

ساعات شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶	نام و نام خانوادگی:	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.

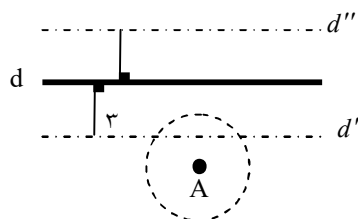
۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) حاصل ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابجایی</p> <p>ب) در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (l) عمود نباشد و با مولد آن (d) نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک خواهد بود.</p> <p>پ) راس سهمی به معادله $y^2 + 2x - 2y = 0$ نقطه به مختصات است.</p> <p>ت) حاصل ضرب خارجی دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} که با هم موازی هستند، برابر بردار است.</p>	۱
۱	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر برای ماتریس‌های متمایز A، B و C داشته باشیم، $AB=AC$، آنگاه لزوماً $B=C$ است</p> <p>ب) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع d، d' به یک فاصله‌اند، نیمساز زاویه بین آن دو خط می‌باشد.</p> <p>پ) نقطه (۳، -۲) روی دایره $x^2 + y^2 + 2x = 0$ قرار دارد.</p> <p>ت) برای دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b}، حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ است.</p>	۲
۰/۷۵	<p>اگر $A = [a_{ij}]$ یک ماتریس 3×3 با درآیه‌های $\begin{cases} i - j & i < j \\ 2 & i = j \\ i + j & i > j \end{cases}$ باشد، درآیه‌های a_{12}, a_{31}, a_{33} را به دست آورید.</p>	۳
۱	<p>مقادیر X و Y را از معادله زیر به دست آورید.</p> $\begin{bmatrix} x & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & y-2 \end{bmatrix}$	۴
۱	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادیر a و b را طوری به دست آورید که $A \times B$ ماتریس قطری باشد.</p>	۵
۱/۵	<p>دستگاه مقابل را با استفاده از A^{-1} حل کنید.</p> $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$	۶
	«ادامه سوالات در صفحه دوم»	

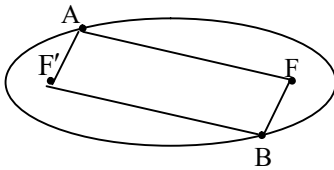
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶	ساعت شروع: ۱۰ صبح
رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۷	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ و I_3 ماتریس همانی 3×3 باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.	۱/۲۵
۸	نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند. نقطه ای را بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد. بحث کنید.	۱/۵
۹	معادله دایره ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4x + 3y = -5$ بر آن مماس باشد.	۱/۲۵
۱۰	وضعیت دو دایره $x^2 + y^2 = 1$ و $x^2 + (y-1)^2 = 1$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۲
۱۱	دو نقطه A و B مطابق شکل روی بیضی و نقاط F و F' کانون های بیضی اند. اگر $AF' = BF$ باشد ثابت کنید دو پاره خط AF و BF' موازی اند.	۱
۱۲	معادله سهمی را بنویسید که رأس $A(1, 2)$ و $F(1, -2)$ کانون آن باشد، و سپس معادله خط هادی آن را بیابید.	۱/۲۵
۱۳	نقاط $A = (1, 2, 1)$ و $B = (2, 2, 1)$ و $C = (3, 2, -1)$ را در فضا در نظر می گیریم، کدام ها روی خط $\begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ قرار دارند؟ چرا؟	۱
۱۴	دو بردار $\vec{a} = (1, 2, -1)$ و $\vec{b} = (0, 2, -1)$ را در نظر بگیرید. الف) بردار \vec{a} در کدام ناحیه از فضای \mathbb{R}^3 واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود) ب) طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۵	برای هر دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} ثابت کنید: اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ باشد آنگاه \vec{a} و \vec{b} برهم عمودند.	۱
۱۶	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید. تصویر قائم بردار \vec{a} را بر امتداد بردار \vec{b} بیابید.	۱
۱۷	مساحت متوازی الاضلاعی را به دست آورید که توسط دو بردار $\vec{a} = (3, 2, 1)$ و $\vec{b} = (2, 0, 1)$ به وجود می آید.	۱
	موفق و سربلند باشید .	۲۰
	جمع نمره	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) ندارد (۰/۲۵) ب) بیضی (۰/۲۵) پ) $(\frac{1}{4}, 1)$ (۰/۲۵) ت) صفر (۰/۲۵)	۱
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵)	۱
۳	$a_{۳۳} = ۲(۰/۲۵), a_{۳۱} = ۳ + ۱ = ۴(۰/۲۵), a_{۱۳} = ۱ - ۲ = -۱(۰/۲۵)$	۰/۷۵
۴	$\underbrace{[2x \quad 4x-2]}_{\cdot/۵} = [4 \quad y-2] \Rightarrow \begin{cases} 2x = 4 \Rightarrow x = 2(۰/۲۵) \\ 4x - 2 = y - 2 \Rightarrow y = 8(۰/۲۵) \end{cases}$	۱
۵	$A \times B = \underbrace{\begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix}}_{\cdot/۵} \Rightarrow \begin{cases} 2a-8=0 \Rightarrow 2a=8 \Rightarrow a=4(۰/۲۵) \\ b-3=0 \Rightarrow b=3(۰/۲۵) \end{cases}$	۱
۶	$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} (۰/۲۵), A = 3+10 = 13 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} (۰/۲۵), B = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$ $\underbrace{X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_{\cdot/۲۵} = A^{-1} \times B = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} -1+40 \\ 2+24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x=3, y=2(۰/۵)$	۱/۵
۷	$ A = (4-9-4) - (-4-12+3) = -9+13 = 4 (۰/۲۵), B = -6 (۰/۲۵)$ $ A \times B + 2I_3 = \underbrace{ A \times B }_{\cdot/۵} + \underbrace{8 I }_{\cdot/۲۵} = -24 + 8 = -16$	۱/۲۵
۸	مکان هندسی نقطه‌ای که از A به فاصله ۲ سانتی متر باشد یک دایره به مرکز A و شعاع ۲ سانتی متر است این دایره را رسم می‌کنیم (۰/۲۵) نقطه‌ای که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد دو خط d', d'' در طرفین خط d و به موازات d است این دو خط را رسم می‌کنیم (۰/۲۵) محل برخورد دو خط d', d'' با دایره مطابق شکل جواب مساله است. اگر یکی از دو خط d' یا d'' دایره را قطع کند مساله ۲ جواب دارد. (۰/۲۵) اگر یکی از دو خط d' یا d'' بر دایره مماس باشد مساله ۱ جواب دارد. (۰/۲۵) اگر هیچ یکی از دو خط d' یا d'' دایره را قطع نکند مساله جواب ندارد. (۰/۲۵)	۱/۵
	رسم شکل (۰/۲۵)	
	« ادامه در صفحه دوم »	



مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۹	$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \text{ (۰/۲۵)} \\ y=-1 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}, r = \frac{ 4(2)+3(-1)+5 }{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ (۰/۵)}$ <p>مرکز دایره $O(2, -1)$ و شعاع آن برابر $r = 2$ است. معادله دایره برابر با: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ (۰/۲۵) است.</p>	۱/۲۵	
۱۰	<p>مرکز و شعاع دایره $(x-1)^2 + y^2 = 1$ برابر است با: $O = (1, 0), r = 1$ (۰/۵)</p> <p>و مرکز و شعاع دایره $x^2 + (y-1)^2 = 1$ برابر $O' = (0, 1), r' = 1$ (۰/۵)</p> <p>فاصله دو مرکز برابر $OO' = \sqrt{2}$ (۰/۲۵) و $r+r' = 2$ (۰/۲۵) و $r-r' = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$r-r' < OO' < r+r'$ (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین دو دایره متقاطع اند (۰/۲۵)</p>	۲	
۱۱	<p>نقاط A و B را به کانون های بیضی وصل می کنیم</p> <p>نقطه A روی بیضی قرار دارد بنا به تعریف بیضی (۱) $AF + AF' = 2a$ (۰/۲۵)</p> <p>نقطه B روی بیضی قرار دارد (۲) $BF + BF' = 2a$ (۰/۲۵)</p> <p>از (۱) و (۲) و فرض $(AF' = BF)$ نتیجه می شود $AF = BF'$ (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین چهارضلعی $AFBF'$ یک متوازی الاضلاع است در متوازی الاضلاع، ضلع های روبرو موازی اند. $AF \parallel BF'$ (۰/۲۵)</p> 	۱	
۱۲	<p>با توجه به جایگاه راس و کانون این سهمی در دستگاه مختصات خواهیم داشت:</p> <p>سهمی رو به پایین و $a = 4$ (۰/۲۵)</p> <p>معادله سهمی: $(x-1)^2 = -16(y-2)$ (۰/۵)</p> <p>معادله خط هادی: $y = 6$ (۰/۵)</p>	۱/۲۵	
۱۳	<p>نقاط A, B زیرا در این دونقطه $y = 2$ و $z = 1$ می باشد. (۰/۵)</p>	۱	
۱۴	<p>الف) بردار \vec{a} در ناحیه ۵ واقع است. (۰/۵)</p> <p>ب) $2\vec{a} - \vec{b} = (2, 2, -1) \Rightarrow 2\vec{a} - \vec{b} = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3$ (۰/۵)</p>	۰/۵	
۱۵	<p>$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \underbrace{ \vec{a} \vec{b} \cos \theta}_{\text{۰/۵}} = 0 \Rightarrow \underbrace{\cos \theta}_{\text{۰/۲۵}} = 0 \Rightarrow \underbrace{\theta}_{\text{۰/۲۵}} = \frac{\pi}{2}$</p>	۱	
	« ادامه در صفحه سوم »		

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{2+1+0}{1+1+0} (1, -1, 0) = \frac{3}{2} (1, -1, 0)$	۱۶
۱	$\vec{a} \times \vec{b} = (3, 2, 1) \times (2, 0, 1) = (2, -1, -4) \quad (0/5)$ $S = \vec{a} \times \vec{b} = \sqrt{4+1+16} = \sqrt{21} \quad (0/5)$	۱۷
۲۰	جمع نمره موفق و سربلند باشید	

" مصحح گرامی ، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود "