



آزمون تعیین سطح پاییز ۴ مهر ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

نقد و نظر

تعداد کل سوالات: ۱۴۰ سوال
(۹۰ سوال اجباری + ۵۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی (دقیقه)
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵
اجباری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵
اجباری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵
اجباری	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵
اجباری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵
اجباری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵
اجباری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۰
اجباری	۱۰	۸۱-۹۰	۱۰
اختیاری	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۵
اختیاری	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵
اختیاری	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۵
اختیاری	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۵
اختیاری	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰
مجموع	۱۴۰	۱-۱۴۰	۱۹۵

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	کاظم اجلالی-علی آزاد-شاهین پروازی-عادل حسینی-مهران حسینی-محمد خندان-بابک سادات-یاسین سپهر-علی سلامت-سامان سلامیان-علی شهرابی-سعید علم پور-حمید علیرزاده-کیان کریمی-خراسانی-حمید مامقادی-سیدسپهر متولیان-جهانبخش نیکنام-وحید ون آبادی
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-علی احمدی-قزل دشت-حمیدرضا امیری-علی ایمانی-رضا توکلی-جواد حاتمی-نادر حاجی زاده-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-امیر هوشنگ خسته-محمد خندان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-فرشاد صدیقی-فر-علیرضا طایفه-تبریزی-رضا عباسی-اصل-عزیزاله علی-اصغری-علی اکبر علیرزاده-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-مجید نیکنام
فیزیک	بابک اسلامی-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-علیرضا رستم زاده-بهنام رستمی-رامین شادلوئی-بهنام شاهینی-محمد رضا شیروانی زاده-سعید طاهری-پروچنی-عرفان عسکریان-چایجان-پوریا علاقه مند-محمد جواد غلامی-عبداله فقه زاده-مصطفی کیانی-جلیل گلی-علیرضا گونه احسان محمدی-حسین مخدومی-مهرداد مردانی-سیدعلی میرنوری
شیمی	محمد رضا پورچاوید-پیمان خواجوسی-مجد-فاطمه رحیمی-منصور سلیمانی-ملکان-مینا شرافتی-پور-رسول عابدینی-زواره محمد عظیمیان-زواره-فاضل قهرمانی-فرد-محمد کوهستانی-جواد کتابی-حسن لشکری-محمد حسن محمدزاده-مقدم-محمد وزیری

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینه گزینشگر	سیدسپهر متولیان	مهرداد ملوندی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی سینا صالحی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرت رستمور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محجوب امیرعلی بیات فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	مهرداد ملوندی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران مستند	معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا-فرشته کبرانی-احسان میرزینی	سجاد بهارلویی ابراهیم نوری		محسن دستجردی آتیلا ذاکری

گروه هنر و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار و صفحه آرا	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آموزشی
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطين - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۱- اگر α و β جواب های معادله $x^2 + 5x = 2$ باشند، حاصل $(\alpha^2 + 2\alpha)(\beta - \frac{2}{3})$ کدام است؟

(۲) $\frac{44}{3}$

(۱) $\frac{8}{3}$

(۴) $-\frac{16}{3}$

(۳) $-\frac{52}{3}$

۲- نقاط A و B روی خط $y = 2x - 3$ قرار دارند و فاصله آنها از خط $x - 2y = 4$ برابر $\sqrt{10}$ است. طول پاره خط AB کدام است؟

(۲) $4\sqrt{5}$

(۱) $2\sqrt{5}$

(۴) ۸

(۳) ۴

۳- اگر $(f^{-1} \circ g^{-1})(a) = 4$ ، $f(x) = 3x - \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{x-1}{x+2}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۲) 0.75

(۱) 0.7

(۴) 0.85

(۳) 0.8

۴- اگر $g(x) = \begin{cases} \sqrt{3-x} & ; 0 \leq x < 3 \\ [4x] - 4x & ; x \geq 3 \end{cases}$ و $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ باشد، برد تابع fog به صورت بازه $(a, b]$ است. حاصل $b - a$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

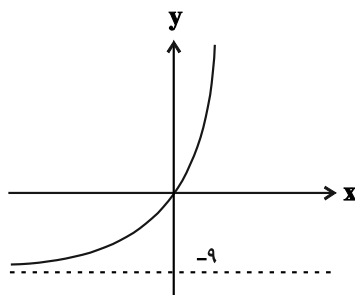
(۴) ۴

(۳) ۵

(۲) ۳

(۱) ۶

۵- نمودار تابع نمایی $f(x) = 3^{x+c} - b$ به صورت زیر است. مقدار $f(b - 5c)$ کدام است؟



(۱) -۱۸

(۲) -۶

(۳) ۱۸

(۴) ۶

محل انجام محاسبات

۶- حاصل ضرب ریشه‌های معادله $3(\log_8 x)^2 + 2\log_8 x - 1 = 0$ کدام است؟

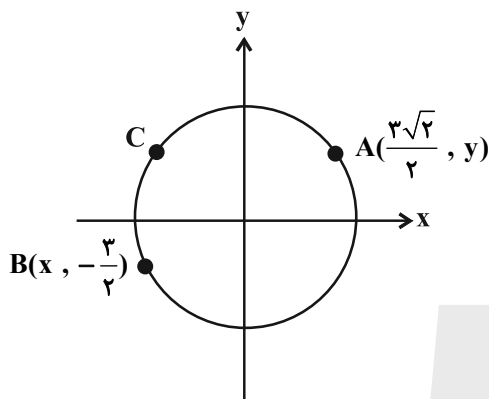
$-\frac{1}{3}$ (۴)

$-\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۷- شعاع دایره مقابل برابر ۳ است. طول کمان ACB کدام است؟



$\frac{13\pi}{12}$ (۱)

$\frac{11\pi}{12}$ (۲)

$\frac{13\pi}{4}$ (۳)

$\frac{11\pi}{4}$ (۴)

۸- حاصل $1 - 8\sin^2 \frac{17\pi}{16} \sin^2 \frac{9\pi}{16}$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲)

۱ (۴)

۹- اگر $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{\sqrt[3]{x-1}-b}{|x-a|} = -\frac{1}{12}$ ، مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

-۲ (۲)

۲ (۴)

-۷ (۱)

۸ (۳)

۱۰- تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{y-\sqrt[3]{x}}-2 & ; x \neq 27 \\ \frac{y}{x+1} & ; x = 27 \end{cases}$ در $x=27$ پیوسته است. مقدار a کدام است؟

$\frac{1}{108}$ (۴)

$\frac{-1}{108}$ (۳)

$\frac{1}{27}$ (۲)

$\frac{-1}{27}$ (۱)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۱۱- دنباله هندسی $\dots, \frac{1}{3\sqrt{3}}, \frac{1}{9}$ چند جمله کمتر از $3\sqrt{3}$ دارد؟

(۲) ۷

(۱) ۶

(۴) ۹

(۳) ۸

۱۲- اگر $\sin \theta > \cos \theta$ و $\tan \theta < 0$ ، آن گاه θ کدام می تواند باشد؟

(۲) 137°

(۱) 62°

(۴) 313°

(۳) 230°

۱۳- اگر $a = \sqrt[3]{3\sqrt{27}}$ ، $b = \sqrt{9\sqrt{3}}$ و ریشه پنجم عدد ab برابر 3^x باشد، مقدار x کدام است؟

(۲) ۲

(۱) $\frac{5}{2}$

(۴) ۵

(۳) $\frac{2}{5}$

۱۴- اگر $x = \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} + \sqrt[6]{7-4\sqrt{3}}$ باشد، حاصل $x^3 - 3x$ کدام است؟

(۲) $\sqrt{3}$

(۱) ۴

(۴) $2\sqrt{3}$

(۳) ۲

۱۵- کمترین مقدار سهمی $p(x) = (3k+1)x^2 + 4kx + 1$ در نقطه $x = m$ بر محور x ها واقع است. بیشترین مقدار $m+k$ کدام است؟

(۲) $-\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) ۳

(۳) $\frac{7}{4}$

محل انجام محاسبات

۱۶- اگر مجموعه جوابهای نامعادله $(x+1)(x^2+mx+m) < 0$ به صورت $(-\infty, -1)$ باشد، مجموع مقادیر صحیح m کدام است؟

۱۰ (۲)

۶ (۱)

۵ (۴)

۳ (۳)

۱۷- برد تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 1 & ; -1 < x < 1 \\ |x - 2| & ; 1 \leq x \leq b \end{cases}$ بازه $(a, 3]$ است. حاصل $b - a$ کدام است؟

۷ (۲)

۲ (۱)

۴ (۴) صفر

۵ (۳)

۱۸- اگر f یک تابع چندجمله‌ای درجه دوم باشد و تساوی $x^2 f(x-1) + k = f(x)f(-x)$ به ازای هر مقدار حقیقی x برقرار باشد، مقدار

k کدام است؟

۴ (۲)

۲ (۱)

۹ (۴)

۳ (۳)

۱۹- چند عدد ۴ رقمی طبیعی زوج می‌توان نوشت که دقیقاً یک بار از رقم صفر در آن استفاده شده است؟ (تکرار ارقام مجاز نیست).

۷۲۶ (۲)

۹۵۲ (۱)

۱۱۷۶ (۴)

۷۵۶ (۳)

۲۰- در پرتاب سه تاس، احتمال این که جمع سه عدد رو شده ۶ شود، کدام است؟

$\frac{5}{18}$ (۲)

$\frac{1}{24}$ (۱)

$\frac{1}{30}$ (۴)

$\frac{5}{108}$ (۳)

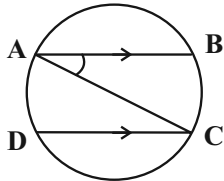
محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۲۱- در شکل زیر AC قطر دایره و $AB \parallel CD$ است. اگر $\widehat{AB} = \widehat{AD}$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{BAC}$ چند درجه است؟



(۱) ۴۸

(۲) ۴۴

(۳) ۴۰

(۴) ۳۶

۲۲- دو دایره $C(O, 3m+10)$ و $C'(O', -m)$ با طول خط‌المركزين $OO' = 3$ مفروض‌اند. به ازای چند مقدار صحیح m ، این دو

دایره متداخل‌اند؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۲۳- در یک مثلث متساوی‌الاضلاع، فاصله مراکز دو دایره محاطی داخلی و خارجی، چند برابر طول ضلع مثلث است؟

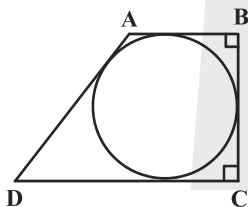
(۴) $2\sqrt{3}$

(۳) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۱) $\sqrt{3}$

۲۴- در شکل زیر اگر طول قاعده‌های دوزنقه برابر ۶ و ۱۲ باشد، شعاع دایره محاطی دوزنقه کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۵/۵

(۳) ۴

(۴) ۳/۵

۲۵- فرض کنید نقاط M ، N و P به ترتیب وسط‌های اضلاع BC ، AC و AB در مثلث ABC باشند. مرکز و نسبت تجانس که مثلث

MNP را بر مثلث ABC تصویر می‌کند، کدام است؟

(۱) محل هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC و $k = -2$

(۲) محل هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC و $k = -\frac{3}{2}$

(۳) محل هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث ABC و $k = -2$

(۴) محل هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث ABC و $k = -\frac{3}{2}$

محل انجام محاسبات

۲۶- نقاط $A(4,1)$ و $B(5,2)$ در صفحه مختصات مفروض اند. اگر نقطه متحرک M روی خط $y = x$ باشد، کمترین مقدار $MA + MB$

کدام است؟

(۲) $2\sqrt{6}$

(۱) $2\sqrt{5}$

(۴) $\sqrt{26}$

(۳) ۵

۲۷- مساحت مثلث ABC برابر $12\sqrt{3}$ واحد مربع است. اگر $BC = 6$ ، $AC = 8$ و $AB < AC$ باشد، اندازه ضلع AB کدام است؟

(۲) $4\sqrt{6}$

(۱) $4\sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{13}$

(۳) $6\sqrt{3}$

۲۸- در مثلث ABC ، $AB = 7$ ، $AC = 4$ و $BC = 10$ است. طول نیمساز زاویه داخلی C کدام است؟

(۲) $2\sqrt{10}$

(۱) ۵

(۴) $\sqrt{30}$

(۳) ۶

۲۹- در مثلث ABC ، رابطه $3a = 4b = 6c$ بین طول اضلاع برقرار است. اگر مساحت مثلث برابر $3\sqrt{15}$ باشد، اندازه کوچکترین

ضلع مثلث کدام است؟

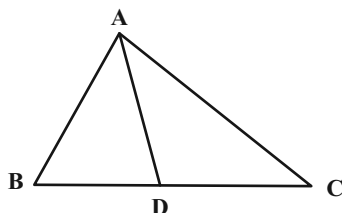
(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۶

(۳) $2\sqrt{3}$

۳۰- در شکل زیر اگر $BD = \frac{AC}{2} = 4$ ، $AB = 4$ و $DC = 5$ باشد، طول پاره خط AD کدام است؟



(۱) $\frac{2\sqrt{39}}{3}$

(۲) $\sqrt{39}$

(۳) $2\sqrt{13}$

(۴) $\sqrt{13}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- گزاره $p \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q]$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

F (۴)

T (۳)

q (۲)

p (۱)

۳۲- رابطه $\exists x \in \mathbb{N}; \forall y \in \mathbb{N}; p(x, y)$ ارزش درست دارد. کدام گزینه می‌تواند باشد؟

$y \leq x$ (۴)

$y < x$ (۳)

$x \leq y$ (۲)

$x < y$ (۱)

۳۳- فرض کنید $C = (A' \cap B') \cup (A - B')$ باشد. حاصل $C' - (B - A)$ کدام است؟

$B - A$ (۴)

C' (۳)

$A \cup C$ (۲)

$A - B$ (۱)

۳۴- ۵ کتاب درسی متمایز را در کتابخانه‌ای از چپ به راست به گونه‌ای قرار می‌دهیم که کتاب ریاضی، سمت چپ کتاب فیزیک قرار

گیرد. با کدام احتمال بین آن دو حداقل یک کتاب قرار گرفته است؟

$۵/۶$ (۴)

$۵/۴$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

۳۵- سه نفر A، B و C در یک مسابقه که تنها یک برنده دارد شرکت کرده‌اند. اگر احتمال برنده شدن A مربع احتمال برنده شدن B و

احتمال برنده شدن C نصف احتمال برنده شدن A باشد، آنگاه احتمال برنده شدن A چقدر بیشتر از برنده شدن این فرد

است؟ (شانس برنده شدن هیچ‌کدام از سه نفر صفر نیست).

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{9}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

محل انجام محاسبات

۳۶- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه باشند به طوری که $B \subseteq A$ ، $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{7}$ ، حاصل $\frac{P(B'|A)}{P(A \cup B)}$ کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{12}{7}$ (۱)

۳۷- سه کیسه داریم که در کیسه اول ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه، در کیسه دوم ۳ مهره سیاه و در کیسه سوم ۲ مهره سفید وجود

دارد. ۳ مهره از کیسه اول و ۲ مهره از کیسه دوم به تصادف خارج کرده و در کیسه سوم قرار می‌دهیم و سپس یک مهره از

کیسه سوم به تصادف بر می‌داریم. اگر این مهره سفید باشد، با کدام احتمال از ابتدا متعلق به کیسه سوم بوده است؟

$\frac{25}{56}$ (۴)

$\frac{9}{25}$ (۳)

$\frac{16}{25}$ (۲)

$\frac{19}{56}$ (۱)

۳۸- نمرات درس ریاضیات گسسته دانش‌آموزان یک کلاس مطابق جدول زیر است. اختلاف بین میانگین وزنی و میانه این نمرات کدام است؟

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

صفر (۴)

۰/۸ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۲ (۱)

۳۹- به ۱۰ داده آماری با انحراف معیار ۶، حداقل چند داده مساوی با میانگین باید اضافه شود تا انحراف معیار به کمتر از ۵ برسد؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

۴۰- از جامعه‌ای با انحراف معیار ۱/۵، نمونه‌ای به صورت ۱،۱،۲،۳،۳،۴،۴،۴،۵ انتخاب شده است. بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین

این جامعه کدام است؟

$[2/5, 4/5]$ (۴)

$[3, 4]$ (۳)

$[2, 4]$ (۲)

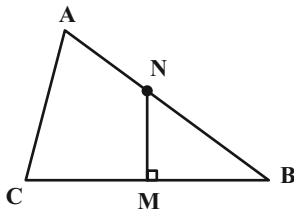
$[2/5, 3/5]$ (۱)

هندسه ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۴۱- در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = BC$)، عمود منصف ضلع BC ضلع AB را در N قطع کرده است. اگر $\hat{ACN} = 39^\circ$ باشد، اندازه زاویه B چند درجه است؟



(۱) ۳۱

(۲) ۳۴

(۳) ۳۸

(۴) ۴۳

۴۲- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، در کدام یک از حالت های زیر، طول نیمساز زاویه داخلی A از یکی از اضلاع قائمه بزرگ تر است؟

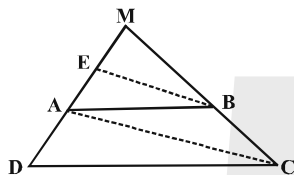
(۴) $\hat{B} = 40^\circ$

(۳) $\hat{B} = 35^\circ$

(۲) $\hat{B} = 25^\circ$

(۱) $\hat{B} = 20^\circ$

۴۳- در دوزنقه $ABCD$ ، پاره خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = 4/5$ و $AE = 3$ ، طول MD کدام است؟



(۱) ۱۱

(۲) ۱۲

(۳) $12/5$

(۴) $13/5$

۴۴- در یک دوزنقه اندازه قاعده ها ۴ و ۶ واحد و اندازه ساق ها ۴ و ۵ واحد است. مساحت مثلثی که از امتداد ساق ها در بیرون دوزنقه

تشکیل می شود، چند درصد مساحت دوزنقه است؟

(۴) ۸۰

(۳) ۷۵

(۲) ۷۲

(۱) ۷۰

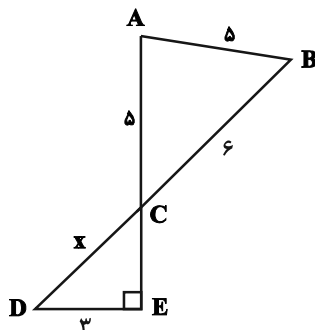
۴۵- در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟

(۱) $4/5$

(۲) $4/25$

(۳) ۴

(۴) $3/75$



محل انجام محاسبات

۴۶- از نقطه M وسط ساق AD در دوزنقه $ABCD$ خطی به موازات قاعده‌ها رسم می‌کنیم تا قطرهای E و F و ساق دیگر را در N قطع کند.

اگر $MN = 6$ و $EF = 3$ باشد، نسبت مساحت‌های دو مثلث OAB و OCD کدام است؟ (O محل تلاقی قطرهای دوزنقه است).

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{9}$

(۴) $\frac{1}{18}$

(۳) $\frac{1}{6}$

۴۷- در یک دوزنقه متساوی الساقین، طول قاعده‌ها ۳ و ۵ و طول هر ساق ۴ واحد است. اگر وسط‌های دو قاعده و نقاط وسط قطرهای این

دوزنقه را به طور متوالی به یکدیگر وصل کنیم، محیط چهارضلعی حاصل کدام است؟

(۲) ۶

(۱) ۴

(۴) ۱۰

(۳) ۸

۴۸- در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$)، $\hat{A} = 45^\circ$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر $8\sqrt{2}$ باشد، آن‌گاه مجموع فواصل

هر نقطه دلخواه واقع بر قاعده این مثلث از دو ساق مثلث کدام است؟

(۲) $4\sqrt{2}$

(۱) ۴

(۴) $8\sqrt{2}$

(۳) ۸

۴۹- سه خط L_1 ، L_2 و L_3 در فضا که هر سه از نقطه O می‌گذرند، دو به دو بر هم عمودند. اگر صفحه P شامل خط L_1 و عمود بر خط

L_2 باشد، کدام گزینه درست است؟

(۲) L_3 موازی با صفحه P است.

(۱) L_3 درون صفحه P قرار دارد.

(۴) L_3 با صفحه P متقاطع است ولی بر آن عمود نیست.

(۳) L_3 عمود بر صفحه P است.

۵۰- یک مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع ۲ واحد مفروض است. این مثلث را حول خطی که از یک رأس آن موازی با ضلع مقابل

رسم شده است، دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران کدام است؟

(۲) 4π

(۱) 3π

(۴) 2π

(۳) π

محل انجام محاسبات

فیزیک ۲: کل کتاب

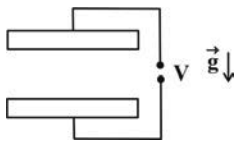
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۵۱- دو ذره باردار A و B در فاصله ثابت d از یکدیگر قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی که ذره A به ذره B وارد می کند را $\vec{F}_{AB}$ بنامیم و بردار آن در SI، $\vec{F}_{AB} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$ باشد، نیروی الکتریکی که ذره B به ذره A وارد می کند ($\vec{F}_{BA}$)، در SI مطابق با کدام گزینه است؟

- (۱) $6\vec{i} - 8\vec{j}$ (۲) $-6\vec{i} + 8\vec{j}$ (۳) $6\vec{i} + 8\vec{j}$ (۴) $-6\vec{i} - 8\vec{j}$

۵۲- از ذره ای خنثی به جرم $25/6 \times 10^{-15} \text{ kg}$ تعداد ۸ الکترون گرفته و سپس مطابق شکل زیر بین دو صفحه افقی رسانا که در فاصله ۲ سانتی متری از یکدیگر قرار دارند، رها می کنیم. اگر این ذره به حالت معلق باقی بماند، اندازه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین



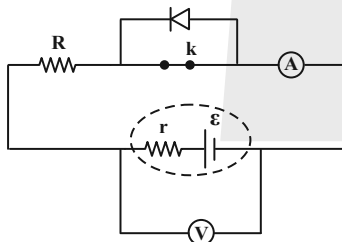
این دو صفحه چند کیلوولت است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۲ (۲) ۲۰۰۰ (۳) ۴ (۴) ۴۰۰۰

۵۳- خازن تختی با دی الکتریکی به ضریب $\kappa = 1/2$ به یک باتری با اختلاف پتانسیل ۹V وصل است و اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات خازن در این حالت E است. اگر در همین حالت، دی الکتریک بین صفحات خازن را خارج کنیم، اندازه میدان الکتریکی بین صفحات خازن نسبت به حالت اول چند برابر می شود؟

- (۱) $1/2$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{2}{15}$

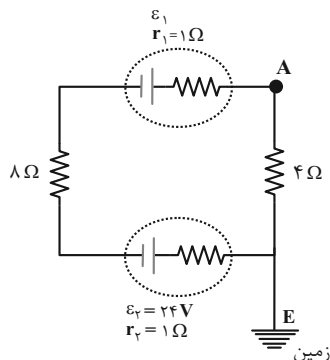
۵۴- در مدار شکل زیر، با باز کردن کلید k، به ترتیب از راست به چپ، اعدادی که آمپرسنج آرمانی و ولت سنج آرمانی نشان می دهند،



چگونه تغییر می کنند؟

- (۱) کاهش، کاهش
(۲) ثابت، ثابت
(۳) کاهش، افزایش
(۴) افزایش، کاهش

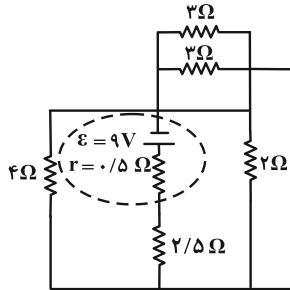
۵۵- در مدار زیر، اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر با ۴V باشد، اندازه اختلاف پتانسیل دو سر باتری ϵ_1 چند ولت است؟



- (۱) ۱۱
(۲) ۱۰
(۳) ۳۸
(۴) ۳۹

محل انجام محاسبات

۵۶- در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری چند وات است؟



(۱) ۱۱/۲۵

(۲) ۲۷

(۳) ۲۲/۵

(۴) ۴۵

۵۷- یک الکترون به طور عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت به اندازه $B = 50 \text{ G}$ که رو به جنوب است، در لحظه‌ای که با

تندی $10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طرف غرب در حرکت است، وارد میدان مغناطیسی می‌شود. بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر آن در این لحظه

چند نیوتون و جهت آن کدام است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۱) 8×10^{-18} ، بالا (۲) 8×10^{-18} ، پایین (۳) 8×10^{-17} ، بالا (۴) 8×10^{-17} ، پایین

۵۸- یک پیچه مسطح با ۲۵۰ دور سیم ساخته شده است. اگر حلقه‌های آن را باز کرده و همان مقدار سیم را به صورت یک پیچه

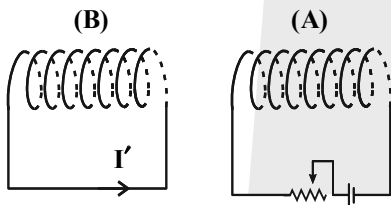
مسطحی ولی با نصف شعاع مقطع قبلی در آوریم، شدت میدان مغناطیسی در مرکز پیچه به شرط ثابت ماندن جریان الکتریکی

سیم چند برابر می‌شود؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۵۹- مطابق شکل زیر، دو سیمولوله (A) و (B) مقابل یکدیگر قرار دارند. با تغییر مقاومت رئوستا، جریانی در جهت نشان داده شده در

سیمولوله (B) القا می‌شود. با توجه به جهت جریان القا شده، کدام نتیجه‌گیری درست است؟



(۱) مقاومت رئوستا در حال کاهش است و دو سیمولوله یکدیگر را جذب می‌کنند.

(۲) مقاومت رئوستا در حال افزایش است و دو سیمولوله یکدیگر را جذب می‌کنند.

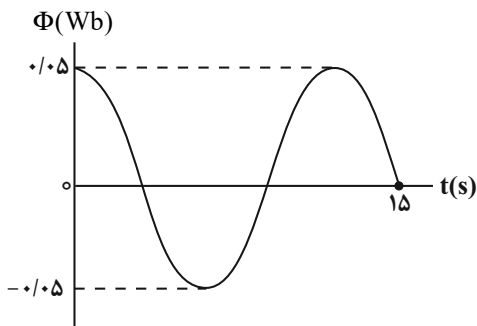
(۳) مقاومت رئوستا در حال کاهش است و دو سیمولوله یکدیگر را دفع می‌کنند.

