

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم انسانی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ
 آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۱۳۹۹-۱۴۰۰

نام درس: ریاضی و آمار ۲
 نام دبیر: روزبه سیگارودی
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۱۷
 ساعت امتحان: ۰۸:۳۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

شماره سؤال	سؤالات	شماره	نمره به عدد:	نمره به حروف:
			نام دبیر:	تاریخ و امضا:
			نمره به عدد:	نمره به حروف:
			نام دبیر:	تاریخ و امضا:
			محل مهر و امضا: مدیر	
۱	۱	۱	۱	۱
۲	۲	۱	۱	۱
۲/۵	۳	۲/۵	۲/۵	۲/۵
۲	۴	۲	۲	۲
۱	۵	۱	۱	۱
۱/۵	۶	۱/۵	۱/۵	۱/۵
۱	۷	۱	۱	۱
۱/۵	۸	۱/۵	۱/۵	۱/۵

ردیف	سؤالات	نمره																
۱	<p>در هر قسمت با توجه به مقادیر x، مقدارهای تابع علامت را محاسبه کنید.</p> <p>الف) $3 < x < 4$ $sign(1 - x^2)$</p> <p>ب) $2 < x < 3$ $sign(x^2 - 3)$</p>	۹																
۱	<p>با توجه به مقادیر x، حاصل عبارت‌های داخل جزء صحیح را به دست آورید.</p> <p>الف) $0 < x < \frac{1}{2}$ $[x + 1]$</p> <p>ب) $\frac{1}{2} < x < 1$ $[x - 2]$</p>	۱۰																
۲	<p>با توجه به دو تابع f و g توابع زیر را مشخص کنید.</p> <p>$f = \{(-3, 2), (-2, 6), (-1, 4), (2, 5)\}$</p> <p>$g = \{(-3, -8), (-2, -6), (-1, -4), (5, 2)\}$</p> <p>الف) $f + g$ ب) $g - f$</p>	۱۱																
۱/۵	<p>اگر نرخ بیکاری در یک شهر برابر ۸ درصد و جمعیت فعال این جامعه برابر ۶ میلیون نفر باشد در این شهر چند نفر بیکار وجود دارد؟</p>	۱۲																
۱	<p>شاخص توده بدنی (BMI) فردی با ۹۰ کیلوگرم وزن و ۱۸۰ سانتی‌متر قد را مشخص کنید.</p>	۱۳																
۲	<p>جدول زیر هزینه سرانه گوشت مصرفی را نشان می‌دهد. شاخص بهای گوشت مصرفی را نسبت به سال پایه ۹۰ محاسبه کنید.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>سبد هزینه</th> <th>گوشت قرمز</th> <th>ماهی</th> <th>گوشت مرغ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>قیمت در سال ۹۰</td> <td>۳۰۰۰۰</td> <td>۲۰۰۰۰</td> <td>۵۰۰۰</td> </tr> <tr> <td>قیمت در سال ۹۷</td> <td>۴۵۰۰۰</td> <td>۳۰۰۰۰</td> <td>۸۰۰۰</td> </tr> <tr> <td>مقدار مصرف</td> <td>۲۰</td> <td>۱۰</td> <td>۳۰</td> </tr> </tbody> </table>	سبد هزینه	گوشت قرمز	ماهی	گوشت مرغ	قیمت در سال ۹۰	۳۰۰۰۰	۲۰۰۰۰	۵۰۰۰	قیمت در سال ۹۷	۴۵۰۰۰	۳۰۰۰۰	۸۰۰۰	مقدار مصرف	۲۰	۱۰	۳۰	۱۴
سبد هزینه	گوشت قرمز	ماهی	گوشت مرغ															
قیمت در سال ۹۰	۳۰۰۰۰	۲۰۰۰۰	۵۰۰۰															
قیمت در سال ۹۷	۴۵۰۰۰	۳۰۰۰۰	۸۰۰۰															
مقدار مصرف	۲۰	۱۰	۳۰															



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحدحافظ

کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تمصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام درس: ریاضی و آمار ۲

نام دبیر: روزبه سیگارودی

تاریخ امتحان: ۱۷ / ۰۳ / ۱۴۰۰

ساعت امتحان: ۸:۳۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

محل مهر یا امضاء مدیر

راهنمای تصحیح

ردیف

<p>عدد مورد نظر را x در نظر می گیریم.</p> $x(x + 3) = 10$ $x^2 + 3x = 10 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x + 5)(x - 2) = 0$ $x + 5 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -5} \quad \text{یا} \quad x - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2}$	<p>۱</p>																		
<p>گزاره، جمله‌ای خبری است که در حال یا آینده بتوانیم درستی یا نادرستی را به آن نسبت دهیم. مثال: عدد ۱۵ فرد است.</p>	<p>۲</p>																		
<p>۳- اگر $d \equiv p \wedge q$ باشد، آن گاه هر دو گزاره p و q دارای ارزش درست هستند.</p> <p>الف) $p \equiv d$ ، $q \equiv d$ $\sim p \Leftrightarrow \sim q \equiv d$ $\sim d \Leftrightarrow \sim d$</p> <p>ب) $\sim q \Rightarrow (p \wedge r)$ $\sim d \Rightarrow (p \wedge r) \equiv d$ (گزاره شرطی به انتفای مقدم درست است.)</p> <p>پ) $(p \vee \sim q) \wedge \sim p$ $(d \vee \sim d) \wedge \sim d$ $d \wedge \sim d \equiv \sim d$</p>	<p>۳</p>																		
<p>الف) گام اول: p گزاره‌ای درست است، بنابراین ترکیب فصلی $(p \vee r)$ درست است. گام دوم: مقدم (یعنی $p \vee r$) و تالی (یعنی p) هر دو درست هستند، بنابراین ارزش ترکیب $(p \vee r) \Rightarrow p$ درست است. پاسخ سریع: چون تالی (یعنی p) درست است در نتیجه ارزش کل ترکیب شرطی $(p \vee r) \Rightarrow p$ نیز درست است. روش دیگر با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها است که در روبه‌رو مشاهده می‌کنید.</p> <table border="1" data-bbox="271 1153 558 1220"> <tr> <td>q</td> <td>r</td> <td>$q \vee r$</td> <td>p</td> <td>$(p \vee r) \Rightarrow p$</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>*</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> </table> <p>ب) گام اول: q گزاره‌ای نادرست است، بنابراین ترکیب عطفی $(q \wedge r)$ نادرست است. گام دوم: ترکیب $(q \wedge r)$ نادرست است، بنابراین ترکیب شرطی $(q \wedge r) \Rightarrow r$ به انتفای مقدم درست است. روش دیگر با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها است که در روبه‌رو مشاهده می‌کنید.</p> <table border="1" data-bbox="271 1288 526 1355"> <tr> <td>q</td> <td>r</td> <td>$q \wedge r$</td> <td>$(q \wedge r) \Rightarrow r$</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>*</td> <td>ن</td> <td>د</td> </tr> </table>	q	r	$q \vee r$	p	$(p \vee r) \Rightarrow p$	د	*	د	د	د	q	r	$q \wedge r$	$(q \wedge r) \Rightarrow r$	د	*	ن	د	<p>۴</p>
q	r	$q \vee r$	p	$(p \vee r) \Rightarrow p$															
د	*	د	د	د															
q	r	$q \wedge r$	$(q \wedge r) \Rightarrow r$																
د	*	ن	د																
<p>۵- الف) علی در کنکور قبول نمی‌شود. ب) با نمادگذاری متوجه می‌شویم استدلال به صورت $(p \Rightarrow q) \wedge q \Rightarrow p$ انجام شده و واضح است که قیاس استثنایی رعایت نشده است. شاید دلیل گرم شدن اتاق چیز دیگری باشد.</p>	<p>۵</p>																		
<p>۶- با قراردادن اعضای دامنه در ضابطه تابع f داریم:</p> $f(x) = x^2 - 1$ $f(1) = 1^2 - 1 = 0, f(2) = 2^2 - 1 = 3, f(3) = 3^2 - 1 = 8$ $R_f = \{0, 3, 8\}$ <p>و نمایش زوج‌مرتبی تابع f به صورت $\{(1, 0), (2, 3), (3, 8)\}$ خواهد بود.</p>	<p>۶</p>																		
<p>۷- با توجه به اینکه ۳ بزرگتر از ۲ است $(x \geq 2)$ برای به دست آوردن $f(3)$ از ضابطه $f(x) = 3x + 1$ استفاده می‌کنیم.</p> $f(3) = 3 \times 3 + 1 = 10$ <p>همچنین ۱ کوچکتر از ۱ است $(x < 1)$ برای به دست آوردن $f(-1)$ از ضابطه $f(x) = -2x - 1$ استفاده می‌کنیم.</p> $f(-1) = -2 \times (-1) - 1 = 2 - 1 = 1$ <p>و در آخر حاصل $f(3) + f(-1)$ را به دست می‌آوریم.</p> $f(3) + f(-1) = 10 + 1 = 11$	<p>۷</p>																		

<p>۸ - در نمایش زوج مرتبی تابع همانی مؤلفه اول و دوم هر زوج مرتب با هم برابرند.</p> <p>با جایگذاری مقدار $a = 3$ در دو زوج مرتب دیگر مقدار b, c را نیز به دست می آوریم.</p> <p>و در آخر میانگین a, b, c را محاسبه می کنیم.</p> <p>تابع همبندی $(5, a + 2) \Rightarrow a + 2 = 5 \Rightarrow a = 3$</p> <p>$(a, b) \xrightarrow{a=3} (3, b) \Rightarrow b = 3$</p> <p>$(c, 3a) \xrightarrow{a=3} (c, 9) \Rightarrow c = 9$</p>	<p>۸</p>
<p>۹ - ضابطه تابع علامت به صورت زیر است.</p> <p>تابع علامت به ازای x های مثبت ($x > 0$) برابر ۱ و به ازای x های منفی ($x < 0$) برابر -۱ است.</p> <p>الف) $1 - x^2$ به ازای x های بین ۳ و ۴ ($3 < x < 4$) مقداری منفی است. پس داریم:</p> <p>ب) $x^2 - 3$ به ازای x های بین ۲ و ۳ ($2 < x < 3$) مقداری مثبت است. پس داریم:</p> <p>$sign(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$</p> <p>$sign(1 - x^2) = -1 \quad 3 < x < 4$</p> <p>$sign(x^2 - 3) = +1 \quad 2 < x < 3$</p>	<p>۹</p>
<p>۱۰ - ابتدا دامنه مشترک دو تابع f و g را مشخص می کنیم.</p> <p>الف) $D_f = \{-3, -2, -1, 2\}$, $D_g = \{-3, -2, -1, 5\}$, $D_f \cap D_g = \{-3, -2, -1\}$</p> <p>$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = \begin{cases} (f + g)(-3) = f(-3) + g(-3) = 2 + (-8) = -6 \\ (f + g)(-2) = f(-2) + g(-2) = 6 + (-6) = 0 \\ (f + g)(-1) = f(-1) + g(-1) = 4 + (-4) = 0 \end{cases}$</p> <p>$f + g = \{(-3, -6), (-2, 0), (-1, 0)\}$</p> <p>ب) $(g - f)(x) = g(x) - f(x) = \begin{cases} (g - f)(-3) = g(-3) - f(-3) = -8 - 2 = -10 \\ (g - f)(-2) = g(-2) - f(-2) = -6 - 6 = -12 \\ (g - f)(-1) = g(-1) - f(-1) = -4 - 4 = -8 \end{cases}$</p> <p>$g - f = \{(-3, -10), (-2, -12), (-1, -8)\}$</p> <p>$0 < x < \frac{1}{2} \rightarrow 1 < x + 1 < \frac{3}{2} \Rightarrow [x + 1] = 1$</p> <p>$\frac{1}{2} < x < 1 \Rightarrow -\frac{3}{2} < x - 2 < -1 \Rightarrow [x - 2] = -2$</p>	<p>۱۰</p>
<p>۱۱ - نرخ بیکاری برابر است با: نسبت جمعیت بیکار جامعه به جمعیت فعال جامعه است با قراردادن مقادیر نرخ بیکاری و جمعیت فعال در رابطه $(\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}})$ تعداد بیکاران این جامعه را به دست می آوریم.</p> <p>$8\% = \frac{8}{100} = \frac{x}{6000000} \Rightarrow 8 \times 6000000 = 100x$</p> <p>$\Rightarrow 8 \times 600000 = x \Rightarrow x = 480000$</p> <p>تعداد بیکاران این شهر برابر ۴۸۰۰۰۰ نفر است.</p>	<p>۱۱</p>
<p>۱۲ - شاخص توده بدنی (BMI) برابر است با: نسبت وزن بر حسب کیلوگرم بر مجذور قد بر حسب متر.</p> <p>وزن (kg) شاخص توده بدنی = $\frac{\text{مجنور قد } (m)}{\text{مجنور قد } (m)}$</p> <p>قد $180 = 1,8$ سانتی متر</p> <p>$\frac{90}{(1,8)^2} = \frac{90}{3,24} \approx 27,77$</p>	<p>۱۲</p>
<p>۱۳</p>	<p>۱۳</p>

برای محاسبه شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{شاخص بهای کالا} = \frac{\text{مجموع مبلغ کالا و خدمات در سال مورد نظر}}{\text{مجموع مبلغ کالا و خدمات در سال پایه}} \times 100$$

$$\text{شاخص بهای گوسفند مصرفی} = \frac{8000 \times 30 + 30000 \times 10 + 45000 \times 20}{5000 \times 30 + 20000 \times 10 + 30000 \times 20} \times 100$$

$$= \frac{240000 + 300000 + 900000}{150000 + 200000 + 600000} \times 100 = \frac{1440000}{950000} \times 100 \approx 1,51 \times 100 = 151\%$$

جمع بارم : ۲۰ نمره

نام و نام خانوادگی مصحح : روزبه سیگارودی

امضاء: