار دادن عبارت اخیر و ضابطه سؤال:

$$k = 0, m = 6, n = 12 \Rightarrow \frac{k+n}{m} = \frac{0+12}{6} = 2$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(ناظم ایملی)

گزینه ۳» ۷۴-

ابتدا ضابطه تابع وارون را پیدا می‌کنیم.

$$y = k - \sqrt[3]{x-k} \Rightarrow \sqrt[3]{x-k} = k - y \Rightarrow x - k = (k - y)^3$$

$$\Rightarrow x = k - (y - k)^3 \Rightarrow f^{-1}(x) = k - (x - k)^3$$

اکنون باید معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ را حل کنیم تا طول نقاط مشترک

نمودار تابع f با نمودار تابع f^{-1} به دست آید:

$$k - \sqrt[3]{x-k} = k - (x-k)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{x-k} = (x-k)^3$$

$$\Rightarrow (x-k) = (x-k)^9 \Rightarrow (x-k)((x-k)^8 - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x - k = 0 \Rightarrow x = k \\ (x - k)^8 = 1 \Rightarrow x - k = \pm 1 \Rightarrow x = k + 1, x = k - 1 \end{cases}$$

بنابراین این نمودارها سه نقطه مشترک به طول‌های k , $k-1$ و $k+1$

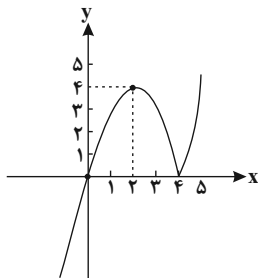
دارند که مجموع آن‌ها برابر $3k$ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(یللا مرادی)

گزینه ۴» ۷۵-

ابتدا قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم و تابع را رسم می‌کنیم:





(عادل حسینی)

۷۸- گزینه «۲»

تابع $f + g$ اکیداً نزولی است. پس تابع $-2f - 2g = -2(f + g)$ اکیداً صعودی است. حال اگر دو تابع اکیداً صعودی $-2f - 2g$ و $2f - 3g$ را با هم جمع کنیم، تابع $5g$ به دست می‌آید که همچنان اکیداً صعودی است، پس تابع g اکیداً نزولی است. حال چون g و $f + g$ اکیداً نزولی است، در مورد وضعیت یکنوایی تابع f نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(سروش موثینی)

۷۹- گزینه «۳»

با فرض $f(x) = ax + b$ داریم:

$$(f \circ f)(x) = a(ax + b) + b = a^2x + ab + b$$

$$y = a^2x + ab + b \xrightarrow[\text{ضریب ۴}]{\text{انبساط با ۴}} y = a^2 \left(\frac{x}{4}\right) + ab + b$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به پایین ۵}} y = \frac{a^2}{4}x + ab + b - 5 = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ab + b - 5 = 0 \\ \frac{a^2}{4} = 1 \end{cases}$$

حال چون f نزولی است، داریم:

$$\begin{cases} a = -2 \\ -b - 5 = 0 \Rightarrow b = -5 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -2x - 5$$

$$\Rightarrow f(1) = -7$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(مهمبر ابراهیم توزنده‌جانی)

۸۰- گزینه «۱»

تابع $g(x) = -x^3$ تابعی اکیداً نزولی است. بنابراین داریم:

$$g(x^2) - g(3x - 2) \geq 0 \Rightarrow g(x^2) \geq g(3x - 2) \Rightarrow x^2 \leq 3x - 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 2) \leq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2$$

$$\Rightarrow b - a = 2 - 1 = 1$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

$$y = x|x - 4| = \begin{cases} x^2 - 4x & ; x \geq 4 \\ -x^2 + 4x & ; x < 4 \end{cases}$$

تابع در بازه $[2, 4]$ و هر زیرمجموعه‌ای از آن نزولی است، بنابراین

$$\text{Max}(b - a) = 4 - 2 = 2$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(عباس اشرفی)

۷۶- گزینه «۴»

ضابطه تابع را ساده می‌کنیم.

$$f(x) = (k^2 - 4)((-x^3 + 3x^2 - 3x + 1) + k - 1)$$

$$= (k^2 - 4)(-x^3 + 3x^2 - 3x - 1) + k - 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (k^2 - 4)(-x - 1)^3 + k - 1$$

تابع $y = -(x - 1)^3 + k - 1$ اکیداً نزولی است و اگر $k^2 - 4 \leq 0$ باشد

تابع $f(x)$ صعودی می‌شود:

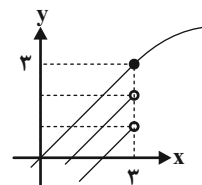
$$k^2 - 4 \leq 0 \Rightarrow k^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq k \leq 2 \Rightarrow k = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

به‌ازای پنج مقدار صحیح، تابع f می‌تواند تابعی صعودی باشد.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(وفیر رافتی)

۷۷- گزینه «۲»



در رسم تابع f ، جایگاه نقطه توخالی $(3, 15 - m)$ معلوم نیست. برای آن

که تابع صعودی شود (طبق نمودار)، کافی است شرط زیر برقرار باشد:

$$15 - m \leq f(3) = 3 \Rightarrow \boxed{m \geq 12}$$

پس در محدوده m ، ۱۱ عدد طبیعی قرار ندارد.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)



هندسه ۳

گزینه «۴» -۸۱

(افشین فاضله‌فان)

مطابق تمرینات ۳ و ۴ صفحه ۲۰ و کار در کلاس صفحه ۱۸ کتاب هندسه

(۳) برای گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) مثال نقض وجود دارد.

