

نام درس: آمار و احتمال  
 نام دبیر  
 تاریخ امتحان:  
 ساعت امتحان: ۸ : ۰۰  
 مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران  
**اداره کل آموزش و پرورش خراسان رضوی**  
 اداره آموزش و پرورش ناحیه ۷ مشهد  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۴ صفحه

| محل مهر و امضا: مدیر |   | نمره به عدد: | نمره به حروف: | نمره به عدد: | نمره به حروف: |
|----------------------|---|--------------|---------------|--------------|---------------|
|                      |   | نام دبیر:    | تاریخ و امضا: | نام دبیر:    | تاریخ و امضا: |
| ردیف                 | سؤالات  | نمره         | ردیف          | سؤالات       | نمره          |
| ۱/۵                  | <p>ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید و سپس <u>نقیض</u> هر یک را بنویسید.</p> <p>الف) <math>\forall x \in \mathbb{Z}; \frac{4x-5}{7} = 0</math></p> <p>ب) <math>\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{N}; x &gt; y</math></p>                  | ۱            |               |              |               |
| ۲                    | <p>ارزش گزاره‌های زیر را مشخص نمایید.</p> <p>الف) اگر <u>پ</u> نادرست باشد، ارزش گزاره‌ی <math>p \wedge q \Rightarrow r</math> را بررسی کنید.</p> <p>ب) اگر <u>پ</u> درست باشد، ارزش گزاره‌ی <math>p \vee q \Rightarrow s</math> را بررسی نمایید.</p> | ۲            |               |              |               |
| ۱                    | <p>ثابت کنید اگر <math>a \in \mathbb{Z}</math> و <math>a^2</math> مضرب ۷ باشد، آن‌گاه <math>a</math> مضرب ۷ است.</p>  | ۳            |               |              |               |
| صفحه ی ۱ از ۴        |   |              |               |              |               |

|               |   |   |
|---------------|---|---|
| ۱             | ثابت کنید که گزاره ی $(\sim p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow r)) \vee r$ با گزاره ی $(p \vee q) \vee r$ هم‌ارزند.  | ۴ |
| ۱             | مجموعه ی ۵ عضوی را به چند حالت می‌توان به ۳ زیرمجموعه افراز کرد؟  | ۵ |
| ۱/۵           | اگر به تعداد اعضای یک مجموعه، ۴ عضو اضافه کنیم، به تعداد زیرمجموعه‌های آن ۱۲۰ واحد اضافه می‌شود. این مجموعه چند زیرمجموعه ی تک عضوی دارد؟                                       | ۶ |
| ۲             | <p>به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:</p> <p>(الف) <math>(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B</math></p> <p>(ب) <math>(A \cap B) - (B \cap C) = (A - B') - C</math></p> | ۷ |
| صفحه ی ۲ از ۴ |   |   |

|               |  |    |
|---------------|--|----|
| ۱/۵           | اگر $A = (-2, 1)$ و $B = [0, 2]$ باشند، نمودار $A^2 - A \times B$ را رسم نمائید.   | ۸  |
| ۱             | اگر $A = \{a, b, c\}$ و $B = \{b, c, d, e\}$ مجموعه $A^2 \cup B^2$ چند عضو دارد؟   | ۹  |
| ۱             | با استفاده از روش عضوگیری ثابت کنید که اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ آنگاه $A \cap C \subseteq B \cup D$ .   | ۱۰ |
| ۲             | <p>دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. مطلوب است:<br/>الف) احتمال اینکه مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد.</p> <p>ب) احتمال اینکه مجموع دو عدد رو شده حداقل ۱۱ باشد.</p> | ۱۱ |
| ۲             | از مجموعه اعداد $\{1, 2, \dots, 200\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال آن که عدد انتخابی الف) بر ۴ بخش پذیر باشد.                                       | ۱۲ |
| صفحه ی ۳ از ۴ |  |    |

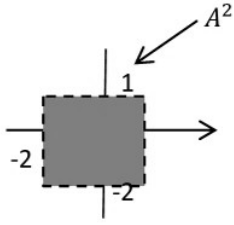
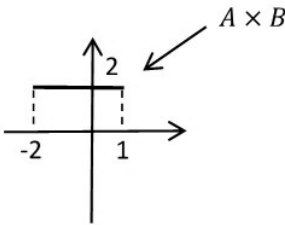
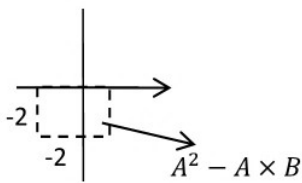
|               |  |    |
|---------------|--|----|
|               | <p>(ب) بر ۵ بخش پذیر باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نباشد.</p> <p>(ج) نه بر ۴ و نه بر ۶ بخش پذیر باشد.</p>   |    |
| ۱/۵           | <p>تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد اول ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد غیر اول است. اگر در پرتاب این تاس، <math>A</math> پیشامد وقوع عددی کوچک‌تر از ۴ باشد، <math>P(A)</math> را بیابید.</p> | ۱۳ |
| ۱             | <p>اگر <math>2P(B) = P(A) = 3P(A \cap B)</math> باشد، حاصل <math>\frac{P(A-B)}{P(A \cup B)}</math> را بدست آورید.</p>  | ۱۴ |
| صفحه ی ۴ از ۴ |  |    |

نام درس: آمار و احتمال  
 نام دبیر  
 تاریخ امتحان:  
 ساعت امتحان: ۸:۰۰  
 مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران  
**اداره کل آموزش و پرورش خراسان رضوی**  
 اداره آموزش و پرورش ناحیه ۷ مشهد  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۴ صفحه

| ردیف | راهنمای تصحیح   | محل مهر یا امضاء مدیر |
|------|---|-----------------------|
| ۱    | الف) به عنوان مثال به ازای $x = 0$ داریم: $\frac{4(0)-5}{7} = -\frac{5}{7} \neq 0$ . پس ارزش گزاره نادرست است.<br>نقیض: $\exists x \in \mathbb{Z}; \frac{4x-5}{7} \neq 0$<br>ب) ارزش گزاره نادرست. اگر $x = 1$ ، هیچ $y$ ای در $\mathbb{N}$ وجود ندارد که $x > y$ باشد.<br>نقیض: $\exists x \in \mathbb{N} \quad \forall y \in \mathbb{N}; x \leq y$  |                       |
| ۲    | الف) اگر $p$ نادرست باشد، آن گاه گزاره‌ی عطفی $p \wedge q$ در هر دو حالت $q$ با ارزش درست و نادرست، گزاره‌ای نادرست است. و چون $p \wedge q \Rightarrow r$ گزاره‌ای شرطی است که مقدم آن ارزش نادرست دارد پس به انتفاء مقدم ارزش گزاره‌ی شرطی فوق درست است.<br>ب) اگر $p$ درست باشد، گزاره‌ی فصلی $p \vee q$ در هر دو حالت $q$ با ارزش درست و نادرست، گزاره‌ای درست می‌باشد. دو حالت اتفاق می‌افتد:<br>اگر $S$ درست باشد، $S \Rightarrow p \vee q$ دارای ارزش درست است.<br>اگر $S$ نادرست باشد، $S \Rightarrow p \vee q$ به انتفاء مقدم درست است.<br>بنابراین $S \Rightarrow p \vee q$ دارای ارزش درست می‌باشد. |                       |
| ۳    | عکس نقیض:<br>اگر $a \neq 7k$ آن گاه<br>$a^2 \neq (7k)^2 \neq 49k^2 \neq 7(7k^2) \neq 7k' \rightarrow a^2 \neq 7k$   |                       |
| ۴    | $\sim p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow r) \equiv \sim(\sim p) \vee (\sim q \Rightarrow r) \equiv p \vee (\sim(\sim q) \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$  |                       |
| ۵    | $5 = 3 + 1 + 1$<br>تعداد افزایشها $= \frac{\binom{5}{2}\binom{3}{2}\binom{1}{1}}{2!} = \frac{10 \times 2 \times 1}{2} = 10$<br>$5 = 2 + 2 + 1$<br>تعداد افزایشها $= \frac{\binom{5}{2}\binom{3}{2}\binom{1}{1}}{2!} = \frac{10 \times 3 \times 1}{2} = 15$<br>تعداد کل افزایشها $= 10 + 15 = 25$  |                       |
| ۶    | اگر تعداد اعضای مجموعه مورد نظر برابر $n$ باشد، آن گاه داریم:<br>$2^{n+4} - 2^n = 120 \Rightarrow 2^n \times 2^4 - 2^n = 120 \Rightarrow 16 \times 2^n - 2^n = 120 \Rightarrow 15 \times 2^n = 120 \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3$<br>تعداد زیرمجموعه‌های تک‌عضوی $= \binom{3}{1} = 3$   |                       |
| ۷    | الف) $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = (A \cap B') \cup (A \cap B) \cup (B \cap A') = (A \cap (B' \cup B)) \cup (B \cap A') = (A \cap U) \cup (B \cap A') = A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cap A') = (A \cup B) \cap U = A \cup B$<br>ب) $(A \cap B) - (B \cap C) = (A \cap B) \cap (B \cap C)' = (A \cap B) \cap (B' \cup C') = [(A \cap B) \cap B'] \cup [(A \cap B) \cap C'] = [A \cap (B \cap B')] \cup [(A \cap B) \cap C'] = (A \cap B) \cap C' = (A \cap (B')') \cap C' = (A - B') \cap C' = (A - B') - C$   |                       |

|  |   |   |    |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
|--|---|---|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|----|----|---|---|---|---|----|----|----|---|--|----|
|   |  |  | ۸  |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
| $n(A) = 3$ ، $n(B) = 4$ ، $n(A \cap B) = 2$<br>$n(A^2 \cup B^2) = n(A^2) + n(B^2) - n(A^2 \cap B^2) = (n(A))^2 + (n(B))^2 - (n(A \cap B))^2$<br>$= 9 + 16 - 4 = 21$  |   |   | ۹  |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
| $\forall x \in A \cap A \rightarrow x \in A \wedge x \in C \xrightarrow{A \subseteq B, C \subseteq D} x \in B \wedge x \in D \rightarrow x \in B \cap D \xrightarrow{B \cap D \subseteq B \cup D} x \in B \cup D$  |   |   | ۱۰ |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
| <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>+</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td></tr> </table> | +   | 1   | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | الف) $n(S) = 6 \times 6 = 36$ $p(4) + p(8) + p(12) =$<br>$\frac{3}{36} + \frac{5}{36} + \frac{1}{36} = \frac{9}{36}$<br><br>ب) $p(11) + p(12) = \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{3}{36}$ |  | ۱۱ |
| +  | 1   | 2   | 3  | 4  | 5  | 6  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
| 1  | 2   | 3   | 4  | 5  | 6  | 7  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
| 2  | 3   | 4   | 5  | 6  | 7  | 8  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
| 3  | 4   | 5   | 6  | 7  | 8  | 9  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
| 4  | 5   | 6   | 7  | 8  | 9  | 10 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
| 5  | 6   | 7   | 8  | 9  | 10 | 11 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
| 6  | 7   | 8   | 9  | 10 | 11 | 12 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
| $n(A) = \left[ \frac{200}{4} \right] = 50$ ، $n(S) = 200$ $p(A) = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$ (الف)<br><br>$n(B) = \left[ \frac{200}{5} \right] = 40$ ، $n(B \cap C) = \left[ \frac{200}{5 \times 6} \right] = 6$ (ب)<br>$p(B - C) = p(B) - p(B \cap C) = \frac{40}{200} - \frac{6}{200} = \frac{34}{200}$<br><br>$n(A) = \left[ \frac{200}{4} \right] = 50$ ، $n(C) = \left[ \frac{200}{6} \right] = 33$ ، $n(A \cap C) = \left[ \frac{200}{12} \right] = 16$ (ج)<br>$p(A' \cap C') = 1 - p(A) - p(C) + p(A \cap C) = 1 - \frac{50}{200} - \frac{33}{200} + \frac{16}{200} = \frac{200 - 50 - 33 + 16}{200} = \frac{101}{200}$  |   |   | ۱۲ |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
| $S = \{1, 2, \dots, 6\}$<br>$p(1) = p(4) = p(6) = x$ ، $p(2) = p(3) = p(5) = 3x$<br>طبق فرض داریم :<br>از تساوی $p(S) = 1$ داریم:<br>$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1 \Rightarrow x + 3x + 3x + x + 3x + x = 1 \Rightarrow$<br>$12x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12}$<br>$A = \{1, 2, 3\} \rightarrow p(A) = p(1) + p(2) + p(3) = x + 3x + 3x = 7x = \frac{7}{12}$   |   |   | ۱۳ |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
| $p(B) = \frac{3}{2} p(A \cap B)$ ، $p(A) = 3p(A \cap B)$<br>$p(A - B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 3p(A \cap B) + \frac{3}{2} p(A \cap B) - p(A \cap B) = \frac{7}{2} p(A \cap B)$<br>$\Rightarrow \frac{p(A - B)}{p(A \cap B)} = \frac{2}{7/2} = \frac{4}{7}$  |   |   | ۱۴ |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |
| نام و نام خانوادگی مصحح : مرجان یغمایی   |   | جمع بارم : ۲۰ نمره  |    |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |   |  |    |