(۴) مقاومت رئوستا در حال افزایش است و دو سیمولوله یکدیگر را دفع می‌کنند.

۶۰- در شکل زیر، نمودار شار مغناطیسی عبوری از پیچه‌ای ۱۲ حلقه‌ای با مساحت ثابت را که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت

می‌چرخد، برحسب زمان نشان داده‌ایم. اگر جریان القایی متوسط عبوری از پیچه، در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 3 \text{ s}$ برابر $1/8 \text{ A}$

باشد، مقاومت کل پیچه چند اهم است؟



(۱) $\frac{1}{9}$

(۲) $\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

فیزیک ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۶۱- دقت اندازه گیری نوعی ترازوی مدرج 0.01 kg است. از بین اعداد گزارش شده زیر، چند مورد دقت مشابه این ترازو را دارند؟

- | | | | |
|--------------------------|----------------------------------|--------------------------------------|--|
| (الف) 5961 dag | (ب) $3.7 \times 10^5 \text{ mg}$ | (پ) $0.77 \times 10^{-3} \text{ Mg}$ | (ت) $0.0656 \times 10^{-5} \text{ Tg}$ |
| ۱ (۱) | ۲ (۲) | ۳ (۳) | ۴ (۴) |

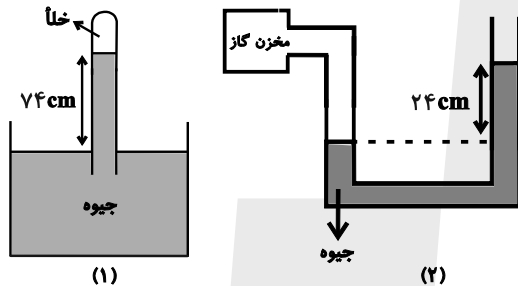
۶۲- از فلزی به چگالی ρ ، استوانه ای توخالی با شعاع داخلی r و شعاع خارجی $R = \frac{4}{3}r$ ساخته ایم، به طوری که جرم این استوانه m و ارتفاع آن h است. در این صورت h کدام است؟

- | | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| (۱) $\frac{16m}{7\pi\rho R^2}$ | (۲) $\frac{16m}{7\pi\rho r^2}$ | (۳) $\frac{9m}{16\pi\rho r^2}$ | (۴) $\frac{9m}{7\pi\rho R^2}$ |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|

۶۳- در شکل زیر، یک بارومتر و یک مانومتر نشان داده شده است. اگر هر دو در یک محل قرار داشته و جیوه درون آن ها در حالت

تعادل قرار داشته باشند، فشار مطلق گاز درون مخزن مانومتر چند سانتی متر جیوه است؟ $\left(\frac{g}{\text{cm}^3} = 13.6\right)$ جیوه ρ و سطح مقطع

لوله ها در مانومتر با یکدیگر برابر است.



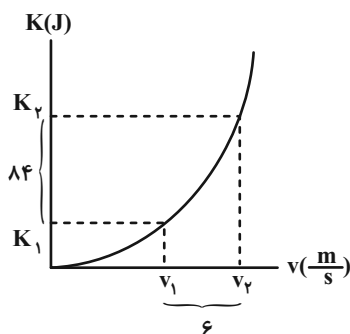
- (۱) ۹۸
(۲) ۴۸
(۳) ۱۳۳
(۴) ۱۴۲

۶۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) بلندکردن یک جسم داخل آب، راحت تر از بلندکردن آن در هوا است.
(ب) علت اینکه یک تیغ از سطح پهن آن روی آب شناور می ماند، نیروی شناوری است.
(پ) شناور ماندن کشتی های فولادی روی آب به دلیل وجود نیروی شناوری است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۵- نمودار انرژی جنبشی جسمی به جرم 2 kg بر حسب تندی آن، مطابق شکل زیر است. حاصل $(v_2 + v_1)$ در SI کدام است؟



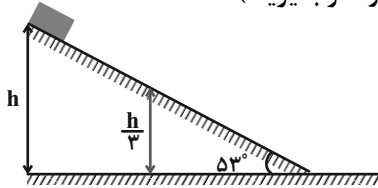
- (۱) ۱۶
(۲) ۱۴
(۳) ۱۲
(۴) ۱۰

محل انجام محاسبات



۶۶- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 4 kg را از بالای سطح شیبدار بدون اصطکاک که با سطح افقی زاویه 53° می‌سازد، از ارتفاع h رها می‌کنیم. اگر تندی جسم در ارتفاع $\frac{h}{3}$ از سطح افقی برابر با $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، انرژی پتانسیل گرانشی آن در بالای سطح شیبدار

چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)



(۱) ۴۰۰

(۲) ۶۰۰

(۳) ۳۰۰

(۴) ۲۰۰

۶۷- مکعب توپر فلزی A به ضلع a و کره توپر فلزی B به شعاع a مفروض است. ضریب انبساط طولی فلز A دو برابر ضریب انبساط طولی فلز B و چگالی فلز A، نصف چگالی فلز B می‌باشد. به مکعب A گرمای Q_A و به کره B گرمای Q_B می‌دهیم و

مشاهده می‌کنیم که تغییر حجم آن‌ها با هم برابر است. در این صورت نسبت $\frac{Q_B}{Q_A}$ کدام است؟ ($c_A = 3c_B$ و گرمای ویژه و چگالی ثابت فرض شود.)

(۴) ۴

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) ۱

۶۸- حداقل چند کیلوگرم یخ با دمای -10°C را در مجاورت 500 گرم آب با دمای صفر درجه سلسیوس بگذاریم تا مطمئن شویم که

کل آب یخ می‌بندد؟ (گرمای ویژه یخ $2100 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ و گرمای نهان ذوب یخ $336 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ بوده و اتلاف انرژی نداریم.)

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۲

۶۹- در یک انبساط بی‌دررو، اگر اندازه کار انجام شده روی 2 mol گاز کامل تک‌اتمی برابر با 680 J باشد، تغییر انرژی درونی گاز چند

ژول است؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$)

(۴) ۶۸۰

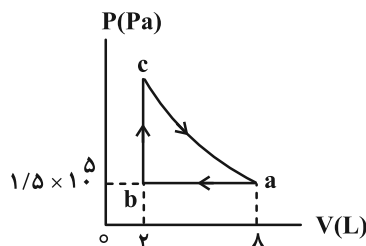
(۳) -۶۸۰

(۲) ۳۴۰

(۱) -۳۴۰

۷۰- مقداری گاز کامل چرخه‌ای مطابق شکل زیر را می‌پیماید. اگر اندازه کار انجام شده در فرایند ca برابر با 240 J باشد، گرمای

مبادله شده توسط گاز در کل چرخه چند ژول است؟ (فرایند ca بی‌دررو است.)



(۱) -۱۵۰۰

(۲) -۳۳۰۰

(۳) ۱۵۰۰

(۴) ۳۳۰۰

شیمی ۲: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۷۱- کدام گزینه در مورد ساختار و نام گذاری ترکیب های آلی نادرست است؟

(۱) نام هر دو ترکیب ۲- اتیل پنتان و ۳- دی متیل پروپان نادرست است.

(۲) فرمول مولکولی ترکیب ۳- اتیل-۲، ۲-تری متیل هگزان، $C_{11}H_{24}$ است.

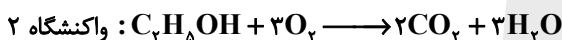
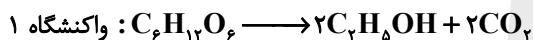
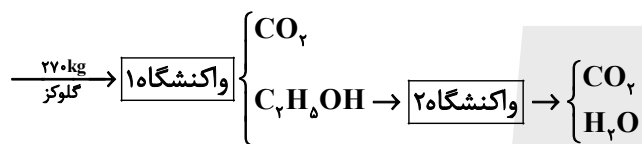
(۳) ۱- هگزن ترکیبی سیر نشده بوده و با برم مایع می تواند واکنش می دهد در حالی که سیکلو هگزان ترکیبی آروماتیک بوده و با برم مایع واکنش نمی دهد.

(۴) شمار کربن ها در فرمول شیمیایی ۲- بوتن با شمار هیدروژن ها در فرمول شیمیایی پروپین برابر است.

۷۲- در یک کارخانه برای تولید گرما از دو واکنشگاه زیر استفاده می کنند، در صورتی که 270 kg گلوکز وارد واکنشگاه ۱ که بازده آن

75% است شود، و مقدار مول گاز CO_2 خروجی از واکنشگاه ۲، $1/5$ برابر واکنشگاه ۱ باشد، بازده درصدی واکنشگاه ۲ چند

درصد است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)



۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۵۰ (۲)

۲۵ (۱)

۷۳- کدام گزینه درست است؟

(۱) شیر و فراورده های آن، منبع مهمی برای تأمین پروتئین و به ویژه آهن است.

(۲) پایداری واکنش دهنده ها از فراورده ها در واکنش تولید آمونیاک به روش هابر، بیشتر است.

(۳) سرانه مصرف ماده غذایی، میانگین مقدار مصرف آن را به ازای هر فرد در یک گستره زمانی معین نشان می دهد.

(۴) جریان گرما در واکنش های شیمیایی درون بدن بیشتر ناشی از تفاوت انرژی جنبشی در مواد واکنش دهنده و فراورده است.

۷۴- اگر گرمای لازم برای افزایش دمای 60°C گرم گاز کربن دی اکسید به اندازه 20°C دمای $36/5$ گرم گاز اکسیژن را به اندازه 30°C افزایش

دهد، گرمای ویژه گاز اکسیژن، به تقریب چند $J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ است؟ ($c_{CO_2} = 0/84 J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$)

۰/۶۴ (۴)

۱/۸۴ (۳)

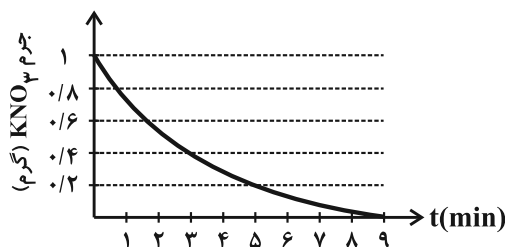
۰/۴۶ (۲)

۰/۹۲ (۱)

۷۵- پتاسیم نیترات طی واکنش موازنه نشده، $KNO_3(s) \longrightarrow KNO_2(s) + O_2(g)$ تجزیه می شود. با توجه به نمودار زیر که

مربوط به جرم تجزیه شده $KNO_3(s)$ است، سرعت تولید گاز اکسیژن در ۵ دقیقه ابتدایی واکنش در شرایط STP به تقریب

چند $L.min^{-1}$ است؟ ($K = 39, O = 16, N = 14: g.mol^{-1}$)



۰/۰۰۴ (۱)

۰/۰۱۱ (۲)

۰/۰۱۸ (۳)

۰/۰۲۲ (۴)

محل انجام محاسبات

۷۶- همهٔ عبارتهای زیر درست‌اند به‌جز.....

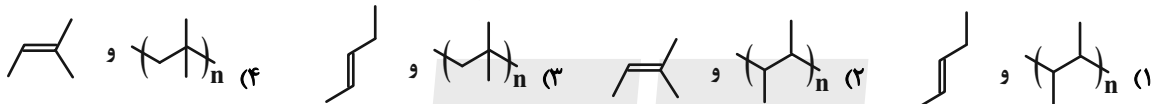
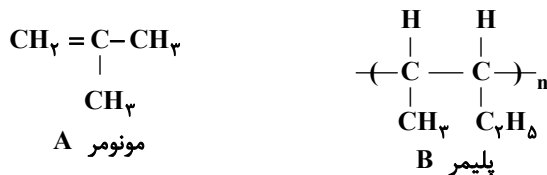
(۱) گرمای سوختن الماس بیشتر از گرافیت است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت الماس پایدارتر از گرافیت است.

(۲) بخش عمده اتم‌ها، مولکول‌ها و یون‌های موجود در بدن ما، از مواد غذایی تأمین می‌شود.

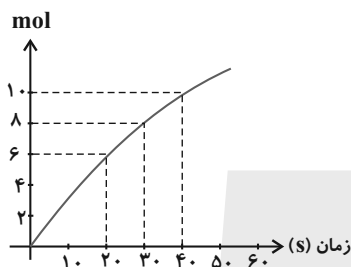
۳) افزایش نامتناسب برخی از مولکول‌ها و یون‌ها در وعده‌های غذایی سبب افزایش وزن و دیگر بیماری‌ها خواهد شد.

۴) بر اثر نوشیدن شیر داغ، بیشترین سهم گرمای مبادله شده مربوط به فرایند گوارش در بدن است.

۷۷- در کدام گزینه ساختار پلیمر حاصل از بسپارش مونومر A و ساختار مونومر سازنده پلیمر B به درستی رسم شده‌اند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

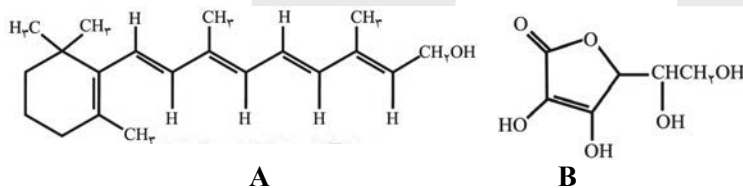


۷۸- واکنش فرضی $A(g) \rightarrow 2B(g) + 3C(g)$ ، با ۸ مول A در یک ظرف سه لیتری آغاز می‌شود و در فاصله زمانی ۲۰ تا ۳۰ ثانیه با سرعت متوسط $2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ پیش می‌رود. غلظت مولی ماده A در پایان ثانیهٔ چهارم چند مول برلیتر است؟ (نمودار زیر مربوط به یکی از فراورده‌ها است.)



- ۳ (۱)
۱ (۲)
۲ (۳)
۴ (۴)

۷۹- اگر مخلوطی شامل ۰/۳ مول از ترکیب‌های A و B را در آب بریزیم و ۲۸/۶ گرم ماده در آب مخلوط نشود، به تقریب چند درصد از جرم مواد اولیه را اتم کربن تشکیل می‌دهد؟ ($C=۱۲, H=۱, O=۱۶: g.mol^{-1}$)



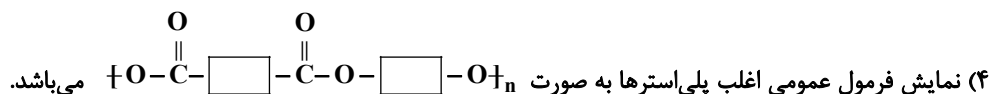
- 56/75 (1)
60/19 (2)
65/34 (3)
71/23 (4)

۸۰- همهٔ عبارتهای زیر درست‌اند، به جز ...

(۱) برخلاف ویتامین C، ویتامین‌های A و D در چربی محلول‌اند.

۲) نیروی بین مولکولی غالب در الکل‌های تک عاملی یک تا پنج کربنه از نوع هیدروژنی بوده و به همین دلیل به خوبی در آب حل می‌شوند.

۳) الکل سازنده استر مربوط به طعم و بوی آناناس همانند الکل سازنده استر مربوط به طعم و بوی سیب، در دمای اتاق به هر نسبتی در آب حل می‌شود.





شیمی ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۸۱- درصد فراوانی ایزوتوپ عنصر X که عدد جرمی ۷۱ دارد برابر ۱۵٪ و جرم اتمی میانگین آن برابر ۷۰/۷۵ است. اگر این عنصر دارای سه ایزوتوپ طبیعی ${}^{70}X$ ، ${}^{71}X$ و ${}^{72}X$ باشد، کدام ایزوتوپ بیشترین درصد فراوانی را داشته، درصد فراوانی آن چند درصد است و کدام ایزوتوپ کمترین میزان پایداری را دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(۱) ${}^{72}X - ۳۰\% - {}^{71}X$ (۲) ${}^{72}X - ۳۰\% - {}^{71}X$ (۳) ${}^{71}X - ۵۵\% - {}^{70}X$ (۴) ${}^{70}X - ۵۵\% - {}^{71}X$

۸۲- درستی یا نادرستی کدام گزینه با گزینه‌های دیگر متفاوت است؟ (عناصر فرضی هستند.)

(۱) در یون X^{2+} ، تعداد الکترون‌های با $l = 1$ برابر با تعداد الکترون‌های لایه سوم آن است.
(۲) در یون A^{3+} ، الکترونی با اعداد کوانتومی $n = 4$ و $l = 0$ وجود دارد.
(۳) عنصر M با D_{32} هم‌دوره بوده و تعداد الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایه آن‌ها با هم برابر است.
(۴) در اتم T_{28} ، مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایه ظرفیت برابر ۴۸ است.

۸۳- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) 1H بیشترین نیم‌عمر را در بین ایزوتوپ‌های ناپایدار هیدروژن دارد.
(۲) فراوانی ایزوتوپ ${}^{235}U$ در مخلوط طبیعی عنصر اورانیوم کمتر از ۰/۷ درصد است.
(۳) یون یدید با یونی که حاوی ${}^{99}Tc$ است، اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید هنگام جذب یدید این یون را نیز جذب می‌کند.
(۴) در میان چهار عنصر فراوان سازنده سیاره مشتری و زمین فقط یک عنصر مشترک وجود دارد.

۸۴- شمار اتم‌های O در ۲۸/۸ گرم آسپرین ($C_9H_8O_4$) با شمار اتم‌های H در چند گرم استیک اسید (CH_3COOH) یکسان است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16; g.mol^{-1}$)

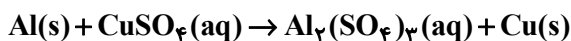
(۱) ۷/۲ (۲) ۹/۶ (۳) ۱۴/۴ (۴) ۱۰/۵

۸۵- به یک ظرف حاوی ۱۰ میلی‌لیتر آب دریا که غلظت یون کلرید در آن ۱۹۰۰ ppm می‌باشد، ۲ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار نقره نیترات اضافه می‌شود. غلظت یون کلرید پس از اضافه نمودن محلول تقریباً چند مول بر لیتر خواهد شد؟ (چگالی آب دریا را $1/6 g.mL^{-1}$ در نظر بگیرید و $Cl = 35/5 g.mol^{-1}$)

(۱) ۰/۰۳۸ (۲) ۰/۰۲۴ (۳) ۰/۰۶۴ (۴) ۰/۰۵۳

۸۶- کدام گزینه درست است؟

(۱) در صنعت از دگرشکل نیتروژن برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی استفاده می‌شود.
(۲) گازی که برای خنک کردن قطعات الکترونیکی دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI کاربرد دارد، فراوان‌ترین عنصر در سیاره مشتری است.
(۳) از واکنش نیتروژن مونوکسید و اکسیژن در حضور نور خورشید، اوزون تروپوسفری ایجاد می‌شود.
(۴) اگر به ازای مصرف گاز طبیعی، زغال سنگ و نفت خام مقدار یکسانی برق تولید شود؛ گاز طبیعی کمترین کربن دی‌اکسید را تولید می‌کند.
۸۷- در ظرفی که حاوی ۱۵۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۸ مولار مس (II) سولفات است، مقداری فلز آلومینیم اضافه می‌کنیم، پس از مصرف کامل یون‌های مس (II)، مخلوطی از آلومینیم و مس به جرم ۱۶/۳۵ گرم در ظرف باقی می‌ماند. جرم آلومینیم اولیه چند گرم بوده است؟ ($Al = 27, Cu = 64; g.mol^{-1}$) (واکنش موازنه شود.)

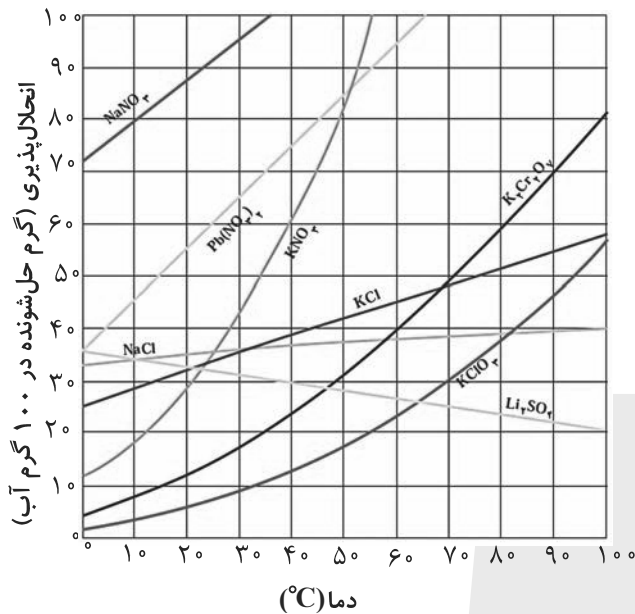


(۱) ۷/۶۸ (۲) ۱۰/۸۳ (۳) ۲۳/۷ (۴) ۸/۶۷

محل انجام محاسبات

۸۸- مطابق نمودار زیر، ۶۸ گرم محلول سیرشده پتاسیم دی کرومات ($K_2Cr_2O_7$) را از دمای $90^\circ C$ ، سرد می کنیم. زمانی که جرم محلول به ۵۶ گرم می رسد، دمای محلول کدام است و به تقریب چند درصد جرمی از محلول حاصل در این دما را آب تشکیل

می دهد؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید.)



(۱) $71/4, 60^\circ C$

(۲) $66/6, 60^\circ C$

(۳) $66/6, 50^\circ C$

(۴) $71/4, 50^\circ C$

۸۹- اگر فرمول شیمیایی نمک سولفات و هیدروکسید فلز X (که عدد اتمی آن کوچک تر از ۳۶ است) به صورت XOH و XSO_4

باشد، چند مورد از نتیجه گیری های زیر درست خواهند بود؟

* عنصر X می تواند در گروه ۱۲ جدول دوره ای جای داشته باشد.

* مجموع $n+l$ الکترون های ظرفیت عنصر Cr ۲۴ با عدد اتمی این عنصر می تواند برابر باشد.

* یون X در این دو ترکیب فاقد آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب است.

* اولین عنصری است که سه لایه الکترونی آن از الکترون پر شده است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۰- هرگاه در واکنش (I) کاهش جرمی برابر $32/4$ گرم رخ دهد، مقدار گاز اکسیژن تولید شده از این واکنش برابر لیتر است و

این مقدار گاز اکسیژن را می توان از تجزیه مول پتاسیم کلرات ($KClO_3$) در واکنش (II) تهیه کرد. (شرایط STP در

نظر گرفته شود.) ($K = 39, O = 16, Cl = 35/5, N = 14 : g.mol^{-1}$) (گزینه ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید).

I) $KNO_3(s) \rightarrow K_2O(s) + N_2(g) + O_2(g)$ (معادله ها موازنه شوند.)

