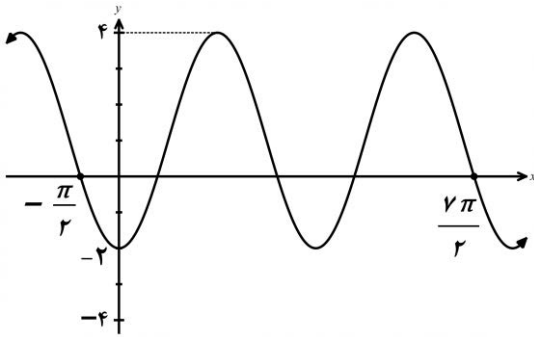
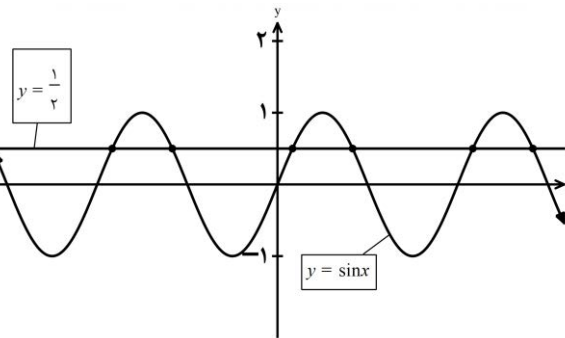


سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	تعداد صفحه: ۳	رشته: علوم تجربی	نام و نام خانوادگی:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	-------------------------	---	------

۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) تابع $y = 2x(1 - 3x^2) + 1$ یک تابع چند جمله‌ای از درجه سوم است. ب) نمودار تابع $y = x^2$ در بازه $(0, 1)$ پایین‌تر از، نمودار تابع $y = x^3$ است. پ) هر تابع یکنوا، یک به یک است. ت) مقدار عددی عبارت $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است.		
۲	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) اگر $f(x) = 2x^3 - 1$ باشد، حاصل $f^{-1}(15)$ برابر ..... است. ب) حاصل حد تابع $f(x) = \frac{2x^2}{3x^2 - 1}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ میل می‌کند برابر ..... است.		۰/۵
۳	اگر $f(x) = 7 - 4x^2$ و $g(x) = \sqrt{x+3}$ باشد: الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $(g \circ f)(1)$ را محاسبه کنید.		۱/۲۵
۴	اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر $[-1, 3]$ و برد آن $(0, 2]$ باشد. دامنه و برد تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ را بیابید.		۰/۷۵
۵	نمودار تابع با ضابطه $y = a \cos bx + c$ به صورت مقابل رسم شده است. مقادیر $a$ ، $b$ و $c$ را به دست آورید.		۱/۷۵
۶	نمودار تابع با ضابطه $y = \sin x$ و خط به معادله $y = \frac{1}{2}$ در دستگاه مختصات زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آنها را بیابید.		۱

«ادامه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	تعداد صفحه: ۳	رشته: علوم تجربی	نام و نام خانوادگی:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	-------------------------	---	------

۷	<p>نمودار تابع <math>f</math> به شکل مقابل است حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)</math>      ب) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)</math></p>		۰/۷۵
۸	<p>حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}</math></p>		۱
۹	<p>نمودار تابع <math>f</math> به صورت زیر رسم شده است. اگر خط <math>d</math> در نقطه <math>A</math> بر نمودار تابع <math>f</math> مماس باشد:</p> <p>الف) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}</math> را بیابید.</p> <p>ب) شیب خط های مماس در نقاط <math>A</math> و <math>B</math> را مقایسه کنید.</p>		۰/۷۵
۱۰	<p>نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}+2 &amp; x \geq 2 \\ (x-1)^2 &amp; x &lt; 2 \end{cases}</math> به صورت مقابل است:</p> <p>الف) آیا تابع <math>f</math> در نقطه <math>x=2</math> مشتق پذیر است؟</p> <p>ب) آیا تابع در بازه <math>(-\infty, 2)</math> مشتق پذیر است؟ چرا؟</p> <p>پ) مشتق راست تابع <math>f</math> در نقطه <math>x=2</math> را به دست آورید.</p>		۱/۵
۱۱	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) <math>f(x) = x(x-1)(x+1)</math>      ب) <math>g(x) = \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^3</math></p>		۱/۵
۱۲	<p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می گیریم.</p> <p>فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله <math>h(t) = -4t^2 + 40t</math> به دست می آید.</p> <p>الف) سرعت متوسط در بازه <math>[2, 4]</math> را بیابید.</p> <p>ب) در چه زمانی سرعت لحظه ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟</p>		۱/۲۵

نام و نام خانوادگی :	رشته : علوم تجربی	تعداد صفحه: ۳	سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	-------------------------	---	------

۱۳	<p>نمودار تابع با ضابطه <math>f(x) = x^3 + bx^2 + d</math> به صورت شکل مقابل رسم شده است. مقادیر <math>b</math> و <math>d</math> را بیابید.</p>	۱/۵
۱۴	<p>دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.</p>	۱/۵
۱۵	<p>اگر در بیضی مقابل مختصات کانون <math>F'(4,0)</math> و مختصات راس <math>B(0,3)</math> باشد: الف) قطر بزرگ بیضی را بیابید. ب) محیط مثلث <math>(MFF')</math> را بیابید.</p>	۱/۵
۱۶	<p>معادله گسترده یک دایره به شکل <math>x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0</math> است. مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بیابید.</p>	۱
۱۷	<p>دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟</p>	۱/۵
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	ت درست (۰/۲۵)      پ نادرست (۰/۲۵)      ب نادرست (۰/۲۵)      الف درست (۰/۲۵)	۱
۰/۵		۲
۰/۷۵	$D_{fog} = \underbrace{\{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\{x \in [-۳, +\infty) \mid \sqrt{x+۳} \in R\}}_{۰/۲۵} = [-۳, +\infty) \quad (۰/۲۵) \quad \text{الف}$	۳
۰/۵		
	$(g \circ f)(1) = \underbrace{g(۳)}_{(۰/۲۵)} = \sqrt{۶} \quad (۰/۲۵) \quad \text{ب}$	
۰/۷۵	$D_{f(\frac{x}{۲})} \Rightarrow \underbrace{۱ < \frac{x}{۲} \leq ۳}_{(۰/۲۵)} \rightarrow D_{f(\frac{x}{۲})} = (-۲, ۶] \quad (۰/۲۵)$	۴
	برد تغییر نمی کند (۰/۲۵)	
۱/۷۵	$۲T = \frac{۷\pi}{۲} - (-\frac{\pi}{۲}) = ۴\pi \quad (۰/۲۵) \rightarrow T = ۲\pi \quad (۰/۲۵) \rightarrow \frac{۲\pi}{ b } = ۲\pi \quad (۰/۲۵) \rightarrow b = \pm ۱ \quad (۰/۲۵)$ $c = \frac{۴ + (-۲)}{۲} = ۱ \quad (۰/۲۵)$ $ a  = \frac{۴ - (-۲)}{۲} = ۳ \rightarrow a = -۳ \quad (۰/۲۵)$	۵
۱	$\sin x = \frac{1}{۲} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{۶} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \quad (۰/۲۵) \\ x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶} \quad (۰/۲۵) \end{cases} \quad (k \in Z)$	۶
۰/۷۵	الف) $-\infty$ (۰/۲۵) ب) $+\infty$ (۰/۲۵) پ) $-۲$ (۰/۲۵)	۷

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه بعد

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	$\lim_{x \rightarrow 1} \underbrace{\frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}}_{(۰/۲۵)} = \lim_{x \rightarrow 1} \underbrace{\frac{x-1}{(x-1)(x+1)\sqrt{x}+1}}_{(۰/۵)} = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$	۸
۰/۵	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = 2 \quad (۰/۵)$	۹ (الف)
۰/۲۵	$m_A > m_B \quad (۰/۲۵)$	(ب)
۰/۲۵		۱۰ (الف) خیر (۰/۲۵)
۰/۵		(ب) بله، در تمام نقاط بازه $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است. (۰/۵)
۰/۷۵	$x \geq 2 : f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \rightarrow f'_+(2) = \frac{1}{2}$	(پ)
۰/۵	$f(x) = x^2 - x \rightarrow f'(x) = 2x - 1$	۱۱ (الف)
۱	$g'(x) = 2 \left( \frac{2x-1}{x+1} \right)^2 \left( \frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^2} \right)$	(ب)
در قسمت الف به سایر روشهای صحیح نمره تعلق گیرد.		
۰/۷۵	$\text{سرعت متوسط (الف)} = \frac{h(4) - h(2)}{4 - 2} = \frac{96 - 64}{2} = 16 \quad (۰/۵)$	۱۲
۰/۵	$h'(t) = -8t + 40 = 16 \rightarrow t = 3 \quad (۰/۲۵)$	(ب)
۱/۵	$f'(2) = 0 \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx \quad b = -3$ $f(2) = 1 \rightarrow 8 + (-12) + d = 1 \quad d = 5$	۱۳

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه بعد

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰ صبح		رشته: علوم تجربی		راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳				پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir				دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱			
نمره	راهنمای تصحیح						ردیف
۱/۵	$x - y = 10 \quad (0/25)$ $p = xy = x(x - 10) = x^2 - 10x \quad (0/25)$ $p'(x) = 2x - 10 = 0 \quad (0/5) \rightarrow x = 5 \quad (0/25), \quad y = -5 \quad (0/25)$						۱۴
۱	$\begin{cases} b = 3 \quad (0/25) \\ c = 4 \quad (0/25) \end{cases} \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \quad (0/25) \rightarrow 2a = 10 \quad (0/25)$						الف) ۱۵
۰/۵	$\text{محیط} = \underbrace{2a + 2c}_{(0/25)} = 18 \quad (0/25)$						ب) ۱۵
۱	$O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (-1, -1) \quad (0/5), \quad r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \sqrt{10} \quad (0/5)$						۱۶
۱/۵	$P(A) = P(B_1)P(B_1 A) + P(B_2)P(B_2 A) \quad (0/25)$ $P(A) = \frac{5}{8} \times \frac{5}{11} + \frac{3}{8} \times \frac{4}{11} = \frac{37}{88} \quad (0/25)$						۱۷
به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.							
۲۰	«همکاران مصحح: به راه حل های صحیح به تناسب بارم، نمره تعلق گیرد»						