

۱- نقیض گزاره «امروز آفتابی است و فردا بارانی نیست» کدام گزاره زیر است؟

- ① امروز باررانی است و فردا آفتابی است.  
 ② امروز آفتابی نیست یا فردا بارانی است.  
 ③ امروز آفتابی نیست یا فردا بارانی نیست.  
 ④ امروز بارانی است و فردا آفتابی نیست.

۲- برد کدام تابع مجموعه تمام اعداد حقیقی است؟



۳- اگر  $g = \{(m-n, 2)(m+p, 6)(p+1, 2)\}$  تابعی همانی باشد، در این صورت  $m+n+p$  کدام است؟

- ① ۶      ② ۷      ③ ۸      ④ ۹

۴- هرگاه  $f(x) = \begin{cases} 3x+a & , x \geq -1 \\ ax+4 & , x \leq -1 \end{cases}$  یک تابع باشد، مقدار  $f(-2)$  کدام است؟

- ①  $\frac{7}{2}$       ②  $-\frac{5}{2}$       ③  $-3$       ④ ۱۱

۵- اگر  $f = \{(m^2-4, 5), (m^2-4, m^2-11), (8+m, 2)\}$  یک تابع باشد،  $m$  کدام است؟

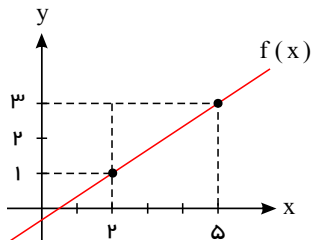
- ① فقط ۴      ② فقط  $-4$       ③  $\pm 4$       ④ هیچ مقداری برای  $m$  وجود ندارد.

۶- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت حاصل هم ارزی زیر کدام است؟

$[\sim(p \vee \sim p) \Leftrightarrow \sim(q \wedge \sim q)] \equiv ?$

- ① T      ② F      ③ p      ④ q

۷- نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است.  $f(3)$  کدام است؟



- ①  $\frac{13}{3}$       ②  $\frac{5}{4}$       ③  $-\frac{5}{4}$       ④  $\frac{7}{4}$

۸- اگر  $p \equiv \sim q$  و  $r$  گزاره‌ای درست باشد، کدام گزینه درست است؟

- ①  $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \vee q)$       ②  $(p \vee r) \equiv (p \wedge q)$       ③  $\sim(\sim r \Rightarrow q) \equiv (\sim q \vee r)$       ④  $(\sim p \wedge \sim r) \equiv (p \Leftrightarrow q)$



۹- در کدام گزینه استدلال قیاس استثنایی به درستی انجام گرفته است؟

- مقدمه ۱: اگر شخصی در امتحان کتبی رانندگی حداقل نمره ۲۶ را کسب کند، آنگاه می تواند در آزمون عملی شرکت کند.  
 مقدمه ۲: علی در آزمون عملی رانندگی شرکت نکرده است.  
 ۱) علی در آزمون کتبی رانندگی نمره کم تر از ۲۶ گرفته است.
- مقدمه ۱: اگر شاخص آلودگی در شهری بالاتر از ۱۵۰ باشد، آنگاه مدارس آن شهر تعطیل می شوند.  
 مقدمه ۲: شاخص آلودگی شهر تهران امروز ۱۶۰ است.  
 ۲) مدارس شهر تهران امروز تعطیل شده است.
- مقدمه ۱: اگر کسی از من متنفر باشد، آنگاه پشت سر من حرف می زند.  
 مقدمه ۲: سعید پشت سر من حرف زده است.  
 ۳) سعید از من متنفر است.
- مقدمه ۱: اگر عددی مثبت باشد، آنگاه توان دوم آن عدد مثبت است.  
 مقدمه ۲:  $a^2$  بزرگ تر از صفر است.  
 ۴)  $a$  عددی مثبت است.

۱۰- اگر  $p, q, r$  سه گزاره دلخواه باشند و ارزش  $(p \vee \sim q) \Rightarrow r$  نادرست باشد، کدام گزینه در مورد ارزش  $p$  و  $r$  درست است؟

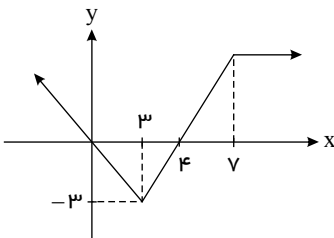
- ۱)  $r$  نادرست و  $p$  درست.      ۲)  $p$  و  $r$  هر دو درست.      ۳)  $r$  درست و  $p$  نادرست.      ۴)  $p$  و  $r$  هر دو نادرست.

