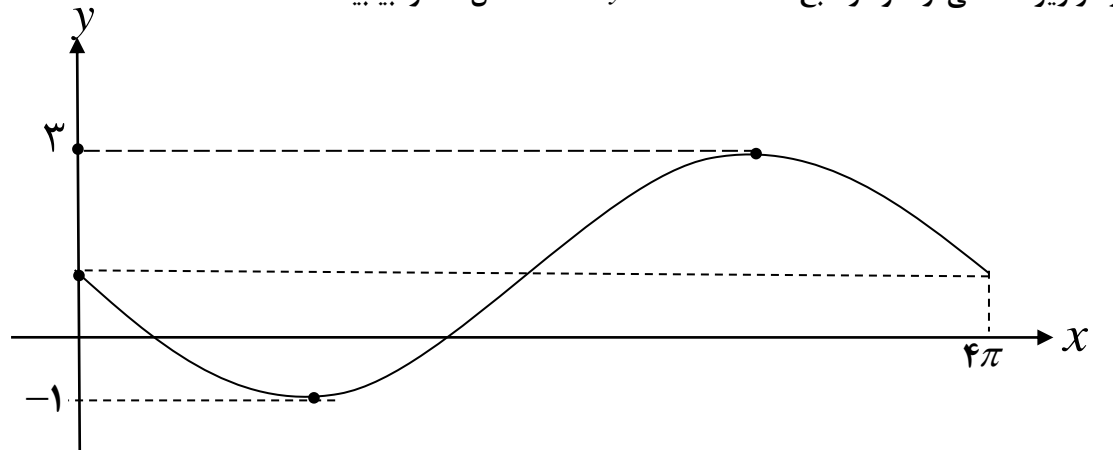


باسمه تعالی

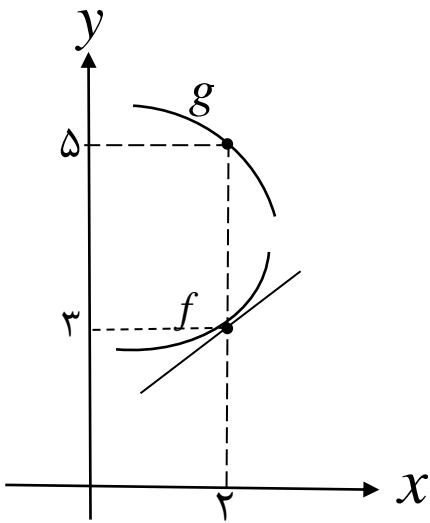
|   |                  |  |                       |
|---|------------------|--|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳  | تعداد صفحه: ۳    | رشته: علوم تجربی   | نام و نام خانوادگی:   |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  | ساعت شروع: ۸ صبح | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷   | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ |                  | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                       |

|      |                         |   |      |
|------|-------------------------|---|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد] | نمره |
|------|-------------------------|---|------|

|                            |   |   |
|----------------------------|---|---|
| ۰/۷۵                       | ۱ | درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.<br>الف) بی شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است.<br>ب) نقطه (۱, ۱) یک نقطه گوشه‌ای برای تابع $f(x) =  2 - x^2 $ است.<br>پ) هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است.   |
| ۰/۷۵                       | ۲ | در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.<br>الف) اگر $f(x) = 3 + \sqrt{2x-1}$ باشد، مقدار $(f \circ f^{-1})(5)$ برابر با ..... است.<br>ب) اگر $A$ مجموعه اعداد طبیعی اول و $B$ مجموعه اعداد طبیعی مرکب و $C = \dots\dots\dots$ باشند، آنگاه $A$ ، $B$ و $C$ یک افزاز روی مجموعه اعداد طبیعی است.<br>پ) نقطه $(-2, 4)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ می‌باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y = f(2x)$ برابر ..... است. |
| ۱/۲۵                       | ۳ | اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x-1$ ، آنگاه:<br>الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.<br>ب) ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید.  |
| ۱/۲۵                       | ۴ | نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. حاصل $ab$ را بیابید.<br>   |
| ۰/۷۵                       | ۵ | جواب(های) معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x = 0$ را در بازه $(0, \pi)$ مشخص کنید.  |
| ۰/۵                        | ۶ | آیا مقدار $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x]-1}$ وجود دارد؟ چرا؟  |
| «ادامه سؤالات در صفحه دوم» |   |   |

|   |                          |   |                                   |
|---|--------------------------|---|-----------------------------------|
| نام و نام خانوادگی :  | رشته : علوم تجربی        | تعداد صفحه: ۳   | سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳ |
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه   | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷ | ساعت شروع: ۸ صبح  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه      |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br><a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a> |                          | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ |                                   |

|      |                         |   |      |
|------|-------------------------|---|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد] | نمره |
|------|-------------------------|---|------|

|                            |  |      |
|----------------------------|--|------|
| ۷                          | حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.   | ۱/۵  |
|                            | الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x }$<br>پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x}$ |      |
| ۸                          | با توجه به نمودارهای توابع $f$ و $g$<br>حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x-2}$<br>چند برابر $f'(2)$ است؟   | ۱    |
|                            |    |      |
| ۹                          | مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)   | ۲/۲۵ |
|                            | الف) $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 4)$<br>ب) $g(x) = \frac{-7x^2 + 1}{x-6}$<br>پ) $h(x) = (2x^5 - 1)^4$  |      |
| ۱۰                         | آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه‌ای به طول $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است؟  | ۱/۵  |
| «ادامه سوالات در صفحه سوم» |  |      |

باسمه تعالی

|   |                  |  |                       |
|---|------------------|--|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳  | تعداد صفحه: ۳    | رشته: علوم تجربی   | نام و نام خانوادگی:   |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  | ساعت شروع: ۸ صبح | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷   | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ |                  | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                       |

|      |                         |   |      |
|------|-------------------------|---|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد] | نمره |
|------|-------------------------|---|------|

|    |  |              |
|----|--|--------------|
| ۱۱ | بزرگترین بازه از $\mathbb{R}$ که تابع $f(x) = -2x^3 + 6x + 11$ در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید.   | ۱/۵          |
| ۱۲ | پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم‌دایره‌ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم‌دایره برابر با پهنای مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.   | ۱/۷۵         |
| ۱۳ | در بیضی مقابل کانون‌ها به مختصات $F(1,5)$ و $F'(1,1)$ و یک رأس قطر بزرگ آن $A(1,6)$ می‌باشد:<br>الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید.<br>ب) معادله قطر کوچک بیضی را بنویسید.<br>پ) مساحت مثلث $B'FF'$ را بدست آورید.  | ۱/۷۵         |
| ۱۴ | اگر دو دایره به معادله‌های $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ و $(x-2)^2 + (y+1)^2 = m^2$ مماس خارج باشند، مقدار $m$ را بیابید.   | ۱/۷۵         |
| ۱۵ | مدرسه A سه برابر مدرسه B دانش آموز دارد. ۳۵ درصد دانش آموزان مدرسه A و ۱۵ درصد دانش آموزان مدرسه B معدلی بالای ۱۸ دارند، اگر همه دانش آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آن‌ها را انتخاب کنیم:<br>الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه A و با چه احتمالی از مدرسه B است؟<br>ب) با چه احتمالی فرد انتخابی، معدلی بالای ۱۸ دارد؟ | ۱/۷۵         |
| ۲۰ | جمع نمره   | "موفق باشید" |

|  |                  |  |   |
|--|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه  | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: علوم تجربی   | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷   |                  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه   |   |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                  | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ |   |

| نمره | راهنمای تصحیح   | ردیف |
|------|---|------|
| ۰/۷۵ | پ) درست (۰/۲۵)      ب) نادرست (۰/۲۵)      الف) درست (۰/۲۵)  | ۱    |
| ۰/۷۵ | پ) $(-1, 4)$ (۰/۲۵)      ب) $\{1\}$ (۰/۲۵)  | ۲    |
| ۱/۲۵ | الف) $D_{fog} = \underbrace{\{x \in R \mid x-1 \geq -1\}}_{\cdot/5} = [0, +\infty)$ (۰/۲۵)<br><br>ب) $f(g(x)) = \underbrace{\sqrt{x-1+1}}_{\cdot/25} = \sqrt{x}$ (۰/۲۵)   | ۳    |
| ۱/۲۵ | $\frac{2\pi}{ b } = 4\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)<br><br>$ a  = \frac{3 - (-1)}{2} = 2 \Rightarrow a = \pm 2$ (۰/۲۵)<br><br>با توجه به نمودار تابع، $ab$ باید عددی منفی شود بنابراین $ab = -1$ (۰/۲۵)  | ۴    |
| ۰/۷۵ | $\cos 2x = \cos x \Rightarrow \underbrace{2x = 2k\pi \pm x}_{\cdot/25} \Rightarrow x = \underbrace{\frac{2k\pi}{3}}_{\cdot/25} \Rightarrow x = \underbrace{\frac{2\pi}{3}}_{\cdot/25}$  | ۵    |
| ۰/۵  | خیر (۰/۲۵) زیرا تابع $f(x) = \frac{1}{[x]-1}$ در همسایگی راست $x=1$ تعریف نشده است. (۰/۲۵)  | ۶    |
| ۱/۵  | الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1} = 3$ (۰/۲۵)<br><br>ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x } = \frac{-2}{0^+} = -\infty$ (۰/۲۵)<br><br>پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^3} = +\infty$ (۰/۲۵) | ۷    |

|  |                  |  |   |
|--|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه  | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: علوم تجربی   | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷   |                  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه   |   |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                  | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ |   |

| نمره | راهنمای تصحیح   | ردیف |   |   |   |   |   |      |  |   |  |   |  |     |   |  |   |  |   |    |
|------|---|------|---|---|---|---|---|------|--|---|--|---|--|-----|---|--|---|--|---|----|
| ۱    | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = 5f'(2) \quad (0/25)$   | ۸    |   |   |   |   |   |      |  |   |  |   |  |     |   |  |   |  |   |    |
| ۲/۲۵ | <p>الف) <math>f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^2+4) + 3x^2(\sqrt{3x+2}) \quad (0/25)</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = \frac{(-14x)(x-6) - (1)(-7x^2+1)}{(x-6)^2} \quad (0/25)</math></p> <p>پ) <math>h'(x) = 4(2x^5-1)^2(10x^4) \quad (0/25)</math></p>   | ۹    |   |   |   |   |   |      |  |   |  |   |  |     |   |  |   |  |   |    |
| ۱/۵  | <p><math>f'(x) = 4x + 5 \Rightarrow f'(2) = 13 \quad (0/25)</math></p> <p><math>\frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{2} = 1 \quad (0/25)</math></p> <p>پس آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه <math>x = 2</math>، برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه <math>[-2, 0]</math> است. (۰/۲۵)</p>   | ۱۰   |   |   |   |   |   |      |  |   |  |   |  |     |   |  |   |  |   |    |
| ۱/۵  | <p><math>f'(x) = -6x^2 + 6 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \quad (0/5)</math></p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>f'</math></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">•</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">•</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>f</math></td> <td style="padding: 5px;">↘</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">↗</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">↘</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">(۰/۵)</p> <p>پس تابع در بازه <math>[-1, 1]</math> صعودی اکید است. (۰/۲۵)</p> | $x$  | - | - | + | + | - | $f'$ |  | • |  | • |  | $f$ | ↘ |  | ↗ |  | ↘ | ۱۱ |
| $x$  | -   | -    | + | + | - |   |   |      |  |   |  |   |  |     |   |  |   |  |   |    |
| $f'$ |   | •    |   | • |   |   |   |      |  |   |  |   |  |     |   |  |   |  |   |    |
| $f$  | ↘   |      | ↗ |   | ↘ |   |   |      |  |   |  |   |  |     |   |  |   |  |   |    |

|  |                  |  |   |
|--|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه  | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: علوم تجربی   | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷   |                  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه   |   |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                  | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ |   |

| نمره | راهنمای تصحیح  | ردیف |
|------|--|------|
| ۱/۷۵ | $\underbrace{2h + 2r + \pi r}_{\cdot/25} = 6 \Rightarrow h = \frac{6 - 2r - \pi r}{2} \quad (\cdot/25)$ $S(r) = 6r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2 \Rightarrow S'(r) = 6 - 4r - \pi r \quad (\cdot/25)$ $6 - 4r - \pi r = 0 \Rightarrow r = \frac{6}{4 + \pi} \quad (\cdot/25)$ <div style="text-align: center;"> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> </div> $h = \frac{6 - (2 + \pi) \frac{6}{4 + \pi}}{2} = \frac{6}{4 + \pi} \quad (\cdot/25)$ | ۱۲   |
| ۱/۷۵ | <div style="text-align: center;"> </div> $FF' = 4 \quad (\cdot/25), O(1, 3) \quad (\cdot/25) \text{ الف}$ $y = 3 \quad (\cdot/25) \text{ ب}$ <p style="text-align: right;">پ</p> $\underbrace{OB' = \sqrt{OA^2 - OF^2}}_{\cdot/25} = \sqrt{5} \quad (\cdot/25)$ $S = \frac{1}{2} \underbrace{OB' \times FF'}_{\cdot/25} = 2\sqrt{5} \quad (\cdot/25)$  | ۱۳   |
| ۱/۷۵ | $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0 : \underbrace{O(-1, 2)}_{\cdot/25}, r = 2 \quad (\cdot/25)$ $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = m^2 : \underbrace{O'(2, -1)}_{\cdot/25}, r' = m \quad (\cdot/25)$ $OO' = 3\sqrt{2} \quad (\cdot/25)$ $\underbrace{OO' = r + r'}_{\cdot/25} \Rightarrow m + 2 = 3\sqrt{2} \Rightarrow m = 3\sqrt{2} - 2 \quad (\cdot/25)$   | ۱۴   |

|   |                  |  |   |
|---|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه   | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: علوم تجربی   | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷  |                  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه   |   |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br><a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a> |                  | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ |   |

| نمره | راهنمای تصحیح  | ردیف |
|------|--|------|
| ۱/۷۵ | $P(A) = \frac{1}{4} (۰ / ۲۵), \quad P(B) = \frac{3}{4} (۰ / ۲۵)$ <p>(الف)</p> <p>(ب)</p> $P(C) = P(A)P(C A) + P(B)P(C A)$ $= \frac{1}{4} \times \frac{۳۵}{۱۰۰} + \frac{3}{4} \times \frac{۱۵}{۱۰۰} = \frac{1}{5} \quad (۱ / ۲۵)$ <p>به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.</p> | ۱۵   |
| ۲۰   | جمع نمره   |      |