گزینه «۴»: از ویژگیهای ضرب ماتریسها بوده (توزیع پذیری ضرب نسبت به

جمع ماتریسها) و مثال نقض ندارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

گزینه «۳» -۸۲

(علی ایمانی)

در جمع و تفریق ماتریسها، ماتریسها حتماً هم‌مرتبه هستند و حاصل نیز

ماتریسی هم‌مرتبه با ماتریسهای اولیه است.

$$\left. \begin{array}{l} m = p = 2 \\ n = q = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow m + n + p + q = 12$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

گزینه «۳» -۸۳

(افشین فاضله‌فان)

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & a-1 \\ 3b & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a-1 & 2a-6 \\ 3b+3 & 2-6b \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a-6=0 \Rightarrow a=3 \\ 3b+3=0 \Rightarrow b=-1 \end{cases} \Rightarrow a+b=2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها مشابه تمرین ۶: صفحه ۲۱)

گزینه «۲» -۸۴

(سیدمحمدرضا حسینی فرزند)

ماتریس B^2 را به دست می‌آوریم:

$$B^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

پس $B^2 = I$ بوده که در ضرب ماتریسها خاصیت جابه‌جایی دارد، یعنی:

$$AB^2 = B^2A = A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه «۴» -۸۵

(پوژا ماتی)

طبق تعریف ماتریس A داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 0 & 8 & 14 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

برای به دست آوردن درایه‌های قطر اصلی ماتریس A^2 ، کافی است سطرiام A را در ستون i ام آن ضرب کنیم ($1 \leq i \leq 3$). داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 0 & 8 & 14 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 0 & 8 & 14 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & & \\ & 64 & \\ & & 324 \end{bmatrix}$$

$$A^2 \text{ قطر اصلی} = 4 + 64 + 324 = 392$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۱، ۱۳ و ۱۷ تا ۲۰)

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 3I$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(امیرمسین ابومحبوب)

گزینه «۴» -۸۹

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -15 & 10 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = mA + nI \Rightarrow \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -15 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 2m \\ -3m & 4m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} m+n & 2m \\ -3m & 4m+n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -15 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m = 10 \Rightarrow m = 5 \\ m+n = -5 \Rightarrow 5+n = -5 \Rightarrow n = -10 \end{cases}$$

$$m - n = 5 - (-10) = 15$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(امیرمسین ابومحبوب)

گزینه «۱» -۹۰

دو ماتریس مربعی A و B تعویض پذیر هستند، هرگاه $AB = BA$ باشد، بنابراین داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ a & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -6+4b \\ 2a-3 & -2a+3b \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ a & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6-2a & 2 \\ -3+ab & -4+3b \end{bmatrix}$$

$$AB = BA \Rightarrow \begin{cases} 6-2a = 2 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \\ -6+4b = 2 \Rightarrow 4b = 8 \Rightarrow b = 2 \end{cases}$$

$$a + b = 2 + 2 = 4$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(سوکندر روشنی)

گزینه «۲» -۸۶

طبق تعریف ماتریس A داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2m & 0 & 0 \\ -1 & 2m & 3 \\ -2 & 1 & 2m \end{bmatrix}$$

$$A \text{ مجموع درایه‌های } A = 6m + 1 = 13 \Rightarrow 6m = 12 \Rightarrow m = 2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

(سوکندر روشنی)

گزینه «۱» -۸۷

ابتدا ماتریس A^2 را به دست می‌آوریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

از رابطه $A^2 = A$ به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که به ازای هر عدد

طبیعی n ، $A^n = A$ است، پس داریم:

$$A^{1402} = A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(امیرمسین ابومحبوب)

گزینه «۳» -۸۸

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$AB - C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$



ریاضیات گسسته

گزینه «۲» - ۹۱

(نیلوفر مهدوی)

نکته: میانگین پنج عدد طبیعی و متوالی همان عدد وسطی است.

پس میانگین اعداد a_1, a_2, \dots, a_5 برابر a_3 است و در نتیجه a_3 عددی

فرد است. به همین ترتیب a_1 و a_5 اعدادی فرد و a_2 و a_4 اعدادی زوج

هستند. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) زوج = فرد + فرد = $5a_1 + 7a_5$

۲) فرد = فرد + زوج = $2a_2 + a_5$

۳) زوج = زوج + زوج = $4a_2 + 2a_4$

۴) زوج = زوج + زوج = $a_2 + 6a_3$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۵ و ۸)

گزینه «۳» - ۹۲

(افشین فاضله‌شان)

اگر $0 < a < 1$ و $a \in \mathbb{R}$ می‌توان نتیجه گرفت که $0 < a^2 < 1$ اما از

رابطه $0 < a^2 < 1$ نتیجه می‌شود $0 < a < 1$ یا $-1 < a < 0$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

گزینه «۲» - ۹۳

(امیرمسین ابومصوب)

طبق اثبات به روش بازگشتی داریم:

$$x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2 - 2z$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (z^2 + 2z + 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)^2 + (z + 1)^2 \geq 0$$

رابطه اخیر بدیهی است و تمامی روابط برگشت پذیر هستند، پس حکم ثابت

می‌شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

گزینه «۴» - ۹۴

(امیرمسین ابومصوب)

$$a \mid m + 7 \xrightarrow{\times 3} a \mid 3m + 21 \left. \begin{array}{l} \text{تفاضل} \\ a \mid 3m + 1 \end{array} \right\} \rightarrow a \mid 20$$

$$\xrightarrow{a > 0} a = 1, 2, 4, 5, 10, 20$$

پس ۶ مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

گزینه «۱» - ۹۵

(غرزانه فکاپاش)

باقی‌مانده تقسیم مربع هر عدد صحیح فرد بر ۸، برابر ۱ است، زیرا داریم:

$$a = 2k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow a^2 = 4k^2 + 4k + 1$$

$$= 4 \underbrace{k(k+1)} + 1 = 4 \times 2q + 1 = 8q + 1$$

دو عدد صحیح متوالی

بنابراین برای دو عدد صحیح و فرد a و b داریم:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + 5 &= 8q + 1 + 8q' + 1 + 5 \\ &= 8(\underbrace{q + q'}_q) + 7 \Rightarrow r = 7 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۹۶ - گزینه «۴»

(فرزانه فالکپاش)

با توجه به قضیه تقسیم داریم:

$$\begin{aligned} a &= 4q + 3 \xrightarrow{\times 5} 5a = 20q + 15 \\ a &= 5q' + 4 \xrightarrow{\times 4} 4a = 20q' + 16 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow$$

$$a = 20(q - q') - 1 = 20(q - q') - 20 + 20 - 1$$

$$= 20(\underbrace{q - q' - 1}_q) + 19$$

پس باقی‌مانده تقسیم a بر 20 ، برابر 19 است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۹۷ - گزینه «۳»

(پوادر ماتمی)

اگر قضیه تقسیم را به صورت $a = 17q + 9$ ($q \in \mathbb{Z}$) بنویسیم، آنگاه داریم:

$$a + 50 = 17q + 59 = 17q + 51 + 8 = 17(q + 3) + 8$$

بنابراین خارج قسمت تقسیم 3 واحد افزایش یافته و باقی‌مانده آن به اندازه

$$9 - 8 = 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۹۸ - گزینه «۲»

(امیرحسین ابومفیوب)

برای اعداد طبیعی a ، b و c ، طبق فرض سؤال داریم:

$$a \mid b \xrightarrow{\times c} ac \mid bc \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow b^2 \mid bc \xrightarrow{+b} b \mid c$$

اعداد $a = 1$ ، $b = 2$ ، $c = 8$ مثال نقضی برای نادرستی سه گزینه دیگر هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۹۹ - گزینه «۴»

(سروش موئینی)

$$\left. \begin{array}{l} x + 3 \mid 4x - 1 \\ x + 3 \mid 4x + 12 \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow x + 3 \mid 13 \Rightarrow x + 3 = 13 \text{ یا } 1 \text{ یا } -1 \text{ یا } -13$$

بنابراین تنها مقدار طبیعی ممکن برای x ، عدد 10 است و $A = (10, 3)$

تنها نقطه با مختصات طبیعی روی نمودار این تابع است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۰۰ - گزینه «۴»

(مهم‌مهری اپوتراپی)

$$\left. \begin{array}{l} d \mid n^2 - 4n \xrightarrow{\times 5} d \mid 5n^2 - 20n \\ d \mid 5n + 6 \xrightarrow{\times n} d \mid 5n^2 + 6n \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow d \mid 26n$$

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 26n \xrightarrow{\times 5} d \mid 130n \\ d \mid 5n + 6 \xrightarrow{\times 26} d \mid 130n + 156 \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow d \mid 156$$

$$\Rightarrow d \mid 2^2 \times 3 \times 13$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای d به شرط آنکه عدد اول باشد، برابر

13 است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۴)



فیزیک ۳

گزینه ۱-۱

(پهرا علاقه مند)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ در لحظه t_1 سرعت صفر است.

ب) درست؛ در بازه زمانی صفر تا t_1 شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است، بنابراین، سرعت نیز در حال کاهش می باشد، لذا حرکت کندشونده خواهد بود.

پ) نادرست؛ متحرک در خلاف جهت محور X حرکت می کند. زیرا سرعت (شیب خط مماس بر نمودار) منفی می باشد.

ت) نادرست؛ در بازه زمانی t_4 تا t_5 متحرک ساکن است، لذا، سرعت آن صفر می باشد.

بنابراین، یک عبارت درست است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۷ تا ۱۰)

گزینه ۱-۲

(غلامرضا ممینی)

حل: ابتدا به کمک رابطه مربوط به محاسبه شتاب متوسط $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ را می یابیم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \vec{a}_{av} = -1.0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow -1.0 \vec{i} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_0}{1.0 - 0}$$

$$\vec{v}_1 - \vec{v}_0 = -1.0 \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \quad (1)$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \vec{a}_{av} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow -4 \vec{i} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_0}{2.0 - 0}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_2 - \vec{v}_0 = -8.0 \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \quad (2)$$

از تفریق رابطه های (۱) و (۲) داریم:

$$\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = -8.0 \vec{i} - (-1.0 \vec{i}) = -7.0 \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

بنابراین، شتاب متوسط در ۱.۰ ثانیه دوم برابر است با:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{2.0 - 1.0} = \frac{-7.0 \vec{i}}{1.0} = -7 \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \Rightarrow |\vec{a}_{av}| = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه ۱-۳

(معصومه شریعت ناصری)

در بازه زمانی صفر تا ۳s، نمودار بالای محور زمان قرار دارد و در نتیجه $v > 0$ و متحرک در جهت محور X در حال حرکت است و در بازه زمانی ۳s تا ۱۵s که نمودار زیر محور زمان قرار دارد، سرعت منفی بوده، در نتیجه متحرک در خلاف جهت محور X در حرکت است. بنابراین داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av}(0, 3s) = \frac{0 - 12}{3} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

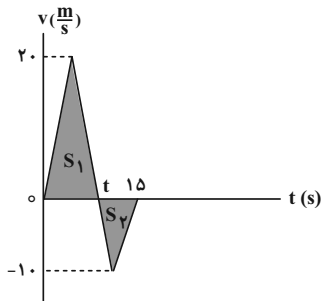
$$a'_{av}(3s, 15s) = \frac{-3 - 0}{15 - 3} = -\frac{1}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\frac{|a'_{av}|}{|a_{av}|} = \frac{\left| -\frac{1}{4} \right|}{|-4|} = \frac{\frac{1}{4}}{4} = \frac{1}{16}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه ۱-۴

(علیرضا کونه)



$$l_1 = S_1 = \frac{2.0 \cdot t}{2} = 1.0 \cdot t$$

$$l_2 = S_2 = \frac{(15-t)(1.0)}{2} = 0.5(15-t)$$

اکنون با استفاده از رابطه $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ ، تندی متوسط متحرک را در بازه

زمانی (صفر تا t) و (t تا ۱۵s) به دست می آوریم:

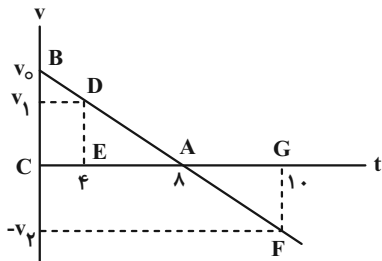
$$\left\{ \begin{aligned} s_{av_1} &= \frac{l_1}{\Delta t_1} = \frac{1.0 \cdot t}{t} = 1.0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ s_{av_2} &= \frac{l_2}{\Delta t_2} = \frac{0.5(15-t)}{(15-t)} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{s_{av_1}}{s_{av_2}} = \frac{1.0}{0.5} = 2$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۲، ۳ و ۱۳ تا ۱۵)

گزینه ۱-۵

(امیرامیر میرسعید)

یکی از روش های حل تست های نمودار مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست رسم نمودار $v-t$ آن است. با توجه به نمودار $x-t$ ، $v_0 > 0$ و $a < 0$ است و در لحظه $t = 8s$ سرعت صفر شده است. بنابراین، نمودار $v-t$ را رسم نموده و با استفاده از تشابه دو مثلث ABC و ADE داریم:



$$\frac{v_0}{v_1} = \frac{8}{4} \Rightarrow v_1 = \frac{1}{2} v_0$$

برای محاسبه v_2 با استفاده از تشابه های ABC و AFG داریم:

$$\frac{v_0}{v_2} = \frac{8}{2} \Rightarrow v_2 = \frac{1}{4} v_0$$

در مدت ۲۰s، متحرک B به اندازه $\Delta x_B = 480 - 80 = 400 \text{ m}$ طی می‌کند. بنابراین، تندی این متحرک برابر است با:

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{400 \text{ m}}{20 \text{ s}} \Rightarrow v_B = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

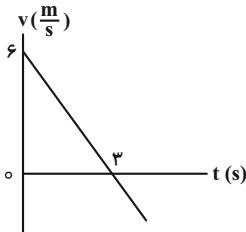
(مصطفی کیانی)

۱۰۹- گزینه «۳»

ابتدا معادله سرعت- زمان متحرک را می‌یابیم و سپس نمودار سرعت- زمان آن را رسم می‌کنیم.

$$x = -t^2 + 6t - 12 \Rightarrow \begin{cases} v_0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \frac{1}{2}a = -1 \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 6 \xrightarrow{v=0} 0 = -2t + 6 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$



می‌بینیم، در بازه زمانی صفر تا ۳s حرکت متحرک کندشونده است. در این بازه زمانی سرعت متوسط برابر است با:

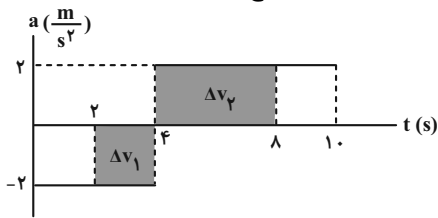
$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{0 + 6}{2} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مریم شیخ‌ممو)

۱۱۰- گزینه «۲»

می‌دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار $a-t$ و محور t برابر Δv است. بنابراین، با محاسبه این سطح به صورت زیر شتاب متوسط را می‌یابیم:



$$\Delta v_1 = (4 - 2) \times (-2) = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta v_2 = (8 - 4) \times 2 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta v_{(2s, 8s)} = \Delta v_1 + \Delta v_2 = -4 + 8 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v_{2s, 8s}}{\Delta t} = \frac{4}{8 - 2} = \frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

در آخر داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{1}{4}v_0}{\frac{1}{2}v_0} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۰۶- گزینه «۱»

(معصومه شریعت‌ناصیری)

چون در لحظه $t = 0$ شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر صفر است، لذا سرعت در این لحظه صفر می‌باشد ($v_0 = 0$). بنابراین ابتدا با استفاده از

$$\text{رابطه } \Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t, \text{ سرعت در لحظه } t = \Delta s \text{ را می‌یابیم:}$$

$$\Delta x = \frac{v_{\Delta s} + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow (-15 - 0) = \frac{v_{\Delta s} + 0}{2} \times (\Delta s - 0)$$

$$\Rightarrow v_{\Delta s} = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون شتاب متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow -8 = a \times \Delta s + 0 \Rightarrow a = -\frac{8}{\Delta s} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در آخر داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \xrightarrow{x_0 = \Delta m, x = 0}$$

$$v^2 = 0 + 2 \times \left(-\frac{8}{\Delta s}\right) \times (0 - \Delta s) \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow v = \pm 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مصطفی کیانی)

۱۰۷- گزینه «۲»

چون سرعت ثابت است، با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت، سرعت متحرک را می‌یابیم:

$$\Delta x - \Delta x' = -120 \xrightarrow{\Delta x = v \Delta t} v \Delta t - v \Delta t' = -120$$

$$\xrightarrow{\Delta t = 2s, \Delta t' = 15s} v \times 2 - v \times 15 = -120$$

$$-12v = -120 \Rightarrow v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(مریم شیخ‌ممو)

۱۰۸- گزینه «۴»

می‌دانیم بیشترین فاصله دو متحرک در لحظه‌ای است که متحرک A به مقصد برسد. بنابراین، ابتدا مدت زمان حرکت متحرک A، تا لحظه‌ای که به مقصد برسد را می‌یابیم. چون سرعت ثابت است، داریم:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{480 \text{ m}}{24} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \Delta t = 20 \text{ s}$$

شیمی ۲

گزینه ۴» ۱۱۱-

(امیر هاتمیان)

امید به زندگی در شهرهای مختلف یک کشور با هم متفاوت است. زیرا این شاخص به عوامل مختلفی بستگی دارد و در کل شاخص امید به زندگی در مناطق توسعه یافته و برخوردار در مقایسه با مناطق کمبرخوردار بیشتر است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه ۳» ۱۱۲-

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ث) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) فرمول اوره به صورت $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ است.جرم مولی اوره $= 60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 12 + 16 + 2(14) + 4(1)$ درصد جرمی نیتروژن: $\frac{28}{60} \times 100$ درصد جرمی اکسیژن: $\frac{16}{60} \times 100$

$$\frac{\text{درصد جرمی N}}{\text{درصد جرمی O}} = \frac{\frac{28}{60} \times 100}{\frac{16}{60} \times 100} = \frac{28}{16} = \frac{7}{4} = 1/75$$

(ب) بازها در سطح پوست همانند صابون احساس لیزی ایجاد می‌کنند اما به پوست نیز آسیب وارد می‌کنند.

(پ) پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند و با آلاینده‌ها واکنش نمی‌دهند.

(ت) فرمول مولکولی تقریبی وازلین به صورت $\text{C}_{25}\text{H}_{52}$ است. لذا داریم:

$$\text{C تعداد اتم} = \frac{1 \text{ mol C}_{25}\text{H}_{52}}{352 \text{ g C}_{25}\text{H}_{52}} \times 8 \text{ g C}_{25}\text{H}_{52} = 25 \text{ mol C}$$

$$\text{اتم} = \frac{25 \text{ mol C}}{1 \text{ mol C}} \times \frac{N_A \text{ اتم}}{1 \text{ mol C}} = 0/625 N_A \text{ اتم}$$

(ث) ساده‌ترین راه پیشگیری (نه درمان) رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱ تا ۴)

گزینه ۱» ۱۱۳-

(امیر هاتمیان)

صابون مراغه یک صابون طبیعی است و افزودنی شیمیایی ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) از پاک‌کننده‌های خورنده به دلیل توانایی واکنش دادن با آلاینده‌ها برای

باز کردن مجاری مسدود شده با چربی‌ها استفاده می‌شود.

(۳) صابون به دلیل داشتن بخش ناقطبی توانایی انحلال در چربی و به دلیل

داشتن بخش قطبی توانایی انحلال در آب را دارد.

(۴) پارچه‌های نخی از الیاف طبیعی تشکیل شده‌اند و به علت داشتن تعداد

زیادی گروه‌های هیدروکسیل ($-\text{OH}$) جاذبه کمتری با لکه‌های چربی که

ناقطبی هستند برقرار می‌کنند و جدا شدن آن‌ها توسط صابون راحت‌تر انجام

می‌شود. در نتیجه میزان چسبندگی لکه‌های چربی روی پارچه‌های نخی کمتر

از پارچه‌های پلی‌استری است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۹ و ۱۱ تا ۱۳)

گزینه ۲» ۱۱۴-

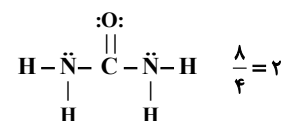
(امیر مسین مسلمی)

موارد ب و ت درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) اوره دارای ۸ جفت الکترون پیوندی و ۴ جفت الکترون ناپیوندی است.

بنابراین نسبت جفت‌الکترون پیوندی به ناپیوندی برابر با ۲ است.



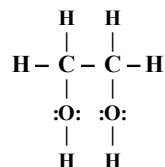
(ب) فرمول شیمیایی روغن زیتون و چربی ذخیره شده در کوهان شتر به ترتیب

به صورت $\text{C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6$ و $\text{C}_{57}\text{H}_{110}\text{O}_6$ و اختلاف جرم مولی آن‌ها

به دلیل اختلاف شمار اتم‌های هیدروژن در آن‌هاست که برابر ۶ گرم بر مول

می‌باشد.

(پ) مولکول اتیلن گلیکول دارای ۹ پیوند اشتراکی است.

(ت) فرمول متوسط بنزین به صورت C_8H_{18} است:

$$\frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}} = \frac{8 \times 12}{18 \times 1} = 5/33$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴ و ۵)



گزینه «۴» - ۱۱۵

(امیرمسین طیبی)

می دانیم فرمول کلی یک پاک کننده صابونی جامد با زنجیر هیدروکربنی سیر شده به صورت $C_nH_{2n+1}COONa$ می باشد.

$$\frac{\text{شمار اتم های نافلزی}}{\text{شمار اتم های فلزی}} = \frac{2n+4}{1} = 52 \Rightarrow 2n = 48 \Rightarrow n = 16$$

فرمول اسید چرب سازنده این پاک کننده صابونی $C_{16}H_{33}COOH$ یا $C_{17}H_{34}O_2$ می باشد.

= جفت الکترون پیوندی

$$\frac{(17 \times 4) + (34 \times 1) + (2 \times 2)}{2} = \frac{68 + 34 + 4}{2} = \frac{106}{2} = 53$$

جفت الکترون ناپیوندی = $2 \times 2 = 4$

$53 - 4 = 49$ = اختلاف شمار جفت الکترون های پیوندی و ناپیوندی

(شیمی ۳ - صفحه های ۵ و ۶)

گزینه «۳» - ۱۱۶

(علی طرفی)

بررسی عبارت های نادرست:

(آ) صابون های مایع نمک های پتاسیم و آمونیوم اسید چرب هستند.

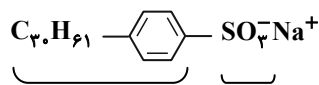
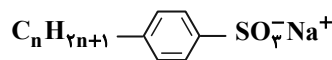
(ب) در پاک کننده های غیرصابونی گروه « SO_3^- » وجود دارد.

(پ) پاک کننده های غیرصابونی در آب های سخت رسوب تشکیل نمی دهند.

(شیمی ۳ - صفحه های ۶، ۹ تا ۱۲)

گزینه «۴» - ۱۱۷

(هدی بهاری پور)



بخش قطبی بخش ناقطبی

$$30 + 61 + 6 + 4 = 101 \quad 1 + 3 = 4$$

(شیمی ۳ - صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

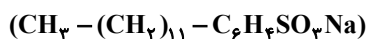
گزینه «۱» - ۱۱۸

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی برخی موارد:

مورد چهارم) نادرست؛ خورنده نیست

مورد پنجم) درست



$$\Rightarrow M = 348 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۳ - صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

گزینه «۴» - ۱۱۹

(امیر ماتیان)

بررسی عبارت ها:

(الف) نادرست؛ صابون، نمک سدیم یا پتاسیم اسیدهای چرب است که بخش هیدروکربنی آن چربی دوست است.

(ب) نادرست؛ در کلویدها با وجود ناهمگن بودن و داشتن ظاهری کدر و مات مسیر عبور نور قابل دیدن است.

(پ) درست؛ در هر کدام به ازای یک مول واکنش دهنده، ۲ مول کاتیون تولید می شود.



(ت) درست؛ افزودن نمک های فسفات دار به صابون ها باعث واکنش فسفات با

یون های کلسیم و منیزیم شده و از سختی آب می کاهد. بنابراین از این

صابون ها در آب های سخت می توان استفاده کرد و نیاز به تولید

پاک کننده های غیرصابونی برای استفاده در آب سخت کاهش می یابد.

(شیمی ۳ - صفحه های ۶، ۷، ۱۱، ۱۲، ۱۳ و ۱۵)

گزینه «۴» - ۱۲۰

(مهمربار سا فراهانی)

مخلوط ظرف (۲) کلوتید است که حاوی توده های مولکولی است.

(شیمی ۳ - صفحه های ۵ تا ۸)

هندسه ۱

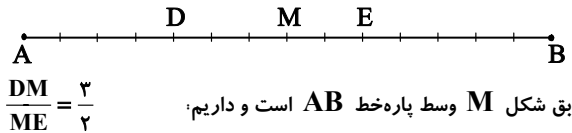
گزینه ۲

(سیرمهمرضا عسینی فرد)

با ترکیب در مخروط کسره‌های داده شده داریم:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{2}{7} = \frac{4}{14}$$

$$\frac{BE}{AE} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{5}{14}$$



مطابق شکل M وسط پاره خط AB است و داریم:

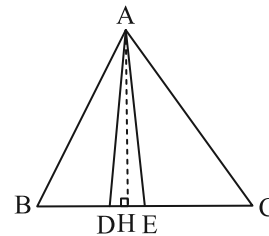
$$\frac{DM}{ME} = \frac{3}{2}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

گزینه ۱

(سرژ یقیا زاریان تبریزی)

مطابق شکل، ارتفاع AH در همی مثلث‌ها مشترک است. اگر ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های نظیر آن‌ها، می‌توان نوشت:



$$S_{ACE} = \frac{5}{2} S_{ADE} \Rightarrow \frac{EC}{DE} = \frac{5}{2} \Rightarrow DE = \frac{2}{5} EC$$

$$S_{ACE} = \frac{3}{2} S_{ABD} \Rightarrow \frac{EC}{BD} = \frac{3}{2} \Rightarrow BD = \frac{2}{3} EC$$

$$BE = BD + DE = \frac{2}{3} EC + \frac{2}{5} EC = \frac{16}{15} EC$$

$$BC = BE + EC = \frac{16}{15} EC + EC = \frac{31}{15} EC$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{DE} - \frac{BE}{BD} = \frac{\frac{31}{15} EC}{\frac{2}{5} EC} - \frac{\frac{16}{15} EC}{\frac{2}{3} EC} = \frac{31}{6} - \frac{8}{5} = \frac{107}{30}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

گزینه ۳

(عنانه اتفاقی)

حالت‌های ممکن برای تشابه دو مثلث عبارتند از:

$$۱) \frac{4}{x} = \frac{6}{12} = \frac{9}{18} \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 8$$

$$۲) \frac{9}{x} = \frac{4}{12} = \frac{6}{18} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 27$$

بنابراین اختلاف بین حداکثر و حداقل مقدار X، برابر $27 - 8 = 19$ است.

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه ۳۸)

گزینه ۱

(امیرحسین ایوبیوب)

طبق قضیه تالس داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta AFB : DE \parallel BF &\Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{AD}{DB} \\ \Delta ABC : DF \parallel BC &\Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AD}{DB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{AF}{FC}$$

فرض کنید $EF = x$ باشد، در این صورت $AE = 2x$ است و داریم:

$$AF = AE + EF = 3x$$

$$\frac{AE}{EF} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{FC}{EF} = \frac{AF}{AE} = \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

گزینه ۱

(محبوبه بویاری)

چهارضلعی ADEF متوازی‌الاضلاع است، پس $DE = AF = 3$ و $EF = AD = 5$ است. با فرض $BD = x$ داریم:

$$\Delta ABC : DE \parallel AC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{x}{x+5} \Rightarrow 3x+15 = 7x \Rightarrow 4x = 15 \Rightarrow x = 3.75$$

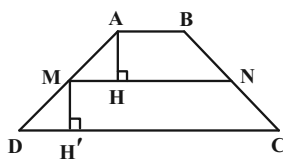
(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

گزینه ۴

(عنانه اتفاقی)

می‌دانیم اگر M و N به ترتیب وسط ساق‌های AD و BC باشند،

آن‌گاه $MN \parallel AB \parallel DC$ و $MN = \frac{AB+DC}{2}$ است.



از طرفی مطابق شکل $AH = MH'$ است، بنابراین داریم:

$$\frac{S_{MNCD}}{S_{ABNM}} = \frac{\frac{1}{2} MH'(MN+DC)}{\frac{1}{2} AH(AB+MN)} \Rightarrow \frac{MN+DC}{AB+MN} = \frac{5}{3}$$

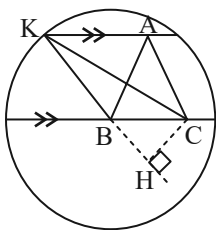
$$\Rightarrow 3(MN+DC) = 5(AB+MN)$$

$$\Rightarrow 3\left(\frac{AB+DC}{2} + DC\right) = 5\left(AB + \frac{AB+DC}{2}\right)$$

$$\xrightarrow{\times 2} 3AB + 9DC = 15AB + 5DC$$

$$\Rightarrow 4DC = 12AB \Rightarrow \frac{DC}{AB} = 3$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)



$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} (AB)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (5)^2 = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{ABC} = S_{BKC} \Rightarrow \frac{BK \times CH}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 15 \times CH = \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

$BK = \frac{30}{2} = 15$ (شعاع دایره)

$$\Rightarrow CH = \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

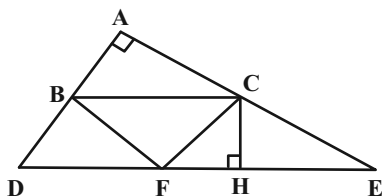
(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

(اخشین فاضله‌فان)

۱۳- گزینه «۲»

از نقطه C، عمودی بر DE رسم می‌کنیم. طبق قضیه خطوط موازی و مورب،

$$\hat{ACB} = \hat{E}$$



بنابراین دو مثلث ABC و CHE بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.

پس:

$$\frac{CH}{AB} = \frac{CE}{BC} \Rightarrow \frac{CH}{5} = \frac{8}{BC} \Rightarrow BC \times CH = 8 \times 5 = 40$$

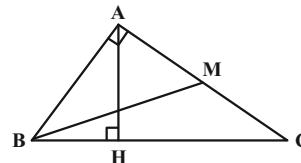
$$S_{BCF} = \frac{1}{2} BC \times CH = \frac{1}{2} \times 40 = 20$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱۲۷- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 3^2 = BH \times 2BH$$

$$\Rightarrow BH^2 = 3 \Rightarrow BH = \sqrt{3} \Rightarrow CH = 3\sqrt{3}$$

بنابراین $BC = 4\sqrt{3}$ است و داریم:

$$AB^2 = BH \times BC = \sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 12$$

$$AC^2 = CH \times BC = 3\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 36$$

$$\Delta ABM : BM^2 = AB^2 + AM^2 = AB^2 + \frac{AC^2}{4}$$

$$= 12 + 9 = 21 \Rightarrow BM = \sqrt{21}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱۲۸- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

مطابق شکل طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABD داریم:

$$AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 12^2 = 6\sqrt{3} \times BD$$

$$\Rightarrow BD = \frac{12 \times 12}{6\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث ABD داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 \Rightarrow (8\sqrt{3})^2 = 12^2 + AD^2$$

$$\Rightarrow AD^2 = 192 - 144 = 48 \Rightarrow AD = 4\sqrt{3}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱۲۹- گزینه «۳»

(سررُ یغیازاریان تبریزی)

مطابق شکل زیر، $AK \parallel BC$ می‌باشد، بنابراین دو نقطه A و K از ضلع

BC به یک فاصله‌اند. از آنجا که قاعده و ارتفاع دو مثلث ABC و

BKC با هم برابر هستند، لذا دو مثلث هم ارز (هم مساحت) می‌باشند.

می‌توان نوشت:



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه ۱

(امیر هاتمیان)

مورد (پ) درست است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

الف) با افزایش فاصله لایه الکترونی از هسته، انرژی الکترون‌های موجود در آن افزایش می‌یابد.

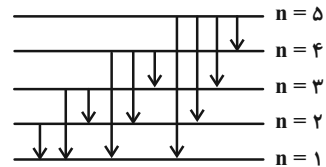
ب) اگر در طیف نشری خطی دو فلز متمایز X و Y خط مشاهده شود در طیف آلیاز این ۲ فلز به تعداد X+Y یا کمتر خط مشاهده می‌شود چون امکان دارد خط طیفی مشترکی بین ۲ عنصر وجود داشته باشد.

ت) اولین بار بور توانست با ارائه مدل اتمی طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کند ولی توانایی توجیه طیف نشری خطی دیگر اتم‌ها را نداشت.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

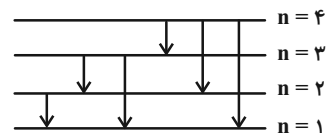
۱۳۲- گزینه ۳

(امیر هاتمیان)



۵ لایه

۱۰ خط در طیف نشری وجود دارد.



۴ لایه

۶ خط در طیف نشری وجود دارد.

$$\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۱۳۳- گزینه ۳

(امیرمسین مسلمی)

موارد (ب) و (پ) درست است.

بررسی موارد نادرست:

الف) هر چه لایه‌های الکترون از هسته دورتر باشد انرژی بیشتر است پس بین

فاصله الکترون از هسته و سطح انرژی آن رابطه مستقیم وجود دارد.

ت) گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطه $4l + 2$ به دست می‌آید. مثال:

$$l = 0 \rightarrow \text{زیرلایه } s \rightarrow 4(0) + 2 = 2e^-$$

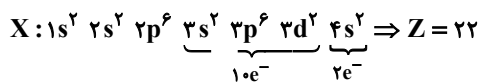
(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۳۴- گزینه ۳

(ایمان حسین‌نژاد)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست



(۲) نادرست؛ در دسته d قرار دارد.

(۳) درست

$$l = 1 \Rightarrow \text{تعداد الکترون‌ها با } l = 1 \Rightarrow 6 + 6 = 12$$

$$l = 2 \Rightarrow \text{تعداد الکترون‌های با } l = 2 \Rightarrow 2$$

$$\frac{12}{2} = 6$$