۱۱- ارزش نقیض گزاره  $(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge q)$  کدام است؟

- ۱) همواره درست      ۲) همواره نادرست      ۳) به ارزش گزاره  $p \wedge q$  بستگی دارد      ۴) به ارزش گزاره  $p$  بستگی دارد

۱۲- عبارت "یک سوم از مربع نصف عددی برابر است با دو برابر آن عدد منهای یک چهارم عدد ۲۱" به صورت نماد ریاضی کدام است؟

- ۱)  $\frac{x^2}{6} = 2x - \frac{1}{4}$       ۲)  $\frac{x^2}{6} = (2x - \frac{1}{4}) \times 21$       ۳)  $\frac{x^2}{12} = 2x - \frac{21}{4}$       ۴)  $\frac{x^2}{12} = (2x - \frac{1}{4}) \times 21$



۱۳- باتوجه به نمودار تابع  $f$ ، حاصل عبارت  $f(-1) + f(11)$  کدام است؟

- ۱) ۸      ۲) ۱۰      ۳) ۱۲      ۴) ۱۴

۱۴- در مورد تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \geq 1 \\ 2x + 1, & x \leq 0 \end{cases}$  کدام مورد، نادرست است؟

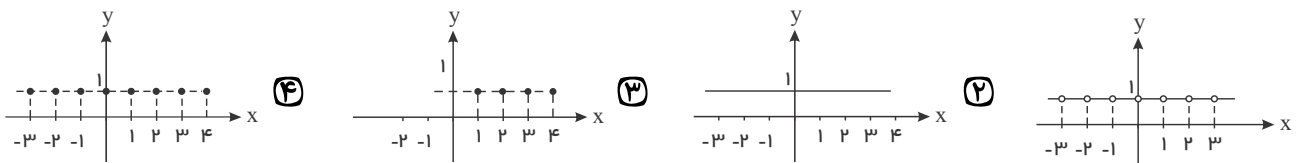
- ۱)  $f(1) + f(-1) = -1$       ۲) مقدار  $f(\frac{1}{2})$  تعریف نشده است.  
 ۳) نمودار  $f$  محور  $x$ ها را در ۳ نقطه قطع می کند.      ۴) برد  $f$  برابر با  $R$  می باشد.

۱۵- حاصل هم‌ارزی زیر به کمک جدول ارزش گذاری یا خواص گزاره‌ها کدام است؟

$\sim [(\sim q \Rightarrow p) \wedge p] \equiv ?$

- ۱)  $p$       ۲)  $q$       ۳)  $\sim p$       ۴)  $\sim q$

۱۶- نمودار تابع ثابت  $f(x) = \begin{cases} \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z} \\ f(x) = 1 \end{cases}$  کدام است؟ ( $\mathbb{N}$  مجموعه اعداد طبیعی و  $\mathbb{Z}$  مجموعه اعداد صحیح است.)





۱۷- خط  $y = 4$  نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$  را در دو نقطه به طول‌های  $A$  و  $B$  قطع می‌کند. در این صورت فاصله دو نقطه از

یکدیگر چقدر است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۸- اگر گزاره «اگر دیروز پنجشنبه بود، آن‌گاه فردا شنبه یا دوشنبه است» به انتفای مقدم درست و ارزش تالی آن هم درست باشد، آن‌گاه امروز چند شنبه است؟

جمعه (۴)

پنجشنبه (۳)

سه‌شنبه (۲)

یکشنبه (۱)

۱۹- ارزش گزاره  $[p \vee (\sim q \wedge \sim p)] \vee q$  کدام است؟

به ارزش گزاره  $q$  بستگی دارد (۴)

به ارزش گزاره  $p$  بستگی دارد (۳)

همواره نادرست (۲)

همواره درست (۱)

۲۰- کدام یک از هم‌ارزی‌های زیر، نادرست است؟

$(\sim p \vee q) \equiv (p \Rightarrow q)$  (۴)

$(\sim p \vee q) \equiv (q \Rightarrow p)$  (۳)

$p \vee (p \wedge q) \equiv p$  (۲)

$p \wedge (p \vee q) \equiv p$  (۱)



## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ توجه:  $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$  : قاعده دمورگان

عبارت سؤال: امروز آفتابی است و فردا بارانی نیست، توجه شود که نقیض را از ما می‌خواهد، پس داریم:

$\Rightarrow \sim p \vee \sim q$  (بنابراین گزینه ۲ درست است.)