II) $KClO_3(s) \rightarrow KCl(s) + O_2(g)$

(۲) $0/5, 16/8$

(۱) $1/5, 12/6$

(۴) $1/5, 16/8$

(۳) $0/5, 12/6$

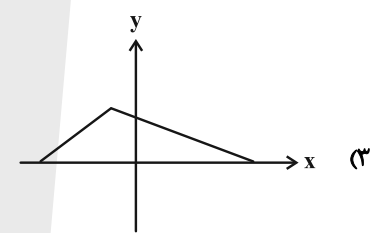
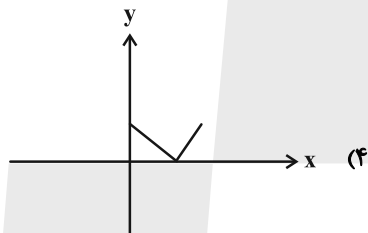
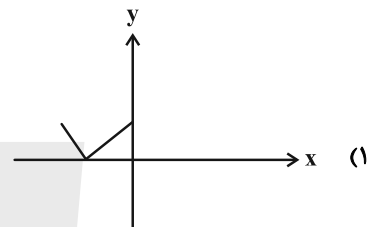
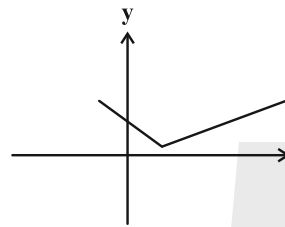
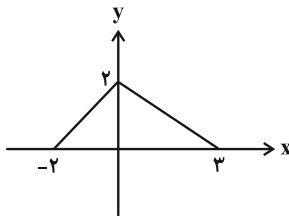
محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع + مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۹۱- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = 2 - f(3 - 2x)$ کدام است؟



۹۲- طول نقاط نمودار تابع $f(x) = (x+3)^2$ را نصف می‌کنیم، سپس آن را یک واحد به راست و دو واحد به پایین منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع g حاصل شود. مجموع طول نقاط برخورد نمودارهای دو تابع f و g کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{10}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$-\frac{10}{3}$ (۱)

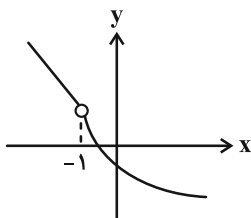
۹۳- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. مجموعه جواب نامعادله $f(3x+2) \leq f(5x-6)$ چند عدد طبیعی را شامل می‌شود؟

(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۹۴- نمودار تابع $f(x) = |x|^3 + 12|x| - 6x^2 - 8$ در بازه $(-2, a]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

۹۵- چندجمله‌ای $P(x) = ax^6 + 3x^3 + b$ بر $x-1$ بخش پذیر است. اگر چندجمله‌ای $Q(x)$ خارج قسمت تقسیم باشد و باقی مانده

تقسیم $Q(x)$ بر $x-2$ برابر ۲۱ باشد، مقدار b کدام است؟

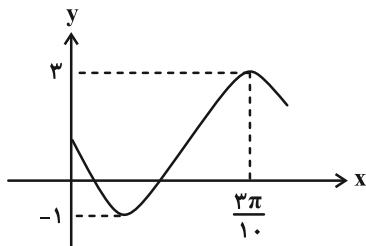
- (۱) ۱ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) صفر

۹۶- باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(3x-2)$ بر $x^2 - x - 2$ برابر با $3x+1$ است. باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر

$x^2 + x - 20$ کدام است؟

- (۱) $2x+10$ (۲) $2x-1$ (۳) $x-3$ (۴) $x+3$

۹۷- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a - b \cos(cx + \frac{\pi}{4})$ را نشان می دهد. حاصل abc کدام است؟



- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) -۱۰ (۴) ۱۰

۹۸- برد تابع $f(x) = \tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ با دامنه $\left(\frac{7\pi}{36}, \frac{13\pi}{36}\right) - \left\{\frac{\pi}{4}\right\}$ به صورت $\mathbb{R} - (a, b]$ است. حاصل ab کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{3}$

۹۹- جواب کلی معادله $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۱) $x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$ (۲) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$

(۳) $x = 2k\pi - \frac{5\pi}{6}$ (۴) $x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$

۱۰۰- انتهای کمان های جواب های معادله $2 \sin^2 x + \sin^2 2x = 2$ روی دایره مثلثاتی تشکیل یک چندضلعی محدب می دهند. مساحت

این چندضلعی کدام است؟

(۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $2 + \sqrt{2}$

(۳) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ (۴) $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & b+1 \\ 4 & b \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد، کدام ماتریس اسکالر است؟

(۴) هیچ کدام

(۳) A^{15}

(۲) A^{10}

(۱) A^5

۱۰۲- ماتریس‌های $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$ و $B = [b_{ij}]_{2 \times 3}$ به صورت زیر معرفی شده‌اند. مجموع درایه‌های $B \times A$ کدام است؟

$$a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1, & i = j \\ i - j, & i > j \\ j - i, & i < j \end{cases}, \quad b_{ij} = \begin{cases} i^2 + 1, & i = j \\ i + j, & i > j \\ i - j + 2, & i < j \end{cases}$$

(۴) ۲۵

(۳) ۲۸

(۲) ۳۲

(۱) ۳۵

۱۰۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A^{1404} کدام است؟

(۴) $2^{1404} I$

(۳) $2^{1404} A$

(۲) $4^{1404} I$

(۱) $4^{1404} A$

۱۰۴- اگر برای A و B دو ماتریس مربعی، $A^2 = A$ و $B + A^6 = I$ باشد، آنگاه حاصل $A^{50} + B^{100}$ برابر کدام ماتریس است؟

(۲) I

(۱) A

(۴) $B + I$

(۳) $A + I$

۱۰۵- اگر $(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ باشد، آنگاه حاصل $A^{-1}B + B^{-1}A$ کدام است؟

(۲) I

(۱) $\bar{O}$

(۴) $A + B$

(۳) $-I$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۰۶- می دانیم ماتریس $B = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 3-b & 2-3a \end{bmatrix}$ وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2a+1 & 4 \\ b+1 & 1 \end{bmatrix}$ است. دترمینان ماتریس A کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۱۰۷- به ازای کدام رابطه بین a ، b و c ، دستگاه $\begin{cases} ax+by=0 \\ (a+b)x+cy=0 \end{cases}$ جوابهای غیرصفر نیز دارد؟

(۱) $b^2 = ab + ac$ (۲) $ac = b^2 - c^2$

(۳) $b^2 = ac - ab$ (۴) $ac = b^2 + c^2$

۱۰۸- اگر $A^3 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ a & 2 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $|A|$ چقدر است؟

(۱) ۴ (۲) ۲

(۳) ۱۶ (۴) ۸

۱۰۹- اگر $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه دترمینان ماتریس $(-A^3)$ کدام است؟

(۱) ۲۱۶ (۲) -۲۱۶

(۳) ۳۶ (۴) -۳۶

۱۱۰- اگر $\begin{vmatrix} a & 3 & 1 \\ 2 & b & -2 \\ -1 & 2 & c \end{vmatrix} = 2$ باشد، آنگاه حاصل $\begin{vmatrix} -3a & 18 & -3 \\ 2 & -2b & -2 \\ -1 & -4 & c \end{vmatrix}$ کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) -۱۲

(۳) ۶ (۴) -۶

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۳۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۱۱۱- کدام یک از گزاره‌های زیر مثال نقض ندارد؟

(۱) مجموع هر سه عدد اول، عددی فرد است.

(۲) هر عدد اول را به یکی از صورت‌های $6k+1$ یا $6k+5$ می‌توان نوشت (k عدد صحیح است).

(۳) تفاضل هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

(۴) چهار برابر حاصل ضرب هر دو عدد صحیح متوالی به علاوه یک، مربع کامل است.

۱۱۲- اگر a ، b و c اعداد صحیح و ناصفر باشند و $a^2 | bc$ و $ac | b^2$ کدام گزینه همواره درست است؟

(۴) $a^3 | b^2$

(۳) $a^2 | c$

(۲) $a^2 | b^3$

(۱) $a^3 | c^4$

۱۱۳- به ازای عدد طبیعی فرد دلخواه m ، حاصل $[18m^2, (12m^3, 18m)]$ کدام است؟

(۴) $18m^3$

(۳) $36m^3$

(۲) $18m^2$

(۱) $36m^2$

۱۱۴- چند عدد طبیعی وجود دارد که باقی‌مانده تقسیم ۸۴ بر هر یک از آنها، برابر ۴ باشد؟

(۲) ۷

(۱) ۸

(۴) ۵

(۳) ۶

۱۱۵- اگر دو عدد $(3a-2b)$ و $(2a+b)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(6a+2b)$ کدام است؟

(۲) ۸

(۱) صفر

(۴) ۶

(۳) ۴

مشابه سؤالی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۱۶- باقی مانده تقسیم $9^{100} - 5^{100} + 4^{100}$ بر عدد ۲۰ کدام است؟ 

۳ (۲)

۲ (۱)

صفر (۴)

۴ (۳)

۱۱۷- باقی مانده تقسیم بزرگ ترین عدد شش رقمی مضرب ۱۱ به فرم $abab5b$ بر عدد ۹ کدام است؟

۴ (۲)

۱ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

۱۱۸- اگر عدد $4a8b6$ مضرب ۴۴ باشد، بزرگ ترین مقدار $a \times b$ کدام است؟

۳۲ (۲)

۱۲ (۱)

۸۱ (۴)

۶۳ (۳)

۱۱۹- اگر a و b اعدادی صحیح باشند و معادله $ax + by = 6$ در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد، آنگاه کدام یک از

معادلات سیاله زیر ممکن است در $\mathbb{Z}$ جواب نداشته باشد؟

$ax + by = b$ (۲)

$ax + by = 18$ (۱)

$ax + by = 5a$ (۴)

$ax + by = 9$ (۳)

۱۲۰- معادله سیاله $3x - 2y = 15$ در مجموعه اعداد صحیح و نامنفی چند دسته جواب دارد که در هر کدام از آنها، مجموع جوابها

دو رقمی باشد؟

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست + دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۴۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- شخصی در مدت زمان ۲۰۰ ثانیه بر روی مسیری مستقیم ابتدا ۲۵۰ متر به طرف شرق رفته، سپس ۱۵۰ متر در همان مسیر به طرف غرب برمی‌گردد. اندازه سرعت متوسط این شخص چند متر بر ثانیه بوده و مفهوم عدد به دست آمده چیست؟ (زمان توقف شخص بسیار ناچیز است).

(۱) ۲، یعنی این شخص در هر ثانیه ۲ m از مسیر را طی کرده است.

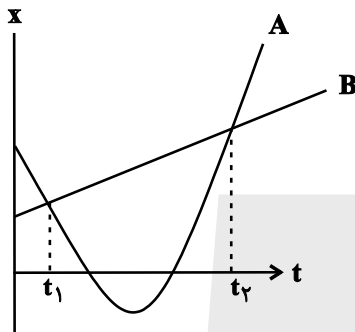
(۲) ۲، یعنی این شخص به‌طور متوسط در هر ثانیه ۲ m به نقطه پایان مسیر نزدیک‌تر شده است.

(۳) ۰/۵، یعنی این شخص در هر ثانیه ۰/۵ m از مسیر را طی کرده است.

(۴) ۰/۵، یعنی این شخص به‌طور متوسط در هر ثانیه ۰/۵ m به نقطه پایان مسیر نزدیک‌تر شده است.

۱۲۲- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم به ترتیب با شتاب ثابت و سرعت ثابت حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر

است. اگر سرعت متحرک A در لحظه‌های t_1 و t_2 به ترتیب $5 \frac{m}{s}$ و $7 \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک B چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۶

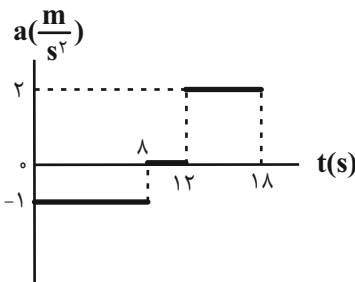
(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

۱۲۳- شکل زیر، نمودار شتاب - زمان متحرکی را که از مبدأ مکان و از حال سکون در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند، نشان

می‌دهد. تندی متوسط متحرک در بازه زمانی ۰s تا ۱۸s چند متر بر ثانیه است؟



(۱) $\frac{38}{9}$

(۲) $\frac{46}{9}$

(۳) $\frac{14}{3}$

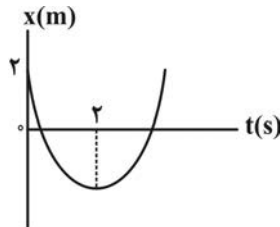
(۴) $\frac{52}{9}$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۲۴- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، مطابق سهمی شکل زیر است. اگر این متحرک در بین لحظاتی که از مبدأ مکان می گذرد، مسافت ۴m را بپیماید، کدام گزینه معادله حرکت متحرک را در دستگاه SI به درستی

نشان می دهد؟



$$x = 4t^2 - 8t + 2 \quad (1)$$

$$x = 2t^2 - 8t + 2 \quad (2)$$

$$x = \frac{1}{2}t^2 - 2t + 2 \quad (3)$$

$$x = t^2 - 4t + 2 \quad (4)$$

۱۲۵- در شرایط خلأ، گلوله ای از ارتفاع h از سطح زمین و از حال سکون رها می شود. اگر مسافت طی شده در ثانیه آخر حرکت گلوله،

هفت برابر مسافت طی شده در ثانیه اول حرکت آن باشد، h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

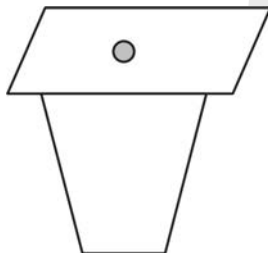
۸۰ (۴)

۴۵ (۳)

۳۵ (۲)

۲۰ (۱)

۱۲۶- در شکل زیر، سکه ای بر روی مقوایی افقی قرار دارد. مقوا را بار اول به آرامی و بار دوم خیلی سریع در امتداد افق می کشیم. کدام



مورد درباره این دو آزمایش صحیح است؟

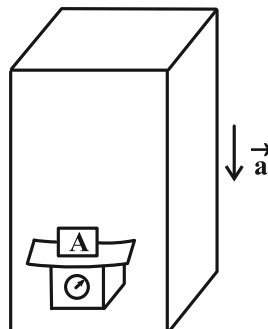
(۱) در آزمایش اول سکه درون لیوان می افتد و در آزمایش دوم سکه همراه مقوا حرکت می کند.

(۲) در آزمایش اول سکه همراه مقوا حرکت می کند و در آزمایش دوم سکه درون لیوان می افتد.

(۳) در هر دو آزمایش سکه درون لیوان می افتد.

(۴) در هر دو آزمایش سکه همراه مقوا حرکت می کند.

۱۲۷- مطابق شکل زیر جسم A با وزن W بر روی یک باسکول در داخل یک آسانسور که با شتاب رو به پایین a حرکت می کند، قرار



گرفته و عددی که باسکول نمایش می دهد، F است. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

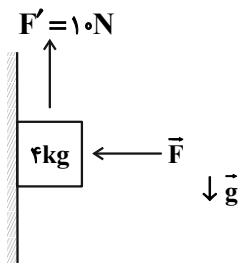
$$F = W \quad (1)$$

$$F > W \quad (2)$$

$$F < W \quad (3)$$

(۴) بسته به جهت حرکت آسانسور، می تواند هر دو گزینه «۲» و «۳» صحیح باشد.

۱۲۸- در شکل زیر، اندازه نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون باشد تا جسم در آستانه حرکت قرار بگیرد؟ ($\mu_s = 0/6, \mu_k = 0/3, g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۴۰

(۲) ۵۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۸۰

۱۲۹- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

الف) اگر اتومبیلی که به سمت جلو در حال حرکت است، ناگهان ترمز کند، سرنشینان به سمت جلو پرتاب می‌شوند.

ب) اگر جسمی در حال حرکت باشد و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد، جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

پ) در نقطه اوج حرکت یک گلوله در راستای قائم، سرعت گلوله صفر بوده و نیرویی به آن وارد نمی‌شود.

ت) هرچه لختی جسم کمتر باشد، به حرکت درآوردن آن سخت‌تر است.

(۲) الف و ب

(۱) الف و پ

(۴) پ و ت

(۳) ب و پ

۱۳۰- جسمی را با نیروی افقی ثابتی به بزرگی $21N$ بر روی میزی می‌کشیم و جسم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. اگر جرم جسم را

چهار برابر کرده و اندازه نیرو را به $63N$ برسانیم، شتاب جسم نصف می‌شود. اندازه نیروی اصطکاک جنبشی سطح در حالت

دوم چند نیوتون است؟

(۲) ۲۱

(۱) ۲۰

(۴) ۴۲

(۳) ۴۰

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱ تا ۳۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) آرنیوس قبل از توصیف علمی اسیدها و بازها از واکنش‌های بین این مواد بی‌اطلاع بود.
- (۲) به ماده‌ای که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، ماده یا جسم وجود دارد، آلاینده می‌گویند.
- (۳) در محلول سرکه در آب نسبت غلظت یون OH^- به H_3O^+ بیشتر از ۱ است.
- (۴) اسیدهای چرب، زنجیرهای بلند کربنی هستند که به گروه عاملی هیدروکسیل در انتهای زنجیر ختم می‌شوند.

۱۳۲- از انحلال مول کدام دو ماده در آب در دمای اتاق محلولی با $\text{pH} > 7$ پدید می‌آید؟ 

(۱) $\text{HF} - \text{NaOH}$ (۲) $\text{NH}_3 - \text{HCl}$ (۳) $\text{HCl} - \text{HF}$ (۴) $\text{NaOH} - \text{NH}_3$

۱۳۳- کدام پاک‌کننده‌ها از نظر شیمیایی فعال بوده و خورنده هستند؟

- (۱) صابون مایع، سدیم هیدروکسید، سفیدکننده‌ها
- (۲) پاک‌کننده‌های غیرصابونی، صابون‌ها، سفیدکننده‌ها
- (۳) سدیم هیدروکسید، جوهر نمک، صابون گوگردار
- (۴) سدیم هیدروکسید، جوهر نمک، سفیدکننده‌ها

۱۳۴- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) پاک‌کننده‌ها و شوینده‌ها نقش پررنگی در سلامت، بهداشت و امید به زندگی ایفا می‌کنند.
- (۲) با حل کردن ۳ مول CaO در ۹ لیتر آب، مجموع غلظت یون‌های تولید شده برابر با ۱ مول بر لیتر می‌شود.
- (۳) اکسید عنصر خانه شماره ۱۶ جدول دوره‌ای یک باز آرنیوس است.
- (۴) یکی از موارد استفاده از صابون‌ها چرب کردن سنگ‌ها در نانوایی‌های سنگکی است.

۱۳۵- مقداری صابون جامد را در ۳ مترمکعب محلول حاوی کلسیم کلرید با چگالی 1 g.mL^{-1} حل می‌کنیم. پس از مدتی ۲۹۲/۵ گرم 

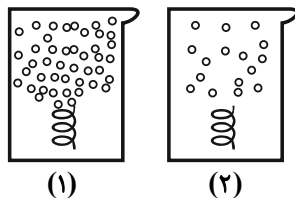
نمک خوراکی به دست می‌آید. غلظت کلسیم کلرید در محلول اولیه بر حسب ppm چقدر بوده است؟

($\text{Ca} = 40$ ، $\text{Cl} = 35$ / ۵، $\text{Na} = 23$: g.mol^{-1})

(۱) ۱۳۸/۷۵ (۲) ۹۲/۵ (۳) ۱۱۸/۷۵ (۴) ۱۲۰/۵

۱۳۶- شکل مقابل واکنش دو قطعه نوار منیزیم یکسان را با محلول دو اسید متفاوت در دما، حجم و غلظت یکسان نشان می‌دهد. کدام

گزینه در مورد آن درست است؟



(۱)

(۲)

(۱) گاز تولید شده در هر دو ظرف گاز اکسیژن است.

(۲) ثابت یونش اسید موجود در ظرف (۱) از اسید موجود در ظرف (۲) کمتر است.

(۳) پیش از انجام واکنش، pH اسید موجود در ظرف (۱) کمتر از pH اسید موجود در ظرف (۲) است.

(۴) پیش از انجام واکنش، غلظت یون هیدروکسید در ظرف (۱) بیشتر از ظرف (۲) است.

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۳۷- هرگاه مقداری هیدروژن فلوئورید را به آب اضافه کنیم،

(۱) در دمای ثابت با گذشت زمان، این اسید بیشتر یونیده شده و مقدار K_a افزایش می‌یابد.

(۲) با گذشت زمان سرعت تولید یون هیدرونیوم تا رسیدن به تعادل افزایش می‌یابد.

(۳) با گذشت زمان و کاهش غلظت واکنش دهنده، سرعت تولید HF افزایش می‌یابد.

(۴) پس از رسیدن به تعادل غلظت تعادلی گونه‌های موجود در محلول برابر می‌شود، زیرا سرعت تولید هرگونه با سرعت مصرف آن یکسان است.

۱۳۸- در دمای اتاق ۲ لیتر محلول اسید ضعیف HA با ۲ لیتر محلول باریوم هیدروکسید با $pH = 13$ به طور کامل خنثی می‌شود.

غلظت محلول اولیه اسید کدام است؟



(۲) ۰/۱۵

(۱) ۰/۰۵

(۴) ۰/۲

(۳) ۰/۱

۱۳۹- در دمای اتاق در محلولی نسبت غلظت مولار یون هیدروکسید به یون هیدرونیوم برابر 10^8 است. pH این محلول در این دما کدام است؟

(۲) ۱۱

(۱) ۳

(۴) ۱۳

(۳) ۱۲

۱۴۰- در دمای $25^\circ C$ اگر نسبت غلظت یون هیدرونیوم به یون هیدروکسید در 200 میلی‌لیتر محلول اسید HA با درصد یونش 2%

برابر 9×10^2 باشد، این محلول با چند میلی‌گرم سدیم هیدروژن کربنات ($NaHCO_3$) 80 درصد خالص مطابق واکنش زیر

خنثی می‌شود؟ ($H = 1, O = 16, Na = 23 : g.mol^{-1}$) (دمای محلول برابر $25^\circ C$ فرض شود).



(۲) ۱/۵۸

(۱) ۳/۱۵

(۴) ۱۵/۸

(۳) ۳۱/۵

محل انجام محاسبات



دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۴ مهر

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
مسئول دفترچه	حامد کریمی
ویراستار	پوریا کریمی جبلی، مهدی میر
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، فرزاد شیرمحمدلی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.



۳۰ دقیقه

استعداد تحلیلی

* بر اساس متن زیر - متنی خلاصه شده، با اندکی تصرف، از دکتر محمدحسین کرمی - به پنج پرسش نخست آزمون پاسخ دهید.

اگرچه در دنیای اسلامی اندیشه نفی تقدیر و سرنوشت همزمان یا حتی زودتر از اندیشه جبرگرا شکل گرفته و بنیادهای این دو اندیشه بیشتر به صورت دو فرقه کلامی معتزله و اشاعره در تاریخ معرفی شده است، اما چون اشاعره و سایر فرقه‌های جبرگرا، خود را بیشتر تابع دین و قوانین شرعی جلوه دادند و نقش عقل را در برابر شرع منکر شدند و طرفداران تعقل و خرد را مخالفان شرع جلوه دادند، خیلی زود توجه حکام فرصت طلب و عوام سلیم دل را به سوی خود جلب کردند و طرفداران اندیشه اختیار - معتزله - را شکست دادند و از گردونه مبارزه و رقابت بیرون راندند.

به طور قطع یکی از عوامل اصلی گسترش اندیشه تقدیرگرا در طول تاریخ، صاحبان قدرت و حکام جباری بوده‌اند که بدون هیچ لیاقتی بر مردم حکم می رانده‌اند و برای اینکه لایقان حکمرانی و سایر مردم تحت امر آنها در مقام مقایسه برنیایند و حکومت آنها را زیر سؤال نبرند، در رواج این اندیشه کوشیده‌اند و یگانه عامل رسیدن به قدرت را تقدیر ایزد عزّ اسمه شمرده‌اند. عامل دیگر، علمای بزرگ و صاحب نفوذی چون امام‌الحرمین و امام غزالی و به‌ویژه علمای درباری بوده‌اند که با بیان و بنان خود در تحکیم این اندیشه کوشیده‌اند، و همچنین عامه ساده‌دلی که به آسانی این سخنان خوش‌ظاهر را می پذیرفته‌اند و کلام ملوک را ملوک کلام می دانسته‌اند و حافظان بی‌جیره و مزد آنان محسوب می شدند. با نگاهی به دیوان ناصر خسرو نقش این «گله گوباره» بهتر آشکار می گردد.

نکته جالب اینجاست که اندیشه غالب بر شعر و ادبیات ما نیز اندیشه جبری و معتقد به تقدیر است و اگر اشعار زبان فارسی را غربال کنیم، به‌ندرت به ابیاتی از نوع شعر حنظله بادغیسی برمی خوریم که:

مهتری گر به کام شیر در است / شو خطر کن ز کام شیر بجوی

یا بزرگی و عزّ و نعمت و جاه / یا چو مردانت مرگ رویاروی

و یا این بیت حافظ که: ...

۲۵۱- مفهوم «گوباره» در متن به کدام گزینه نزدیکتر است؟

(۲) ابلهان

(۱) فریبکاران

(۴) ظالمان

(۳) طمعکاران



۲۵۲- واژه «آن‌ها» که در متن مشخص شده است، به چه کسانی برمی‌گردد؟

- (۱) اشاعره
(۲) حکام
(۳) معتزله
(۴) عوام

۲۵۳- کدام عنوان برای متن مناسب‌تر است؟

- (۱) بررسی جبر و اختیار در شعر و ادب فارسی
(۲) علمای معتزله، علمای اشاعره
(۳) برخی عوامل تقدیرگرایی در دنیای اسلام
(۴) دشواری‌های زندگی نخبگان مسلمان در میان عوام

۲۵۴- کدام بیت را می‌توان در انتهای متن بالا آورد؟

- (۱) به جدّ و جهد چو کاری نمی‌رود از بیش / به کردگار رها کرده به مصالح خویش
(۲) قضا دگر نشود گر هزار ناله و آه / به شکر یا به شکایت برآید از دهنی
(۳) چرخ بر هم زنم ار غیر مرادم گردد / من نه آنم که زبونی کشم از چرخ فلک
(۴) رضا به حکم قضا گر دهیم و گر ندهیم / از این کمند نشاید به شیرمردی رست

۲۵۵- بر اساس متن بالا، بیت زیر را از سعدی مرتب کنید. واژه نخست مصراع نخست و واژه نخست مصراع دوم، به‌ترتیب کدامند؟

- خواهد - درد - برد - قضا - ناخدا - کشتی - تن - جامه - آنجا - که - و - گر - بر
(۱) قضا - و
(۲) جامه - خواهد
(۳) گر - ناخدا
(۴) بر - آنجا

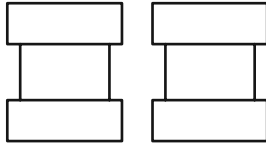
* در هر یک از دو سؤال بعدی، تعیین کنید در کدام گزینه واژه‌ای نادرست معنا شده است.

۲۵۶-

- (۱) مُنَجِّم: ستاره‌شناس / منسوب: نسبت‌داده‌شده
(۲) مواعظ: موعظه‌ها، اندرزها / مودّی: قرآن‌خوان، اذان‌گو
(۳) مونس: همدم، یار / مویه: شیون و زاری، ناله، گریه
(۴) مُحاربه: با یکدیگر جنگیدن / موسم: هنگام، زمان

۲۵۷-

- (۱) غرّه: مغرور، فریفته‌شده / قبور: گذشتن
(۲) غیور: باغیرت، غیرتمند / قرین: همراه
(۳) غریب: ناآشنا، بیگانه / قراضه: کهنه، فرسوده
(۴) غزا: نبرد، پیکار / قوس قُزَح: رنگین‌کمان



ابراهیم، اسماعیل، اسحاق و تقی، در اتاقی در پادگان زندگی می‌کنند که دو تخت خواب دو طبقه به شکل

مقابل دارد. چهار پتو به رنگ‌های سبز، زرد، قرمز و آبی هم در اتاق هست که هر کدام به یکی از این تخت‌ها

متعلق است. می‌دانیم ابراهیم و اسحاق روی یک تخت نیستند ولی رنگ‌های سبز و آبی هر دو به یک تخت

متعلقند. در این باره به دو سؤال بعدی پاسخ دهید.

۲۵۸- اگر شخص طبقه پایینی تخت تقی، پتوی قرمز داشته باشد، در آن صورت قطعاً ...

(۲) پتوی زرد است.

(۱) پتوی ابراهیم یا آبی است یا سبز.

(۴) پتوی آبی طبقه بالای تخت است.

(۳) اسحاق طبقه بالای تخت را دارد.

۲۵۹- اگر پتوی تخت بالایی اسحاق سبز باشد، احتمال آن که رنگ پتوی اسماعیل زرد باشد کدام است؟

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{3}{8}$

۲۶۰- هفده سال پیش، مجموع سن دو برادر ۱۱ و حاصل ضرب سن آن‌ها ۲۸ بوده است. اختلاف سن این دو برادر چند سال است؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۶

(۳) ۵

۲۶۱- با استفاده از عددهای طبیعی ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸، چند عدد بین ۴۰۰ و ۷۰۰ می‌توان نوشت که مضرب ۳ باشد، مضرب پنج نباشد و در تقسیم بر

چهار، باقی‌مانده یک یا سه داشته باشد؟ تکرار ارقام مجاز است.

(۲) ۱۵

(۱) ۱۲

(۴) ۲۴

(۳) ۱۸

۲۶۲- برای پر کردن مخزن زیر، شیر «الف» به زمانی دو دقیقه بیش‌تر از شیر «ب» و دو دقیقه کم‌تر از شیر «ج» نیاز دارد. اگر شیرهای «ب» و «ج» با هم مخزن

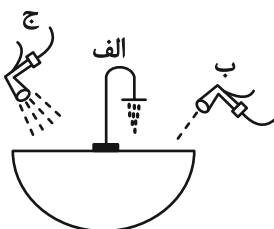
را دقیقاً در ۲۲۵ ثانیه پر کنند، شیر «الف» در چند دقیقه مخزن را کاملاً پر می‌کند؟

(۲) ۶

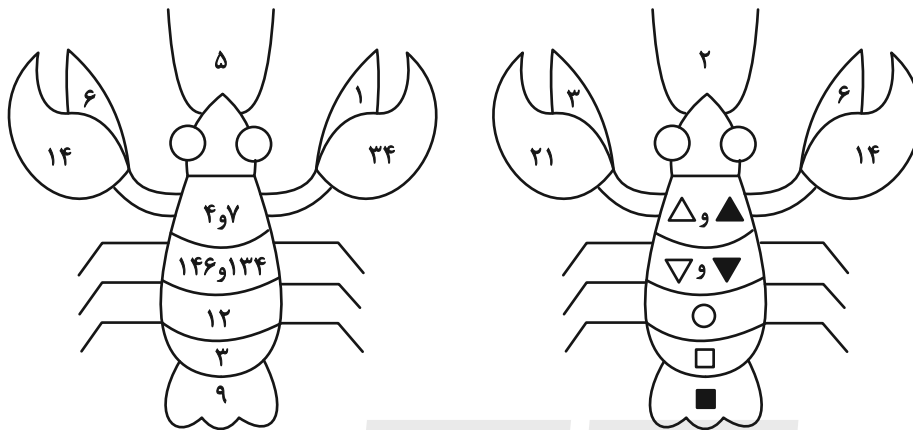
(۱) ۵

(۴) ۸

(۳) ۷



* بر اساس الگوریتم عددهای شکل زیر، به سه پرسش بعدی پاسخ دهید.



۲۶۳- عدد $\bigcirc$ کدام است؟

۴۰۱ (۱)

۴۰۲ (۲)

۴۰۳ (۳)

۴۰۴ (۴)

۲۶۴- حاصل جمع $\square + \blacksquare$ کدام است؟

۴۰۱ (۱)

۴۰۲ (۲)

۴۰۳ (۳)

۴۰۴ (۴)

۲۶۵- کدام عدد به جای هیچ یک از مثلث ها قرار نمی گیرد؟

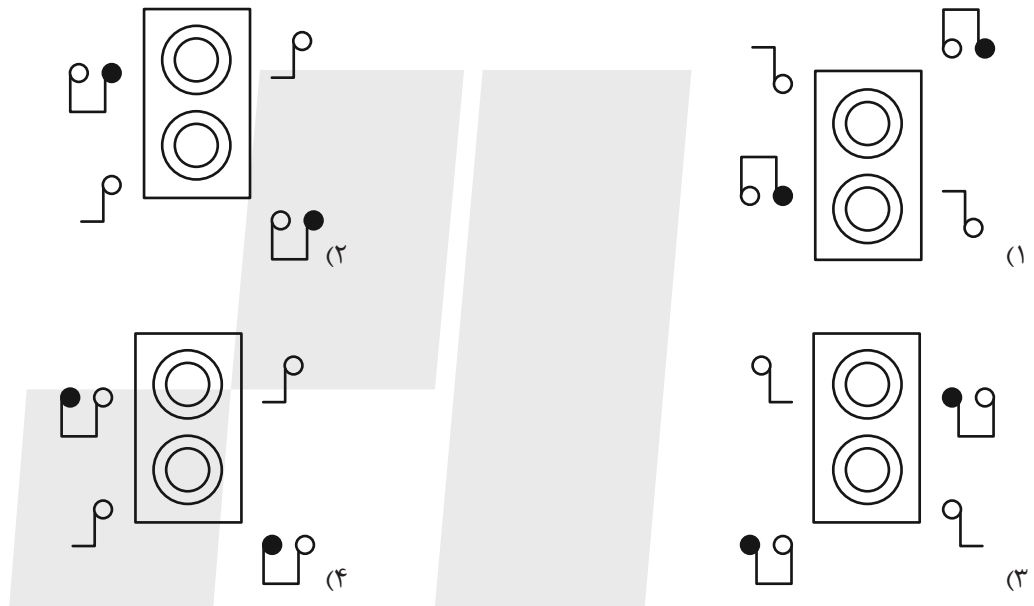
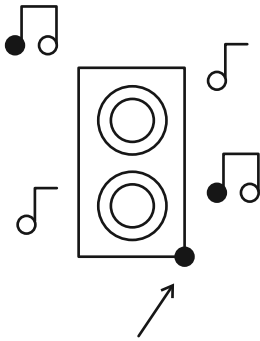
۱۰ (۱)

۱۲ (۲)

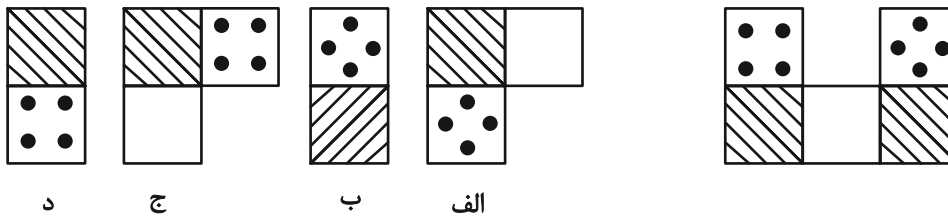
۱۲۰ (۳)

۲۱۳ (۴)

۲۶۹- اگر شکل زیر را نسبت به نقطه نشان داده شده قرینه کنیم، کدام گزینه حاصل می شود؟



۲۷۰- با کنار هم قرار دادن کدام دو برگه، شکل زیر را می توان ساخت؟ پشت برگه ها کاملاً سفید است.



د

ج

ب

الف

(۲) الف، د

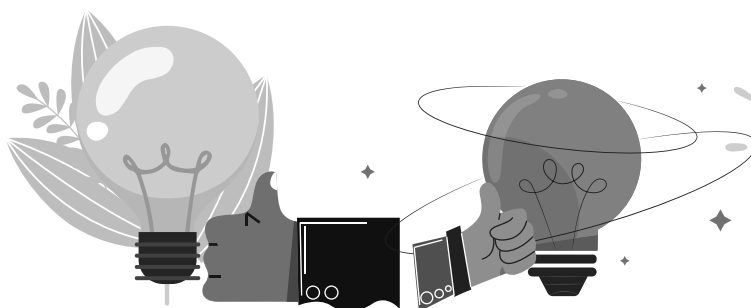
(۱) الف، ب

(۴) ج، د

(۳) ب، ج

منابع مناسب هوش و استعداد

دوره دوم





دفترچه پاسخ

آزمون تعیین سطح پاییز ۴ مهر ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

پدیدآورندگان

نام طرح	نام درس	اختصاصی
کازم اجلالی - علی آزاد - شاهین پروازی - عادل حسینی - مهران حسینی - محمد خندان - بابک سادات - یاسین سپهر - علی سلامت سامان سلامیان - علی شهبازی - سعید علم پور - حمید علیرزاده - کیان کریمی خراسانی - حمید مامقادر - سیدسپهر متولیان جهانبخش نیکنام - وحید ون آبادی	ریاضی پایه و حسابان ۲	
امیر حسین ابومحبوب - علی احمدی قزل دشت - حمیدرضا امیری - علی ایمانی - رضا توکلی - جواد حاتمی - نادر حاجی زاده سیدمحمد رضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - امیر هوشنگ خمسه - محمد خندان - کیوان دارابی - سوگند روشنی فرشاد صدیقی فرد - علیرضا طایفه تبریزی - رضا عباسی اصل - عزیزاله علی اصغری - علی اکبر علیرزاده - احمد رضا فلاح - مهرداد ملوندی نیلوفر مهدوی - مجید نیکنام	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	
بابک اسلامی - عبدالرضا امینی نسب - زهره آقامحمدی - علیرضا رستم زاده - بهنام رستمی - رامین شادلوئی - بهنام شاهینی - محمد رضا شیروانی زاده سعید طاهری بروجنی - عرفان عسگریان چایچان - پوریا علاقه مند - محمد جواد غلامی - عبداله فقه زاده - مصطفی کیانی - جلیل گلی - علیرضا گونه احسان محمدی - حسین مخدومی - مهرداد مردانی - سیدعلی میرنوری	فیزیک	
محمد رضا پورچاوید - پیمان خواجوی مجد - فاطمه رحیمی - منصور سلیمانی ملکمان - مبینا شرافتی پور - رسول عابدینی زواره محمد عظیمیان زواره - فاضل قهرمانی فرد - محمد کوهستانیان - جواد کتابی - حسن لشکری - محمد حسن محمدزاده مقدم - محمد وزیری	شیمی	

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینه گزینشگر	سیدسپهر متولیان	مهرداد ملوندی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی سینا صالحی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرتر کمپور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محبوب امیرعلی بیات فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	مهرداد ملوندی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران مستند	معصومه صنعت کار - مهسا محمدنیا - فرشته کمبرانی - احسان میرزینی	سجاد بهارلویی ابراهیم نوری		محسن دستجردی آتیلا ذاکری

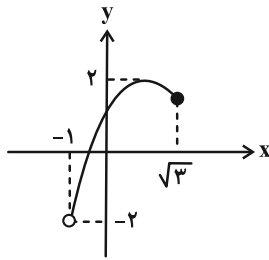
گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار و صفحه آرا	فرزانه فتح الهزاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطين - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳



با رسم نمودار g به راحتی متوجه می‌شویم که برد g بازه $[-1, \sqrt{3}]$ است که به عنوان دامنه تابع f در نظر می‌گیریم. حال باید ببینیم که برد f با توجه به دامنه $[-1, \sqrt{3}]$ چه بازه‌ای می‌شود. از روی نمودار مشخص است که برد تابع بازه $[-2, 2]$ بوده و در نتیجه $b - a = 4$ است.

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

(علی شهرابی)

گزینه ۲»

با توجه به خط‌چین افقی رسم شده که معادله‌اش $y = -9$ است، نتیجه می‌گیریم $-b = -9$ ، پس $b = 9$ است.

تا این جا ضابطه به صورت $f(x) = 3^{x+c} - 9$ شد.

تابع از نقطه $(0, 0)$ می‌گذرد، پس: $3^c - 9 = 0 \Rightarrow c = 2$

پس ضابطه تابع $f(x) = 3^{x+2} - 9$ است و داریم:

$$f(b - \Delta c) = f(-1) = 3^{-1+2} - 9 = 3 - 9 = -6$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

(یاسین سپهر)

گزینه ۱»

$$\log_a x = t$$

از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$3t^2 + 2t - 1 = 0 \Rightarrow t = +\frac{1}{3}, t = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_a x_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_1 = a^{\frac{1}{3}} = 2 \\ \log_a x_2 = -1 \Rightarrow x_2 = a^{-1} = \frac{1}{a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 \times x_2 = 2 \times \frac{1}{a} = \frac{1}{4}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

حسابان ۱

گزینه ۴»

(علی شهرابی)

جواب‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند، پس داریم:

$$\alpha^2 + \Delta \alpha = 2 \Rightarrow \alpha^2 = 2 - \Delta \alpha$$

حال در عبارت داده شده داریم:

$$\begin{aligned} A &= (\alpha^2 + 2\alpha)(\beta - \frac{2}{3}) = (2 - 3\alpha)(\beta - \frac{2}{3}) \\ \Rightarrow A &= 2\beta - \frac{4}{3} - 3\alpha\beta + 2\alpha = 2(\alpha + \beta) - 3(\alpha\beta) - \frac{4}{3} \\ \Rightarrow A &= 2S - 3P - \frac{4}{3} \end{aligned}$$

از طرفی معادله به صورت $x^2 + \Delta x - 2 = 0$ است که در آن $S = -\Delta$ و

$$\Rightarrow A = 2(-\Delta) - 3(-2) - \frac{4}{3} = -\frac{16}{3} \quad \text{پس } P = -2 \text{ است.}$$

(مسئله ۱- فیبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

گزینه ۲»

(شمیر علیزاده)

یک نقطه به مختصات $(\alpha, 2\alpha - 3)$ را روی خط $y = 2x - 3$ در نظر می‌گیریم و فاصله این نقطه از خط $x - 3y = 4$ را برابر $\sqrt{10}$ قرار می‌دهیم:

$$h = \frac{|\alpha - 3(2\alpha - 3) - 4|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{|\Delta - 5\alpha|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow |\Delta - 5\alpha| = 10 \Rightarrow \begin{cases} \Delta - 5\alpha = 10 \Rightarrow \alpha = -1 \\ \Delta - 5\alpha = -10 \Rightarrow \alpha = 3 \end{cases}$$

مقادیر به دست آمده برای α طول نقاط A و B هستند. پس مختصات این نقاط $A(-1, -5)$ و $B(3, 3)$ است. فاصله این دو نقطه از هم برابر است با:

$$AB = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (3 - (-5))^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

(مسئله ۱- فیبر و معادله: صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

گزینه ۲»

(علی شهرابی)

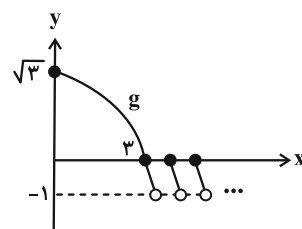
$$f^{-1}(g^{-1}(a)) = 4 \Rightarrow f(4) = g^{-1}(a) \Rightarrow 10 = g^{-1}(a)$$

$$\Rightarrow g(10) = a \Rightarrow \frac{10-1}{10+2} = a \Rightarrow a = \frac{9}{12} = 0.75$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۷۰)

گزینه ۴»

(بابک سادات)





$$\lim_{x \rightarrow a^-} (\sqrt[n]{x-a} - \sqrt[n]{a-a}) = \sqrt[n]{a-a} - \sqrt[n]{a-a} = 0 \Rightarrow = \sqrt[n]{a-a} + \dots$$

حال با استفاده از اتحاد معروف به چاق و لاغر داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{\sqrt[n]{x-a} - \sqrt[n]{a-a}}{-(x-a)} = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{\sqrt[n]{x-a} - \sqrt[n]{a-a}}{-(x-a)} \times \frac{\sqrt[n]{(x-a)^n} + b\sqrt[n]{x-a-1} + b^n}{\sqrt[n]{(x-a)^n} + b\sqrt[n]{x-a-1} + b^n}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{x-a-b^n}{-(x-a) [\sqrt[n]{(a-a)^n} + b\sqrt[n]{a-a-1} + b^n]} = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{x-a}{-(x-a) (nb^n)} = \frac{1}{nb^n}$$

$$= -\frac{1}{nb^n} = -\frac{1}{12} \Rightarrow b^n = 4 \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \xrightarrow{(*)} a = -7 \\ b = 2 \xrightarrow{(*)} a = 9 \end{cases}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

(مهران حسینی)

گزینه «۱» -۱۰

برای پیوستگی تابع f در $x = 27$ باید حد تابع و مقدار آن با هم برابر باشد:

$$1) \lim_{x \rightarrow 27} f(x) = \lim_{x \rightarrow 27} \frac{\sqrt{27-\sqrt[3]{x}} - 2}{a(x-27)} = \frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 27} \frac{\sqrt{27-\sqrt[3]{x}} - 2}{a(x-27)} \times \frac{\sqrt{27-\sqrt[3]{x}} + 2}{\sqrt{27-\sqrt[3]{x}} + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 27} \frac{27 - \sqrt[3]{x} - 4}{-27 \sqrt{27-\sqrt[3]{x}} + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 27} \frac{27 - \sqrt[3]{x}}{-27 \sqrt{27-\sqrt[3]{x}} + 2} \times \frac{9 + 3\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x}^2}{9 + 3\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x}^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 27} \frac{27 - x}{-27 \sqrt{27-\sqrt[3]{x}} + 2} \times \frac{9 + 3\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x}^2}{9 + 3\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x}^2}$$

$$= \frac{-1}{a \times 4 \times 27} = \frac{-1}{108a}$$

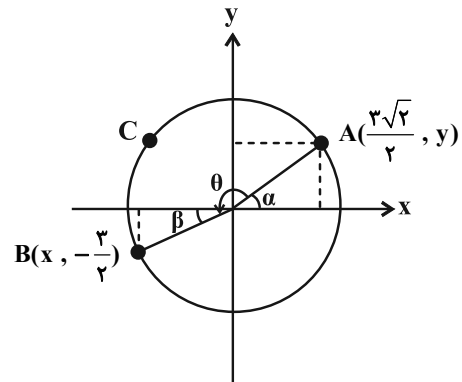
$$2) f(27) = \frac{27}{27+1} = \frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{1}{108a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = -\frac{1}{27}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۵۱)

(کلانم املایی)

گزینه «۴» -۷

با توجه به شکل زیر:



$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}, \sin \beta = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{6}$$

$$\theta = (\frac{\pi}{2} - \alpha) + \frac{\pi}{2} + \beta = \frac{11\pi}{12}$$

$$\text{طول کمان ACB} = R\theta = 2 \times \frac{11\pi}{12} = \frac{11\pi}{6}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۲ تا ۱۰۴)

(وفیر ون آبادی)

گزینه «۳» -۸

$$1 - 8 \sin^2 \left(\pi + \frac{\pi}{16} \right) \sin^2 \left(\frac{9\pi}{16} \right) = 1 - 8 \sin^2 \left(\frac{\pi}{16} \right) \cos^2 \left(\frac{\pi}{16} \right)$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{16}$$

$$= 1 - 8 \left(\sin \left(\frac{\pi}{16} \right) \cos \left(\frac{\pi}{16} \right) \right)^2$$

$$= 1 - 8 \left(\frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{8} \right) \right)^2 = 1 - 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{8} \right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

از اتحاد $1 - 2 \sin^2 \theta = \cos 2\theta$ و $\frac{1}{2} \sin 2\theta = \cos \theta \sin \theta$ استفاده کردیم.

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(میر علیزاده)

گزینه «۱» -۹

حد عبارت مخرج برابر صفر است و از آنجا که حاصل حد نیز عددی حقیقی

است، لازم است حد عبارت صورت نیز برابر صفر باشد:



ریاضی ۱

گزینه ۲» ۱۱-

(سامان سلامیان)

$$r = \frac{\frac{1}{3\sqrt{3}}}{\frac{1}{9}} = \frac{9}{3\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

قدرنسبت دنباله برابر است با:

پس جمله عمومی دنباله به صورت زیر است:

$$t_n = \frac{1}{9}(\sqrt{3})^{n-1} = \frac{1}{3^2} \left(3^{\frac{1}{2}n - \frac{1}{2}} \right) = 3^{\frac{1}{2}n - \frac{5}{2}}$$

حال باید $t_n < 3\sqrt{3}$ باشد:

$$\Rightarrow 3^{\frac{n-5}{2}} < 3\sqrt{3} = 3^{\frac{7}{2}} \Rightarrow \frac{n-5}{2} < \frac{7}{2} \Rightarrow n < 8$$

۷ جمله این دنباله کمتر از $3\sqrt{3}$ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

گزینه ۲» ۱۲-

(سیرسپهر متولیان)

با توجه به این که $\tan \theta$ منفی است، نتیجه می‌گیریم $\sin \theta$ و $\cos \theta$ مختلف‌العلامت هستند. پس برای این که $\sin \theta$ بزرگ‌تر از $\cos \theta$ باشد، θ در ربع دوم مثلثاتی قرار می‌گیرد. با توجه به گزینه‌ها، گزینه «۲» فقط در ربع دوم مثلثاتی قرار دارد.

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳)

گزینه ۳» ۱۳-

(کاظم ابلالی)

ابتدا مقادیر a و b را به صورت اعداد با توان گویا می‌نویسیم:

$$a = \sqrt[3]{3\sqrt{27}} = 3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{5}{6}} \text{ و } b = \sqrt{9\sqrt{3}} = 3^1 \times 3^{\frac{1}{6}} = 3^{\frac{7}{6}}$$

$$\Rightarrow ab = 3^{\frac{5}{6}} \times 3^{\frac{7}{6}} = 3^{\frac{12}{6}} = 3^2$$

$$\Rightarrow \sqrt[5]{ab} = \sqrt[5]{3^2} = 3^{\frac{2}{5}} \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۵۳ تا ۶۲)

گزینه ۱» ۱۴-

(کاظم ابلالی)

$$x = \sqrt[6]{(2+\sqrt{3})^2} + \sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2} = \sqrt[3]{2+\sqrt{3}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{3}}$$

اکنون طرفین تساوی بالا را به توان ۳ می‌رسانیم:

$$x^3 = \sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^3} + \sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^3} = \sqrt[3]{2+\sqrt{3}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{3}}$$

$$(\sqrt[3]{2+\sqrt{3}} - \sqrt[3]{2-\sqrt{3}})$$

$$\sqrt{3} - \sqrt{3} = (\sqrt[3]{4-3})x \Rightarrow x^3 - x = 0$$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \quad \text{یادآوری:}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

گزینه ۳» ۱۵-

(علی سلامت)

سهی از طرف بالا بر محور x مماس است، بنابراین دهانه سهی رو به بالاست و چندجمله‌ای $p(x)$ دارای ریشه مضاعف است.

$$3k+1 > 0 \Rightarrow k > -\frac{1}{3}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 16k^2 - 4(3k+1) = 0 \Rightarrow 4k^2 - 3k - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k=1 \text{ قابل قبول} \\ k=-\frac{1}{4} \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

$$k=1: p(x) = 4x^2 + 4x + 1 \Rightarrow m = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m+k = \frac{1}{2}$$

$$k=-\frac{1}{4}: p(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 1 \Rightarrow m = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow m+k = \frac{7}{4}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

گزینه ۱» ۱۶-

(شاهین پروازی)

$$(x+1)(x^2+mx+m) < 0$$

حالت اول: اگر عبارت x^2+mx+m همواره مثبت باشد $(\Delta < 0, a > 0)$,

مجموعه جواب‌های نامعادله به صورت $x < -1$ خواهد بود.

$$\Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 4m < 0 \Rightarrow m \in (0, 4)$$

حالت دوم: اگر عبارت x^2+mx+m دارای ریشه مضاعف باشد،

مجموعه جواب‌ها می‌تواند به صورت $x < -1$ باشد:



چون دو عبارت بالا به ازای هر مقدار حقیقی x برابرند، پس داریم:

$$a^x = a^{\frac{a \neq 0}{a}} \rightarrow a = 1$$

$$b - 2a = 0 \Rightarrow b = 2a = 2$$

$$a + c - b = 2ac - b^2 \Rightarrow 1 + c - 2 = 2c - 4 \Rightarrow c = 3$$

$$c^x = k \Rightarrow k = 9$$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه ۱۰۹)

(علی آزار)

۱۹- گزینه «۱»

اعدادی زوج هستند که یکان آن‌ها زوج باشد. بنابراین با توجه به خواسته

مسئله، حالت‌های مختلف را در نظر می‌گیریم:

(۱) رقم صفر در یکان قرار گیرد:

$$\underline{9} \times \underline{8} \times \underline{7} \times \underline{1} = 504$$

(۲) رقم غیر صفر در یکان قرار گیرد: در این صورت حتماً بایستی از رقم صفر

استفاده کنیم، پس ۲ حالت برای قرارگیری صفر به وجود می‌آید:

$$\underline{8} \times \underline{7} \times \underline{1} \times \underline{0} = 224$$

$$\underline{8} \times \underline{1} \times \underline{7} \times \underline{0} = 224$$

$$\text{تعداد کل حالات} = 504 + 224 + 224 = 952$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۰)

(کیان کریمی، فراهانی)

۲۰- گزینه «۳»

در پرتاب سه تاس، عدد ۶ یا به صورت جمع ۱، ۲، ۳ یا به صورت جمع ۱، ۱، ۴

و ۴ یا به صورت جمع ۲، ۲ و ۲ است. $3! = 6$ تعداد حالات $\Rightarrow 1, 2, 3$

$\Rightarrow 1, 1, 4$ تعداد حالات = ۳

$\Rightarrow 2, 2, 2$ تعداد حالات = ۱

پس $n(A) = 3 + 6 + 1 = 10$ و از طرفی $n(S) = 6^3$ است.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{10}{6^3} = \frac{5}{108}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

$$\Delta = m^2 - 4m = 0 \Rightarrow m = 0, 4$$

$$m = 0 : (x+1)(x^2) < 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1)$$

$$m = 4 : (x+1)(x+2)^2 < 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1) - \{-2\}$$

پس $m = 4$ غیر قابل قبول است.

در نتیجه مجموعه قابل قبول برای m بازه $[0, 4)$ است که مجموع اعداد

$$0 + 1 + 2 + 3 = 6$$

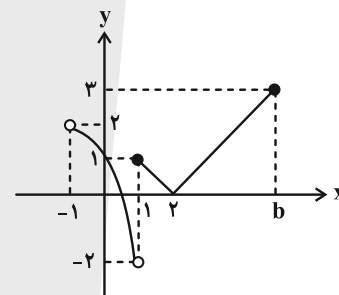
صحیح آن برابر است با:

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۸)

(عمید علیزاده)

۱۷- گزینه «۲»

نمودار تابع f را به کمک انتقال نمودارهای $y = -x^2$ و $y = |x|$ رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار بالا و اینکه برد تابع بازه $(a, 3]$ است، مشخص می‌شود که

$$b > 2 \text{ و } |b - 2| = 3$$

$$\Rightarrow |b - 2| = 3 \xrightarrow{b > 2} b - 2 = 3 \Rightarrow b = 5$$

از طرفی در نمودار مشخص است که $a = -2$ است. در نتیجه: $b - a = 7$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

(کامران ایلانی)

۱۸- گزینه «۴»

فرض کنید $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} f(x)f(-x) &= (ax^2 + c + bx)(ax^2 + c - bx) \\ &= a^2x^4 + (2ac - b^2)x^2 + c^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2f(x-1) + k &= x^2(a(x-1)^2 + b(x-1) + c) + k \\ &= ax^4 + (b - 2a)x^3 + (a - b + c)x^2 + k \end{aligned}$$



هندسه ۲

۲۱- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

فرض کنید $\widehat{BC} = 4x$ باشد. در این صورت داریم:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} = 4x \Rightarrow \widehat{AB} = \frac{5}{4} \widehat{AD} = 5x$$

AC قطر دایره است، بنابراین داریم:

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow 5x + 4x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 9x = 180^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

$$\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{4 \times 20^\circ}{2} = 40^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۲۲- گزینه «۲»

(فرزانه شالپاش)

شعاع هر دایره عددی مثبت است، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} R > 0 &\Rightarrow 3m + 10 > 0 \Rightarrow m > -\frac{10}{3} \\ R' > 0 &\Rightarrow -m > 0 \Rightarrow m < 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{اشتراک} \rightarrow -\frac{10}{3} < m < 0 \quad (1)$$

شرط متداخل بودن دو دایره C و C' آن است که $|R - R'| < OO'$ ، بنابراین داریم:

$$|R - R'| < OO' \Rightarrow |(3m + 10) - (-m)| < 3$$

$$\Rightarrow |4m + 10| < 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4m + 10 > 3 \Rightarrow 4m > -7 \Rightarrow m > -\frac{7}{4} \\ 4m + 10 < -3 \Rightarrow 4m < -13 \Rightarrow m < -\frac{13}{4} \end{cases} \quad (2)$$

اشتراک جواب‌های (۱) و (۲) به صورت بازه $(-\frac{10}{3}, -\frac{13}{4}) \cup (-\frac{7}{4}, 0)$

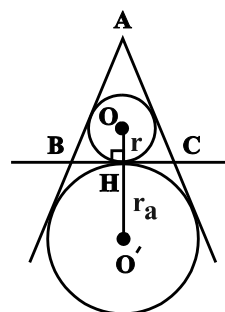
است و در نتیجه تنها به ازای عدد صحیح $m = -1$ ، دو دایره متداخل‌اند.

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه ۲۰)

۲۳- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

مطابق شکل فاصله بین مراکز دو دایره محاطی داخلی و خارجی یک مثلث متساوی‌الاضلاع برابر مجموع شعاع‌های دایره محاطی داخلی و دایره محاطی خارجی مثلث است.



اگر مساحت مثلث را با S و نصف محیط آن را با P نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2, \quad P = \frac{3a}{2}$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{3a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6} a$$

$$r_a = \frac{S}{P - a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$OO' = r + r_a = \frac{\sqrt{3}}{6} a + \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{2\sqrt{3}}{3} a$$

در نتیجه نسبت فاصله مراکز دو دایره محاطی داخلی و خارجی به طول ضلع

$$\text{مثلث برابر} \quad \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{6} \text{ است.}$$

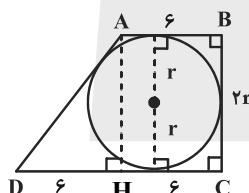
(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۲۴- گزینه «۳»

(مهمر فذران)

اگر شعاع دایره محاطی دوزنقه را با r نمایش دهیم، آن‌گاه مطابق شکل

$BC = 2r$ است. طبق رابطه چهارضلعی محیطی داریم:



$$AB + CD = AD + BC$$

$$\Rightarrow 6 + 12 = AD + 2r \Rightarrow AD = 18 - 2r$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه AHD داریم:

$$AD^2 = AH^2 + HD^2 \Rightarrow (18 - 2r)^2 = (2r)^2 + 6^2$$

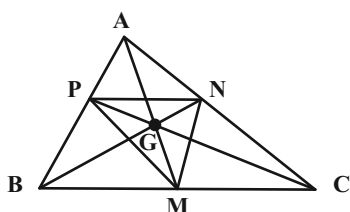
$$\Rightarrow 324 - 72r + 4r^2 = 4r^2 + 36$$

$$\Rightarrow 72r = 288 \Rightarrow r = 4$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۲۵- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)





حال طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \times \cos \hat{C}$$

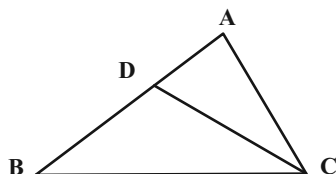
$$= 8^2 + 6^2 - 2 \times 8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 64 + 36 - 48 = 52$$

$$\Rightarrow AB = 2\sqrt{13}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷ و ۷۲)

(سوکنر روشنی)

گزینه «۴» - ۲۸



طبق قضیه نیمسازها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AC+BC}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{7} = \frac{4}{14} \Rightarrow AD = 2 \Rightarrow BD = 5$$

طبق رابطه طول نیمساز داخلی داریم:

$$CD^2 = CA \times CB - AD \times BD = 4 \times 10 - 2 \times 5 = 30$$

$$\Rightarrow CD = \sqrt{30}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(افشین فاضله‌فان)

گزینه «۲» - ۲۹

فرض کنید $3a = 4b = 6c = 12t$ باشد. در این صورت داریم:

$$a = 4t, b = 3t, c = 2t$$

$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9t}{2}$$

طبق قضیه هرون داریم:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{\frac{9t}{2} \times \frac{t}{2} \times \frac{3t}{2} \times \frac{5t}{2}} = \frac{3\sqrt{15}t^2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{15}t^2}{4} = 3\sqrt{15} \Rightarrow t^2 = 4 \xrightarrow{t>0} t = 2$$

بنابراین اندازه کوچک‌ترین ضلع مثلث، برابر $c = 4$ است.

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(امیرحسین ایوب‌مویب)

گزینه «۱» - ۳۰

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow 4^2 \times 5 + 8^2 \times 4 = AD^2 \times 9 + 4 \times 5 \times 9$$

$$\Rightarrow 80 + 256 = 9AD^2 + 180 \Rightarrow 9AD^2 = 156 \Rightarrow AD^2 = \frac{156}{9}$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{\frac{156}{9}} = \sqrt{\frac{4 \times 39}{9}} = \frac{2\sqrt{39}}{3}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۷)

مطابق شکل اگر نقطه G محل هم‌رسمی میانه‌های مثلث ABC باشد، آن‌گاه داریم:

$$\frac{GA}{GM} = \frac{GB}{GN} = \frac{GC}{GP} = 2$$

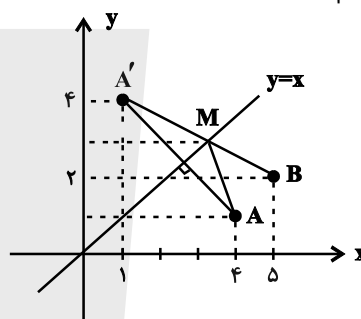
از طرفی دو نقطه M و A در دو طرف نقطه G قرار دارند، پس در یک تجانس به مرکز G و نسبت (-۲)، نقطه M بر A تصویر می‌شود. به طور مشابه در این تجانس نقطه N بر روی نقطه B و نقطه P بر روی نقطه C تصویر می‌گردد.

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

گزینه «۱» - ۲۶

(علی ایمانی)

طبق روش هرون ابتدا قرینه نقطه A را نسبت به خط $y = x$ پیدا کرده و آن را A' می‌نامیم.



طبق ویژگی بازتاب اگر M نقطه تقاطع $A'B$ با خط $y = x$ (محور بازتاب) باشد، آن‌گاه $MA = MA'$ است و در نتیجه داریم:

$$MA + MB = MA' + MB = A'B$$

بنابراین کافی است مختصات نقطه A' و سپس طول پاره خط $A'B$ را محاسبه کنیم.

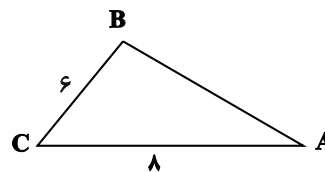
$$A(4, 1) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط } y=x} A'(1, 4)$$

$$A'B = \sqrt{(5-1)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۲)

(افشین فاضله‌فان)

گزینه «۴» - ۲۷



طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \times BC \times \sin \hat{C}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 10 \times \sin \hat{C} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 60^\circ \\ \hat{C} = 120^\circ \end{cases} \text{ غرق}$$

(اگر $\hat{C} = 120^\circ$ باشد، آن‌گاه AB بزرگ‌ترین ضلع مثلث است.)



آمار و احتمال

۳۱- گزینه «۳»

(سوکنر روشنی)

گزاره داده شده را به صورت زیر ساده تر می نویسیم:

$$p \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q]$$

$$\equiv \sim p \vee [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q]$$

$$\equiv \sim p \vee [\sim (p \Rightarrow q) \vee q] \equiv \sim p \vee [(p \wedge \sim q) \vee q]$$

$$\equiv \sim p \vee (q \vee p) \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۳ تا ۱۱)

۳۲- گزینه «۲»

(رضا توکلی)

در گزینه «۲» به ازاء $x=1$ ، تمام اعداد طبیعی y بزرگ تر یا مساوی آن هستند.

نادرستی گزینه های دیگر را خودتان بررسی کنید.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۱۱ تا ۱۳)

۳۳- گزینه «۱»

(میر نیکنام)

$$C = (A' \cap B') \cup (A - B')$$

$$C = (A \cup B)' \cup (A \cap B)$$

$$C' = (A \cup B) \cap (A \cap B)'$$

$$= (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$= (A - B) \cup (B - A)$$

$$\Rightarrow C' - (B - A) = [(A - B) \cup (B - A)] - (B - A) = A - B$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۲۱ تا ۳۰)

۳۴- گزینه «۴»

(سوکنر روشنی)

تعداد حالت های فضای نمونه با در نظر گرفتن اینکه کتاب ریاضی، سمت

چپ کتاب فیزیک قرار گرفته باشد، برابر است با: $n(S) = \frac{5!}{2} = 60$

تعداد حالت هایی که در آن ها حداقل یک کتاب بین ریاضی و فیزیک قرار

داشته باشد، برابر است با کل حالت ها منهای حالت هایی که کتاب فیزیک

بلافاصله بعد از کتاب ریاضی باشد که در این شرایط، دو کتاب به صورت

یک بسته در نظر گرفته می شوند.

فیزیک ریاضی

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \bigcirc & \bigcirc \\ \hline \end{array} \quad \bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc$$

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$n(A) = 60 - 24 = 36$$

$$P(A) = \frac{36}{60} = 0.6$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۴۸ تا ۵۲)

۳۵- گزینه «۳»

(امیر هوشنگ فمسه)

احتمال برنده نشدن فرد B را برابر x در نظر می گیریم. در این صورت

احتمال برنده شدن افراد A، B و C به ترتیب x^2 ، $1-x$ و $\frac{x^2}{2}$ است و

در نتیجه داریم:

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1 \Rightarrow x^2 + (1-x) + \frac{x^2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2}{2} - x = 0 \Rightarrow x \left(\frac{3x}{2} - 1 \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$P(A) = x^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow P(A') - P(A) = \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

۳۶- گزینه «۱»

(نیلوفر مهوری)

با توجه به قوانین جبر مجموعه ها داریم:

$$B \subseteq A \Rightarrow \begin{cases} A \cup B = A \\ A \cap B = B \end{cases}$$

حال طبق قانون احتمال شرطی داریم:

$$P(B' | A) = \frac{P(B' \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(A) - P(B)}{P(A)} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{1} = 2$$



(عزیزانه علی اصغری)

۳۹- گزینه «۳»

برای ۱۰ داده اولیه داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2}{10} = 36$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2 = 360$$

فرض کنید k داده برابر با میانگین به این داده‌ها اضافه کنیم. اگر انحراف

معیار داده‌های جدید را با σ' نمایش دهیم، داریم:

$$\sigma'^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2 + k(\bar{x} - \bar{x})^2}{10 + k} = \frac{360}{10 + k}$$

$$\sigma' < 5 \Rightarrow \sigma'^2 < 25 \Rightarrow \frac{360}{10 + k} < 25 \Rightarrow 360 < 250 + 25k$$

$$\Rightarrow 25k > 110 \Rightarrow k > 4.4$$

بنابراین حداقل باید ۵ داده برابر با میانگین به این داده‌ها اضافه کرد تا

انحراف معیار کمتر از ۵ شود.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

(غریزه فاکپاش)

۴۰- گزینه «۲»

میانگین این نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1+1+2+3+3+4+4+4+5}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

اگر μ میانگین جامعه و σ و n به ترتیب انحراف معیار و اندازه نمونه

باشند، آنگاه داریم:

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 3 - \frac{2 \times 1/5}{3} \leq \mu \leq 3 + \frac{2 \times 1/5}{3}$$

$$\Rightarrow 2 \leq \mu \leq 4 \Rightarrow \mu \in [2, 4]$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

$$\frac{P(B'|A)}{P(A \cup B)} = \frac{P(B'|A)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{7}}{\frac{1}{3}} = \frac{12}{7}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

۳۷- گزینه «۲»

(علی اکبر علینژاده)

در بین ۷ مهره موجود در کیسه سوم، ۳ مهره از ابتدا به کیسه اول، ۲ مهره از

ابتدا به کیسه دوم و ۲ مهره از ابتدا به کیسه سوم تعلق داشته‌اند، پس طبق

نمودار درختی زیر و قانون احتمال کل، احتمال سفید بودن مهره خارج شده از

این کیسه برابر است با:

$$\begin{cases} \text{کیسه اول} \Rightarrow \frac{3}{7} \xrightarrow{\text{سفید}} \frac{3}{8} \\ \text{کیسه دوم} \Rightarrow \frac{2}{7} \xrightarrow{\text{سفید}} 0 \\ \text{کیسه سوم} \Rightarrow \frac{2}{7} \xrightarrow{\text{سفید}} 1 \end{cases}$$

$$P(\text{سفید}) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{8} + \frac{2}{7} \times 0 + \frac{2}{7} \times 1 = \frac{9}{56} + \frac{2}{7} = \frac{25}{56}$$

طبق قانون بیز داریم:

$$P(\text{سفید} | \text{کیسه سوم}) = \frac{\frac{2}{7} \times 1}{\frac{25}{56}} = \frac{16}{25}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

(غریزه فاکپاش)

۳۸- گزینه «۲»

میانگین وزنی نمرات برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{5 \times 10 + 8 \times 12 + 7 \times 14 + 10 \times 15 + 6 \times 17 + 4 \times 18}{5 + 8 + 7 + 10 + 6 + 4} = \frac{568}{40} = 14.2$$

اگر نمرات را به ترتیب صعودی مرتب کنیم، داده بیستم برابر ۱۴ و داده

بیست و یکم برابر ۱۵ است. میانه داده‌ها برابر میانگین این دو داده (داده‌های

$$Q_2 = \frac{14 + 15}{2} = 14.5$$

وسط است:

$$Q_2 - \bar{x} = 14.5 - 14.2 = 0.3$$

در نتیجه داریم:

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

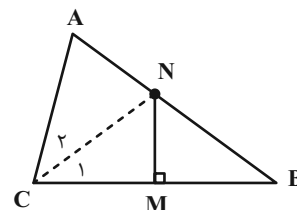


هندسه ۱

گزینه ۲» ۴۱

(علی امیری قزل دشت)

چون N روی عمود منصف است، پس از دو سر پاره خط به یک فاصله است و مثلث NBC متساوی الساقین خواهد بود.



$$\hat{B} = \hat{C}_1 = x$$

$$AB = BC \Rightarrow \hat{C} = \hat{A} = 39^\circ + x$$

$$\hat{A} + \hat{C} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow (39^\circ + x) + (39^\circ + x) + x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 78^\circ + 3x = 180^\circ \Rightarrow x = 34^\circ$$

(هنر سه ۱- ترسیم های هندسی و استرلال: صفحه های ۱۳ و ۱۴)

گزینه ۱» ۴۲

(علی ایمانی)

فرض کنیم در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) طول نیمساز AD بزرگ تر از طول ضلع AC باشد.

$$\Delta ADC : AD > AC \Rightarrow \hat{C} > \hat{D}_1$$

$$\xrightarrow{\text{زاویه خارجی } \hat{D}_1} \hat{C} > \hat{A}_2 + \hat{B}$$

$$\xrightarrow{\text{مثلث } ADB \text{ است}} \hat{A}_2 = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} - \hat{B} > 45^\circ$$

$$\Rightarrow (\hat{B} + \hat{C}) - 2\hat{B} > 45^\circ \xrightarrow{\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ} 90^\circ - 2\hat{B} > 45^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{B} < 45^\circ \Rightarrow \hat{B} < 22.5^\circ$$

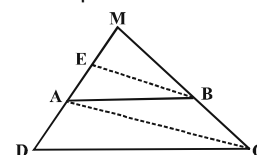
بنابراین از میان گزینه های موجود، تنها به ازای $\hat{B} = 20^\circ$ ، طول نیمساز AD می تواند از طول ضلع AC بزرگ تر باشد.

(هنر سه ۱- ترسیم های هندسی و استرلال: صفحه های ۲۱ و ۲۲)

گزینه ۴» ۴۳

(کتاب آبی)

اگر فرض کنیم $ME = x$ باشد، آنگاه داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \Delta MAC : BE \parallel AC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{ME}{AE} = \frac{MB}{BC} \\ \Delta MDC : AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MA}{AD}$$

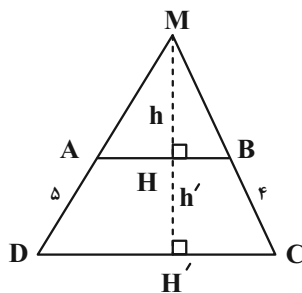
$$\Delta MDC : \frac{x}{3} = \frac{x+3}{4/5} \Rightarrow x = 6$$

$$MD = ME + AE + AD = 6 + 3 + 4/5 = 13/5$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه های ۳۴ تا ۳۷)

گزینه ۴» ۴۴

(افشین فاضل خان)



راه حل اول: دو مثلث MAB و MCD متشابه اند و نسبت ارتفاع ها در این دو مثلث برابر نسبت تشابه است، پس داریم:

$$\frac{MH}{MH'} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{h}{h+h'} = \frac{4}{6}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{h}{h'} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{S_{MAB}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}h \times AB}{\frac{1}{2}h'(AB+CD)} = \frac{h}{h'} \times \frac{AB}{AB+CD} = 2 \times \frac{4}{4+6} = \frac{8}{10} = 80\%$$

راه حل دوم: دو مثلث MAB و MCD متشابه اند. نسبت تشابه را k در نظر می گیریم، پس داریم:

$$k = \frac{AB}{CD} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{S_{MAB}}{S_{MCD}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{MAB}}{S_{MAB} + S_{ABCD}} = \frac{4}{9}$$

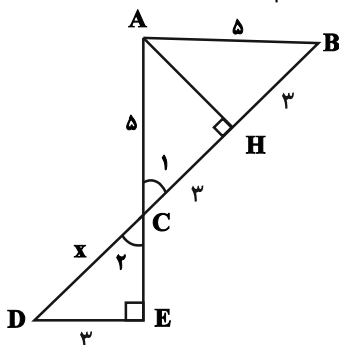
$$\xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{S_{MAB}}{S_{ABCD}} = \frac{4}{5} = 80\%$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه های ۳۸ تا ۴۵)

گزینه ۴» ۴۵

(علی امیری قزل دشت)

در مثلث متساوی الساقین ABC ، ارتفاع وارد بر قاعده BC ، میانه نظیر $BH = CH = 3$ این ضلع است، پس داریم:

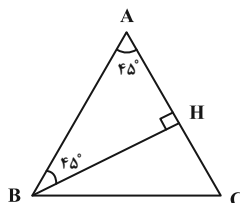


$$\Delta AHC : AH^2 = AC^2 - CH^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow AH = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \text{ (متقابل به راس)} \\ \hat{H} = \hat{E} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AHC \sim \Delta DEC$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{AH}{DE} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \frac{15}{4} = 3.75$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه های ۳۸ تا ۴۱)



اگر ارتفاع وارد بر ساق AC را مطابق شکل رسم کنیم، آن گاه مثلث ABH، مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین است و در نتیجه داریم:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 2BH^2$$

$$\Rightarrow AB = AC = BH\sqrt{2}$$

طبق فرض، مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BH \times AC \Rightarrow 8\sqrt{2} = \frac{1}{2} BH \times BH\sqrt{2}$$

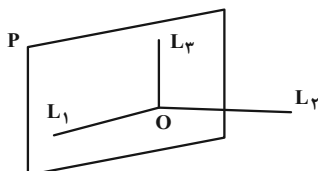
$$\Rightarrow BH^2 = 16 \Rightarrow BH = 4$$

در نتیجه مجموع فواصل مورد نظر برابر ۴ است.

(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۸)

(رضا عباسی اصل)

گزینه ۱» ۴۹-



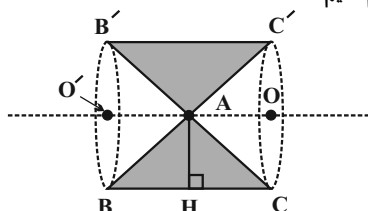
فرض کنید خط L_3 درون صفحه P نباشد. در این صورت بر دو خط متقاطع L_1 و L_3 ، صفحه‌ای مانند P' می‌گذرد. چون خط L_4 بر دو خط متقاطع از صفحه P' در محل تقاطع عمود است، پس $L_4 \perp P$ ، پس $P \parallel P'$. با توجه به اینکه دو صفحه P و P' هر دو شامل خط L_1 هستند، پس نمی‌توانند موازی یکدیگر باشند و در نتیجه طبق برهان خلف، خط L_3 لزوماً درون صفحه P قرار دارد.

(هنر سه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۶)

(فرشاد صدیقی فر)

گزینه ۲» ۵۰-

مطابق شکل $AH = \sqrt{3}$ و $BH = CH = 1$ است. بنابراین برای محاسبه حجم شکل حاصل از دوران، کافی است حجم دو مخروط هر کدام به ارتفاع ۱ و شعاع قاعده $\sqrt{3}$ را از حجم یک استوانه به ارتفاع ۲ و شعاع قاعده $\sqrt{3}$ کم کنیم:



$$\text{حجم استوانه} = \pi R^2 h_1 = \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 2 = 6\pi$$

$$\text{حجم دو مخروط} = 2 \times \frac{1}{3} \pi R^2 h_2 = \frac{2}{3} \times \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 1 = 2\pi$$

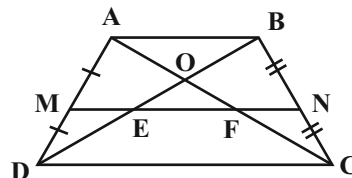
$$\text{حجم مطلوب} = 6\pi - 2\pi = 4\pi$$

(هنر سه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

(امیررضا فلاح)

گزینه ۱» ۴۶-

با توجه به آنکه M و N وسط دوساق است، مطابق شکل داریم:



$$\left. \begin{aligned} MF \parallel CD &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MF}{CD} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MF = \frac{CD}{2} \\ FN \parallel AB &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{FN}{AB} = \frac{CN}{CB} = \frac{1}{2} \Rightarrow FN = \frac{AB}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{AB + CD}{2}$$

$$EF = \frac{CD - AB}{2}$$

به روش مشابه می‌توان ثابت کرد:

$$MN = \frac{AB + CD}{2} = 6$$

$$EF = \frac{CD - AB}{2} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} CD = 9 \\ AB = 3 \end{cases}$$

طبق فرض:

از طرفی مثلث‌های OAB و OCD متشابه بوده و نسبت تشابه آن‌ها

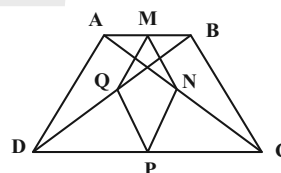
$$\frac{AB}{CD} = \frac{3}{9} \text{ می‌باشد. پس:}$$

$$\frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle OCD}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ و ۳۵)

(پوار فاطمی)

گزینه ۳» ۴۷-



در مثلث ABD، نقاط M و Q به ترتیب وسط اضلاع AB و BD هستند.

پس طبق تعمیم قضیه تالس، $MQ = \frac{1}{2} AD$ است. به دلیل مشابه به ترتیب

در مثلث‌های ABC، ADC و BDC، $MN = \frac{1}{2} BC$ ،

$$NP = \frac{1}{2} AD \text{ و } PQ = \frac{1}{2} BC \text{ است و در نتیجه داریم:}$$

$$\text{محیط MNPQ} = \frac{1}{2} AD + \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} AD + \frac{1}{2} BC$$

$$= AD + BC = 4 + 4 = 8$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه ۱» ۴۸-

مجموع فواصل هر نقطه دلخواه واقع بر قاعده یک مثلث متساوی الساقین از دو ساق مثلث برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است.



فیزیک ۲

گزینه ۲» ۵۱

(بهنام رستمی)

طبق قانون سوم نیوتون (عمل و عکس العمل)، داریم:

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$$

$$\vec{F}_{AB} = 6\vec{i} - 8\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB} = -6\vec{i} + 8\vec{j}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۵ تا ۸)

گزینه ۳» ۵۲

(بهنام رستمی)

ذره الکترون از دست داده، در نتیجه دارای بار الکتریکی مثبت می‌شود:

$$q = +ne = 8 \times 10^{-19} \text{ C} = 12 / 8 \times 10^{-19} \text{ C}$$

طبق شرط تعادل داریم:

$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg$$

$$\Rightarrow E = \frac{mg}{|q|} = \frac{m=25/6 \times 10^{-15} \text{ kg}}{g=1 \times 10^{-19} \text{ N/kg}}$$

$$\Rightarrow E = \frac{25/6 \times 10^{-15} \times 10}{12/8 \times 10^{-19}} = 2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



در نهایت به کمک رابطه $|\Delta V| = Ed$ ، اندازه اختلاف پتانسیل بین دو صفحه

رسانا را به دست می‌آوریم:

$$|\Delta V| = Ed \quad d=2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ m} \rightarrow$$

$$|\Delta V| = 2 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-2} = 4000 \text{ V} = 4 \text{ kV}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰ و ۲۶)

گزینه ۳» ۵۳

(امسان مممری)

تا زمانی که خازن به باتری وصل است، اختلاف پتانسیل بین صفحات آن ثابت

می‌ماند و به این ترتیب، با ثابت ماندن فاصله بین صفحات، اندازه میدان

$$\text{الکتریکی بین صفحات خازن نیز تغییری نمی‌کند.} \quad (E = \frac{V}{d})$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

گزینه ۳» ۵۴

(سیدعلی میرنوری)

با باز کردن کلید k (قطع کلید)، دیود در مدار قرار می‌گیرد و با توجه به جهت قرارگیری دیود (در خلاف جهت جریان)، جریان عبوری صفر می‌شود و آمپرسنج عدد کوچک‌تری را نسبت به حالت قبل نشان می‌دهد. از طرفی عددی که ولت‌سنج دو سر باتری نشان می‌دهد، افزایش می‌یابد.

$$\uparrow V = \varepsilon - rI \downarrow$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۶)

گزینه ۱» ۵۵

(سعید طاهری پروفنی)

ابتدا با استفاده از پتانسیل الکتریکی نقطه A می‌توانیم جریان گذرنده از

$$V_E - IR = V_A \Rightarrow 0 - 4I = -4 \Rightarrow I = 1 \text{ A} \quad \text{داریم:}$$

بنابراین جریان در مدار پادساعتگرد است و در نتیجه باتری ε_2 محرکه و ε_1 ضدمحرکه است.

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_{eq} + r_1 + r_2} \Rightarrow 1 = \frac{24 - \varepsilon_1}{(8 + 4) + 1 + 1} \Rightarrow \varepsilon_1 = 10 \text{ V}$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری ضدمحرکه ε_1 برابر است با:

$$V_1 = \varepsilon_1 + Ir_1 \Rightarrow V_1 = 10 + 1 \times 1 = 11 \text{ V}$$

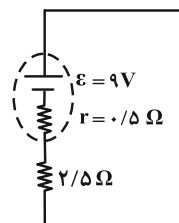
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

گزینه ۳» ۵۶

(محمدریوار غلامی)

مقاومت‌های قرار گرفته بین دو نقطه هم پتانسیل، اتصال کوتاه شده و طبق شکل

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{9}{2/5 + 0/5} = \frac{9}{3} = 3 \text{ A} \quad \text{داریم:}$$



در نتیجه توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی در مقاومت $2/5 \Omega$ است:

$$P = R_{eq} I^2 = 2/5 \times (3)^2 = 2/5 \times 9 = 22/5 \text{ W}$$

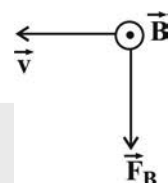
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۹)



۵۷- گزینه «۲»

(سیرعلی میرنوری)

با استفاده از قاعده دست راست، چهار انگشت را به طرف غرب به گونه‌ای قرار می‌دهیم که کف دست به طرف جنوب باشد. در این صورت جهت انگشت شست رو به بالا خواهد بود که چون الکترون دارای بار منفی است، جهت نیروی به دست آمده را عکس کرده، یعنی جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون رو به پایین خواهد بود. حال برای تعیین بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر آن داریم:



$$F = |q|vB \sin \alpha \quad \alpha = 90^\circ$$

$$F = 1/6 \times 10^{-19} \times 10^4 \times 50 \times 10^{-4} \times 1 = 8 \times 10^{-18} \text{ N}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۵۸- گزینه «۲»

(رامین شادلوئی)

ابتدا تعداد دورهای پیچ جدید را محاسبه می‌کنیم:

$$N = \frac{L}{2\pi R} \xrightarrow{L_1=L_2} \frac{N_2}{N_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{N_2}{250} = \frac{R_1}{2} \Rightarrow N_2 = 500 \text{ دور}$$

با استفاده از رابطه میدان مغناطیسی پیچ داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{N_2}{N_1} \times \left(\frac{R_1}{R_2}\right) = \frac{500}{250} \times \left(\frac{R_1}{2}\right) = 4$$

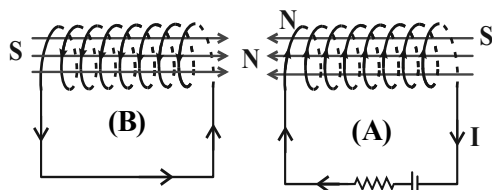
(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۵۹- گزینه «۳»

(مهرزاد مردانی)

جهت میدان مغناطیسی در سیملوله (A) با توجه به جهت جریان به طرف چپ است و در سیملوله (B) با توجه به جهت جریان القا شده، به طرف راست می‌باشد. طبق قانون لنز، باید میدان مغناطیسی در سیملوله (A) زیاد گردد تا میدان مغناطیسی القایی در سیملوله (B) به طرف راست باشد. در نتیجه در

سیملوله (A) باید I زیاد شود و طبق رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$ ، مقاومت R روستا باید کاهش یابد. ضمناً چون قطب‌های هم‌نام کنار هم قرار دارند، نیروی مغناطیسی رانشی (دافعه) بین دو سیملوله به وجود می‌آید.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

۶۰- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

ابتدا با استفاده از نمودار $\Phi - t$ ، معادله شار مغناطیسی عبوری از پیچ را می‌یابیم.

$$\text{آن‌طور که شکل نشان می‌دهد } \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 15 \text{ S. بنابراین داریم:}$$

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 15 \Rightarrow T = 12 \text{ s}$$

$$\Phi = \Phi_{\max} \cos \frac{2\pi}{T} t \quad \Phi_{\max} = 0.5 \text{ Wb} \rightarrow$$

$$\Rightarrow \Phi = 0.5 \cos \frac{\pi}{6} t$$

اکنون تغییر شار مغناطیسی در بازه زمانی مورد نظر را پیدا می‌کنیم:

$$\Phi = 0.5 \cos \frac{\pi}{6} t$$

$$\xrightarrow{t_1=0} \Phi_1 = 0.5 \cos 0 = 0.5 \text{ Wb}$$

$$\xrightarrow{t_2=3\text{ s}} \Phi_2 = 0.5 \cos \left(\frac{\pi}{6} \times 3\right) = 0$$

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0 - 0.5 = -0.5 \text{ Wb}$$

در نهایت، نیروی محرکه القایی متوسط را می‌یابیم و سپس R را حساب می‌کنیم:

$$\mathcal{E}_{\text{av}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \frac{\Delta t = 3 - 0 = 3 \text{ s}}{N = 12} \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{av}} = -12 \times \frac{-0.5}{3} = 2 \text{ V}$$

$$I_{\text{av}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{av}}}{R} \Rightarrow 1/8 = \frac{2}{R} \Rightarrow R = \frac{1}{4} \Omega$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶ و ۱۱۲ تا ۱۱۶)



فیزیک ۱

گزینه «۳» - ۶۱

(علیرضا رستم زاده)

جرم هر ۴ مورد داده شده را به kg تبدیل می کنیم تا ببینیم چند مورد دقت ۰/۰۱kg دارند.

$$\text{الف)} \quad ۵۹۶۱ \text{ dag} \times \frac{۱۰^{-۱} \text{ g}}{۱ \text{ dag}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} = ۵۹/۶۱ \text{ kg} \xrightarrow{\text{دقت}} ۰/۰۱ \text{ kg}$$

$$\text{ب)} \quad ۳/۷ \times ۱۰^{-۵} \text{ mg} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ g}}{۱ \text{ mg}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} = ۰/۳۷ \text{ kg} \xrightarrow{\text{دقت}} ۰/۰۱ \text{ kg}$$

$$\text{پ)} \quad ۰/۷۷ \times ۱۰^{-۳} \text{ Mg} \times \frac{۱۰^۶ \text{ g}}{۱ \text{ Mg}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} = ۰/۷۷ \text{ kg} \xrightarrow{\text{دقت}} ۰/۰۱ \text{ kg}$$

$$\text{ت)} \quad ۰/۰۶۵۶ \times ۱۰^{-۵} \text{ Tg} \times \frac{۱۰^{۱۲} \text{ g}}{۱ \text{ Tg}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} = ۶۵۶ \text{ kg} \xrightarrow{\text{دقت}} ۱ \text{ kg}$$

موارد «الف»، «ب» و «پ» دقت ۰/۰۱kg دارند. پس این سه مورد می توانند با این ترازو اندازه گیری شده باشند.

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱۱ تا ۱۵)

گزینه «۱» - ۶۲

(علیرضا رستم زاده)

حجم استوانه توخالی از رابطه $V = \pi(R^2 - r^2)h$ به دست می آید و با

توجه به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\pi(R^2 - r^2)h} \Rightarrow h = \frac{m}{\rho\pi(R^2 - r^2)}$$

$$\xrightarrow{R = \frac{۴}{۳}r} h = \frac{m}{\rho\pi(\frac{۱۶}{۹}r^2 - r^2)} = \frac{۹m}{۷\pi\rho r^2}$$

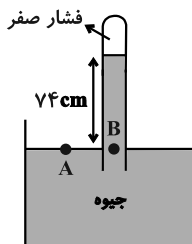
$$\xrightarrow{r = \frac{۲}{۴}R} h = \frac{۱۶m}{۷\pi\rho R^2}$$

(فیزیک ۱- ویژگی و اندازه گیری: صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه «۱» - ۶۳

(عبداله فقه زاده)

در شکل (۱) می توان فشار هوا را اندازه گیری کرد.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_g = ۷۴ \text{ cm Hg}$$

و از طرفی در شکل (۲) فشار مخزن گاز به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$P - P_g = \rho gh$$

$$\Rightarrow P - P_g = ۲۴ \text{ cm Hg} \Rightarrow P - ۷۴ = ۲۴ \Rightarrow P = ۹۸ \text{ cm Hg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۳۷ تا ۴۰)

گزینه «۳» - ۶۴

(محمدرضا شیروانی زاده)

فقط مورد (ب) نادرست است.

علت اینکه یک تیغ از سطح پهن آن روی آب شناور می ماند، نیروی کشش

سطحی آب است.

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۲۹ تا ۳۰ تا ۳۲)

گزینه «۲» - ۶۵

(بهنام شاهینی)

با توجه به نمودار و طبق رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{\substack{m=۲\text{ kg} \\ \Delta K=۸۴\text{ J}}} \rightarrow$$

$$۸۴ = \frac{1}{2} \times ۲ \times (v_2 - v_1)(v_2 + v_1) \xrightarrow{v_2 - v_1 = \frac{m}{s}} \rightarrow$$

$$۸۴ = ۶(v_2 + v_1) \Rightarrow v_2 + v_1 = ۱۴ \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه های ۵۳ و ۵۵)



$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ}} = 0 \Rightarrow -m_{\text{آب}} L_F + m_{\text{یخ}} c \Delta \theta = 0$$

$$\Rightarrow \frac{500}{1000} \times 3 / 36 \times 10^5 = m_{\text{یخ}} \times 2100 \times (0 - (-10))$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} = \frac{0 / 5 \times 3 / 36 \times 10^5}{2100 \times 10} = 8 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

(زهره آقاممیری)

۶۹- گزینه «۳»

می‌دانیم که در انبساط $W < 0$ است. پس داریم:

از طرفی در فرایند بی‌دررو $Q = 0$ است. پس قانون اول ترمودینامیک

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = -680 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۰، ۱۳۷ تا ۱۳۹)

(زهره آقاممیری)

۷۰- گزینه «۳»

می‌دانیم که تغییر انرژی درونی در یک چرخه، صفر است:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{ca} = 0$$

با توجه به قانون اول ترمودینامیک، داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow (Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca}) + (W_{ab} + W_{bc} + W_{ca}) = 0 \quad (1)$$

چون فرایند bc هم حجم است، $W_{bc} = 0$ می‌باشد. با توجه به اینکه فرایند

ca یک انبساط بی‌دررو است، پس کار در این فرایند منفی است. یعنی

$$W_{ca} = -2400 \text{ J}$$

داریم:

از طرفی در نمودار $P - V$ ، مساحت زیر نمودار برابر قدرمطلق کار انجام

شده است. داریم:

$$W_{ab} = + (8 - 2) \times 10^{-3} \times 1 / 5 \times 10^5 = 9 \times 10^2 = 900 \text{ J}$$

پس داریم:

$$\xrightarrow{(1)} Q_{abc} + 900 + 0 - 2400 = 0 \Rightarrow Q_{abc} = 1500 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

(مصطفی کیانی)

۶۶- گزینه «۳»

مطابق شکل زیر، جسم در نقطه A فقط انرژی پتانسیل گرانشی و در نقطه

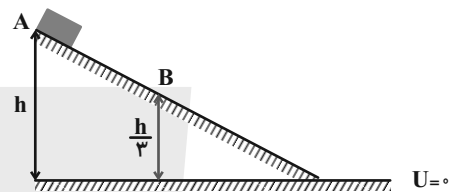
B، هم انرژی جنبشی و هم انرژی پتانسیل گرانشی دارد. بنابراین با استفاده

از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی پتانسیل گرانشی را در بالای سطح

شیبدار می‌یابیم. دقت کنید چون در نقطه B، ارتفاع از مبدأ انرژی پتانسیل

گرانشی، $\frac{1}{3}$ ارتفاع در نقطه A است، بنابه رابطه $U = mgh$

باید $U_B = \frac{1}{3} U_A$ باشد.



$$E_A = E_B \xrightarrow{E=U+K} U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$\begin{aligned} U_B &= \frac{1}{3} U_A, K_A = 0 \\ K_B &= \frac{1}{2} m v_B^2 \end{aligned}$$

$$U_A + 0 = \frac{1}{3} U_A + \frac{1}{2} m v_B^2 \xrightarrow{\substack{m=4 \text{ kg} \\ v_B=10 \text{ m/s}}} \frac{2}{3} U_A = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2$$

$$\Rightarrow U_A = 300 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(علیرضا رستم‌زاده)

۶۷- گزینه «۳»

با استفاده از روابط گرما و همچنین انبساط حجمی داریم:

$$Q = mc \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{Q}{mc} \xrightarrow{\rho = m/V} \Delta \theta = \frac{Q}{\rho V c} \quad (1)$$

$$\Delta V = \alpha V_1 \Delta \theta \xrightarrow{(1)} \Delta V = \alpha V_1 \frac{Q}{\rho V c} \xrightarrow{V_1=V} \Delta V = \frac{\alpha Q}{\rho c}$$

$$\Delta V_A = \Delta V_B \Rightarrow \frac{\alpha_A Q_A}{\rho_A c_A} = \frac{\alpha_B Q_B}{\rho_B c_B} \xrightarrow{\alpha_A = \alpha_B, \rho_A = \frac{1}{3} \rho_B} \frac{Q_A}{c_A} = \frac{Q_B}{c_B}$$

$$\frac{Q_A}{\frac{1}{3} \times 3} = Q_B \Rightarrow \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۳، ۹۴ و ۹۷ تا ۹۹)

(عرفان عسکریان‌پایان)

۶۸- گزینه «۴»

گرمایی که از آب گرفته می‌شود تا یخ بزند، صرف بالا بردن دمای یخ

10°C می‌شود. اگر دنبال محاسبه حداقل مقدار یخ باشیم، باید بیشترین

دمای ممکن برای یخ، یعنی 0°C را در نظر بگیریم.



شیمی ۲

۷۱- گزینه «۳»

(مسئله لشری)

سیکلو هگزان آروماتیک نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نام درست ۲- اتیل پنتان به صورت ۳- متیل هگزان و نام درست

۲ و ۳- دی متیل پروپان به صورت ۲- متیل بوتان می‌باشد.

گزینه «۴»: فرمول مولکولی ۲- بوتن C_4H_8 و پروپین C_3H_4 است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۲)

۷۲- گزینه «۳»

(مسئله لشری)

$C_6H_{12}O_6$ ۲۷۰۰۰g: مول گاز CO_2 خارج شده از واکنشگاه ۱

$$\times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} \times \frac{75}{100} = 225 \cdot \text{mol } CO_2$$

بازده درصدی

گاز CO_2 خارج شده از واکنشگاه ۲، ۱/۵ برابر واکنشگاه ۱ است. پس

CO_2 خروجی از واکنشگاه ۲ برابر ۳۳۷۵ مول می‌باشد.

چون ضریب CO_2 و C_6H_5OH در واکنش انجام شده در واکنشگاه ۱

برابر است بنابراین تعداد مول C_6H_5OH تولید شده نیز برابر ۲۲۵۰ مول

خواهد بود.

$$2250 \cdot \text{mol } C_6H_5OH \times \frac{R}{100} \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_6H_5OH}$$

$$= 3375 \text{ mol } CO_2 \Rightarrow R = 75$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

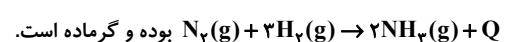
۷۳- گزینه «۳»

(منصور سلیمانی ملکان)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: شیر و فراورده‌های آن، منبع مهمی برای تأمین کلسیم است.

گزینه «۲»: تولید آمونیاک به روش هابر به صورت:



بنابراین پایداری فراورده بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

گزینه «۴»: جریان گرما در بدن بیشتر ناشی از تفاوت انرژی پتانسیل در مواد واکنش‌دهنده و فراورده است. زیرا واکنش‌های شیمیایی درون بدن در شرایط هم‌دما رخ می‌دهند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴ و ۶۱ تا ۶۴)

۷۴- گزینه «۱»

(مبینا شرافتی‌پور)

ابتدا گرمای لازم برای افزایش دمای CO_2 را به دست می‌آوریم.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 60 \text{ g} \times 0.84 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times 20^\circ\text{C} = 1008 \text{ J}$$

همین گرما برای افزایش دمای O_2 به کار می‌رود.

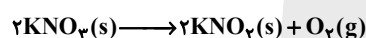
$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 1008 \text{ J} = 36 \text{ g} \times c \times 30^\circ\text{C} \Rightarrow c = 0.92 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۷۵- گزینه «۳»

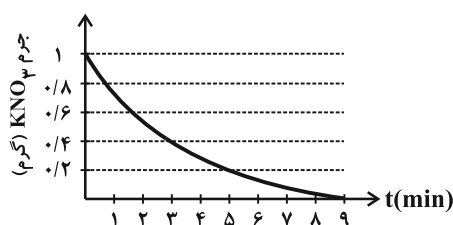
(مهم‌ترین مضمون)

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



با توجه به نمودار مقدار KNO_3 مصرف شده را تعیین کرده و سپس حجم

گاز O_2 را به دست می‌آوریم:



$$KNO_3 \text{ مصرف شده} = 1.0 - 0.2 = 0.8 \text{ g}$$

$$? LO_2 \text{ تولید شده} : 0.8 \text{ g } KNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } KNO_3}{101 \text{ g } KNO_3} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KNO_3}$$

$$\times \frac{22.4 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 0.89 \text{ L } O_2$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0.89 \text{ L}}{5 \text{ min}} \Rightarrow \bar{R}_{O_2} = 0.18 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)



شیمی ۱

۸۱- گزینه «۳»

(معمد وزیری)

درصد فراوانی ایزوتوپ ^{71}X برابر ۱۵٪ است.

درصد فراوانی ^{70}X را برابر F_1 و ^{72}X را برابر F_2 در نظر می‌گیریم. با توجه به تعریف جرم اتمی میانگین داریم:

$$\bar{M} = \frac{F_1 M_1 + F_2 M_2 + F_3 M_3}{100}$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = 100 \Rightarrow F_1 + F_2 + 15 = 100 \Rightarrow F_1 = 85 - F_2$$

$$\Rightarrow 70 / 75 = \frac{(85 - F_2) \times 70 + F_2 \times 72 + 15 \times 71}{100}$$

$$\Rightarrow 70 \cdot 75 = 5950 - 70 F_2 + 72 F_2 + 1065$$

$$\Rightarrow 60 = 2 F_2 \Rightarrow F_2 = 30\% \Rightarrow F_1 = 85 - 30 = 55\%$$

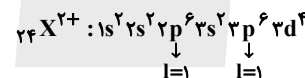
بنابراین ایزوتوپ ^{70}X بیشترین درصد فراوانی (۵۵٪) را داشته و ایزوتوپ ^{71}X به دلیل داشتن کمترین درصد فراوانی، کمترین میزان پایداری را دارد.
(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه ۱۵)

۸۲- گزینه «۲»

(معمد مسن، معمد زاده‌مقدم)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:



$$\text{تعداد الکترون‌های لایه سوم} = 2 + 6 + 4 = 12$$

$$l=1 \Rightarrow \text{تعداد الکترون‌های } l=1 = 6 + 6 = 12$$

گزینه «۲»: با توجه به آرایش الکترونی ${}_{31}^{52}\text{Ar}^{2+}$ الکترونی با $n=4$ و $l=0$ (زیر لایه ۴s) در آن وجود ندارد.

گزینه «۳»: با توجه به آرایش الکترونی M و D نتیجه می‌گیریم که این عناصر در دوره چهارم قرار داشته و تعداد الکترون‌ها در آخرین زیرلایه آن‌ها برابر ۲ است.



گزینه «۴»:

در نتیجه مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایه ظرفیت برابر است با:

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۸۳- گزینه «۱»

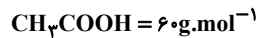
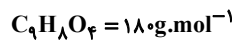
(معمد وزیری)

^3H بیشترین نیم عمر را در بین ایزوتوپ‌های ناپایدار هیدروژن دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۳ و ۶ تا ۸)

۸۴- گزینه «۲»

(معمد عظیمیان، زواره)



$$? \text{ atom O} = 28 / 180 \text{ g C}_4\text{H}_8\text{O}_4 \times \frac{1 \text{ mol C}_4\text{H}_8\text{O}_4}{180 \text{ g C}_4\text{H}_8\text{O}_4}$$

$$\times \frac{4 \times N_A \text{ atom O}}{1 \text{ mol C}_4\text{H}_8\text{O}_4} = 0.64 N_A$$

$$? \text{ g CH}_3\text{COOH} = 0.64 N_A \text{ atom} \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{COOH}}{4 N_A \text{ atom H}}$$

$$\times \frac{60 \text{ g CH}_3\text{COOH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{COOH}} = 9.6 \text{ g CH}_3\text{COOH}$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۸۵- گزینه «۱»

(کتاب آبی جامع کلکور)

ابتدا مقدار مول یون کلرید موجود در نمونه آب دریا را محاسبه می‌کنیم:

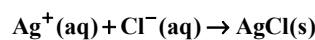
$$? \text{ mol Cl}^- = 10 \text{ mL} \times \frac{1}{1 \text{ mL}} \times \frac{1900 \text{ g Cl}^-}{10^6 \text{ g آب دریا}} \times \frac{1 \text{ mol Cl}^-}{35.5 \text{ g Cl}^-}$$

$$= 0.00086 \text{ mol Cl}^-$$

مقدار یون نقره را نیز محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol Ag}^+ = 0.002 \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ mol Ag}^+}{1 \text{ L}} = 0.0004 \text{ mol Ag}^+$$

یون نقره با یون کلرید واکنش می‌دهد و رسوب نقره کلرید تشکیل می‌دهد، پس در اثر واکنش از غلظت یون کلرید کاسته می‌شود.



غلظت کلرید باقی‌مانده پس از تشکیل رسوب:

$$0.00086 - 0.00040 = 0.00046 \text{ mol Cl}^-$$

$$\text{غلظت مولی یون کلرید} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول}} = \frac{0.00046}{(0.01 + 0.002)}$$

$$= 0.038 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱- آب آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱)



۸۶- گزینه «۴»

(رسول عابرنی زواره)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در صنعت از اوزون (دگر شکل اکسیژن) برای گندزدایی میوه‌ها و ... استفاده می‌شود.

گزینه «۲»: از گاز He (هلیوم) برای خنک کردن دستگاه‌های تصویربرداری استفاده می‌شود، اما فراوان‌ترین عنصر در سیاره مشتری، هیدروژن است.

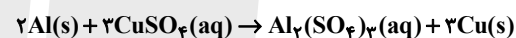
گزینه «۳»: از واکنش نیتروژن دی‌اکسید و اکسیژن در حضور نور خورشید اوزون تروپوسفری ایجاد می‌شود.

گزینه «۴»: به ازای تولید هر کیلووات ساعت برق، گاز طبیعی ۳۶ / ۰؛ زغال سنگ ۹ / ۰ و نفت خام ۷ / ۰ کیلوگرم کربن دی‌اکسید تولید می‌کنند.

(شیمی ۱- ترکیبی: صفحه‌های ۳، ۵۱، ۶۴، ۷۶، ۷۹ و ۸۰)

۸۷- گزینه «۲»

(فاطمه رحیمی)



ابتدا از روی محلول CuSO_4 ، جرم مس تولید شده و آلومینیم مصرف شده را حساب می‌کنیم.

$$? \text{ g Cu} = 150 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0.1 \text{ mol CuSO}_4}{1 \text{ L محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol CuSO}_4} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 9.6 \text{ g Cu}$$

$$? \text{ g Al} = 7 \text{ g Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol Cu}} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}}$$

مصرف شده Al 2.16 g

جرم Cu تولید شده + جرم Al باقی‌مانده = جرم مخلوط باقی‌مانده در ظرف

$$16.35 = \text{جرم باقی‌مانده Al} + 9.6$$

$$\Rightarrow \text{جرم باقی‌مانده Al} = 6.75 \text{ g}$$

مقدار باقی‌مانده Al + مقدار مصرف شده Al = جرم اولیه Al

$$\text{جرم اولیه Al} = 2.16 + 6.75 = 8.91 \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)

۸۸- گزینه «۱»

(کتاب آبی جامع کنکور)

رسوب $56 - 68$

$$90^\circ \text{C} \Rightarrow 170 \text{ g محلول سیرشده} \times \frac{12 \text{ g رسوب}}{68 \text{ g محلول سیرشده}}$$

$$\Rightarrow x = 30 \text{ g رسوب}$$

$$70 - 30 = 40 \Rightarrow \text{انحلال‌پذیری در دمای ثانویه}$$

$$\% 71.4 = \frac{100 \text{ g آب}}{(100 + 40) \text{ g محلول}} \times 100 = \text{درصد جرمی آب}$$

(شیمی ۱- آب آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۸۹- گزینه «۳»

(محمدرضا پورفاویر)

فقط عبارت اول نادرست است.

با توجه به فرمول شیمیایی ترکیب‌های داده شده، X می‌تواند یون‌های X^{+} و X^{2+} تولید کند. بنابراین می‌تواند اتم Cu 29 باشد.

X نمی‌تواند در گروه ۱۲ از دوره چهارم باشد، چرا که این عنصر (Zn) در ترکیب‌های خود تنها به شکل یون X^{2+} وجود دارد. مجموع $n + l$ الکترون‌های ظرفیت Cr 24 برابر با 29 می‌باشد.



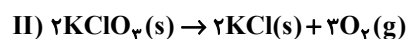
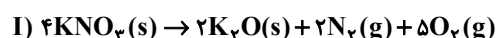
$$5(3 + 2) + 1(4) = 29$$

آرایش الکترونی X می‌تواند به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^1$ باشد که بیانگر وجود ۱۸ الکترون در لایه سوم آن است. اتم Cu 29 نخستین عنصری است که سه لایه الکترونی آن از الکترون پر شده است.

هیچ‌یک از یون‌های X^{+} و X^{2+} آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب را ندارند. (شیمی ۱- ترکیبی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳، ۹۱ و ۹۲)

۹۰- گزینه «۲»

(محمدرضا عظیمیان زواره)



کاهش جرم ایجاد شده در واکنش (I) با مجموع جرم N_2 و O_2 تولید شده یکسان است. به ازای 216 گرم کاهش جرم، 5 مول O_2 و 2 مول N_2 تولید می‌شود.

$$? \text{ LO}_2 = 32/4 \text{ g کاهش جرم} \times \frac{5 \text{ mol O}_2}{216 \text{ g کاهش جرم}}$$

$$\times \frac{22/4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 16/8 \text{ LO}_2$$

$$? \text{ mol KClO}_3 = 16/8 \text{ LO}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{22/4 \text{ LO}_2}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol KClO}_3}{3 \text{ mol O}_2} = 0.5 \text{ mol KClO}_3$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)



حسابان ۲

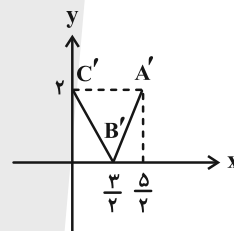
۹۱- گزینه «۴»

(عادل حسینی)

روش اول: نمودار تابع f را ابتدا سه واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y_1 = f(x+3)$ به دست آید، سپس طول نقاط آن را بر ۲ تقسیم می‌کنیم تا نمودار $y_2 = f(2x+3)$ به دست آید، سپس برای به دست آوردن نمودار تابع $y_3 = -f(-2x+3)$ نمودار y_2 را نسبت به مبدأ مختصات (قرینه نسبت به هر دو محور طول و عرض) قرینه می‌کنیم. در انتها نمودار y_3 را دو واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع g به دست آید.

روش دوم: نقاط $A(-2,0)$ ، $B(0,2)$ و $C(3,0)$ روی نمودار تابع f به نقاط $A'(\frac{5}{2}, 2)$ ، $B'(\frac{3}{2}, 0)$ و $C'(0, 2)$ روی نمودار تابع g متناظر می‌شود.

با وصل کردن نقاط A' ، B' و C' نمودار g حاصل می‌شود.



(مسابان ۲- تابع: مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲)

۹۲- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

ابتدا ضابطه g را به دست می‌آوریم:

$$y = (2x+3)^2 \xrightarrow{\text{طول نقاط نصف می‌شود.}} f(x) = (x+3)^2$$

$$\xrightarrow{\text{دو واحد به پایین / یک واحد به راست}} g(x) = (2(x-1)+3)^2 - 2 \Rightarrow g(x) = (2x+1)^2 - 2$$

$$\xrightarrow{f(x)=g(x)} x^2 + 6x + 9 = 4x^2 + 4x - 1$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 2x - 10 = 0$$

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$$

معادله بالا دو جواب حقیقی دارد که مجموع آن‌ها برابر $\frac{2}{3}$ است.

پس مجموع طول نقاط برخورد نمودارهای f و g برابر $\frac{2}{3}$ است.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۳- گزینه «۳»

(سعید علم‌پور)

تابع f روی $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$ اکیداً نزولی است.

$$f(3x+2) \leq f(5x-6) \Rightarrow 3x+2 \geq 5x-6 \Rightarrow 8 \geq 2x \Rightarrow x \leq 4 \quad (1)$$

هم‌چنین ورودی تابع f نباید برابر -1 باشد پس داریم:

$$(3x+2) \in \mathbb{R} - \{-1\} \Rightarrow 3x+2 \neq -1 \Rightarrow x \neq -1 \quad (2)$$

$$(5x-6) \in \mathbb{R} - \{-1\} \Rightarrow 5x-6 \neq -1 \Rightarrow x \neq 1 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1), (2), (3)} \text{مجموعه جواب نامعادله} = (-\infty, 4] - \{-1, 1\}$$

این بازه سه عدد طبیعی ۲، ۳ و ۴ را شامل می‌شود.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۴- گزینه «۳»

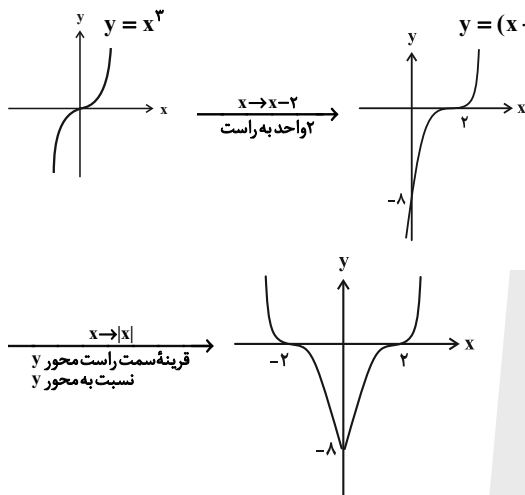
(علی شهرابی)

ابتدا ضابطه تابع را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x) = |x|^3 - 6x^2 + 12|x| - 8$$

$$= |x|^3 - 6|x|^2 + 12|x| - 8 = (|x| - 2)^3$$

سپس نمودار f را رسم می‌کنیم:



تابع نهایی، در بازه $[-2, 0]$ نزولی اکید است، پس حداکثر مقدار a برابر صفر است.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۸)

۹۵- گزینه «۲»

(کاظم ایلانی)

باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x-1$ برابر $P(1)$ است. چون $P(x)$ بر $x-1$ بخش‌پذیر است، $P(1)$ برابر صفر است:

$$P(1) = 0 \Rightarrow a + 3 + b = 0 \Rightarrow a = -3 - b \quad (*)$$

باقی‌مانده تقسیم $Q(x)$ بر $x-2$ برابر $Q(2)$ است. پس $Q(2) = 21$ است.

اکنون رابطه تقسیم $P(x)$ بر $x-1$ را می‌نویسیم.

$$P(x) = (x-1)Q(x) + 0$$

$$ax^2 + 3x^3 + b = (x-1)Q(x)$$

در این تساوی به جای x مقدار ۲ را قرار می‌دهیم.

$$16a + 24 + b = Q(2) \Rightarrow 16a + 24 + b = 21$$

$$\xrightarrow{(*)} 16(-3-b) + 24 + b = 21 \Rightarrow b = -3$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۹۶- گزینه «۴»

(علی شهرابی)

باقی‌مانده $f(3x-2)$ بر $x^2 - x - 2$ برابر با $3x+1$ است:

$$f(3x-2) = (x-2)(x+1)q(x) + 3x+1$$



با توجه به نمودار قبل، اگر دامنه تابع $\left\{ \frac{\pi}{4} \right\} - \left(\frac{7\pi}{36}, \frac{13\pi}{36} \right]$ باشد، برد آن بازه $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}}] \cup (\sqrt{3}, +\infty)$ است.

$$\Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{3} \right] \Rightarrow ab = -1$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

(عمید مام‌قاری)

گزینه «۱» - ۹۹

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = 1$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{3} \sin x - \sin \frac{\pi}{3} \cos x = 1 \Rightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = 1$$

$$\Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

(حسابان ۲- مثلثات: مشابه تمرین ۱ صفحه ۴۴)

(یعانیف نیکنام)

گزینه «۱» - ۱۰۰

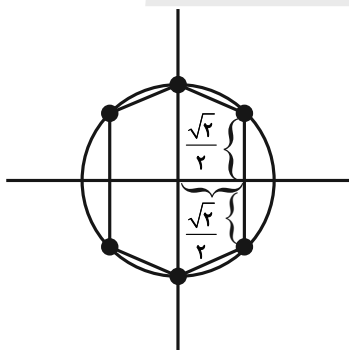
معادله را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$2 \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right) + 1 - \cos^2 2x = 2 \Rightarrow \cos^2 2x + \cos 2x = 0$$

$$\Rightarrow \cos 2x (\cos 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ \cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

این جواب‌ها روی دایره مثلثاتی شکل زیر، مشخص شده‌اند:



شش ضلعی شکل بالا از دو دوزنقه هم‌نهشت با قاعده‌های ۲ و $\sqrt{2}$ و ارتفاع

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ تشکیل شده است. پس داریم:

$$S = 2 \left(\frac{(2 + \sqrt{2}) \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \right) = 1 + \sqrt{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

$x = -1$ و $x = 2$ را جای گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = 2: & f(4) = 7 \\ x = -1: & f(-5) = -2 \end{cases}$$

باقی‌مانده را $ax + b$ در نظر می‌گیریم.

$$f(x) = (x+5)(x-4)q'(x) + ax + b$$

با جای گذاری $x = -5$ و $x = 4$ داریم:

$$\begin{cases} f(4) = 4a + b = 7 \\ f(-5) = -5a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 3$$

$$\Rightarrow \text{باقی‌مانده} = x + 3$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

(مهمر فخران)

گزینه «۳» - ۹۷

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = a - b \cos \left(\frac{\pi}{3} + cx \right) = a + b \sin cx$$

مقدار ماکزیمم تابع برابر ۳ و مقدار مینیمم برابر ۱- است:

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a - b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 2$$

اما نمودار تابع در همسایگی راست $x = 0$ نزولی است. پس در کل ضریب $\sin$ باید منفی باشد، یعنی $bc < 0$ باشد، b را منفی و c را مثبت می‌گیریم.

$$\Rightarrow b = -2$$

از طرفی $\frac{3}{4}$ دوره تناوب برابر $\frac{3\pi}{10}$ شده است:

$$\Rightarrow \frac{3}{4}T = \frac{3\pi}{10} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5} = \frac{2\pi}{|c|} \Rightarrow c = 5 \Rightarrow abc = -10$$

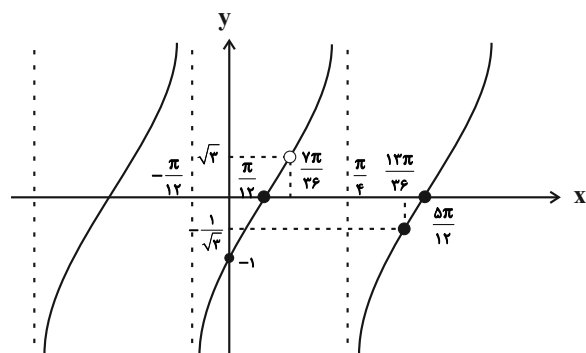
(حسابان ۲- مثلثات: مشابه مثال صفحه ۲۸)

(شاهین پروازی)

گزینه «۲» - ۹۸

برای رسم نمودار تابع f ، نمودار $y = \tan x$ را $\frac{\pi}{4}$ واحد به راست منتقل

می‌کنیم و سپس طول نقاط نمودار آن را بر ۳ تقسیم می‌کنیم. نمودار نهایی به صورت زیر است:





هندسه ۳

۱۰۱- گزینه «۲»

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

ابتدا ماتریس A را به دست می آوریم و درایه های غیرواقع بر قطر اصلی را برابر با صفر قرار می دهیم.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & b+1 \\ 4 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b & -2b \\ 2a & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b+2a(b+1) & -b+1 \\ -4b+2ab & -2b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -b+1=0 \Rightarrow b=1 \\ -4b+2ab=0 \xrightarrow{b=1} 2a=4 \Rightarrow a=2 \end{cases}$$

پس ماتریس A به صورت $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ به دست می آید. داریم:

$$A^n = \begin{bmatrix} 1^n & 0 \\ 0 & (-1)^n \end{bmatrix}$$

بنابراین توان های زوج در ماتریس A اسکالر هستند.

(هنر سه - صفحه های ۱۲ و ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۲- گزینه «۲»

(مهردار ملونری)

ابتدا درایه های ماتریس A و B را می یابیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1^2-1 & 2-1 \\ 2-1 & 2^2-1 \\ 3-1 & 3-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1^2+1 & 1-2+2 & 1-3+2 \\ 2+1 & 2^2+1 & 2-3+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

ماتریس $B \times A$ را تشکیل می دهیم:

$$B \times A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 19 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های ماتریس مورد نظر برابر ۳۲ می شود.

(هنر سه - مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۱ کتاب درسی)

۱۰۳- گزینه «۴»

(علیرضا طایفه تبریزی)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = 4I = 2^2 I$$

$$A^{1404} = (A^2)^{702} = (2^2 I)^{702} = 2^{1404} I$$

(هنر سه - صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۴- گزینه «۲»

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

از رابطه $A^2 = A$ نتیجه می شود $A^n = A$ ، بنابراین داریم:

$$B + A^2 = B + A = I$$

$$\Rightarrow B = I - A \Rightarrow B^2 = (I - A)^2 = I - 2A + A = I - A = B$$

پس برای ماتریس B نیز رابطه $B^n = B$ برقرار است:

$$A^{50} + B^{100} = A + B = A + (I - A) = I$$

توجه: با جای گذاری $A = I$ و $A = \bar{O}$ (که در شرایط سؤال صدق می کند)

می توان گزینه های ۱، ۳ و ۴ را رد کرد.

(هنر سه - صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۵- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

طبق فرض داریم:

$$(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$$

$$\Rightarrow (A+B)^{-1}(A+B) = (A^{-1} + B^{-1})(A+B)$$

$$\Rightarrow I = \underbrace{A^{-1}A}_I + A^{-1}B + B^{-1}A + \underbrace{B^{-1}B}_I$$

$$\Rightarrow A^{-1}B + B^{-1}A = -I$$

(هنر سه - صفحه های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۶- گزینه «۳»

(مهردار ملونری)

طبق فرض، B وارون A است، پس:



نکته: اگر $k \in \mathbb{N}$ و ماتریس مربعی A از مرتبه n باشد، آن گاه:

$$|kA| = k^n |A|$$

(هنر سه ۳- صفحه های ۲۷ تا ۳۱)

(موردار ملونری)

۱۰۹- گزینه «۱»

دترمینان ماتریس A را نسبت به سطر اول (که تعداد صفر بیشتری دارد)

بسط می دهیم:

$$|A| = -3 \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -3((-1)(-2) - 0 \times 0) = -6$$

در این صورت داریم:

$$|-A^3| = (-1)^3 |A^3| = -|A|^3 = -(-6)^3 = 216$$

(هنر سه ۳- مشابه تمرین ۲ صفحه ۳۰ کتاب درسی)

(سراسری ریاضی - ۷۷)

۱۱۰- گزینه «۱»

نکته: چنانچه درایه های یک سطر (یا یک ستون) ماتریس مربعی A در عدد k

ضرب شود، دترمینان ماتریس حاصل نیز k برابر می شود.

طبق نکته فوق داریم:

$$\begin{vmatrix} -3a & 1a & -2 \\ 2 & -2b & -2 \\ -1 & -4 & c \end{vmatrix} = (-3) \begin{vmatrix} a & -6 & 1 \\ 2 & -2b & -2 \\ -1 & -4 & c \end{vmatrix}$$

$$= (-3)(-2) \begin{vmatrix} a & 3 & 1 \\ 2 & b & -2 \\ -1 & 2 & c \end{vmatrix} = (-3)(-2)(2) = 12$$

(هنر سه ۳- مرتبط با تمرین ۸ صفحه ۳۱)

$$A \times B = I \Rightarrow \begin{bmatrix} 2a+1 & 4 \\ b+1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2-b & 2-2a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -2a-1+12-4b & 12-4a \\ -b-1+2-b & 4b+4+2-2a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 12-4a=0 \Rightarrow a=3 \\ 2-2b=0 \Rightarrow b=1 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 7 \times 1 - 4 \times 2 = -1$$

در نتیجه:

(هنر سه ۳- مشابه مسئله صفحه ۲۲ کتاب درسی)

(سراسری ریاضی - ۷۷)

۱۰۷- گزینه «۳»

با توجه به آنکه دو معادله، نشان دهنده معادلات دو خط گذرنده از مبدأ

مختصات هستند، پس هر دو خط یک جواب بدیهی $(0,0)$ را دارند. حال برای

آنکه دستگاه جواب غیر صفر داشته باشد، باید دو خط بر یکدیگر منطبق باشند

یا به عبارت دیگر دترمینان ماتریس ضرایب برابر با صفر باشد، پس داریم:

$$|A| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ a+b & c \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow ac - b(a+b) = 0$$

$$\Rightarrow ac - ab - b^2 = 0 \Rightarrow b^2 = ac - ab$$

(هنر سه ۳- صفحه های ۲۳ تا ۲۶)

(امیرمسین ابومحبوب)

۱۰۸- گزینه «۴»

با توجه به ماتریس A^3 داریم:

$$|A^3| = (4)(2) - (0)a = 8 \Rightarrow |A|^3 = 8 \Rightarrow |A| = 2$$

$$\Rightarrow ||A|A| = |A|^2 |A| = |A|^3 = 8$$



ریاضیات گسسته

۱۱۱- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

اثبات گزینه «۴»:

$$4n(n+1)+1=4n^2+4n+1=(2n+1)^2$$

مثال نقض برای سایر گزینه‌ها به صورت زیر است:

$$2+3+5=10=2k \quad \text{گزینه «۱»}$$

گزینه «۲»: عدد ۲ را نمی‌توان به صورت $6k+1$ یا $6k+5$ نوشت.

$$(\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}-1)=2 \in \mathbb{Q} \quad \text{گزینه «۳»}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۲- گزینه «۲»

(عمیرضا امیری)

$$a^2 | bc \xrightarrow{\times a} a^3 | abc \quad (1)$$

$$ac | b^2 \xrightarrow{\times b} abc | b^3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a^3 | b^3 \Rightarrow a | b$$

$$\xrightarrow{\text{بتواند}} a^2 | b^2 \xrightarrow{b^2 | b^3} a^2 | b^3$$

به عنوان مثال نقض برای سایر گزینه‌ها، فرض کنید $a=8$ ، $b=16$ و

$c=4$ باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۱۳- گزینه «۱»

(مهردار ملونری)

$$\begin{cases} \lambda m = 2^3 m \\ 12m^3 = 2^2 \times 3^1 m^3 \end{cases} \Rightarrow (\lambda m, 12m^3) = 2^2 m = 4m$$

توجه داشته باشید که طبق فرض، m عددی فرد است و عامل ۲ ندارد و در

محاسبه ب.م.م بالا، عامل ۲ اضافی تولید نمی‌کند.

در نتیجه $[4m, 12m^3] = 4m$ مطلوب است که حاصل آن به صورت زیر می‌شود:

$$[2^2 m, 2 \times 3^2 m^3] = 2^2 \times 3^2 \times m^3 = 36m^3$$

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۱۶ صفحه ۱۷ کتاب درسی)

۱۱۴- گزینه «۲»

(پوار فاطمی)

طبق قضیه تقسیم، $a = bq + r$ است که $0 \leq r < b$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$84 = bq + 4 \Rightarrow 80 = bq \Rightarrow q = \frac{80}{b} \quad (b > 4)$$

یعنی b یکی از مقسوم‌علیه‌های ۸۰ می‌باشد که از ۴ بزرگ‌تر است.

$$b = 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80$$

پس برای b ، ۷ عدد طبیعی وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

۱۱۵- گزینه «۱»

(مهردار ملونری)

رقم یکان یک عدد طبیعی، باقی‌مانده تقسیم آن عدد بر ۱۰ است که معادل

با همنهشتی به پیمانه ۱۰ می‌باشد. طبق فرض داریم:

$$3a - 2b \equiv 2a + b \Rightarrow a \equiv 3b$$

$$6a + 2b \equiv 18b + 2b \equiv 20b \equiv 0$$

داریم:

پس رقم یکان این عدد برابر صفر است.

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۱۰ صفحه ۲۹ کتاب درسی)

۱۱۶- گزینه «۴»

(پوار فاطمی)

$$(a+b)^n \equiv a^n + b^n \quad \text{اگر } a, b \in \mathbb{Z} \text{ و } n \in \mathbb{N} \text{ باشند، آنگاه رابطه}$$

برقرار است.

اگر به جای a و b ، اعداد ۴ و ۵ و به جای n ، عدد ۱۰۰ را قرار دهیم، داریم:

$$(4+5)^{100} \equiv 4^{100} + 5^{100}$$

$$9^{100} \equiv 4^{100} + 5^{100} \Rightarrow 4^{100} + 5^{100} - 9^{100} \equiv 0$$

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۹)



۱۱۷- گزینه «۴»

(سیرمهمرها حسینی فرد)

عدد مورد نظر مضرب ۱۱ است، بنابراین داریم:

$$\overline{abab\delta b} \equiv 0 \Rightarrow b - \delta + b - a + b - a \equiv 0 \Rightarrow 3b - 2a \equiv \delta$$

چون به دنبال بزرگترین عدد شش رقمی با رقم داده شده هستیم، پس a را برابر ۹ در نظر می‌گیریم. در این صورت داریم:

$$3b - 18 \equiv \delta \Rightarrow 3b \equiv 23 \equiv 12 \xrightarrow{+3} b \equiv 4 \pmod{11}$$

بنابراین تنها مقدار قابل قبول برای b ، برابر ۴ بوده و عدد مورد نظر به صورت ۹۴۹۴۵۴ خواهد بود که باقی‌مانده تقسیم آن بر ۹، برابر است با:

$$949454 \equiv 9 + 4 + 9 + 4 + 5 + 4 \equiv 27 + 8 \equiv 8$$

توجه: (قاعده بخش پذیری بر ۱۱) برای یافتن باقی‌مانده تقسیم یک عدد بر ۱۱، کافایت ارقام آن عدد را از سمت راست جدا کرده و به صورت یک در میان، مثبت و منفی در نظر گرفته و عدد حاصل را بر ۱۱ تقسیم کنیم.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۱۸- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌شان)

عددی مضرب ۴۴ است که مضرب ۴ و ۱۱ باشد.

$$\overline{4a8b6} \equiv 0 \Rightarrow b6 \equiv 0 \Rightarrow b = 1, 3, 5, 7, 9$$

$$\overline{4a8b6} \equiv 0 \Rightarrow 6 - b + 8 - a + 4 \equiv 0 \Rightarrow a + b \equiv 18 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 7 \\ a + b = 18 \end{cases}$$

$$b = 1 \xrightarrow{a+b=7} a = 6 \Rightarrow a \times b = 6$$

$$b = 3 \xrightarrow{a+b=7} a = 4 \Rightarrow a \times b = 12$$

$$b = 5 \xrightarrow{a+b=7} a = 2 \Rightarrow a \times b = 10$$

$$b = 7 \xrightarrow{a+b=7} a = 0 \Rightarrow a \times b = 0$$

$$b = 9 \xrightarrow{a+b=18} a = 9 \Rightarrow a \times b = 81$$

بنابراین بزرگترین مقدار $a \times b$ ، برابر ۸۱ است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۱۹- گزینه «۳»

(نادر حاجی‌زاده)

اگر $(a, b) = d$ باشد، آنگاه با توجه به این که معادله $ax + by = 6$ در

$\mathbb{Z}$ دارای جواب است، پس $d \mid 6$. در نتیجه داریم:

گزینه «۱»: $d \mid 6$ و $d \mid 18$ ، پس $d \mid 18$ و در نتیجه معادله $ax + by = 18$ قطعاً در $\mathbb{Z}$ دارای جواب است.

گزینه «۲»: $d = (a, b)$ است، پس $d \mid b$ و در نتیجه معادله $ax + by = b$ قطعاً در $\mathbb{Z}$ دارای جواب است.

گزینه «۴»: $d \mid a$ ، پس $d \mid 5a$ و در نتیجه معادله $ax + by = 5a$ قطعاً در $\mathbb{Z}$ دارای جواب است.

اما وجود جواب برای معادله $ax + by = 9$ قطعی نیست.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۳ و ۲۶ تا ۳۰)

۱۲۰- گزینه «۲»

(افشین فاضله‌شان)

$$3x - 2y = 15 \Rightarrow 3x \equiv 15 \Rightarrow x \equiv 1 \Rightarrow x = 2k + 1 (k \in \mathbb{Z})$$

$$3(2k + 1) - 2y = 15 \Rightarrow 2y = 6k - 12$$

$$\Rightarrow y = 3k - 6$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow 2k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow k \in \{2, 3, 4, \dots\} \\ y \geq 0 \Rightarrow 3k - 6 \geq 0 \Rightarrow k \geq 2 \end{cases}$$

مجموع جواب‌ها باید دو رقمی باشد، پس:

$$x + y = 2k + 1 + 3k - 6 = 5k - 5$$

$$10 \leq x + y < 100 \Rightarrow 10 \leq 5k - 5 < 100 \Rightarrow 15 \leq 5k < 105$$

$$\Rightarrow 3 \leq k < 21 \Rightarrow k = 3, 4, \dots, 20$$

۱۸ مقدار برای k مطلوب است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)



فیزیک ۳

۱۲۱- گزینه «۴»

(بهنام رستمی)

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{250 - 150}{200} = 0.5 \frac{m}{s}$$

با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم: این عدد (سرعت متوسط) یعنی این که شخص به طور متوسط در هر ثانیه $0.5 \frac{m}{s}$ به مقصد خود نزدیک تر شده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۲ تا ۶)

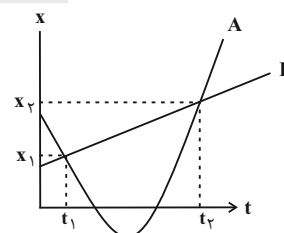
(مشابه مثال ۱-۱ صفحه ۳ کتاب درسی)

۱۲۲- گزینه «۲»

(بابک اسلامی)

چون متحرک B با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است، بنابراین سرعت متوسط متحرک B با سرعت لحظه ای آن در هر بازه زمانی دلخواه یکسان است. برای محاسبه سرعت متحرک B داریم:

$$v_B = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (1)$$



از طرفی x_1 و x_2 در لحظه های رخ می دهد که دو متحرک A (که با شتاب ثابت در حال حرکت است) و B (که با سرعت ثابت در حال حرکت است) در یک مکان قرار دارند. بنابراین با توجه به معادله حرکت متحرک A (حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم)، داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t=t_1 \rightarrow x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1 + x_0 \\ t=t_2 \rightarrow x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + v_0t_2 + x_0 \end{cases} \quad (2)$$

بنابراین از (۱) و (۲) داریم:

$$v_B = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{(\frac{1}{2}at_2^2 + v_0t_2 + x_0) - (\frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1 + x_0)}{t_2 - t_1}$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{\frac{1}{2}a(t_2 - t_1)(t_2 + t_1) + v_0(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{a(t_2 + t_1) + 2v_0}{2}$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{(at_2 + v_0) + (at_1 + v_0)}{2} \Rightarrow v_B = \frac{v_A(t_2) + v_A(t_1)}{2}$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{7 + (-5)}{2} = 1 \frac{m}{s} \Rightarrow (v_{av})_B = v_B = 1 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۱۳ تا ۲۱)

۱۲۳- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

شتاب در هر بازه زمانی ثابت است، بنابراین در بازه زمانی $t_0 = 0s$ تا $t_1 = 8s$ داریم:

$$v_1 = a_1t_1 + v_0 \Rightarrow v_1 = (-1) \times 8 + 0 \Rightarrow v_1 = -8 \frac{m}{s}$$

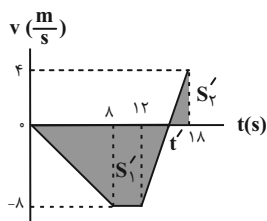
در بازه زمانی $t_1 = 8s$ تا $t_2 = 12s$ سرعت متحرک ثابت است و

$$v_2 = v_1 = -8 \frac{m}{s} \quad \text{بنابراین}$$

در بازه زمانی $t_2 = 12s$ تا $t_3 = 18s$ داریم:

$$v_3 = a_3t_3 + v_2 \Rightarrow v_3 = 2 \times 6 + (-8) \Rightarrow v_3 = 4 \frac{m}{s}$$

در نتیجه نمودار سرعت - زمان متحرک مطابق شکل زیر است:



با توجه به نمودار مشخص است که متحرک در بازه ۱۲ ثانیه تا ۱۸ ثانیه یک بار در لحظه t' تغییر جهت می دهد.

$$v' = a_3(t' - 12) + v_2 \xrightarrow{v'=0} 0 = 2(t' - 12) - 8 \Rightarrow t' = 16s$$



در نهایت با نوشتن معادله حرکت داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = t^2 - 4t + 2$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(علیرضا کونه)

۱۲۵- گزینه «۴»

اگر کل زمان سقوط گلوله را t فرض کنیم، با در نظر گرفتن محل رها کردن گلوله به عنوان مبدأ مکان و با استفاده از معادله حرکت در سقوط آزاد برای لحظه‌های $t_1 = 1s$ ، $t_2 = (t-1)s$ و $t_3 = t$ داریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\xrightarrow{t_1=1s} y_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 = 5m$$

$$\xrightarrow{t_2=(t-1)s} y_2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (t-1)^2 \Rightarrow y_2 = 5t^2 - 10t + 5$$

$$\xrightarrow{t_3=t} y_3 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow y_3 = 5t^2$$

طبق فرض صورت سؤال داریم:

$$y_3 - y_2 = 7y_1 \Rightarrow 5t^2 - (5t^2 - 10t + 5) = 7 \times 5$$

$$\Rightarrow 10t - 5 = 35 \Rightarrow t = 4s$$

بنابراین مدت زمان کل حرکت برابر با ۴s است. در نتیجه ارتفاع h برابر

$$h = y_3 = \frac{1}{2} \times 10 \times (4)^2 = 80m \quad \text{است با:}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(علیرضا کونه)

۱۲۶- گزینه «۲»

بر اساس قانون اول نیوتون، یک جسم حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند، مگر آن‌که نیروی خالص غیر صفری به آن وارد شود. به این خاصیت اجسام لختی گفته می‌شود. بنابراین هنگامی که سریعاً مقوا را حرکت می‌دهیم، سکه تمایل دارد حالت سکون خود را حفظ کند و بنابراین داخل لیوان می‌افتد ولی هنگامی که به آرامی مقوا را حرکت می‌دهیم، سکه به همراه مقوا حرکت خواهد کرد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(مشابه پرسش ۳-۲ صفحه ۳۲ کتاب درسی)

می‌دانیم که مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است و حاصل جمع قدر مطلق جابه‌جایی‌ها مسافت را می‌دهد.

بنابراین داریم:

$$\ell = S'_1 + S'_2 = \frac{16 + (12 - 8)}{2} \times 8 + \frac{4 \times (18 - 16)}{2} = 80 + 4 = 84m$$

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{84}{18} = \frac{14}{3} \frac{m}{s} \quad \text{حال تندی متوسط را محاسبه می‌کنیم:}$$

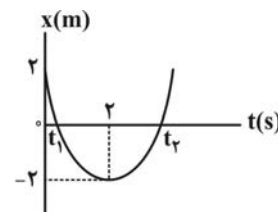
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(عبدالرضا امینی نسب)

۱۲۴- گزینه «۴»

چون نمودار مکان - زمان به صورت سهمی است، بنابراین شتاب حرکت ثابت است. برای به دست آوردن معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، باید سه کمیت a ، v_0 و x_0 را محاسبه کنیم و در رابطه $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ جایگذاری کنیم.

مطابق شکل، متحرک در لحظات t_1 و t_2 از مبدأ مکان می‌گذرد و چون مسافت طی شده توسط متحرک در این بازه زمانی ۴m می‌باشد، با توجه به تقارن سهمی، مکان متحرک در لحظه $t = 2s$ برابر $x_2 = -2m$ است. داریم:



$$\Delta x = \frac{v_0 + v_2}{2} \times \Delta t \quad \text{در بازه زمانی صفر تا ۲s داریم:}$$

$$\Rightarrow -4 = \frac{v_0 + 0}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = -4 \frac{m}{s}$$

اکنون برای محاسبه شتاب در بازه زمانی صفر تا ۲s داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_0}{2} = \frac{0 - (-4)}{2} \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$



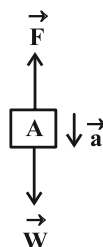
۱۲۷- گزینه «۳»

(لیل کل)

با توجه به اینکه جهت شتاب آسانسور به طرف پایین است،

عددی که باسکول نمایش می‌دهد، کوچک‌تر از اندازه وزن

(W) است. یعنی $F < W$.



$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow W - F = ma$$

$$\Rightarrow F = W - ma \Rightarrow F < W$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

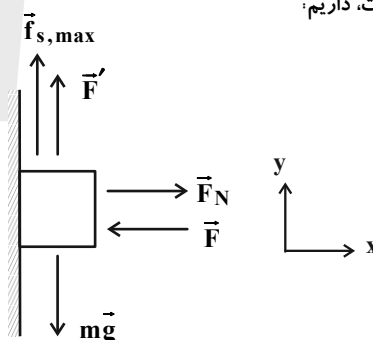
(مشابه پرسش ۲-۶ صفحه ۳۹ کتاب درسی)

۱۲۸- گزینه «۲»

(سین مفرومی)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و با توجه به اینکه جسم ساکن

است، داریم:



$$F_{\text{net}, x} = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = F$$

$$F_{\text{net}, y} = 0 \Rightarrow F' + f_{s, \text{max}} - W = 0$$

$$\Rightarrow f_{s, \text{max}} = W - F' = mg - F' = 40 - 10 = 30 \text{ N}$$

از طرفی داریم:

$$f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N \Rightarrow 30 = 0.6 \times F_N \Rightarrow F_N = 50 \text{ N}$$

$$F = F_N = 50 \text{ N}$$

پس نتیجه می‌گیریم:

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۳)

۱۲۹- گزینه «۴»

(پوریا علاقه‌مند)

موارد پ و ت نادرست‌اند.

درست است که در نقطه اوج سرعت صفر است ولی نیروی وزن در تمام

مسیر حرکت به جسم وارد می‌شود، پس نیروی وارد بر گلوله صفر نیست.

(نادرستی پ)

هر چه لختی جسم کمتر باشد، به حرکت درآوردن آن راحت‌تر است.

(نادرستی ت)

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

(پوریا علاقه‌مند)

۱۳۰- گزینه «۴»

در حالت اول داریم:

$$m_1 = m, a_1 = a, F_1 = 21 \text{ N}, f_{k1} = f_k$$

$$F_1 - f_{k1} = m_1 a_1 \Rightarrow 21 - f_k = ma \quad (1)$$

در حالت دوم داریم:

$$f_k = \mu_k mg \xrightarrow{m_2 = 4m_1} f_{k2} = 4f_{k1} = 4f_k$$

$$m_2 = 4m, a_2 = \frac{a}{4}, F_2 = 63 \text{ N}, f_{k2} = 4f_k$$

$$F_2 - f_{k2} = m_2 a_2 \Rightarrow 63 - 4f_k = 4m \frac{a}{4}$$

$$\Rightarrow 63 - 4f_k = 2ma \quad (2)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\Rightarrow f_k = \frac{21}{4} \text{ N} \Rightarrow f_{k2} = 4f_k = 21 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۳)



شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۲»

(ممر کوهستانیان)

گزینه «۱»: شیمی دان‌ها از جمله آرنیوس، قبل از توصیف علمی اسیدها و بازها، با برخی ویژگی‌ها و واکنش‌های بین این مواد آشنا بودند.

گزینه «۳»: نادرست است زیرا سرکه یک اسید است و در محلول‌های

$$\text{اسیدی } 1 > \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{OH}^-]} < 1 \text{ یا } \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \text{ می‌باشد.}$$

گزینه «۴»: اسیدهای چرب، زنجیرهای بلند کربنی هستند که به گروه‌های کربوکسیل انتهایی (COOH) ختم می‌شوند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ تا ۱۴ و ۱۶ تا ۱۷)

۱۳۲- گزینه «۴»

(ممر مسن، ممر زاده ممر)

از انحلال ترکیب‌های NaOH و NH₃ در آب، محلول‌های بازی پدید می‌آید.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(مطابق با هم بینریشیم صفحه‌های ۱۴ و ۱۵ کتاب درسی)

۱۳۳- گزینه «۴»

(ممر کوهستانیان)

موادی مانند هیدروکلریک اسید (جوهر نمک)، سدیم هیدروکسید (سود) و سفید کننده‌ها از جمله پاک کننده‌هایی هستند که از نظر شیمیایی فعال هستند و همچنین خاصیت خوردگی دارند. اما صابون‌ها و پاک کننده‌های غیرصابونی خاصیت خوردگی ندارند.

(شیمی ۳- صفحه ۱۲)

۱۳۴- گزینه «۳»

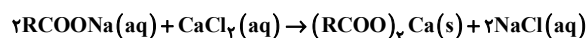
(ممر وزیری)

این عنصر یک نافلز (pS) است و اکسیدهای نافلزی اسید آرنیوس محسوب می‌شوند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ تا ۱۴ و ۱۶ تا ۱۷)

۱۳۵- گزینه «۲»

(مینا شرافتی‌پور)



$$? \text{gCaCl}_2 = 292 / 5 \text{gNaCl} \times \frac{1 \text{molNaCl}}{58 / 5 \text{gNaCl}} \times \frac{1 \text{molCaCl}_2}{2 \text{molNaCl}}$$

$$\times \frac{111 \text{gCaCl}_2}{1 \text{molCaCl}_2} = 277 / 5 \text{gCaCl}_2$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده (g)}}{\text{جرم محلول (g)}} \times 10^6$$

$$= \frac{277 / 5 \text{gCaCl}_2}{2 \text{m}^3 \times \frac{1000 \text{L}}{1 \text{m}^3} \times \frac{1000 \text{mL}}{1 \text{L}} \times \frac{1 \text{g}}{1 \text{mL}}} \times 10^6 = 92 / 5 \text{ppm}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸ و ۹)

(مطابق کوش کنیز صفحه‌های ۸ و ۹ کتاب درسی)

۱۳۶- گزینه «۳»

(ممر مسن، ممر زاده ممر)

گزینه «۱»: نادرست. از واکنش فلز و اسید، نمک فلز و گاز هیدروژن تولید می‌شود. به عنوان مثال:



گزینه «۲»: با توجه به شکل، تعداد حباب‌های تشکیل شده در ظرف (۱) بیشتر بوده که این به معنای بیشتر بودن غلظت یون هیدرونیوم در محلول (۱) است. در شرایط یکسان (غلظت اولیه اسید و دما) ثابت یونش اسید موجود در ظرف (۱) بیشتر است.

گزینه «۳»: درست. قبل از انجام واکنش، غلظت یون هیدرونیوم در ظرف (۱) بیشتر از ظرف (۲) بوده و pH آن کمتر است.

گزینه «۴»: نادرست. پیش از انجام واکنش، غلظت یون هیدرونیوم در ظرف (۱) بیشتر از ظرف (۲) است. بنابراین، غلظت یون هیدروکسید آن کمتر است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۷)



$$\times \frac{2 \text{ mol HA}}{1 \text{ mol Ba(OH)}_2} = 0 / 2 \text{ mol HA}$$

$$\Rightarrow M_{\text{HA}} = \frac{0 / 2}{2} = 0 / 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶ و ۳۰ تا ۳۲)

(فاضل قورمانی فرد)

۱۳۹- گزینه «۲»

$$\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 10^8 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^8 [\text{H}_3\text{O}^+]$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] [\text{OH}^-] = 10^{-14} \xrightarrow{[\text{OH}^-] = 10^8 [\text{H}_3\text{O}^+]} [\text{H}_3\text{O}^+]^2 \times 10^8$$

$$= 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-11}$$

$$\text{pH} = -\log 10^{-11} = 11$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

(مطابق با هم بیندیشیم صفحه‌های ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)

(حسن لشکری)

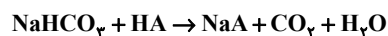
۱۴۰- گزینه «۱»

$$\theta = 25^\circ \text{C} \rightarrow [\text{H}^+] [\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]}$$

$$9 \times 10^2 = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]} \Rightarrow 9 \times 10^2 = \frac{[\text{H}^+]}{10^{-14}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 9 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{HA} \rightarrow \text{اسید ضعیف} : [\text{H}^+] = M \cdot \alpha \Rightarrow 9 \times 10^{-6} = M \times 0 / 02$$

$$\Rightarrow M = 1 / 5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$



$$1 / 5 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0 / 2 \text{ L} = 3 \times 10^{-5} \text{ mol HA}$$

$$? \text{ mg NaHCO}_3 = 3 \times 10^{-5} \text{ mol HA}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{100 \text{ g کل}}{80 \text{ g خالص}} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 3 / 15 \text{ mg}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(هواد کتابی)

۱۳۷- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: مقدار ثابت یونش اسیدها تنها به عامل دما وابسته است و با

افزایش غلظت در دمای ثابت، تغییر نمی‌کند.

گزینه «۲»: سرعت تولید فراورده‌ها و سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها تا لحظه

رسیدن به تعادل کاهش می‌یابد.

گزینه «۴»: غلظت تعادلی گونه‌های موجود در محلول ثابت (نه برابر) می‌ماند

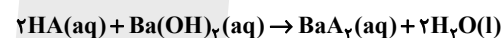
زیرا سرعت تولید هر گونه با سرعت مصرف آن یکسان است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

(محمدرحسن ممبرزاده مقدم)

۱۳۸- گزینه «۳»

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



حال غلظت Ba(OH)_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{pH} = 13 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\rightarrow [\text{H}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14} \rightarrow [\text{OH}^-] = 0 / 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

به ازای انحلال هر مول باریم هیدروکسید دو مول یون هیدروکسید تولید

می‌شود. بنابراین:

$$[\text{Ba(OH)}_2] = \frac{[\text{OH}^-]}{2} = \frac{0 / 1}{2} = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

حال، شمار مول HA مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol HA} = 2 \text{ L محلول} \times \frac{5 \times 10^{-2} \text{ mol Ba(OH)}_2}{1 \text{ L محلول}}$$



دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۴ مهر

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
مسئول دفترچه	حامد کریمی
ویراستار	پوریا کریمی جبلی، مهدی میر
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، فرزاد شیرمحمدلی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی



استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه «۲»

(ممد اصفهانی)

نویسنده، مردم عامی و ساده دل را همچون گله گوباره می داند. واژه گله نیز نشان می دهد که با موجوداتی سروکار داریم که گله ای زندگی می کنند و ویژگی مهم آنان، بلاهت آنان است. واژه «گوباره» معنای «گاو» دارد.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه «۲»

(ممد اصفهانی)

در متن می خوانیم «صاحبان قدرت و حکام جباری که ... مردم تحت امر آنها» که یعنی مردم تحت امر این پادشاهان.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه «۳»

(ممد اصفهانی)

متن سراسر به بررسی برخی عوامل تقدیرگرایی در دنیای اسلام می پردازد و حکام، برخی علما و مردم ساده دل را نام می برد.

(درک متن، قرابت معنایی، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه «۳»

(ممد اصفهانی)

متن باید با بیتی از حافظ تمام شود که در بیان و در ستایش اختیار باشد، نه جبر. بیت گزینه پاسخ است که در ستایش اختیار است و دیگر ابیات ابیاتی جبری است.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه «۱»

(ممد اصفهانی)

شکل درست بیت: قضا کشتی آنجا که خواهد برد / و گر ناخدا جامه بر تن

(ترتیب کلمات، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه «۲»

(کتاب استعدادهای هوش کلامی)

مودی: آزاردهنده، نیرنگ کار

(معنای واژگان، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه «۱»

(کتاب استعدادهای هوش کلامی)

قُبور: ج قبر، گورها

(معنای واژگان، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه «۲»

(شامد کریمی)

تقی در طبقه بالای تخت است و پتوی طبقه پایین او قرمز است. پتوی آبی و سبز به یک تخت متعلقند، پس تقی پتوی آبی و سبز ندارد. رنگ پتوی او قرمز هم که نیست، پس زرد است.

(مقیقت یابی، هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینه «۲»

(شامد کریمی)

اگر پتوی تخت بالای اسحاق سبز باشد، پتوی خود اسحاق آبی است. شخص طبقه بالای اسحاق هم قطعاً ابراهیم نیست پس یا اسماعیل است یا

تقی. حال هشت حالت داریم که فقط ۲ تا مطلوب است، یعنی احتمال $\frac{2}{8}$

یا $\frac{1}{4}$ است:

اسماعیل سبز	تقی قرمز / ابراهیم قرمز تقی زرد / ابراهیم زرد
اسحاق آبی	ابراهیم زرد / تقی زرد ابراهیم قرمز / تقی قرمز

تقی سبز	اسماعیل قرمز / ابراهیم زرد اسماعیل زرد / ابراهیم قرمز
اسحاق آبی	ابراهیم زرد / اسماعیل قرمز ابراهیم قرمز / اسماعیل زرد

(مقیقت یابی، هوش منطقی ریاضی)



هر دقیقه ۶۰ ثانیه است و دو شیر «ب» و «ج» که در ۲۲۵ ثانیه، معادل

$$\frac{225}{60} = \frac{15}{4}$$

می کنند. پس داریم:

$$\frac{20}{20-4} = \frac{4}{15} \Rightarrow \frac{20}{20-4} = \frac{2}{15} \Rightarrow 20^2 - 8 = 150$$

$$\Rightarrow 20^2 - 150 - 8 = 0 \Rightarrow (20-8) \times (20+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 20 = -\frac{1}{2} \\ 20 = 8 \end{cases}$$

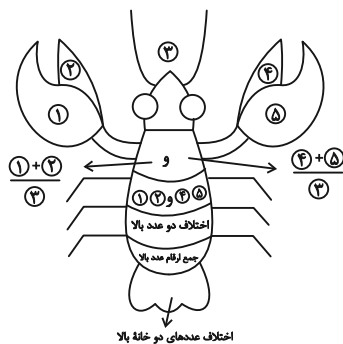
پس شیر «الف» در هر دقیقه، $\frac{1}{8}$ را از مخزن پر می کند. این یعنی شیر «الف» کل مخزن را در ۸ دقیقه پر می کند.

(کسر و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

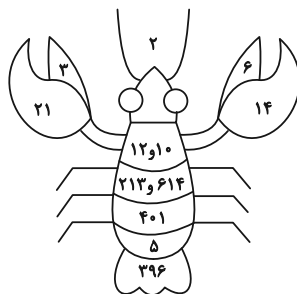
(ممیز کنی)

۲۶۳- گزینه «۱»

ابتدا الگو را کشف می کنیم:



در این سؤال داریم:



$$0 = 401$$

پس:

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

(ممیز کنی)

۲۶۴- گزینه «۱»

$$\square + \blacksquare = 5 + 396 = 401$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

(غرض از شیرممدار)

۲۶۰- گزینه «۱»

اگر هفده سال پیش سن برادرها $\bigcirc$ و $\square$ بوده باشد، داریم:

$$\begin{cases} \bigcirc + \square = 11 \\ \bigcirc \times \square = 28 \end{cases}$$

می توان معادله را به صورت کلامی بیان کرد و گفت کدام دو عدد هستند که حاصل ضرب آن ها ۲۸ و حاصل جمع آن ها ۱۱ است. اما برای حل ریاضی سؤال، از معادله بالا داریم:

$$\bigcirc = 11 - \square$$

$$(11 - \square) \times \square = 28$$

با جایگذاری در معادله پایین:

$$\Rightarrow \square^2 - 11\square + 28 = 0$$

$$\Rightarrow (\square - 4) \times (\square - 7) = 0 \Rightarrow \square, \bigcirc = 4, 7$$

اختلاف سن این دو برادر، $7 - 4 = 3$ سال است.

(ترکیبی، هوش منطقی ریاضی)

(فاطمه راسخ)

۲۶۱- گزینه «۱»

عدد باید فرد باشد تا در تقسیم بر چهار، باقی مانده یک یا سه داشته باشد. پس یکان باید ۳، ۵ یا ۷ باشد. اما عدد مضرب پنج هم نیست، پس یکان یا ۳ است یا ۷. همچنین عدد بین ۴۰۰ تا ۷۰۰ است. پس صدگان ۴، ۵ یا ۶ است. حال با توجه به این یکان و صدگان ها، دهگان را باید به شکلی قرار دهیم که عدد مضرب سه باشد، یعنی مجموع ارقام آن بر ۳ بخش پذیر باشد:

یکان دهگان صدگان

$$4 \rightarrow 453, 483$$

$$4 \rightarrow 447, 477$$

$$5 \rightarrow 543, 573$$

$$5 \rightarrow 537, 567$$

$$6 \rightarrow 633, 663$$

$$6 \rightarrow 657, 687$$

(بشپزیری، هوش منطقی ریاضی)

(ممیز کنی)

۲۶۲- گزینه «۴»

اگر برای پر کردن مخزن، شیر «الف» به $\bigcirc$ دقیقه زمان نیاز داشته باشد، شیر «ب» به $\bigcirc - 2$ دقیقه و شیر «ج» به $\bigcirc + 2$ دقیقه زمان نیاز دارند.

پس این سه شیر در هر دقیقه به ترتیب $\frac{1}{\bigcirc - 2}$ ، $\frac{1}{\bigcirc}$ و $\frac{1}{\bigcirc + 2}$ را از

مخزن پر می کنند. پس دو شیر «ب» و «ج» در هر دقیقه به اندازه کسر زیر را از مخزن پر می کنند:

$$\frac{1}{\bigcirc + 2} + \frac{1}{\bigcirc - 2} = \frac{(\bigcirc + 2) + (\bigcirc - 2)}{(\bigcirc + 2) \times (\bigcirc - 2)} = \frac{2\bigcirc}{\bigcirc^2 - 4}$$

۲۶۵- گزینه «۳»

(شمیر کنبی)

طبق پاسخ قبل، عددهای $\triangle$ ، $\blacktriangle$ و ∇ برابرند با:

$$\triangle = ۱۲, \blacktriangle = ۱۰$$

$$\nabla = ۲۱۳, \blacktriangledown = ۶۱۴$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینه «۳»

(فاطمه راسخ)

در الگوی صورت سؤال، سه طرح اصلی هست که در هر مرحله به ترتیب از چپ به راست یک شکل مشابه ولی رنگی به یکی از آن طرح‌ها اضافه می‌شود:



و حالا در ادامه باید داشته باشیم:
که در گزینه «۳» هست.

(الگوی فنی، هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

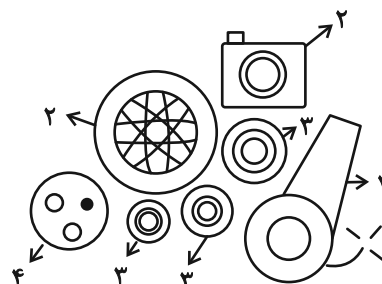
در هر ردیف از الگو، هر شکلی هست. به دو حالت رنگی و بی‌رنگ هست. پس در ردیف نخست هم به جای علامت سؤال باید دایره بی‌رنگ و مثلث رنگی قرار بگیرد.

(الگوی فنی، هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه «۳»

(فاطمه راسخ)

دایره‌های شکل صورت سوال:



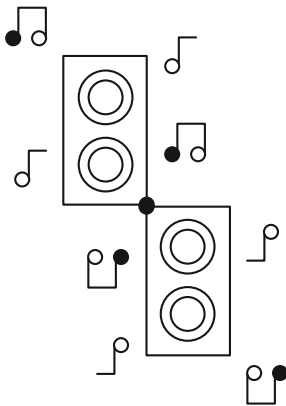
$$۴ + (۳ \times ۳) + (۳ \times ۲) = ۴ + ۹ + ۶ = ۱۹$$

(شمارش، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه «۲»

(عمیر کنبی)

تقارن نقطه‌ای در شکل صورت سؤال به معنای دوران ۱۸۰° درجه است:

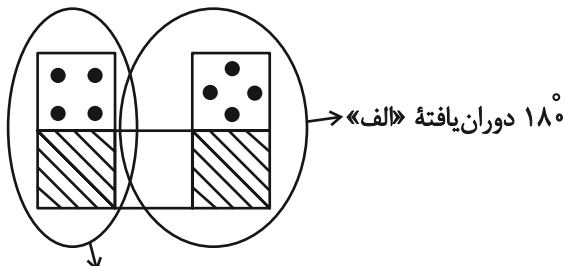


(قرینه‌یابی، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه «۲»

(فرزاد شیرمحمدلی)

شکل صورت سؤال:



۱۸۰ دوران یافته «د»

(جزئی‌یابی، هوش غیرکلامی)