۲ - گزینه ۲ برای به دست آوردن برد تابع از روی نمودار، کافی است تصویر نقاط را روی محور  $y$  ها به دست آوریم، سپس محدوده برد تابع را می‌یابیم، که با توجه به نمودارها، تنها برد تابع گزینه ۲، شامل مجموعه تمام اعداد حقیقی است.

۳ - گزینه ۴

$$g \text{ تابع همانی است } \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (1) \quad m - n = 2 \xrightarrow{m=5} 5 - n = 2 \rightarrow 5 - 2 = n \rightarrow \boxed{3 = n} \\ (2) \quad m + p = 6 \xrightarrow{p=1} m + 1 = 6 \rightarrow \boxed{m = 5} \\ (3) \quad p + 1 = 2 \rightarrow \boxed{p = 1} \end{array} \right.$$

$$m + n + p = 5 + 3 + 1 = 9$$

۴ - گزینه ۳ چون یک  $f(x)$  تابع است و چون  $x = -1$  در هر دو دامنه ضابطه‌ها قرار دارد، لذا باید به ازای  $x = -1$  مقدار ضابطه‌ها برابر باشد، بنابراین داریم:

$$-3 + a = -a + 4 \Rightarrow a = \frac{7}{2}$$

چون  $-1 \leq -2$  است، لذا برای محاسبه  $f(-2)$  از ضابطه پایینی استفاده می‌کنیم:

$$f(-2) = a \times (-2) + 4 = \frac{7}{2} \times (-2) + 4 = -7 + 4 = -3$$

۵ - گزینه ۲

در تابع اگر دو زوج مرتب دارای مؤلفه‌های اول برابر باشند باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز برابر باشند.

$$(m^2 - 4, 5) = (m^2 - 4, m^2 - 11) \Rightarrow m^2 - 11 = 5 \Rightarrow m^2 = 16 \xrightarrow{\text{جذر}} m = \pm 4$$

$$m = 4 \Rightarrow f = \{(12, 5), (12, 2)\} \Rightarrow f \text{ تابع نیست}$$

$$m = -4 \Rightarrow f = \{(12, 5), (4, 2)\} \Rightarrow f \text{ تابع است}$$

پس فقط جواب  $m = -4$  قابل قبول است.

۶ - گزینه ۲ اگر گزاره‌ای دلخواه باشد؛ داریم:

$$1) (p \wedge \sim p) \equiv F$$

$$2) (p \vee \sim p) \equiv T$$

با توجه به نکته بالا داریم:

$$[\sim(\underbrace{p \vee \sim p}_F) \wedge \underbrace{\sim(q \wedge \sim q)}_T] \equiv F$$

۱ - گزینه ۲ نمودار  $f$  خطی است که از دو نقطه‌ی  $A \left( \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right)$  و  $B \left( \begin{array}{c} 5 \\ 3 \end{array} \right)$  می‌گذرد. معادله‌ی این خط را می‌نویسیم:

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \rightarrow m_{AB} = \frac{1 - 3}{2 - 5} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A \left( \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right) \xrightarrow{y - y_A = m(x - x_A)} y - 1 = \frac{2}{3}(x - 2) \rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \\ m = \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow f(3) = \frac{2}{3}(3) - \frac{1}{3} = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

۱ - گزینه ۴ چون  $p \equiv \sim q$  بنابراین  $p$  و  $q$  مخالف یکدیگرند و  $T \equiv \sim T$  است. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1 \text{ گزینه } 1: (p \Leftrightarrow q) \equiv F, (p \vee q) \equiv T$$



گزینه ۲:  $\overbrace{(p \vee r)}^T \equiv T$  ,  $(p \wedge q) \equiv F$

گزینه ۳:  $\sim \underbrace{(\sim r \Rightarrow q)}^T \equiv F$  ,  $(\sim q \vee r) \equiv T$

گزینه ۴:  $(\sim p \wedge \underbrace{\sim r}_F) \equiv F$  ,  $(p \Leftrightarrow q) \equiv F$

۹ - گزینه ۲ تنها در گزینه ۲، استدلال قیاس استثنایی به درستی انجام گرفته است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: شاید علی در آزمون کتبی هم شرکت نکرده باشد.

گزینه ۳: شاید سعید از من متنفر نباشد و پشت سر من حرف بدی زده باشد.

گزینه ۴:  $a$  می‌تواند عددی منفی هم باشد و توان دوم آن مثبت باشد.

۱۰ - گزینه ۳

ترکیب شرطی وقتی نادرست است؛ که مقدم درست و تالی نادرست باشد.

نادرست  $\Rightarrow$   $\underbrace{(p \vee \sim q)}_{\text{نادرست}} \equiv$   $\underbrace{r}_{\text{درست}}$

$p \vee \sim q \equiv$  نادرست  $\rightarrow \begin{cases} p \equiv \text{نادرست} \\ \sim q \equiv \text{نادرست} \end{cases}$

ترکیب فصلی فقط وقتی نادرست است؛ که هر دو گزاره نادرست باشند.

پس  $r$  درست و  $p$  نادرست است.

۱۱ - گزینه ۲

$p$	$q$	$\sim q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee \sim q)$
د	د	ن	$د \Rightarrow د \equiv د$
د	ن	د	$ن \Rightarrow د \equiv د$
ن	د	ن	$د \Rightarrow ن \equiv د$
ن	ن	د	$ن \Rightarrow د \equiv د$

پس ترکیب شرطی سؤال همواره درست و نقیض آن همواره نادرست است.

۱۲ - گزینه ۳

عدد مورد نظر را برابر  $x$  در نظر می‌گیریم.

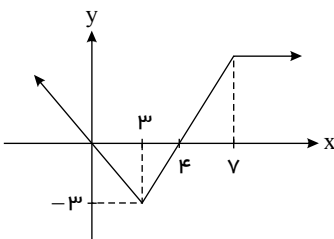
$$\frac{1}{3} \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 2x - \frac{1}{4} \times 21$$

$$\frac{1}{3} \left(\frac{x^2}{4}\right) = 2x - \frac{21}{4} \rightarrow \frac{x^2}{12} = 2x - \frac{21}{4}$$

نصف عدد  $= \frac{x}{2} \leftarrow$  مربع نصف عدد  $= \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{4}$

یک سوم مربع نصف عدد  $= \frac{1}{3} \left(\frac{x^2}{4}\right) = \frac{x^2}{12}$

۱۳ - گزینه ۲



ابتدا ضابطه این تابع را مشخص می‌کنیم.

این تابع به‌ازای مقادیر  $3 < x < 7$  خط گذرنده از دو نقطه  $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}$  است. نتیجه داریم:

$$m = \frac{0 - (-3)}{4 - 3} = 3 \rightarrow y = mx + h \Rightarrow y = 3x + h \xrightarrow{\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}} 0 = 3 \times 4 + h \Rightarrow h = -12 \Rightarrow y = 3x - 12$$

ضابطه این تابع برای  $x \geq 7$  یک تابع ثابت است و مقدار آن برابر  $f(7)$  از ضابطه دوم است؛ در نتیجه:

$$f(7) = 3 \times 7 - 12 = 21 - 12 = 9$$



$$f(x) = \begin{cases} -x & x \leq 3 \\ 3x - 12 & 3 < x < 7 \\ 9 & x \geq 7 \end{cases}$$

باتوجه به ضابطه تابع  $f(x)$  داریم:

$$f(-1) \Rightarrow -1 \leq 3 \xrightarrow{\text{ضابطه اول}} f(-1) = -(-1) = 1$$

$$f(11) \Rightarrow 11 \geq 7 \xrightarrow{\text{ضابطه سوم}} f(11) = 9$$

در نتیجه حاصل  $f(-1) + f(11) = 1 + 9 = 10$  برابر ۱۰ است.

۱۴ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱):

$$f(1) = 1^2 - 1 = 0 \Rightarrow f(1) + f(-1) = 0 - 1 = -1$$

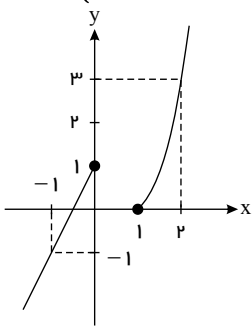
$$f(-1) = 2(-1) + 1 = -1$$

گزینه (۲):

$x = \frac{1}{2}$  در دامنه  $f$  وجود ندارد؛ پس  $f(\frac{1}{2})$  تعریف نشده است.

گزینه‌های (۳) و (۴):

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 1 \\ 2x + 1 & x \leq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{c|c|c} x & 1 & 2 \\ \hline y & 0 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & -1 \\ \hline y & 1 & -1 \end{array}$$



با توجه به نمودار رسم شده نمودار تابع  $f$  محور  $x$ ها را در ۲ نقطه قطع می‌کند همچنین برد تابع  $f$  برابر  $R$  است.

۱۵ - گزینه ۳ روش اول

جدول ارزش گذاری گزاره ترکیبی  $\sim[(\sim q \Rightarrow p) \wedge p]$  را رسم می‌کنیم.

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \Rightarrow p$	$(\sim q \Rightarrow p) \wedge p$	$\sim[(\sim q \Rightarrow p) \wedge p]$
د	د	ن	ن	د	د	ن
د	ن	ن	د	د	د	ن
ن	د	د	ن	د	ن	د
ن	ن	د	د	ن	ن	د

۱۶ توجه به جدول ارزش درستی گزاره ترکیبی هم ارز  $p \sim$  است.

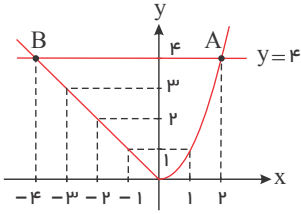
روش دوم

$$\sim [ (\sim q \Rightarrow p) \wedge p ] \equiv \sim [ (q \vee p) \wedge p ] \equiv \sim p$$

تبدیل ترکیب شرطی به فصلی      قانون جذب

۱۶ - گزینه ۳ دامنه تابع تنها شامل اعداد طبیعی است و برد تابع مقدار ثابت یک است. پس تنها نمودار گزینه ۳، مربوط به این تابع می‌باشد.

۱۷ - گزینه ۳ ابتدا نمودار تابع چند ضابطه‌ای را رسم می‌کنیم، به ازای  $x > 0$  نمودار تابع یک سهمی است که رأس آن روی مبدأ قرار دارد و به ازای  $x < 0$  نمودار تابع خطی است که از مبدأ می‌گذرد و نیمساز ناحیه دوم است.



همان‌طور که از نمودار مشاهده می‌کنید خط  $y = 4$  نمودار تابع را در نقطه  $A$  و  $B$  قطع می‌کند که طول این نقاط به ترتیب برابر  $x_A = 2$  و  $x_B = -4$  است. لذا فاصله این دو نقطه از یکدیگر برابر است با:

$$x_A - x_B = 2 - (-4) = 2 + 4 = 6$$

۱۸ - گزینه ۱ اگر دیروز پنجشنبه بود، آن‌گاه فردا شنبه یا دوشنبه است.  
تالی مقدم

ارزش مقدم نادرست و ارزش تالی درست است. فردا شنبه یا دوشنبه است بنا بر ترکیب فصلی یکی درست خواهد بود، یعنی امروز جمعه یا یکشنبه است اما چون مقدم یعنی دیروز پنجشنبه بود نادرست است، پس امروز جمعه نیست در نتیجه امروز یکشنبه است.

۱۹ - گزینه ۱ راه اول: تشکیل جدول ارزش گزاره‌هاست.

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$[p \vee (\sim q \wedge \sim p)] \vee q$
د	د	ن	ن	$(د \vee ن) \vee د \equiv د$
د	ن	ن	د	$(د \vee ن) \vee ن \equiv د$
ن	د	د	ن	$(ن \vee ن) \vee د \equiv د$
ن	ن	د	د	$(ن \vee د) \vee ن \equiv د$

راه دوم: طبق قضیهٔ دمورگان  $(\sim q \wedge \sim p) \equiv \sim (p \vee q)$

$$[p \vee (\sim q \wedge \sim p)] \vee q \equiv p \vee [\sim (p \vee q)] \vee q \equiv (p \vee q) \vee \sim (p \vee q) \equiv د$$

می‌دانیم  $p \vee \sim p \equiv د$  اگر  $p \vee q$  را گزارهٔ  $S$  بنامیم، داریم  $S \vee \sim S \equiv د$

۲۰ - گزینه ۳

با توجه به جدول، گزینهٔ ۳ صحیح نیست.

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$
د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	د	ن
ن	ن	د	د	د	د

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲

۴ - ۳

۷ - ۲

۱۰ - ۳

۱۳ - ۲

۱۶ - ۳

۱۹ - ۱

۲ - ۲

۵ - ۲

۸ - ۴

۱۱ - ۲

۱۴ - ۳

۱۷ - ۳

۲۰ - ۳

۳ - ۴

۶ - ۲

۹ - ۲

۱۲ - ۳

۱۵ - ۳

۱۸ - ۱