

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



آزمون ۳۰ آذر ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	حسابان ۲	۱۰	۱	۱۰	۱۵ دقیقه
۲	ریاضی پایه	۱۰	۱۱	۲۰	۱۵ دقیقه
۳	هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	۱۵ دقیقه
۴	ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۵	هندسه ۲	۱۰	۴۱	۵۰	۱۵ دقیقه
	هندسه ۱		۵۱	۶۰	

از نمونه سؤالات امتحانی در سایت کانون به صورت رایگان استفاده کنید

هر ساله با شروع امتحانات نیم سال اول، بسیاری از دانش آموزان به سایت کانون می آیند و از نمونه سؤالات امتحانی نیم سال اول که همراه با پاسخ تشریحی منتشر می شود، استفاده می کنند. برنامه ی شما برای امتحانات نیم سال اول چیست؟ چقدر از وقت خود را صرف تمرین نمونه سؤالات امتحانی خواهید کرد؟



آزمون «۳۰ آذر ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه سؤال

مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
حسابان ۲	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
ریاضی پایه	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
زوج کتاب	۲	۴۱-۵۰	۱۵'
	۱	۵۱-۶۰	
جمع کل	۵۰	۱-۶۰	۷۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-داود بوالحسنی-سینا خیرخواه-محمدرضا راسخ-محمد زنگنه-مهسان گودرزی-مهدی ملارمضانی-نیما مهندس-جهانبخش نیکنام	
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-علی ایمانی-فاطمه برزویی-سیدمحمدرضا حسینی فرد-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی-علیرضا شریف خطیبی-هومن عقیلی-مهرداد ملوندی-نیما مهندس	
ریاضیات گسسته	علی ایمانی-سیدمحمدرضا حسینی فرد-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-علیرضا شریف خطیبی-نیلوفر مهدوی-نیما مهندس	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	سیدرضا اسلامی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب مهدی ملارمضانی محمد خندان	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی محمد خندان	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی محمد خندان
ویراستاری رتبه های برتر	سیدماهد عیدی	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل
بازنویسی آزمون	محمدرضا راسخ	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران (مستندسازی)	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی زاهد		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

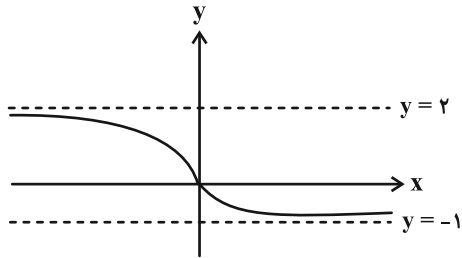
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۹

۱- شکل زیر، نمودار تابع $y = f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] - \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)



(۱) -۲

(۲) -۳

(۳) ۲

(۴) صفر

۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{2 \tan x - |\tan x|}{\tan x - 2}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) $\frac{1}{2}$

۳- اگر $f(x) = \frac{x|x| - 2}{1 - x}$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ f)(x)$ کدام است؟

(۱) $+\infty$

(۲) $-\infty$

(۳) ۱

(۴) -۱

۴- اگر خط $y = 2$ مجانب افقی نمودار تابع $g(x) = \frac{3f(x-2)}{f(2x)+2}$ در $+\infty$ باشد، مجانب افقی نمودار تابع f در $+\infty$ کدام است؟

(۱) $y = 2$

(۲) $y = \frac{3}{2}$

(۳) $y = \frac{2}{3}$

(۴) $y = 4$

۵- مقادیر تابع $f(x)$ از هر عدد دلخواه مثبت می‌تواند بزرگ‌تر شود، به شرط این که x به قدر کافی کوچک انتخاب شود. ضابطه

تابع f کدام می‌تواند باشد؟

(۲) $f(x) = \frac{|3x^3| + 2x + 1}{-2x^2 + x + 1}$

(۱) $f(x) = \frac{|-3x^3| + 2x + 1}{-2x^2 + x + 3}$

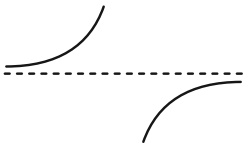
(۴) $f(x) = \frac{-3x^2 + 2x + 1}{-2x + 1}$

(۳) $f(x) = \frac{3x^2 + 2x + 1}{|-2x| + 3}$

مشابه سؤال‌هایی که با آیگون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۶- به ازای چند مقدار طبیعی a ، نمودار تابع $y = \frac{2x^2 + ax + 3}{x^2 + 4x + 1}$ در اطراف مجانب افقی خود، به صورت زیر است؟



۷ (۱)

۸ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

۷- اگر $f(x) = \frac{|x^2 - 3x + 2|}{x + [-x]}$ و $g(x) = \frac{2x + 3}{x + 1}$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f \circ g)(x)$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸- توابع خطی f و g به ترتیب صعودی و نزولی هستند. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|f \circ g^{-1}(x)|}{g \circ f^{-1}(x)} = 4$ ، حاصل $f \circ g^{-1}(2) - 2g \circ f^{-1}(1)$ کدام است؟

-۲ (۴)

-۳ (۳)

-۴ (۲)

-۵ (۱)

۹- حداکثر فاصله مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{ax^3 + x^2 - 4x + 1}{x^2 + 1}$ از نمودار خود تابع چقدر است؟

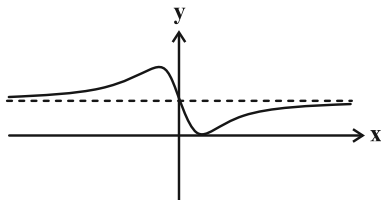
۴ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + 9b + 2}{bx^2 + \frac{5}{3}}$ به صورت زیر است. مقدار a کدام است؟



$-\sqrt{5}$ (۱)

$-2\sqrt{5}$ (۲)

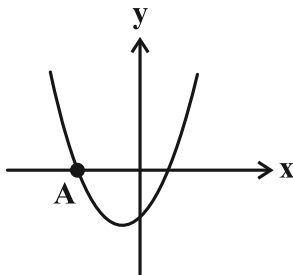
-۵ (۳)

-۱۰ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی پایه: معادله‌ها و نامعادله‌ها، جبر و معادله / ریاضی ۱: صفحه‌های ۶۹ تا ۹۳ / حسابان ۱: صفحه‌های ۷ تا ۳۶

۱۱- شکل زیر سهمی $y = 2x^2 + 5x - 3$ را نشان می‌دهد. طول نقطه A کدام است؟



(۱) -۲

(۲) $-\frac{5}{2}$

(۳) -۳

(۴) $-\frac{7}{2}$

۱۲- اگر $x = -2$ جواب معادله $2x + a = \sqrt{a - x}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۲) ۱۴

(۱) ۲

(۴) ۷

(۳) ۴

۱۳- معادله درجه دومی که ریشه‌هایش، معکوس جواب‌های معادله $\frac{7x+5}{x+1} = \frac{13}{2} - \frac{x+1}{4x}$ باشد، کدام است؟

(۲) $x^2 - 4x + 3 = 0$

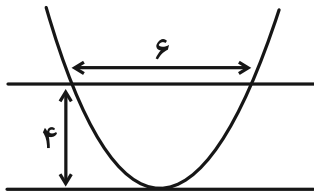
(۱) $3x^2 - 4x + 1 = 0$

(۴) $x^2 - 3x - 4 = 0$

(۳) $4x^2 - 3x - 4 = 0$

محل انجام محاسبات

۱۴- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = ax^2 + 5x - 7$ به همراه دو خط موازی محور x ها را نشان می‌دهد. حاصل $f(9a-1)$ کدام است؟



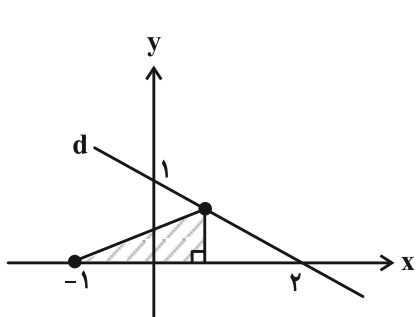
۸ (۱)

۲۷ (۲)

۱۲ (۳)

۲۱ (۴)

۱۵- با توجه به نمودار زیر، بیشترین مساحت مثلث قائم‌الزاویه رنگی کدام است؟ (یک رأس مثلث روی خط d و در ناحیه اول



مختصات می‌باشد.)

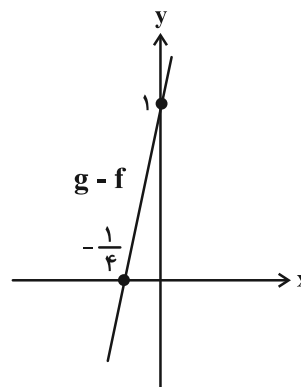
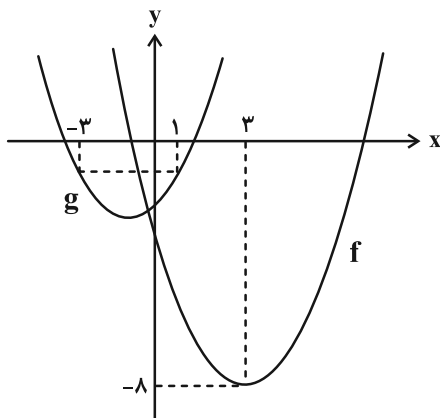
$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{9}{16}$ (۲)

$\frac{5}{8}$ (۳)

$\frac{11}{16}$ (۴)

۱۶- در شکل سمت چپ، نمودارهای دو سهمی f و g رسم شده است. اگر α و β ریشه‌های معادله $g(x) = 0$ باشند، حاصل



$\alpha^3 + \beta^3$ کدام است؟

-۴۶ (۱)

-۳۸ (۲)

-۳۰ (۳)

-۲۲ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۷- در انجام ویرایش یک کتاب دانشگاهی، اگر سارا و زهرا ۲ روز با هم کار کنند، نیاز است سارا ۶ روز دیگر به تنهایی کار را ادامه

دهد، تا پروژه به اتمام برسد و اگر سارا و زهرا با هم ۶ روز کار کنند، نیاز است زهرا ۳ روز دیگر کار را ادامه دهد تا ویرایش به

اتمام برسد. سرعت انجام کار زهرا چند برابر سارا است؟

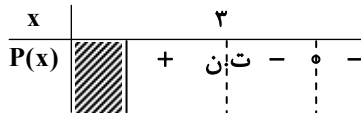
۱/۵ (۲)

۳/۵ (۱)

۲ (۴)

۴ (۳)

۱۸- جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = \frac{(x-2\sqrt{x}-3)(ax+3)}{2x-b}$ به صورت زیر است. حاصل $b-3a$ کدام است؟ آزمون وی ای پی



۶ (۲)

۵ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m ، معادله $|3x+5| + |3x-5| = mx+10$ ، فقط دو جواب دارد؟

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۲۰- مساحت متوازی الاضلاعی که یک رأس آن نقطه $(3, 2)$ و دو ضلع آن بر نمودار $y = |2x-6|$ قرار دارد، کدام است؟

۱/۲۵ (۲)

۱ (۱)

۱/۷۵ (۴)

۱/۵ (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶

۲۱- خط $y - x - 1 = 0$ و دایره $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ همدیگر را در نقاط A و B قطع می‌کنند. طول نقطه وسط پاره خط AB

کدام است؟

۱ (۲) ۲ (۱)

-۱ (۴) -۲ (۳)

۲۲- شعاع دایره به معادله $x^2 + (a^2 - 8)y^2 - 2x + 4y + 5a = 0$ کدام است؟

$2\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۱)

(۴) چنین دایره‌ای وجود ندارد. $3\sqrt{5}$ (۳)

۲۳- اگر معادله $x^2 + y^2 - (a-2)x + ay + 1 = 0$ به ازای دو مقدار متمایز a، بیانگر دو دایره $C(O, 2)$ و $C'(O', 2)$ باشد، طول OO'

برابر کدام است؟

$2\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۱)

$3\sqrt{2}$ (۴) ۳ (۳)

۲۴- کدام نقطه، مرکز دایره‌ای به شعاع ۲ می‌باشد که در ربع اول بر محور y ها و خط $y = \frac{3}{4}x$ مماس است؟


(۵, ۲) (۲) (۳, ۲) (۱)

(۲, ۴) (۴) (۲, ۶) (۳)

۲۵- اگر معادله $x^2 + y^2 + (m-1)x + my + 2m = 0$ بیانگر تنها یک نقطه باشد، مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

۴ (۲) ۵ (۱)

۲ (۴) $\frac{2}{5}$ (۳)

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۲۶- اگر دو دایره $x^2 + y^2 + 2mx = 0$ و $x^2 + (y-1)^2 = 4$ فقط یک نقطه مشترک داشته باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای m کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{32}$ (۲) $-\frac{9}{16}$
 (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $-\frac{16}{9}$

۲۷- دایره‌ای از نقاط $(0, 4)$ و $(8, 0)$ عبور کرده و بر محور طول‌ها مماس است. طول وتری که این دایره روی محور عرض‌ها می‌سازد

کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰
 (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۲۸- به ازای کدام مقدار m ، دایره به معادله $C: x^2 + y^2 - 2x - 2y + m = 0$ ، محیط دایره به معادله $C': x^2 + y^2 - 4x - 4y - 1 = 0$ را

نصف می‌کند؟

- (۱) -۲ (۲) -۴
 (۳) -۸ (۴) -۹

۲۹- $O(\alpha, \beta)$ مرکز کوچک‌ترین دایره‌ای است که از نقطه $A(7, 0)$ گذشته و بر خط $2x - y + 1 = 0$ مماس می‌باشد. حاصل $\alpha + 2\beta$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶
 (۳) ۵ (۴) ۴

۳۰- دو دایره C_1 و C_2 به ترتیب در ربع‌های اول و سوم دستگاه مختصات بر هر دو محور مماس هستند و هر دو شعاعی برابر ۴ دارند.

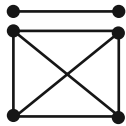
فاصله نزدیک‌ترین نقاط این دو دایره از یکدیگر کدام است؟

- (۱) $8(\sqrt{2}-1)$ (۲) $8(\sqrt{2}+1)$
 (۳) $4(\sqrt{2}-1)$ (۴) $4(\sqrt{2}+1)$

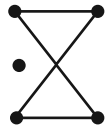
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۱ تا ۴۲

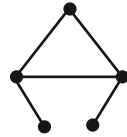
۳۱- رابطه $p^2 + q^2 = \delta^3 + \Delta^3 + 22$ در کدام گراف برقرار است؟



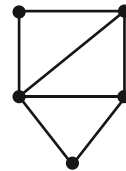
(۴)



(۳)

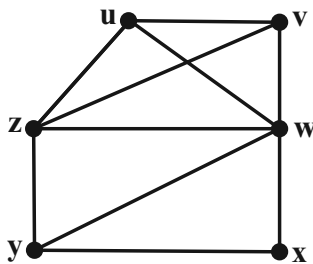


(۲)



(۱)

۳۲- در گراف مقابل اگر تعداد دورهای به طول ۴ و ۵ به ترتیب برابر m و n باشد، حاصل $m + n$ برابر کدام است؟



۸ (۱)

۹ (۲)

۱۰ (۳)

۱۱ (۴)

۳۳- گرافی با ۹ رأس که در آن $\Delta = \delta + 2 = 5$ باشد، حداقل چند یال دارد؟

۱۴ (۲)

۱۵ (۱)

۲۲ (۴)

۲۱ (۳)

۳۴- در گرافی کامل از مرتبه ۸، حداقل چند یال دلخواه حذف کنیم تا مطمئن باشیم گراف حاصل، ناهمبند است؟

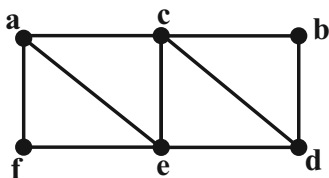
۶ (۲)

۷ (۱)

۲۱ (۴)

۲۲ (۳)

۳۵- در گراف شکل مقابل چند مسیر از a به b وجود دارد که از رأس c بگذرد؟



۶ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۷ (۴)

مشابه سؤالهایی که با آیکن مشخص شده اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۳۶- در گراف G از مرتبه ۱۲، دو رأس a و b از درجه ۵ هستند به طوری که $N_G[a] \cap N_G[b] = \emptyset$. اگر سایر رأس‌ها، همگی از

درجه ۲ بوده و همسایگی بسته هیچ دورأسی یکسان نباشد، آنگاه این گراف چند دور به طول ۶ دارد؟ آزمون وی ای پی

۶۶ (۱)

۲۸ (۲)

۱۰ (۳)

۶ (۴)

۳۷- با اضافه کردن دو یال مجاور به گراف k -منتظم از مرتبه p و اندازه ۱۲، گراف G به دست می‌آید. اگر $pk - \Delta(G) = 19$

باشد، مرتبه گراف کدام است؟ (مرتبه گراف G با گراف اولیه یکسان است.)

۲۴ (۱)

۶ (۲)

۱۲ (۳)

۸ (۴)

۳۸- گراف کامل K_1 دارای چند زیرگراف از مرتبه ۳ است؟

۸۴۰ (۱)

۴۸۰ (۲)

۷۲۰ (۳)

۹۶۰ (۴)

۳۹- گراف منتظم G از مرتبه ۱۲ مفروض است. اگر نسبت درجه هر رأس از گراف G به درجه همان رأس در گراف \bar{G} برابر $\frac{5}{6}$

باشد، اندازه گراف \bar{G} کدام است؟

۳۲ (۱)

۴۸ (۲)

۳۶ (۳)

۴۲ (۴)

۴۰- در گراف ساده G می‌دانیم $\Delta(G) + 2\delta(G) = 23$ و $\Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = 5$ است. اگر گراف \bar{G} همبند باشد، بیشترین مقدار

ممکن برای مجموع درجات رئوس گراف G با کمترین مرتبه، کدام است؟

۶۶ (۱)

۱۳۲ (۲)

۱۲ (۳)

۲۴ (۴)

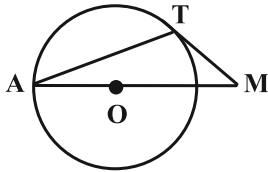
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: دایره: صفحه‌های ۹ تا ۳۰

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۲ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۱ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۴۱- در شکل زیر اگر طول مماس MT برابر شعاع دایره باشد، اندازه زاویه A برابر با کدام است؟



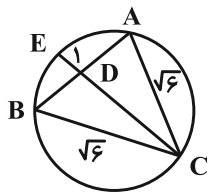
۱) 15°

۲) 30°

۳) 25°

۴) $22/5^\circ$

۴۲- در دایره شکل زیر، طول CD کدام است؟



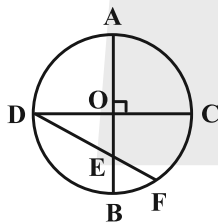
۱) ۱

۲) ۲

۳) $\sqrt{2}$

۴) $\sqrt{3}$

۴۳- دایره زیر با دو قطر عمود بر هم مفروض است. اگر $\hat{CDE} = 15^\circ$ باشد، حاصل $\frac{EF}{DE}$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{2}$

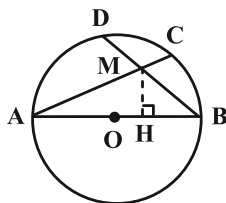
۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۴۴- در شکل زیر دو وتر AC و BD همدیگر را در نقطه M قطع می‌کنند. اگر فاصله M از قطر AB و رأس C برابر بوده

و $\hat{HMC} = 100^\circ$ باشد، آن‌گاه امتداد وتر DC و قطر AB همدیگر را با چه زاویه‌ای قطع می‌کنند؟ (AB قطر دایره است.)



۱) 30°

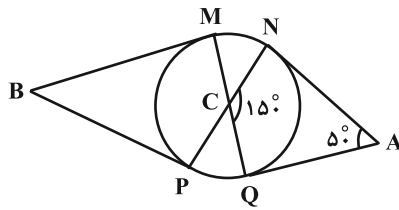
۲) 35°

۳) 25°

۴) 40°

محل انجام محاسبات

۴۵- در شکل زیر اضلاع زاویه‌های A و B بر دایره مماس هستند. اندازه زاویه B چند درجه است؟



- ۱۰ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۲۵ (۳)
- ۳۰ (۴)

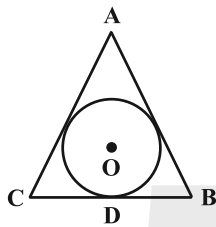
۴۶- به ازای چند عدد صحیح x، دو دایره C(O, 10-2x) و C'(O', x+2) با طول خط‌المركزین $d = 2x + 1$ متقاطع هستند؟

- ۱ (۲)
- ۲ (۳)
- ۳ (۴)
- ۴ (۱)

۴۷- دو دایره C(O, R) و C'(O', 3√2) مفروض‌اند. از نقطه O، دو مماس عمود بر هم بر دایره C' رسم کرده‌ایم. اگر طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر 2√7 باشد، اختلاف بین مقادیر ممکن برای R کدام است؟

- ۲ (۳)
- ۲√2 (۲)
- ۴√2 (۱)
- ۴ (۴)

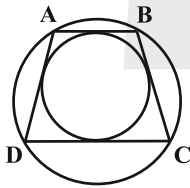
۴۸- در شکل زیر O مرکز دایره محاطی داخلی مثلث متساوی‌الساقین ABC (BD = 8 و AB = AC = 17) است. اندازه شعاع دایره



چقدر است؟

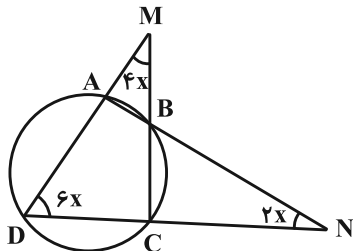
- ۴ (۱)
- ۴/۸ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶/۴ (۴)

۴۹- در دوزنقه زیر، قاعده بزرگ دو برابر قاعده کوچک است. اگر مساحت دوزنقه برابر با $\frac{27}{\sqrt{2}}$ باشد، طول قاعده کوچک تر کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۲√2 (۲)
- ۳√2 (۳)
- ۳ (۴)

۵۰- در شکل زیر، اندازه کمان ABC چند درجه است؟



- ۹۰ (۱)
- ۱۰۸ (۲)
- ۱۲۰ (۳)
- ۱۵۰ (۴)

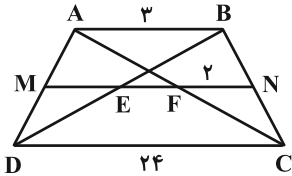
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: ترسیم‌های هندسی و استدلال + قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۹ تا ۳۷

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۲ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۱ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- در دوزنقه زیر MN موازی قاعده‌ها است. طول پاره خط EF کدام است؟



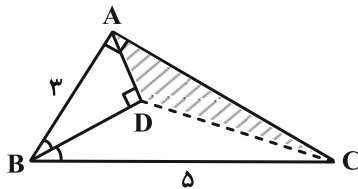
۲ (۱)

۳ (۲)

۴/۵ (۳)

۶ (۴)

۵۲- در مثلث قائم‌الزاویه شکل زیر، عمود AD بر نیمساز زاویه B رسم شده است. مساحت مثلث رنگی چقدر است؟



۱/۲ (۱)

۱ (۲)

۱/۸ (۳)

۱/۵ (۴)

۵۳- در مثلث‌هایی که اندازه سه ارتفاع آن‌ها، ۳ عدد طبیعی متوالی هستند. حداقل اندازه کوچک‌ترین ارتفاع چقدر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۴- در هر مثلث برای پیدا کردن نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع، حداقل رسم چند دایره لازم است؟

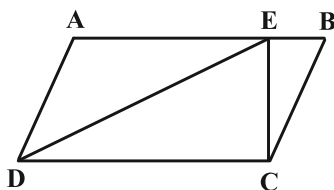
۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۵۵- نقطه E روی ضلع متوازی‌الاضلاع طوری انتخاب شده است که $AB = 5EB$. مساحت مثلث EBC چند درصد مساحت مثلث ADE است؟



۴۰ (۱)

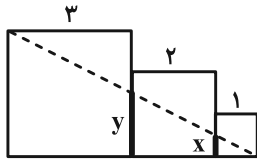
۳۰ (۲)

۲۵ (۳)

۲۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۵۶- در شکل زیر، سه مربع به اضلاع ۱، ۲ و ۳، کنار هم قرار گرفته‌اند. حاصل $x + y$ کدام است؟



۱/۸ (۱)

۲ (۲)

۲/۱ (۳)

۲/۴ (۴)

۵۷- در مثلث ABC با زوایای $\hat{B} = 50^\circ$ و $\hat{C} = 60^\circ$ ، عمودمنصف‌های اضلاع AC و AB ، ضلع BC را در نقاط M و N قطع کرده‌اند.

زاویه \hat{MAN} کدام است؟

۲۵° (۴)

۴۰° (۳)

۳۵° (۲)

۲۰° (۱)

۵۸- مجموعه نقاطی از صفحه که فاصله آن‌ها از نقطه M واقع در همان صفحه بین یک تا چهار واحد است، تشکیل یک شکل هندسی می‌دهند. مساحت این شکل کدام است؟

۴π (۴)

۸π (۳)

۱۵π (۲)

۳۰π (۱)

۵۹- در مثلث ABC ، نقطه D به گونه‌ای روی ضلع AC انتخاب شده است که $BC = BD$ باشد. نقاط P و Q را نیز روی ضلع AB

طوری قرار می‌دهیم که $\hat{PDA} = \hat{QCA} = \hat{BAC}$ ؛ کدام یک از روابط زیر نادرست است؟

$\hat{CQB} = \hat{DPB}$ و $\hat{QBC} = \hat{PDB}$ (۲)

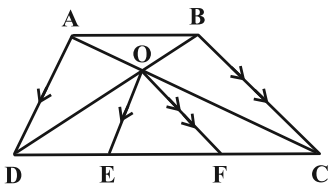
$\frac{PD}{AQ} = \frac{AP}{QC}$ (۱)

$BQ = AP$ (۴)

$BD = DA$ (۳)

۶۰- در دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۶ و ۱۰، مطابق شکل، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه، خطوط OE و OF را موازی ساق‌های

دوزنقه رسم می‌کنیم. طول پاره خط EF کدام است؟



۲/۵ (۱)

۱/۵ (۲)

۴ (۳)

۲ (۴)

محل انجام محاسبات

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



آزمون ۳۰ آذر ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
۳۰ دقیقه	۸۰	۶۱	۲۰	فیزیک ۳	۱
۱۵ دقیقه	۹۰	۸۱	۱۰	فیزیک ۲	۲
	۱۰۰	۹۱		فیزیک ۱	
۱۰ دقیقه	۱۱۰	۱۰۱	۱۰	شیمی ۳	۳
۱۰ دقیقه	۱۲۰	۱۱۱	۱۰	شیمی ۲	۴
	۱۳۰	۱۲۱		شیمی ۱	



آزمون «۳۰ آذر ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سؤال

مدت پاسخ گویی: ۶۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
فیزیک ۳	۲۰	۶۱-۸۰	۳۰'
زوج کتاب	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
		۹۱-۱۰۰	
شیمی ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
زوج کتاب	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
		۱۲۱-۱۳۰	
جمع کل	۵۰	۶۱-۱۳۰	۶۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محسن سلماسی-وند معصومه شریعت ناصری-مهدی شریفی-محمد مقدم-محمد کاظم منشادی-امیر احمد میر سعید-حسام نادری-مجتبی نکوئیان	
شیمی	علیرضا بیانی-محمد رضا پور جاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیر مسعود حسینی-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبحی-یاسر راش-پویا رستگاری-محمد رضا طاهری نژاد-محمد عظیمیان زواره-محسن مجنون	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	حسین بصیر بهنام شانهی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم احسان پنجه شاهی آرش ظریف
ویراستاری رتبه های برتر	سینا صالحی ماهان فرمندفر	امیر حسین ملازینل ماهان فرمندفر آرمان قنوتی
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستند سازی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	سجاد رضایی پرهام مهرآرا سیدکیان مکی	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی ملینا ملانی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح الهزاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۳: نوسان و موج (تا پایان تشدید): صفحه‌های ۶۱ تا ۶۹

۶۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

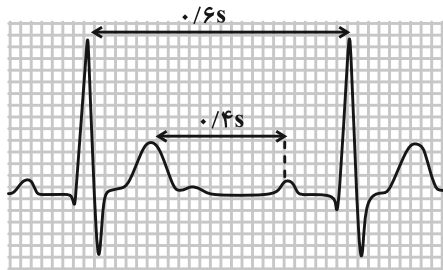
الف) بسامد حرکت عقربه دقیقه شمار، برابر $\frac{1}{3600}$ هرتز است.

ب) بسامد حرکت عقربه ساعت شمار، $\frac{1}{720}$ برابر بسامد حرکت عقربه ثانیه شمار است.

پ) دوره تناوب عقربه دقیقه شمار، $\frac{1}{60}$ برابر دوره حرکت عقربه ثانیه شمار است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۲- شکل زیر، نمونه‌ای از نوار قلب یک شخص است. قلب این شخص در مدت زمان ۱۰ دقیقه چند بار می‌زند؟ (ضربان قلب شخص در این بازه زمانی ثابت است.)



- (۱) ۶۰۰
(۲) ۱۰۰۰
(۳) ۱۵۰۰
(۴) ۳۰۰۰

۶۳- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

الف) یک چرخه بر ثانیه، معادل یک هرتز است.

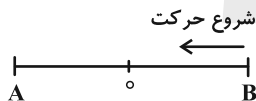
ب) حرکت نوسانی که هر چرخه آن در دوره‌های دیگر دقیقاً تکرار شود، نوسان دوره‌ای است.

پ) ضربان قلب انسان در یک بازه زمانی محدود، قطعاً نوسان دوره‌ای نیست.

ت) اگر بسامد نوسانگر A از بسامد نوسانگر B، ۲۵ درصد بیشتر باشد، دوره نوسانگر A از دوره نوسانگر B، ۲۵ درصد کمتر است.

- (۱) الف و ب (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴) پ و ت

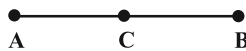
۶۴- مطابق شکل زیر، نوسانگری روی پاره خط AB با دوره T حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در کدام بازه زمانی، نوع حرکت نوسانگر، تندشونده و مکان نوسانگر مثبت است؟



- (۲) $\frac{T}{4}$ تا $\frac{3T}{4}$
(۴) $\frac{3T}{4}$ تا T

- (۱) ۰ تا $\frac{T}{4}$
(۳) $\frac{3T}{4}$ تا $\frac{2T}{4}$

۶۵- نوسانگری مطابق شکل زیر، بین دو نقطه A و B حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر نوسانگر در لحظه $t_1 = 2s$ ، در نقطه A باشد و با عبور از نقطه C به نقطه B برسد و در لحظه $t_2 = 4s$ دوباره به نقطه C بازگردد، بسامد حرکت نوسانگر چند هرتز است؟ (نقطه C وسط پاره خط AB است.)



- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{8}{3}$

۶۶- معادله حرکت نوسانگری در SI، به صورت $x = 0.04 \cos \pi t$ است. حداقل زمان دو عبور متوالی نوسانگر از نقطه $x = 2 \text{ cm}$ ، چند ثانیه است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۶۷- نوسانگری که با دامنه نوسان 2 cm حرکت هماهنگ ساده دارد، در لحظه t_1 از نقطه $x_1 = -1\text{ cm}$ به طور کندشونده عبور کرده و بعد از $1/4\text{ s}$ برای اولین بار به نقطه $x_2 = \sqrt{3}\text{ cm}$ می‌رسد. دوره تناوب حرکت این نوسانگر چند ثانیه است؟

- (۱) ۲ (۲) $2/4$ (۳) $2/8$ (۴) ۳

۶۸- معادله حرکت هماهنگ ساده‌ای برای یک نوسانگر در SI به صورت $x = 0.02 \cos \omega t$ است. اگر تندی متوسط این نوسانگر در بازه زمانی صفر تا $t = 0.5\text{ s}$ ، برابر با $32 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ باشد، سرعت متوسط این نوسانگر در بازه زمانی صفر تا $t = \frac{1}{12}\text{ s}$ چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

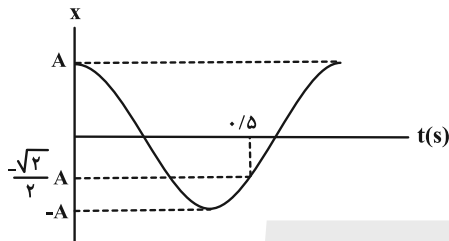
- (۱) صفر (۲) ۳۶ (۳) -۳۶ (۴) -۲۴

۶۹- نوسانگری از دامنه مثبت خود شروع به حرکت هماهنگ ساده می‌کند و $1/12\text{ s}$ بعد از آن برای اولین بار پس از $t = 0$ ، اندازه شتاب نوسانگر، بیشینه می‌شود. اگر تندی متوسط نوسانگر در این مدت $60 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ باشد، اندازه جابه‌جایی آن در $1/9\text{ s}$ اول حرکت چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $1/25$ (۲) $2/5$ (۳) $3/75$ (۴) ۵

۷۰- نمودار مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. اگر نوسانگر پس از لحظه $t = 0$ ، در لحظه‌های t_1 و t_2 و در

یک دوره تناوب، دو بار متوالی از مکان $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$ بگذرد و $\frac{t_2}{t_1} = \frac{17}{7}$ باشد، t_2 برابر با چند ثانیه است؟



- (۱) $1/3$
(۲) $19/25$
(۳) $7/15$
(۴) $17/15$

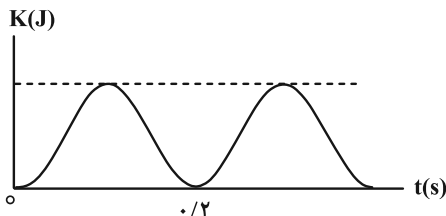
۷۱- در یک سامانه جرم- فنر که حرکت هماهنگ ساده دارد، در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر ۳ برابر انرژی پتانسیل آن است، تندی نوسانگر برابر $\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌باشد. تندی این نوسانگر هنگامی که انرژی پتانسیل آن، ۸ برابر انرژی جنبشی آن است، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $3/2$ (۲) $4/9$ (۳) $2/3$ (۴) $9/4$

۷۲- یک نوسانگر روی پاره‌خطی به طول 4 cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در هر ثانیه یک بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. بیشینه سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

- (۱) 0.02π (۲) 0.04π (۳) 2π (۴) 4π

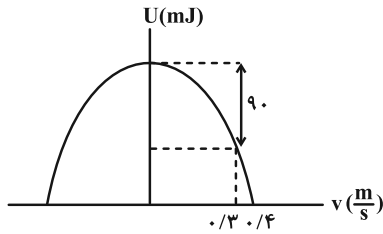
۷۳- نوسانگری به جرم 400 g شروع به حرکت هماهنگ ساده می‌کند و پس از دو نوسان کامل، مسافت 64 cm را می‌پیماید. اگر نمودار انرژی جنبشی این نوسانگر بر حسب زمان به صورت زیر باشد، زمانی که انرژی جنبشی آن صفر است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چند میلی‌ژول است؟ ($\pi^2 = 10$)



- (۱) ۶۰
(۲) ۸۰
(۳) ۱۶۰
(۴) ۳۲۰

۷۴- نمودار انرژی پتانسیل کشسانی بر حسب سرعت نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. اگر ثابت فنر متصل به

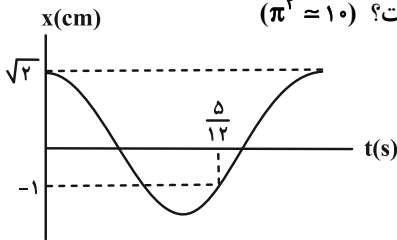
نوسانگر $\frac{N}{cm}$ باشد، مسافتی که این نوسانگر در مدت زمان دو دوره تناوب طی می‌کند، چند سانتی‌متر است؟



- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۸
(۴) ۱۶

۷۵- نمودار مکان- زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل

نوسانگر ۲۰ درصد از انرژی جنبشی آن کمتر است، تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$)



- (۱) ۰/۱
(۲) ۰/۲
(۳) ۰/۱π
(۴) ۰/۲π

۷۶- جرم وزنه سامانه جرم- فنری ۳۰۰g و بسامد آن ۱۰Hz است. اگر انرژی جنبشی آن هنگام گذر از مرکز نوسان (حالت

تعادل) ۶J باشد، معادله مکان- زمان آن در SI کدام است؟ ($\pi^2 = 10$)

(۱) $x = 0.2 \cos 20\pi t$ (۲) $x = 0.1 \cos 10\pi t$ (۳) $x = 0.2 \cos 10\pi t$ (۴) $x = 0.1 \cos 20\pi t$

۷۷- معادله انرژی جنبشی بر حسب مکان ذره‌ای به جرم ۲۰g که بر روی یک پاره‌خط حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در SI به

صورت $K = 400x^2 - 250x$ است. بسامد زاویه‌ای این نوسانگر چند رادیان بر ثانیه است؟ آزمون وی ای پی

(۱) ۲ (۲) ۲۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۲۰۰۰

۷۸- یک آونگ ساده در مدت زمان معینی ۲۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. طول آونگ را چند درصد و چگونه تغییر دهیم تا در همان

مدت زمان، ۴۰ نوسان کامل انجام دهد؟

- (۱) ۲۵- کاهش (۲) ۲۵- افزایش (۳) ۷۵- کاهش (۴) ۷۵- افزایش

۷۹- دوره یک آونگ ساده در سطح زمین ۲ ثانیه است. اگر آونگ را به سیاره‌ای ببرند که چگالی و جرم سیاره به ترتیب ۳۲ و ۴ برابر

چگالی و جرم زمین باشد، در یک بازه زمانی ۲۴ ساعته آونگ در سطح سیاره چند نوسان بیشتر از آونگ در سطح زمین انجام

داده است؟

(۱) ۴۳۲۰۰ (۲) ۱۷۲۸۰۰ (۳) ۱۲۹۶۰۰ (۴) صفر

۸۰- طول چهار آونگ ساده A، B، C و D که از میله‌ای افقی آویزان‌اند، برابر با $L_A = 42\text{cm}$ ، $L_B = 34\text{cm}$ ، $L_C = 60\text{cm}$

و $L_D = 50\text{cm}$ است. اگر میله، دستخوش نوسان‌هایی افقی با بسامد زاویه‌ای در گستره $4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ تا $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ شود، کدام آونگ با

دامنه کوچک‌تری نوسان می‌کند؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) A (۲) B (۳) C (۴) D

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: الکتروستاتیک ساکن: صفحه‌های ۱ تا ۳۲

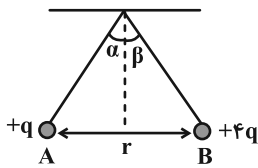
توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- بار دو کره رسانای کوچک A و B به ترتیب برابر q و $-5q$ و اندازه نیروی بین دو کره در فاصله r از یکدیگر، برابر F است. با انتقال تعدادی الکترون از کره A به کره B، بار کره B برابر $-8q$ می‌شود. در این حالت، بزرگی نیروی بین دو کره در همان فاصله r، چند برابر F می‌شود؟

(۱) $\frac{32}{5}$ (۲) $\frac{5}{32}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۸۲- گلوله‌های باردار زیر از دو نخ با طول یکسان آویزان هستند و زاویه انحراف آنها از حالت قائم α و β است و اندازه نیروی الکتریکی وارد بر آنها F_A و F_B است. اگر $m_A > m_B$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟ (میدان الکتریکی خارجی وجود ندارد.)



- (۱) $\alpha < \beta$, $F_A = F_B$
 (۲) $\alpha > \beta$, $F_A > F_B$
 (۳) $\alpha > \beta$, $F_A = F_B$
 (۴) $\alpha < \beta$, $F_A < F_B$

۸۳- مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای و مثبت q_1 و $q_2 = 2q_1$ ، در فاصله r از یکدیگر قرار دارند. چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

الف) در نقطه B که در فاصله $\frac{r}{3}$ از بار q_2 است، برآیند میدان‌های الکتریکی صفر است.

ب) از نقطه B تا D، میدان برآیند همواره افزایش می‌یابد.

پ) از نقطه A تا D، پتانسیل الکتریکی ابتدا کاهش و سپس

افزایش می‌یابد.

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

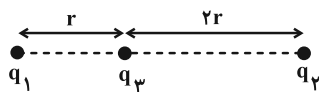


۸۴- سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2\mu C$ ، $q_2 = 8\mu C$ و q_3 به ترتیب در مختصات $(x_1 = 0, y_1 = 9\text{ cm})$ ، $(x_2 = 12\text{ cm}, y_2 = 0)$ و (x_3, y_3) از صفحه xoy قرار دارند. اگر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر سه ذره صفر شود، q_3 چند میکروکولن بوده و مختصات آن کدام است؟

(۱) $(-12\text{ cm}, 18\text{ cm})$ ، $-\frac{8}{9}$ (۲) $(4\text{ cm}, 6\text{ cm})$ ، $-\frac{8}{9}$

(۳) $(-12\text{ cm}, 9\text{ cm})$ ، $\frac{8}{9}$ (۴) $(3\text{ cm}, 6\text{ cm})$ ، $\frac{8}{9}$

۸۵- در شکل زیر، برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q_3 از طرف دو بار q_1 و q_2 برابر با \vec{F} است. اگر جای دو بار q_1 و q_2 را عوض کرده و سپس بار q_1 را دو برابر و بار q_2 را نصف کنیم، برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 ، برابر با $-3\vec{F}$ می‌شود. حاصل $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟

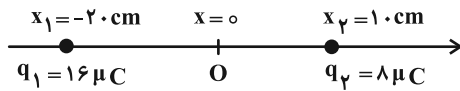


(۱) $-\frac{5}{14}$ (۲) $\frac{5}{14}$

(۳) $-\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{10}$

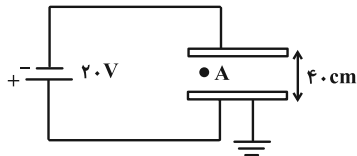
محل انجام محاسبات

۸۶- در شکل زیر، بزرگی میدان الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه O برابر E است. اگر بار $q' = -32 \mu C$ را به بار q_1 اضافه کنیم، در حالت جدید، بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه O چند برابر E می‌شود؟



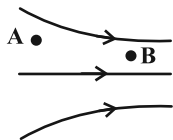
- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۸۷- در میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه رسانا در شکل زیر، فاصله نقطه A تا صفحه رسانای بالا چند میلی‌متر است؟ ($V_A = -12V$)



- ۲۴ (۱)
- ۱۶ (۲)
- ۲۴۰ (۳)
- ۱۶۰ (۴)

۸۸- مطابق شکل زیر، الکترونی از نقطه A تا نقطه B جابجا می‌شود. بزرگی چه تعداد از کمیت‌های زیر در طی مسیر کاهش می‌یابد؟ (وزن ذره ناچیز می‌باشد و اتلاف انرژی نداریم.)



پتانسیل الکتریکی - انرژی جنبشی - انرژی پتانسیل الکتریکی - میدان الکتریکی

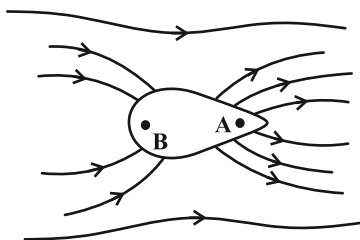
- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۸۹- یک ذره به جرم $0.06g$ و بار الکتریکی $3 \mu C$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت، با تندی $4 \frac{m}{s}$ از نقطه A پرتاب شده و با

تندی $3 \frac{m}{s}$ از نقطه B عبور می‌کند. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر $150V$ باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه B چند ولت است؟ (ذره فقط تحت تاثیر نیروی ناشی از میدان الکتریکی است.) آزمون وی ای پی

- ۲۲۰ (۱)
- ۲۲۰ (۲)
- ۷۰ (۳)
- ۷۰ (۴)

۹۰- کدام موارد زیر در مورد جسم رسانای زیر که در یک میدان الکتریکی خارجی، در حالت تعادل قرار دارد، درست است؟ (نقاط A و B درون رسانا هستند.)



- الف) پتانسیل الکتریکی نقطه A بیشتر از نقطه B است.
- ب) میدان الکتریکی در نقطه A قوی‌تر از نقطه B است.
- پ) از این شکل می‌توان دریافت که تراکم بار در قسمت نوک‌تیز رسانا بیشتر است.
- ۱) ب و پ
- ۲) الف و ب
- ۳) فقط پ
- ۴) الف، ب و پ

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱ تا ۲۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- کدام موارد زیر درست است؟

الف) فشار برخلاف تندی، یک کمیت فرعی نرده ای است.

ب) مدت زمان بین شروع و پایان یک رویداد را بازه زمانی می نامیم.

پ) دقت اندازه گیری در ابزارهای رقمی الزاماً بیشتر از ابزارهای مدرج است.

۱) ب و پ ۲) ب ۳) الف و ب ۴) پ

۹۲- وقتی شیر آبی را باز می کنیم، ۵ ظرف که حجم هر ظرف ۳۰ لیتر است، در مدت زمان ۵ دقیقه به طور کامل پُر می شود. آهنگ

متوسط خروج آب از شیر چند $\frac{m^3}{\mu s}$ است؟

۱) 5×10^{-9} ۲) 5×10^{-10} ۳) 5×10^{-11} ۴) 5×10^{-12}

۹۳- کدام یک از تبدیل یکاهای زیر نادرست است؟

۱) $39 \mu m^2 = 0.00039 \times 10^{-3} cm^2$ ۲) $\frac{Ts}{km^3} = 1/2 \times 10^4 \frac{ns}{mm^3}$

۳) $\frac{ps}{Gm^3} = 2/3 \times 10^{11} \frac{ms}{Mm^3}$ ۴) $10^{-7} \frac{\mu m^2}{ng \cdot ps^2} = 10^{28} \frac{cm^2}{dag \cdot Gs^2}$

۹۴- اگر رابطه فیزیکی $A = \frac{B}{C^2} + \frac{C}{D^2}$ برقرار باشد، به طوری که یکای کمیت A برابر $\frac{kg}{m^3}$ و یکای کمیت B برابر $\frac{kg}{m}$ باشد، یکای

کمیت BD^2 برابر با کدام گزینه است؟

۱) m^3 ۲) $\frac{m^3}{kg}$ ۳) $\frac{m^2}{kg^2}$ ۴) m^2

۹۵- کدام یک از گزینه های زیر را در جای خالی قرار دهیم تا تساوی برقرار شود؟ آزمون وی ای پی

$$4/5 \times 10^5 \frac{\mu J}{ns} = \dots \frac{mm^2}{\mu s^3}$$

۱) $4/5 \times 10^{-2} g$ ۲) $4/5 \times 10^8 ng$ ۳) $45 mg$ ۴) $45 \times 10^5 \mu g$

۹۶- یک قطعه یخ $0^\circ C$ به حجم ۲۰۰ سانتی متر مکعب و چگالی $0.9 \frac{g}{cm^3}$ با آهنگ ۲۰۰ میلی گرم بر ثانیه ذوب می شود. حداقل پس از

گذشت چند دقیقه کل قطعه یخ ذوب می شود؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۵

محل انجام محاسبات

۹۷- یک کره توخالی به شعاع ۵ cm و جرم ۳ kg از فلزی با چگالی $\frac{10}{3} \frac{g}{cm^3}$ ساخته شده است. اگر حفره درون آن را با مایعی به

چگالی $\frac{2}{5} \frac{g}{cm^3}$ پر کنیم، جرم کره به چند کیلوگرم می‌رسد؟ ($\pi = 3$)

- (۱) ۳/۵ (۲) ۴ (۳) ۵/۵ (۴) ۶

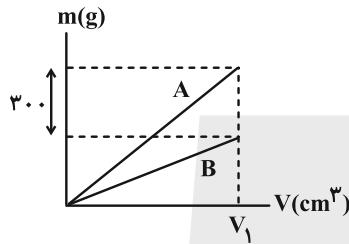
۹۸- چگالی فلز B در حالت مایع، دو برابر چگالی فلز A در حالت مایع است. جرم برابر از دو فلز را در حالت مایع با یکدیگر مخلوط

می‌کنیم. اگر چگالی فلزهای A و B در تبدیل از مایع به جامد به ترتیب ۲۰ درصد و ۱۰ درصد افزایش یابند، چگالی آلیاژ در

حالت جامد چند برابر چگالی فلز B در حالت جامد است؟

- (۱) $\frac{17}{12}$ (۲) $\frac{12}{17}$ (۳) $\frac{66}{85}$ (۴) $\frac{85}{66}$

۹۹- نمودار جرم بر حسب حجم برای دو ماده A و B مطابق شکل زیر است. اگر نسبت چگالی A به B برابر $\frac{3}{4}$ باشد، جرم ماده B با حجم V_1 چند

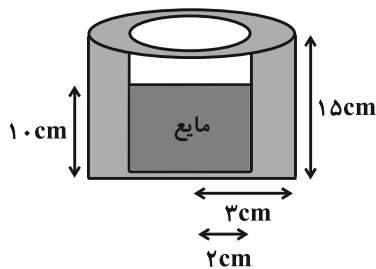


گرم است؟

- (۱) ۶۰۰ (۲) ۷۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴) ۹۰۰

۱۰۰- مطابق شکل زیر، درون یک استوانه توخالی تا ارتفاع ۱۰ cm، مایعی به چگالی $\frac{5}{3} \frac{g}{cm^3}$ می‌ریزیم. اگر $\frac{4}{5}$ از حجم مایع درون ظرف

را خالی کنیم، مجموع جرم ظرف و مایع باقی‌مانده در آن نسبت به قبل نصف می‌شود. جرم ظرف چند گرم است؟ ($\pi = 3$)



- (۱) ۶۰۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۴۵۰ (۴) ۷۵۰

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۰ تا ۶۶ / شیمی ۲: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵

۱۰۱- کدام گزینه در مورد سلول سوختی «متان-اکسیژن» درست است؟

- ۱) از دید زیست محیطی، مناسب‌تر از سلول سوختی «هیدروژن-اکسیژن» است.
- ۲) نسبت اندازه تغییرات عدد اکسایش اتم کربن به اتم اکسیژن در معادله واکنش کلی آن، برابر ۴ می‌باشد.
- ۳) جزو سلول‌های گالوانی محسوب شده و در معادله واکنش کلی آن، CH_4 نقش اکسنده را دارد.
- ۴) برخلاف باتری‌ها مواد اولیه را ذخیره کرده و در آن‌ها به‌طور پیوسته جریان الکتریکی برقرار می‌شود.

۱۰۲- عدد اکسایش کربن در کدام ترکیب زیر بیشتر است؟

- ۱) کربن گروه آلدهیدی در بنزالدهید (۲) اوره
- ۳) کربن گروه کربوکسیل در اتانویک اسید (۴) اتن

۱۰۳- همه عبارت‌های زیر درست‌اند؛ به جز: ($\text{H} = 1, \text{O} = 16 : \text{g. mol}^{-1}$)

۱) در سلول‌های الکترولیتی با اعمال یک پتانسیل خارجی و عبور جریان الکتریکی از درون محلول الکترولیت، می‌توان یک واکنش شیمیایی را در خلاف جهت طبیعی پیش برد.

۲) نیم‌واکنش آندی در فرایند برقکافت آب به صورت: $2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^+(\text{aq}) + 4\text{e}^-$ می‌باشد.

۳) در شرایط یکسان حجم گاز آزاد شده در اطراف قطب منفی دستگاه برقکافت آب، $\frac{1}{4}$ حجم گاز آزاد شده در اطراف قطب مثبت آن است.

۴) در برقکافت آب، به ازای داد و ستد $\frac{1}{8}$ مول الکترون، مقدار $\frac{7}{2}$ گرم آب مصرف می‌شود.

۱۰۴- در مورد برقکافت سدیم کلرید مذاب، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) واکنش کلی آن به صورت $2\text{NaCl}(\text{l}) \rightarrow 2\text{Na}(\text{l}) + \text{Cl}_2(\text{g})$ است.

۲) در کاتد آن، نیم‌واکنش $\text{Na}^+(\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Na}(\text{l})$ رخ می‌دهد.

۳) فقط یک نوع عنصر در آن تولید می‌شود.

۴) یون‌های سدیم در کاتد کاهش می‌یابند و شعاع آن‌ها کوچک‌تر می‌شود.

۱۰۵- با توجه به اطلاعات داده شده چند مورد از عبارات داده شده قطعاً درست است؟

برای حفاظت کاتدی آهن می‌توان از فلز باریوم استفاده کرد، در حالی که امکان استفاده از نیکل برای این منظور وجود ندارد.

• واکنش $\text{Ni}(\text{s}) + \text{Ba}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Ba}(\text{s}) + \text{Ni}^{2+}(\text{aq})$ به‌طور خودبه‌خود در یک سلول گالوانی انجام می‌شود.

• قدرت اکسندگی Ba^{2+} از قدرت اکسندگی Ni^{2+} بیشتر است.

• در صورت اتصال یک جسم آهنی به یک قطعه نیکل، فلز نیکل دچار خوردگی خواهد شد.

• فلز نیکل با محلول یک مولار سولفوریک اسید واکنش نمی‌دهد.

۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳


۱۰۶- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

۱) در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، ماده‌ای که مولکول‌های قطبی دارد، از قسمت زیرین قطب منفی سلول خارج می‌شود.

۲) هنگام ایجاد خراش در سطح آهن سفید، همانند حلبی نیم‌واکنش کاهش $4\text{OH}^-(\text{aq}) \rightarrow \text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 4\text{e}^-$ در سطح آهن ایجاد می‌شود.

۳) نخستین واکنش شیمیایی در تهیه فلز منیزیم از آب دریا با افزودن ماده‌ای همراه است که رنگ کاغذ pH را سرخ می‌کند.

۴) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت کننده در واکنش ترمیت، $\frac{1}{4}$ مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت کننده در واکنش کلی سلول هال است.

مشابه سؤال‌هایی که با آیکن  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

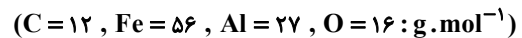
محل انجام محاسبات

۱۰۷- چند مورد از عبارتهای زیر در مورد فرایند هال نادرست است؟

- (آ) دو الکترون مورد استفاده در این فرایند دیوارهها و کف سلول قطب منفی را تشکیل می دهند.
 (ب) نیم واکنش آندی در سطح دیواره و کف سلول انجام می شود.
 (پ) گاز اکسیژن با آند واکنش داده و گاز CO_2 تولید می کند.
 (ت) برخلاف الکتروود آندی، الکتروود کاتدی در واکنش شرکت می کند.
 (ث) بازیافت فلز آلومینیم نسبت به این فرایند مقرون به صرفه تر است، زیرا نیاز به انرژی کمتری دارد.

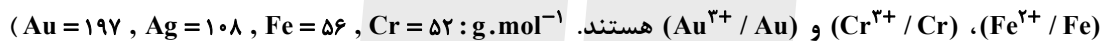
(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۰۸- برای تولید آلومینیم مورد نیاز فرایند ترمیت جهت مصرف 8 kg آهن (III) اکسید (با خلوص ۸۰٪)، حداقل چند تیغه ۱۰۰ گرمی گرافیت باید در فرایند هال مصرف شود؟ (پس از مصرف ۸۰٪ از جرم تیغه های گرافیتی باید تعویض شوند).



(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۰۹- لایه ای از ۴ فلز مختلف را در فرایند آبکاری بر روی گوی های مسی مشابه می پوشانیم. در آبکاری با کدام فلزها، به ترتیب از راست به چپ «به ازای مبادله شمار الکترون های برابر، جرم گوی مسی به میزان بیشتری تغییر می کند» و «به ازای تغییر جرم گوی مسی به میزان یکسان، شمار الکترون های بیشتری مبادله می شود»؟ (محلول های الکتروولیت مورد استفاده (Ag^+ / Ag) ،



(۱) Au - Ag (۲) Cr - Ag (۳) Ag - Cr (۴) Au - Fe

۱۱۰- در جدول زیر، نتیجه آزمایش واکنش برخی از فلزها با برخی از محلول ها ارائه شده است. چند مورد از عبارتهای زیر درست هستند؟

فلز \ محلول	Ca	Pd	Fe	Cu
$Pd(NO_3)_2$		انجام نمی شود		انجام می شود
$Fe(ClO_4)_2$	انجام می شود	انجام نمی شود	انجام می شود	
$Ca(ClO_4)_2$	انجام نمی شود	انجام نمی شود		انجام نمی شود
$Cu(NO_3)_2$	انجام می شود	انجام نمی شود	انجام می شود	انجام نمی شود

- اگر محلولی که شامل $Pd(NO_3)_2$ و $Cu(NO_3)_2$ است برکافت شود، ابتدا فلز Pd در کاتد رسوب خواهد کرد.
- امکان نگهداری محلول $Ca(ClO_4)_2$ در ظرف مسی وجود دارد در حالی که این امکان برای محلول $Fe(ClO_4)_2$ وجود ندارد.
- ولتاژ سلول گالوانی «Fe - Cu» کمتر از ولتاژ سلول گالوانی «Ca - Cu» می باشد.
- جهت حرکت الکترون ها در سلول گالوانی «Fe - Pd» در مدار بیرونی از الکتروود Fe به طرف الکتروود Pd است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم (تا انتهای خود را بیازمایید): صفحه‌های ۱ تا ۲۵

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

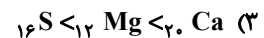
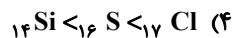
۱۱۱- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) گسترش فناوری به میزان دسترسی به مواد مناسب وابسته است.
 - ۲) همه مواد ساختگی همانند همه مواد طبیعی از کره زمین به دست می‌آیند.
 - ۳) میزان تولید یا مصرف نسبی فلزها از سال ۲۰۰۵ تا ۲۰۳۰ کمتر از سوخت‌های فسیلی است.
 - ۴) میوه‌هایی که می‌خورید فقط با کودهای پتاسیم، فسفر و منیزیم رشد کرده‌اند.
- ۱۱۲- با توجه به عناصر دوره سوم و پنج عنصر اول گروه چهاردهم جدول تناوبی کدام گزینه صحیح است؟
- ۱) نسبت تعداد عناصر گازی به عناصری که نماد تک حرفی دارند، برابر ۱ است.
 - ۲) در مجموع ۶ عنصر توانایی تشکیل کاتیون و ۳ عنصر توانایی تشکیل آنیون تک اتمی دارند.
 - ۳) عنصر چهارم گروه چهاردهم در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارد.
 - ۴) در میان این عناصر، پنج عنصر وجود دارد که در دما و فشار اتاق در اثر ضربه خرد می‌شوند.

۱۱۳- کدام یک از عبارتهای زیر در خصوص عناصر شیمیایی نشان داده شده در جدول زیر درست است؟ (نماد عناصرها فرضی است.)

گروه \ دوره	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
۳		A	M		E	X
۴	B			D	G	

- ۱) خاصیت فلزی عنصر G بیشتر از عناصر D و B است.
 - ۲) عنصر B سدیم است که فلزی نرم بوده و به سرعت در هوا کدر می‌شود.
 - ۳) در بین عنصرهای داده شده، عنصر X خاصیت نافلزی بیشتری نسبت به سایر عناصر دارد.
 - ۴) کمترین شعاع در بین عنصرهای داده شده به عنصر A تعلق دارد.
- ۱۱۴- در کدام گزینه مقایسه درستی در مورد شعاع اتمی عناصر صورت گرفته است؟



۱۱۵- چند مورد از عبارتهای زیر درست‌اند؟

- الف) آرایش الکترونی کاتیون فلز واسطه مورد استفاده در تلویزیون‌های رنگی به آرایش الکترونی گاز نجیب دوره قبل از خود می‌رسد.
- ب) امروزه استخراج طلا از سنگ معدن آن هماهنگ با توسعه پایدار است.
- پ) اغلب فلزات واسطه در طبیعت به شکل ترکیب‌های یونی یافت می‌شوند.
- ت) عنصری از جدول دوره‌ای که لایه سوم آن نیمه‌پر است در ترکیبات خود کاتیون با بار +۳ تشکیل می‌دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۱۶- چند مورد از مطالب زیر نادرست می باشد؟

- فلزات واسطه می توانند ترکیبات رنگی ایجاد کنند.
 - اگر آرایش یون E^{3+} به $3d^5$ ختم شود، آن گاه فرمول اکسید آن می تواند EO باشد. (نماد E فرضی است).
 - اتم اغلب فلزات واسطه مانند اغلب فلزات اصلی، با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می رسند.
 - مجموع $n+1$ الکترون های لایه ظرفیت نخستین فلز واسطه برابر ۱۵ است.
 - به دلیل رسانایی الکتریکی بالای فلز طلا، از آن در ساخت کلاه فضانوردان استفاده می شود.
- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۴ (۴) | ۱ (۳) | ۳ (۲) | ۲ (۱) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۱۷- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟ آزمون وی ای پی

- در واکنش $Fe_2O_3(s) + HCl(aq) \rightarrow X + H_2O(l)$ ، فرآورده X، یک رسوب زرد رنگ می باشد.
 - طلا، تنها فلزی است که به شکل کلوخهها یا رگه های زرد رنگ لابه لای خاک یافت می شود.
 - شرکت های فولاد جهان، از اولین عنصر نافلزی گروه ۱۴ جدول تناوبی برای استخراج آهن استفاده می شود.
 - واکنش $FeO(s) + Cu(s) \rightarrow Fe(s) + CuO(s)$ به طور خودبه خودی انجام نمی شود.
- | | | | |
|-------|-------|-------|---------|
| ۳ (۴) | ۲ (۳) | ۱ (۲) | صفر (۱) |
|-------|-------|-------|---------|

۱۱۸- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

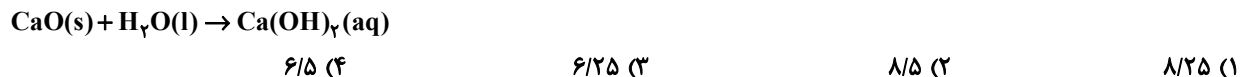
- (آ) برخی نافلزها مانند اکسیژن، نیتروژن، گوگرد، فسفر و ... به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند و وجود نمونه هایی از فلزهای نقره، مس و پلاتین نیز در طبیعت گزارش شده است.
- (ب) نخستین عنصر گروه ۸ جدول دوره های، فلزی است که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد.
- (پ) یکی از حوزه های پر کاربرد و اقتصادی علم شیمی، یافتن راه های گوناگون و مناسب برای استخراج و تولید عنصرها از طبیعت است.
- (ت) هر چه واکنش پذیری اتم های عنصری بیشتر باشد، در شرایط یکسان تمایل آن برای تبدیل شدن به ترکیب بیشتر است.
- (ث) در شرایط یکسان از فلزهای با نماد فرضی A، D، E، G و ۳۱، تمایل برای تبدیل شدن به کاتیون برای A، از بقیه بیشتر است.
- | | | | |
|-------|-------|-------|---------|
| ۱ (۴) | ۲ (۳) | ۳ (۲) | ب، پ، ت |
|-------|-------|-------|---------|

۱۱۹- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- چرخ های اقتصادی کشورها به تولید و مصرف مواد فلزی گره خورده است.
- آهن در طبیعت همواره به شکل اکسید یافت می شود.
- آزمایش تولید رسوب های هیدروکسید آهن، یکی از روش های تشخیص نوع یون آهن در سنگ معدن آن است.
- اگر فلز A نسبت به فلز B تمایل بیشتری به انجام واکنش داشته باشد، به طور قطع هیدروکسید فلز A کم محلول تر از هیدروکسید فلز B است.

۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)
-------	-------	-------	-------

۱۲۰- جرم یک لوله آزمایش حاوی مقداری کلسیم اکسید با خلوص ۵۰ درصد برابر ۵۰ گرم است. CaO طبق واکنش زیر با جذب آب به طور کامل به کلسیم هیدروکسید تبدیل می شود. اگر جرم لوله و کلسیم هیدروکسید تولید شده جمعاً ۳۵/۲۱ گرم باشد، جرم لوله آزمایش به تقریب چقدر بوده است؟ (ناخالصی ها در واکنش شرکت نمی کنند). ($H = 1, O = 16, Ca = 40 : g \cdot mol^{-1}$)



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کیهان زادگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۱ تا ۲۳

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- کدام مطلب درست است؟

- ۱) اولین ذرات به وجود آمده بعد از مهبانگ، هیدروژن و هلیوم هستند.
- ۲) آزمایش‌ها نشان دادند که عنصرها به صورت همگون در جهان هستی پراکنده شده‌اند.
- ۳) نوع و میزان فراوانی عنصرها در دو سیاره زمین و مشتری تقریباً شبیه یکدیگر است.
- ۴) درون ستاره‌ها در دماهای بالا از عناصر سبک‌تر، عناصر سنگین‌تر پدید می‌آیند.

۱۲۲- تعداد الکترون‌های دو ذره باردار X^+ و Y^- با یکدیگر برابر است و عدد جرمی X به اندازه ۴ واحد بیشتر از Y است. اختلاف شمار نوترون‌ها و اختلاف شمار پروتون‌های آن‌ها به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- ۱) ۲ و ۴ ۲) ۴ و ۲ ۳) ۲ و ۲ ۴) ۴ و ۴

۱۲۳- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

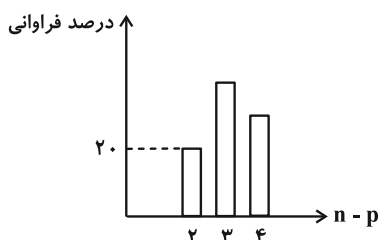
- به تقریب ۷۸ درصد از عناصر شناخته شده، در طبیعت یافت می‌شوند.
- تکنسیم نخستین عنصری است که در راکتورهای هسته‌ای ساخته شده است و یکی از ایزوتوپ‌های پایدار آن در تصویربرداری پزشکی کاربرد دارد.
- از تکنسیم (${}^{99}_{44}\text{Tc}$) برای تصویربرداری از غده تیروئید استفاده می‌شود، زیرا یون یدید با یون تکنسیم اندازه مشابه‌ای دارد و غده تیروئید هنگام جذب یون یدید، این یون را نیز جذب می‌کند.
- اورانیم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزا است و ایزوتوپ‌های آن به عنوان سوخت در راکتور اتمی استفاده می‌شوند.
- درصد فراوانی ایزوتوپی از اورانیم که به عنوان سوخت در راکتور اتمی استفاده نمی‌شود، در طبیعت حدود ۹۳٪ است.

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۴

۱۲۴- واکنش فلز اصلی X با اکسیژن به صورت $2X(s) + O_2(g) \rightarrow 2XO(s)$ می‌باشد. فرمول اکسید فلز هم‌گروه با X با نماد M کدام است و بین دو عنصر M و X در جدول دوره‌ای حداکثر چند عنصر می‌تواند قرار داشته باشد؟ (عناصر M و X در دو دوره متوالی قرار دارند).

- ۱) MO - ۳۱ ۲) MO_2 - ۳۲ ۳) MO - ۱۵ ۴) M_2O - ۱۶

۱۲۵- عنصر A دارای سه ایزوتوپ است. نمودار درصد فراوانی - تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌های ایزوتوپ‌های مختلف این عنصر به صورت ذیل است. در صورتی که جرم اتمی میانگین عنصر A برابر $59/17 \text{amu}$ باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ دارای بیشترین فراوانی کدام است؟ (عدد جرمی هرگونه را برابر با جرم اتمی آن فرض کنید).



- ۱) ۴۳ ۲) ۴۵ ۳) ۴۷ ۴) ۴۹

محل انجام محاسبات

۱۲۶- اولئوم اسیدی قوی است که تماس آن با پوست باعث سوختگی شدید می شود. ۵۳۴ میلی گرم از این اسید شامل $1/806 \times 10^{21}$ مولکول از آن است. کدام فرمول مولکولی را می توان به اولئوم نسبت داد؟ ($H=1, O=16, S=32: g \cdot mol^{-1}$)



۱۲۷- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در رنگین کمان، رنگ قرمز نسبت به سایر نورهای مرئی در فاصله دورتری نسبت به زمین قرار می گیرد.
- (۲) ویژگی های خورشید و دیگر اجرام آسمانی را نمی توان به طور مستقیم اندازه گیری کرد.
- (۳) دمای شعله آبی رنگ بیشتر از دمای شعله قرمز رنگ می باشد.
- (۴) نور سفید خورشید با عبور از قطره های آب موجود در هوا، پرتوهای گسسته با رنگ های متنوع ایجاد می کند.

۱۲۸- کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱) عدد جرمی فراوان ترین ایزوتوپ طبیعی منیزیم دو برابر عدد اتمی آن است.
- (۲) عنصری که جرم اتمی میانگین آن در جدول تناوبی گزارش نشده است، در ایران تولید می شود.
- (۳) شیمی دان ها به فرایندی که در آن یک ماده شیمیایی با جذب انرژی، از خود پرتوهای مغناطیسی گسیل می دارد، نشر می گویند.
- (۴) با استفاده از دوربین موبایل می توان برخی از تابش های نامرئی طیف الکترومغناطیس را مشاهده کرد.

۱۲۹- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) نور زرد لامپ هایی که شب هنگام، آزادراه ها، بزرگراه ها و خیابان ها را روشن می سازد، به دلیل وجود بخار سدیم در آن ها است.
 - (۲) شعله ترکیب های سدیم و لیتیم به ترتیب زرد و قرمز بوده و رنگ نشر شده از هر یک فقط باریکه بسیار کوتاهی از گستره طیف مرئی را در برمی گیرد.
 - (۳) شمار خطوط طیف نشری خطی عنصرهای لیتیم و هیدروژن در محدوده مرئی یکسان و از شمار خطوط طیف نشری خطی سدیم در این محدوده بیشتر است.
 - (۴) حتی عناصر یک گروه نیز لزوماً طیف نشری خطی یکسانی نداشته و مانند اثر انگشت های یک دست طیف نشری خطی هر عنصر منحصر به فرد است.
- ۱۳۰- با توجه به اطلاعات کتاب درسی و جدول زیر که رنگ شعله برخی از فلزها را نشان می دهد، کدام گزینه به یقین درست است؟

رنگ شعله	نماد شیمیایی گونه
سرخ آجری	$20Ca$
سبز	$29Cu^+$
طلایی	$26Fe$
آبی	$49In$
بنفش	$19K$
سفید درخشان	$12Mg$

- (۱) بین شماره گروه عنصرها و طول موج ناحیه ای از پرتوهای مرئی که رنگ شعله هر فلز غالباً در آن ظاهر می شود، رابطه مستقیم وجود دارد.
- (۲) انرژی شعله فلزهای هم گروه نزدیک به یکدیگر است. آزمون وی ای پی
- (۳) اگر شعله یک نمونه حاوی عنصر فلزی، آبی رنگ باشد، می توان در رابطه با نوع عنصر فلزی موجود در نمونه، اظهار نظر قطعی کرد.
- (۴) رنگ غالب شعله فلزهایی از گروه های مختلف می تواند در گستره طول موج پرتوهای طیف زرد رنگ باشد.



دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد
(دوره دوم)
۳۰ آذر

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، هادی زمانیان، حمید گنجی، فرزاد شیرمحمدلی، مهبد باقری، مرجان جهان‌بانی، آرمان احمدی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

استعداد تحلیلی

۳۰ دقیقه

- ۲۵۱- با حروف «ف ق» و با همهی حروف به هم ریخته ی کدام گزینه، واژه‌ای به معنای «پیروزی، مدد کردن بخت، فراهم شدن اسباب کار» ساخته می‌شود؟
- (۱) ت و ی
(۲) ا ت و
(۳) پ و ی
(۴) ا پ و
- ۲۵۲- با همهی حروف به هم ریخته ی «ا پ د ش ع ق م و ه ی» می‌توان دو واژه ساخت به معنای ...
- (۱) سانحه
(۲) تمديد
(۳) رابطه
(۴) تکذیب

* بر اساس متن زیر برگرفته از کتاب «درآمدی بر کشاکش غزالی و اسماعیلیان» به پنج پرسش بعدی پاسخ دهید.

حضور و ظهور شهاب‌الدین یحیی سهروردی و مکتب فلسفی‌اش، مشهور به «اشراق» را می‌توان واکنش شرقی عالم اسلام دانست نسبت به آراء خردستیز و اندیشه‌سوز امام محمد غزالی. البته این واکنش در برخی زمینه‌ها پیشینه‌ای دارد که به آراء عین‌القضات همدانی و ابوالبرکات بغدادی نیز راه می‌برد، در عین حال اکنون آشکار شده که امام محمد غزالی نظریه‌پرداز مشهور، مشروعیت‌بخش خلافت عباسی است و در ستیز با اصول مسلم فرض‌شده‌ی فلسفی نزد خردگرایان «گنوستیک» ایرانی اسلامی. بنابراین پُربیراه نخواهد بود اگر در آثار فلسفی سهروردی که در تقابل با آموزه‌های غزالی طرح می‌شوند، در جست‌وجوی آیین سیاسی ویژه‌ای نیز باشیم که بتوان صفت اشراقی را به آن اطلاق کرد و پر واضح است که تنها با بررسی نوشته‌های سهروردی در افق آیین‌های سیاسی جریان گنوستیسیسم ایرانی اسلامی است که این میسر خواهد شد.

آیین سیاسی اشراقی در واقع نظامی است ترکیبی که عناصر بنیادین آن از برخی انگاره‌های موجود در آموزه‌های سیاسی ایرانی و اسلامی و گنوستیک اخذ شده‌اند، انگاره‌هایی که عبارت باشند از:

۱. نظریه‌ی بنیاد نبوت در اسلام شرقی دجله‌ای، یعنی انکار نبوت اسرائیلی و تأکید بر اعلم ناس و انسان کامل بودن نماینده‌ی خدا در میان مردم.
۲. اعتقادات اسلامی در باب معجزات و کرامات انبیا و اولیا.
۳. باورهای باستانی ایرانی درباره‌ی فره‌ی پادشاهانی که صاحب نیرنگند، همانند فریدون و کیخسرو.
۴. سنت کهن ایرانی در باب وزیران و مشاوران خردمندی که حکمت خود را در خدمت پادشاهان قرار می‌دهند و بیشترشان جان خود را نیز بر سر همین خدمت به گسترش عدالت می‌نهند، وزیرانی چون بزرگمهر و مشاورانی چون ابن‌مقفع، که نمونه‌هایی درخور از اینان هستند.
۵. سنت اشراق هندو ایرانی مبنی بر این‌که به هر کس طلب علم کند و به حکمت متعالی دست یابد فره‌ی ایزدی داده خواهد شد.
۶. آموزه‌ی گنوستیک دوام فیض الهی مبنی بر تهی‌ندانستن عالم وجود از حجت خداوندی در مقام رئیس مدینه.
۷. باور به لزوم برخورداری رئیس مدینه از حکمت و عصمت یا همان فره‌ی ایزدی و غیرفاضله‌خواندن حکومت عاری از چنین حجتی و ناروا دانستن همکاری با چنین حکومتی.

این گونه است که درمی‌یابیم آیین سیاسی اشراقی یک‌سر از خود به وجود نیامده است، همچون هر آیین سیاسی دیگری. و ریشه‌های نظری آن را در متون فلسفه‌ی ایرانی و اسلامی می‌توان بازجست، به‌ویژه در متون مربوط به فلسفه‌ی سیاسی ایرانی اسلامی، آن گونه که در آثار فارابی طرح شده و نیز در کتاب‌هایی مانند کیمیای سعادت ابو‌حامد غزالی. به نظر برخی محققان سهروردی بی‌گمان کتاب‌هایی چون نصیحة‌الملوک غزالی، قابوس‌نامه‌ی وشمگیر و سیاست‌نامه‌ی خواجه نظام‌الملک که آیین پادشاهی ایران را نمونه دانسته، از سیاست و آداب ایشان یاد کرده و این‌گونه در بینش سیاسی سهروردی عمیقاً موثر افتاده‌اند، می‌شناخته‌است. چه آنجا که از مسئله مشروعیت برخی از پادشاهان کهن مانند فریدون و کیخسرو سخن می‌گوید، میان آرای او و نظریات اینان شباهت بسیار می‌یابیم.

۲۵۳- واژه‌ی «نیرنگ» طبق متن بالا ...

- (۱) به معنای «فریب مردم» و عامل دوری از خداست.
(۲) بار معنایی منفی ندارد.
(۳) به معنای «خیانت در قدرت» نزدیک است.
(۴) ویژه‌ی افرادی است که قدرت سیاسی ندارند.

۲۵۴- کدام عبارت از متن برمی آید؟

- (۱) پیروان آیین سیاسی سهروردی همچون پیروان آیین سیاسی غزالی علی‌رغم خلق‌الساعه بودن این نظریه‌ها، آن‌ها را شایسته‌ی تبعیت دانسته‌اند.
- (۲) گرایش سهروردی به خردگرایی گنوستیک ایرانی، بیش از غزالی و سازگاری غزالی با نوشته‌های عین‌القضات همدانی بیش از سهروردی است.
- (۳) تقابل اندیشه‌های فلسفی سهروردی با غزالی و نیز ورود غزالی به اندیشه‌های سیاسی، کشف و بررسی اندیشه‌های سیاسی سهروردی را ناگزیر می‌کند.
- (۴) ابوالبرکات بغدادی بیش از آن‌که الهام‌بخش سهروردی در اندیشه‌های فلسفی‌اش بوده باشد، الهام‌بخش غزالی بوده‌است در اندیشه‌های سیاسی‌اش.

۲۵۵- عبارت زیر، با چندمین انگاره‌ی پیشنهادی متن ارتباط بیشتری دارد؟

- «عجیب است که نوشته‌اند سلیمان در انتهای عمر به بت‌پرستی روی آورده بود. چه‌طور ممکن است پیامبری الهی با آن شأن، چنین کند؟ این ناقض اصول پیامبری است.»
- (۱) انگاره‌ی یک
- (۲) انگاره‌ی دو
- (۳) انگاره‌ی چهار
- (۴) انگاره‌ی پنج

۲۵۶- کدام روایت به انگاره‌ی شماره‌ی «۳» بیشتر مربوط است؟

- (۱) فریدون که بر تخت نشست، جهان زیر و زبر شد. آیین زشتی و پلیدی که برترین جایگاه‌ها را به خود گرفته بود، دوباره پست شد و آیین فرزندان دوباره بر صدر نشست.
- (۲) فریدون سه پسر داشت و هر سه را به یمن فرستاد تا سه دختر پادشاه یمن را برای خود به همسری بگیرند. با مخالفت پادشاه یمن، کار برای فرزندان سخت شد، ولی پادشاه یمن در نهایت تسلیم شد.
- (۳) پس آن‌گاه که سه فرزندش از سفر یمن بازگشتند، خود را به شمایل اژدهایی درآورد و برابر ایشان ایستاد، اما هر سه پسر از آتش سوزان دهان او گریختند. پس او شاد گشت که فرزندان، باهوشند و پرتوان.
- (۴) فریدون جهانش را سه بخش کرد. شرق را به یکی داد و غرب را به یکی و میانه را که خوشترین سرزمین‌ها بود، به کوچکترین فرزندش «ایرج» داد. این سرزمین، «ایران» نامیده شد.

۲۵۷- کدام انگاره با عبارت «الْحُجَّةُ قَبْلَ الْخَلْقِ وَ مَعَ الْخَلْقِ وَ بَعْدَ الْخَلْقِ» ارتباط معنایی بیشتری دارد؟

- (۱) انگاره‌ی چهار
- (۲) انگاره‌ی پنج
- (۳) انگاره‌ی شش
- (۴) انگاره‌ی هفت

* پرنیان، ترمه، پرستو و یکتا در یک کافه هر کدام در یک سمت یک میز مربعی نشسته‌اند. هر کدام از این افراد لباسی به یکی از رنگ‌های «قرمز، سبز، آبی و زرد» بر تن کرده و یکی از بین «شیرینی، چای، بستنی و قهوه» سفارش داده‌اند. در این باره، تنها می‌دانیم آنان که حرف نخست نامشان یکی است، روبه‌روی یکدیگر نشسته‌اند و آنان که چای و قهوه سفارش داده‌اند کنار همند. همچنین می‌دانیم یکتاست که قرمز پوشیده است. بر این اساس به دو سؤال بعدی پاسخ دهید.

۲۵۸- اگر بدانیم کسی که زرد پوشیده است، بستنی سفارش داده و روبه‌روی کسی است که سبز پوشیده است، قطعاً می‌توانیم بگوییم ...

(۱) پرنیان بستنی سفارش داده است. (۲) ترمه آبی پوشیده است.

(۳) پرنیان بستنی سفارش نداده است. (۴) ترمه آبی پوشیده است.

۲۵۹- اگر شخصی که سبز پوشیده، قهوه سفارش داده و بین دو شخصی نشسته باشد که آبی و زرد پوشیده‌اند، یکتا قطعاً ...

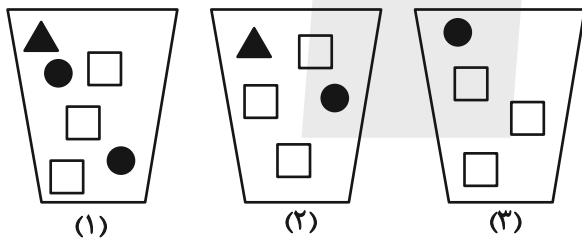
(۱) بستنی سفارش داده است. (۲) بستنی سفارش نداده است.

(۳) چای سفارش داده است. (۴) چای سفارش نداده است.

۲۶۰- سه ظرف با تعدادی مهره متفاوت به شکل زیر داریم، باید با چشم بسته ابتدا یک مهره از ظرف ۱، سپس یک مهره از ظرف ۲ و بعد یک مهره از

ظرف ۳ برداریم و بعد مجازیم دوباره از ظرف ۱ این کار را تکرار کنیم. حداقل چند مهره از ظرف‌ها خارج کنیم تا مطمئن شویم حداقل دو مربع

سفید یکسان متوالی خارج کرده‌ایم؟



(۱) ۹

(۲) ۱۱

(۳) ۱۲

(۴) ۱۴

* در ۶۰۰ لیتر محلول، نسبت ماده «الف» به ماده «ب» سه به پنج و نسبت ماده «ج» به ماده «د»، چهار به پنج است و نسبت ماده «الف» به ماده

«ج» برابر یک است. بر این اساس به دو سؤال بعدی پاسخ دهید.

۲۶۱- حدوداً چند لیتر ماده «الف» در محلول هست؟

(۲) ۱۱۲

(۱) ۱۰۲

(۴) ۱۳۲

(۳) ۱۲۲

۲۶۲- چند لیتر ماده «د» را به محلول اضافه کنیم که نیمی از محلول از این ماده باشد؟

(۲) ۲۹۶

(۱) ۲۱۷

(۴) ۳۱۹

(۳) ۳۱۷

۲۶۳- عدد سن پدربزرگی سه سال پیش بیست و سه برابر سن نوه بزرگش بود و سه سال بعد پانزده برابر سن نوه کوچکش خواهد شد. اگر بدانیم سن نوه

بزرگتر اکنون سه برابر سن نوه کوچکتر است. اختلاف سنی این دو نوه چند سال است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲۶۴- اگر ۸ کارگر هر کدام با ۶ ساعت کار مجموعاً $\frac{1}{4}$ کار را انجام داده باشند، ۱۲ کارگر هر کدام با چند ساعت کار مجموعاً $\frac{3}{4}$ باقی مانده کار را انجام

می دهند؟ کارگرها یکسانند.

۱۰ (۲)

۸ (۱)

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

۲۶۵- در جدول زیر، کدام گزینه را باید به جای دو علامت سؤال (?) قرار داد؟

۷	۹	۷	۲
۴	۸	۴	۰
۵	۷	۴	۲
۷	۶	?	?

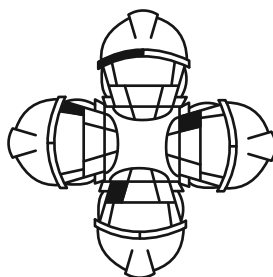
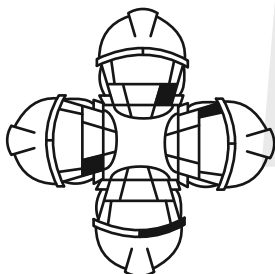
۶ ۹ (۲)

۴ ۴ (۱)

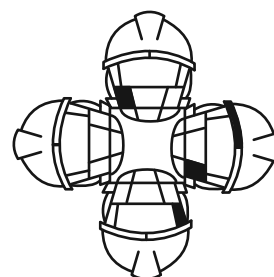
۷ ۰ (۴)

۴ ۸ (۳)

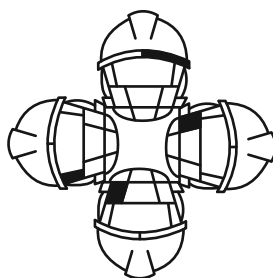
۲۶۶- کدام شکل از دوران شکل زیر به دست می آید؟



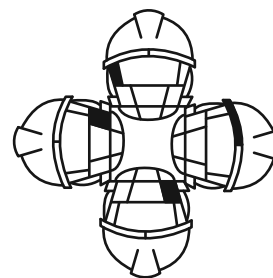
(۲)



(۱)

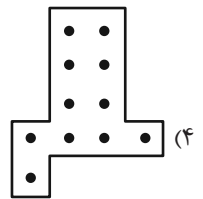
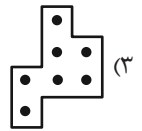
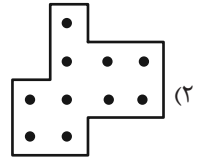
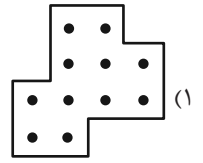
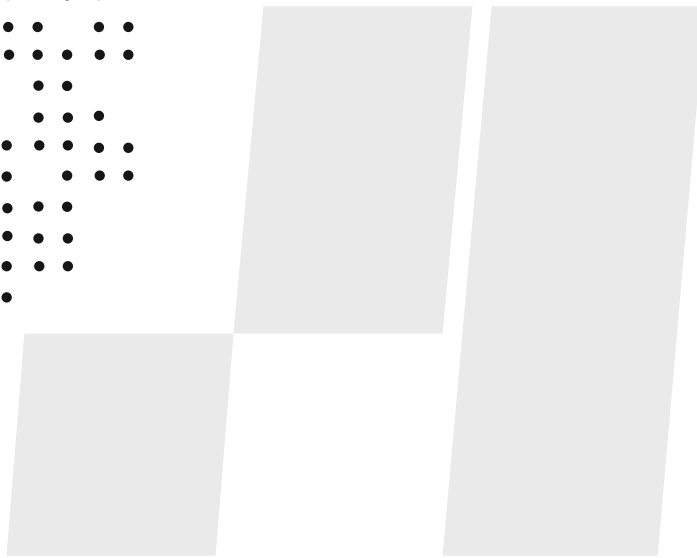
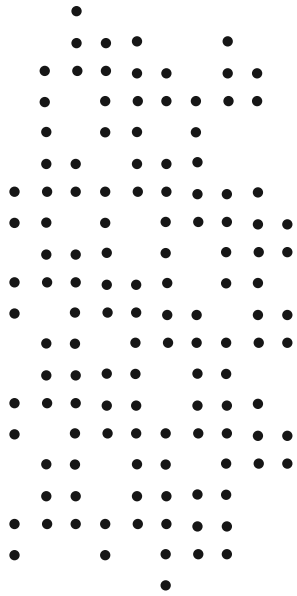


(۴)

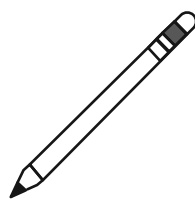
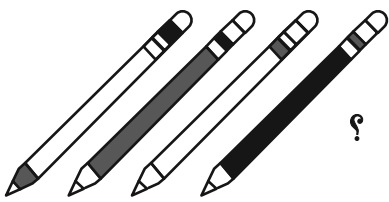


(۳)

۲۶۷- شکل زیر بدون تغییر یا دوران از تکرار کدام گزینه درست شده است؟

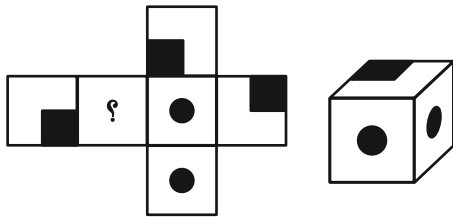


۲۶۸- شکل جایگزین علامت سؤال الگوی زیر کدام است؟



۲۶۹- شکل گسترده‌ای به صورت زیر داشتیم که یکی از وجه‌های آن معلوم نبود. از این شکل گسترده مکعبی به شکل زیر ساختیم. درباره

وجه نامعلوم شکل گسترده چه می‌توان گفت؟ دقت کنید پشت برگه کاملاً سفید است.



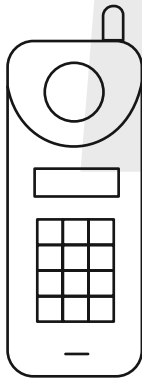
(۱) حتماً شکل  بوده است.

(۲) حتماً به شکل  بوده است.

(۳) یا به شکل  بوده است و یا به شکل .

(۴) به هر شکلی ممکن است بوده باشد.

۲۷۰- شکل زیر از چند مستطیل تشکیل شده است؟



(۱) ۵۸

(۲) ۵۹

(۳) ۶۰

(۴) ۶۱

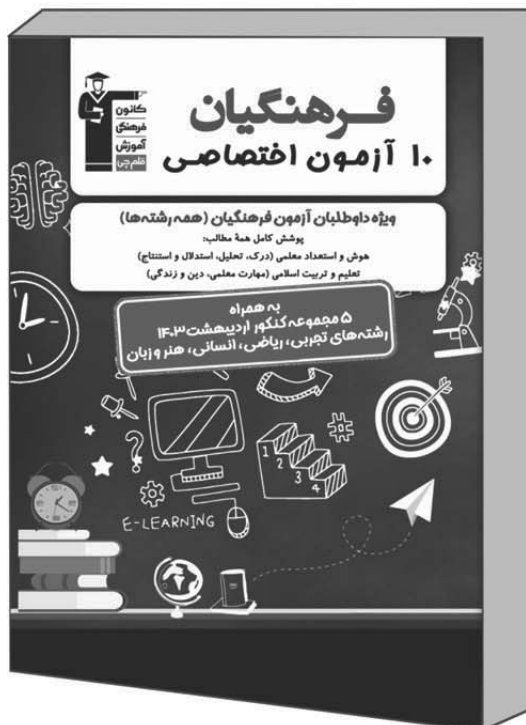
کتاب استعداد تحلیلی
هوش غیر کلامی



کتاب استعداد تحلیلی
هوش کلامی



کتاب فرهنگیان
۱۰ آزمون اختصاصی





آزمون ۳۰ آذر ۱۴۰۳ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-داود بوالحسنی-سینا خیرخواه-محمد رضا راسخ-محمد زنگنه-مهسان گودرزی-مهدی ملارمضانی نیما مهندس-جهانبخش نیکنام
هندسه	امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-علی ایمانی-فاطمه برزویی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-کیوان دارابی علیرضا شریف خطیبی-هومن عقیلی-مهرداد ملوندی-نیما مهندس
ریاضیات گسسته	علی ایمانی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-علیرضا شریف خطیبی-نیلوفر مهدوی نیما مهندس
فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محسن سلامی وند معصومه شریعت ناصری-مهدی شریفی-محمد مقدم-محمد کاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری-مجتبی نکوئیان
شیمی	علیرضا بیانی-محمد رضا پورچاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی پیمان خواجوی مجد-حمید ذبحی-یاسر راش-پویا رستگاری-محمد رضا طاهری نژاد-محمد عظیمیان زواره-محسن مجنون

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدرضا اسلامی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب مهدی ملارمضانی محمد خندان	امیر حسین ابومحبوب امیر محمد کریمی محمد خندان	امیر حسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی محمد خندان	حسین بصیر بهنام شاهنی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم احسان پنجه شاهی آرش ظریف
ویراستاری رتبه های برتر	سیدماهد عبیدی	امیر حسین ملازینل	امیر حسین ملازینل	سینا صالحی ماهان فرهنگدفر	امیر حسین ملازینل ماهان فرهنگدفر آرمان قنوتی
بازنویسی آزمون	محمد رضا راسخ	امیر حسین ملازینل	امیر حسین ملازینل	-----	-----
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی زاهد				

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲

گزینه ۱

با توجه به نمودار تابع داریم:

(ممد رضا، اسبخ)

$$\begin{cases} [\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)] = [-1] = -1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = [2^-] = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow [\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)] - \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = -1 - 1 = -2$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه ۳

(کلاطم اهلالی)

توجه کنید که $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \tan x = -\infty$ ، بنابراین اگر فرض کنیم $x = \tan t$ ، آن گاه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{2 \tan x - |\tan x|}{\tan x - 2} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{2t - |t|}{t - 2} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{2t + t}{t} = 3$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه ۲

(کلاطم اهلالی)

ابتدا توجه کنید که:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x|x| - 2}{1 - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x = -\infty$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ f)(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$$

$$= \lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t|t| - 2}{1 - t} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{-t^2 - 2}{1 - t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{-t^2}{-t} = \lim_{t \rightarrow -\infty} t = -\infty$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه ۴

(کلاطم اهلالی)

فرض کنید $y = b$ مجانب افقی نمودار تابع f در $+\infty$ باشد، در نتیجه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x - 2) = b, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(2x) = b$$

بنابراین طبق فرض داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3f(x-2)}{f(2x)+2} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{3 \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x-2)}{\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(2x)+2)} = 2 \Rightarrow \frac{3b}{b+2} = 2$$

$$\Rightarrow 3b = 2b + 4 \Rightarrow b = 4$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه ۳

(سیدرضا اسلامی)

با توجه به توضیحات فرض باید داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|-3x^3| + 2x + 1}{-2x^2 + x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|-3x^3|}{-2x^2} \quad (1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^3}{-2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{2}x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|3x^3| + 2x + 1}{-2x^2 + x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|3x^3|}{-2x^2} \quad (2)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^3}{-2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{2}x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 2x + 1}{|-2x| + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2}{|-2x|} \quad (3)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2}{-2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{3}{2}x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^2 + 2x + 1}{-2x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^2}{-2x} \quad (4)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{2}x = -\infty$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه ۱

(راور بوالسنی)

مجانب افقی تابع عبارتست از:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + ax + 3}{x^2 + 4x + 1} = 2 \Rightarrow y = 2$$

برای بررسی وضعیت نمودار تابع اطراف مجانب افقی، تابع $g(x)$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$g(x) = \frac{2x^2 + ax + 3}{x^2 + 4x + 1} - 2 = \frac{(a-8)x + 1}{x^2 + 4x + 1}$$

به ازای $a = 8$ داریم $g(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 1}$ که به ازای $x \rightarrow \pm\infty$

نمودار تابع بالای مجانب افقی قرار دارد، که قابل قبول نیست.

به ازای $(a-8) < 0$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(a-8)x}{x^2} = 0$$

$$\begin{cases} x \rightarrow +\infty : g(x) = \frac{(a-8)x + 1}{x^2 + 4x + 1} < 0 \\ x \rightarrow -\infty : g(x) = \frac{(a-8)x + 1}{x^2 + 4x + 1} > 0 \end{cases}$$

(سینا فیرفواه)

۹- گزینه «۲»

برای این که تابع f دارای مجانب افقی باشد، باید $a = 0$ باشد، که در این صورت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 4x + 1}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

فاصله نمودار تابع از مجانب افقی برابر است با:

$$|f(x) - y| = \left| \frac{x^2 - 4x + 1}{x^2 + 1} - 1 \right| = \left| \frac{x^2 - 4x + 1 - x^2 - 1}{x^2 + 1} \right|$$

$$= \left| \frac{-4x}{x^2 + 1} \right| \xrightarrow[\text{تقسیم بر } x]{\text{صورت و مخرج}} \left| \frac{-4}{x + \frac{1}{x}} \right| = \frac{4}{\left| x + \frac{1}{x} \right|}$$

مخرج کسر همواره مثبت است، لذا برای این که بیشترین مقدار فاصله را محاسبه کنیم باید مخرج کسر، کمترین مقدار خود را داشته باشد:

$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \quad \text{یا} \quad x + \frac{1}{x} \leq -2 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2$$

$$\Rightarrow \max\left\{ \frac{4}{\left| x + \frac{1}{x} \right|} \right\} = \frac{4}{2} = 2$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

(جهانش نیکنام)

۱۰- گزینه «۲»

با توجه به نمودار تابع، در $x = 0$ ، مجانب افقی تابع با نمودار تابع برخورد دارد:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{1}{b} \\ f(0) = \frac{9b+2}{\frac{5}{3}} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{9b+2}{\frac{5}{3}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 27b^2 + 6b - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{3} & (*) \\ b = -\frac{5}{9} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

از طرفی نمودار تابع f بر محور x ها (بخش مثبت) مماس است، پس معادله $f(x) = 0$ دارای ریشه مضاعف مثبت است:

$$x^2 + ax + 9b + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} a^2 - 4(9b+2) = 0$$

$$\xrightarrow{(*)} a^2 - 20 = 0 \Rightarrow a^2 = 20 \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} & \text{غ ق ق} \\ a = -\sqrt{20} = -2\sqrt{5} \end{cases}$$

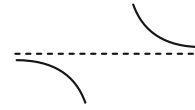
توجه:

(۱) مجانب افقی $y = \frac{1}{b}$ بالای محور x ها قرار دارد، پس $b > 0$.

(۲) چون $f(x) = 0$ ریشه مضاعف مثبت دارد، پس $a < 0$.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

در نتیجه $a < 8$ و هفت مقدار طبیعی برای عدد a قابل قبول است. تذکر: به ازای $a > 8$ نمودار تابع اطراف مجانب افقی خود به صورت زیر می‌شود:



(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۷- گزینه «۳»

(جهانباش نیکنام)

با توجه به ضابطه‌های توابع f و g داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(g(x)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{2x+3}{x+1}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{2(x+1)}{x+1} + \frac{1}{x+1}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(2 + \frac{1}{x+1}\right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - 3x + 2|}{x + [-x]} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-1)(x-2)}{x-2} = -1$$

توجه: عبارت $2 + \frac{1}{x+1}$ به ازای $x \rightarrow -\infty$ ، با مقادیر کمتر از ۲ به عدد ۲ نزدیک می‌شود.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۴)

۸- گزینه «۳»

(مهمرضا اسخ)

وارون یک تابع خطی صعودی، صعودی و وارون یک تابع خطی نزولی، نزولی است. همچنین ترکیب دو تابع خطی که یکی صعودی و یکی نزولی است، یک تابع خطی نزولی است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$f \circ g^{-1}(x) = ax + b \Rightarrow (f \circ g^{-1})^{-1}(x) = \frac{x}{a} - \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow g \circ f^{-1}(x) = \frac{x}{a} - \frac{b}{a}, \quad a < 0$$

حال با توجه به $a < 0$ و حد داده شده، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f \circ g^{-1}(x)|}{g \circ f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|ax|}{\frac{x}{a}} = \frac{a}{\frac{1}{a}} = a^2$$

$$\Rightarrow a^2 = 4 \xrightarrow{a < 0} a = -2$$

در نتیجه ضابطه توابع $f \circ g^{-1}$ و $g \circ f^{-1}$ به صورت زیر است:

$$\begin{cases} f \circ g^{-1}(x) = -2x + b \\ g \circ f^{-1}(x) = -\frac{x}{2} + \frac{b}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f \circ g^{-1}(2) - 2g \circ f^{-1}(1) = -4 + b - 2\left(-\frac{1}{2} + \frac{b}{2}\right)$$

$$= -4 + b + 1 - b = -3$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۴)

ریاضی پایه

گزینه «۳» ۱۱-

(مصدر زنگنه)

با توجه به نمودار، نقطه A، نقطه سمت چپ برخورد نمودار تابع با محور x ها است:

$$2x^2 + 5x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-5 - 7}{4} = -3 \\ x = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

(مسایان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه «۴» ۱۲-

(مصدر رضا اسخ)

جواب هر معادله در خود معادله صدق می‌کند، بنابراین داریم:

$$-4 + \sqrt{a+2} = 2 \rightarrow \text{توان } 2 - 8 + 16 = +2$$

$$\Rightarrow a^2 - 9a + 14 = 0 \Rightarrow (a-2)(a-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=7 \\ a=2 \end{cases}$$

$a=2$ در معادله صدق نمی‌کند، بنابراین مقدار a برابر ۷ می‌باشد.

(مسایان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

گزینه «۲» ۱۳-

(موردی ملارمضانی)

معادله داده شده را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\frac{5x+5+2x}{x+1} + \frac{x+1}{4x} = \frac{13}{2} \Rightarrow \frac{5(x+1)}{x+1} + \frac{2x}{x+1} + \frac{x+1}{4x} = \frac{13}{2}$$

$$\frac{2x}{x+1} = t \rightarrow 5 + t + \frac{1}{2t} = \frac{13}{2}$$

$$\rightarrow 2t^2 - 3t + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{2x}{x+1} = 1 \Rightarrow x = 1 \\ t = \frac{2x}{x+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

معکوس جواب‌های معادله فوق برابر ۱ و ۳ می‌باشند، بنابراین:

$$\begin{cases} S = 4 \\ P = 3 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

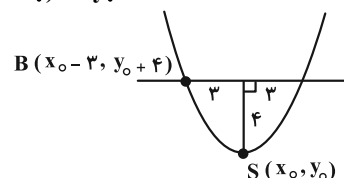
(مسایان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹ و ۱۷ تا ۱۹)

گزینه «۳» ۱۴-

(سیدرضا اسلامی)

برای به دست آوردن a ، ضابطه تابع را به صورت استاندارد می‌نویسیم که در آن $S(x_0, y_0)$ نقطه رأس سهمی است:

$$f(x) = a(x-x_0)^2 + y_0$$



مختصات نقطه B را در تابع جای گذاری می‌کنیم:

$$y_0 + 4 = a(x_0 - 3 - x_0)^2 + y_0 \Rightarrow 4 = 9a \Rightarrow a = \frac{4}{9}$$

بنابراین $f(x) = \frac{4}{9}x^2 + 5x - 7$ و در نتیجه داریم:

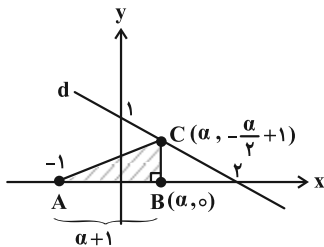
$$f(9a-1) = f(4-1) = f(3) = 4 + 15 - 7 = 12$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

گزینه «۲» ۱۵-

(مصدر رضا اسخ)

ابتدا معادله خط d را به کمک نقاط $(2, 0)$ و $(0, 1)$ می‌نویسیم:



$$d: y - 1 = \frac{1-0}{0-1}(x-0) \Rightarrow d: y = -\frac{1}{2}x + 1$$

اگر فرض کنیم مختصات رأس B به صورت $(\alpha, 0)$ باشد، آن‌گاه چون B و C در یک راستا قرار دارند و C روی خط d واقع است، پس

مختصات رأس C به صورت $(\alpha, -\frac{\alpha}{2} + 1)$ می‌باشد و مساحت مثلث

ABC از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$S_{ABC} = \frac{(\alpha+1)(-\frac{\alpha}{2} + 1)}{2} = -\frac{\alpha^2}{4} + \frac{\alpha}{4} + \frac{1}{2}$$

چون مساحت مثلث نسبت به α یک تابع درجه دوم است، برای محاسبه،

$$\alpha_S = -\frac{\frac{1}{4}}{2(-\frac{1}{2})} = \frac{1}{2} \text{ بیشترین مقدار مساحت مثلث ABC داریم}$$

$$\max(S_{ABC}) = -\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{-1+2+8}{16} = \frac{9}{16}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

گزینه «۲» ۱۶-

(نیمیا معنرس)

با توجه به این که $(g-f)(x)$ یک تابع خطی است، بنابراین ضریب x^2 در ضابطه سهمی‌های f و g یکسان است.

$$\begin{cases} f(x) = a(x-3)^2 - 8 \\ g(x) = a(x+3)(x-1) - k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} g(0) - f(0) = 1 \\ (-3a - k) - (9a - 8) = 1 \Rightarrow -12a - k = -7 \\ \Rightarrow k = 7 - 12a \end{cases} (*)$$

همچنین از نمودار $g-f$ داریم:

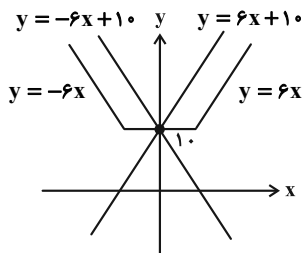
$$g(-\frac{1}{4}) = f(-\frac{1}{4}) \Rightarrow a(\frac{11}{4})(-\frac{5}{4}) - k = \frac{169}{16}a - 8$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{-55}{16}a + 12a - 7 = \frac{169}{16}a - 8 \Rightarrow 2a = 1$$

(میانپیش نیکنام)

۱۹- گزینه «۲»

با توجه به نمودار تابع $y = |3x+5| + |3x-5|$ در شکل زیر داریم:



خط $y = mx + 10$ ، محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۱۰ قطع می‌کند و برای این که معادله دو جواب داشته باشد باید شیب خط، کوچک‌تر از ۶ و بیشتر از -۶ بوده و مخالف صفر باشد:

$$m \in (-6, 6) - \{0\}$$

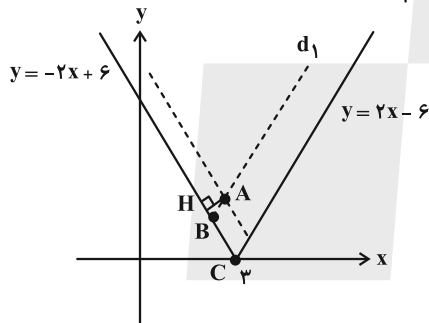
$$\Rightarrow m = -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5$$

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

(راور بوالسنی)

۲۰- گزینه «۲»

با توجه به شکل زیر، برای محاسبه مساحت متوازی‌الاضلاع نیاز به $|AH|$ و $|BC|$ داریم:



اندازه AH برابر با فاصله نقطه $A(2, 3)$ از خط $y + 2x - 6 = 0$ است:

$$|AH| = \frac{|3 + 4 - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

خط d_1 موازی خط $y = 2x - 6$ است، پس:

$$d_1: y = 2x + b \xrightarrow{(2, 3)} 3 = 4 + b \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow d_1: y = 2x - 1$$

مختصات نقطه B همان نقطه تلاقی دو خط $y = 2x - 1$ و $y = -2x + 6$ است.

$$-2x + 6 = 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{7}{4}, y = \frac{5}{2} \Rightarrow B\left(\frac{7}{4}, \frac{5}{2}\right)$$

$$|BC| = \sqrt{\left(3 - \frac{7}{4}\right)^2 + \left(0 - \frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{16} + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{125}{16}} = \frac{5\sqrt{5}}{4}$$

$$\Rightarrow S: \text{مساحت متوازی‌الاضلاع} = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{5\sqrt{5}}{4} = \frac{5}{4} = 1/25$$

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱، ۳۳ و ۳۴)

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2} \xrightarrow{k=7-12a} k = 1$$

بنابراین ضابطه تابع درجه دوم $g(x)$ به صورت زیر است:

$$g(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x-1) - 1 = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{5}{2}$$

صفرهای سهمی g به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$g(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS$$

$$= (-2)^3 - 3(-5)(-2) = -8 - 30 = -38$$

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

(سیدرضا اسلامی)

۱۷- گزینه «۱»

فرض می‌کنیم زهرا و سارا به تنهایی کار را به ترتیب در m و n روز تمام

کنند. بنابراین در هر روز زهرا $\frac{1}{m}$ کار و سارا $\frac{1}{n}$ کار را انجام می‌دهد و با

توجه به فرضیات مسئله داریم:

$$\begin{cases} 2\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right) + \frac{6}{n} = 1 \\ 6\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right) + \frac{3}{m} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{m} + \frac{8}{n} = 1 \\ \frac{9}{m} + \frac{6}{n} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{m} + \frac{8}{n} = \frac{9}{m} + \frac{6}{n} \Rightarrow \frac{2}{n} = \frac{7}{m} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{7}{2} = 3/5$$

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹ و ۲۲)

(موسان کوردزی)

۱۸- گزینه «۳»

با توجه به این که $P(3)$ تعریف نشده است. بنابراین $x = 3$ ریشه مخرج است:

$$2x^2 - b = 0 \Rightarrow b = 6$$

حال ریشه‌های عبارت $x - 2\sqrt{x} - 3$ را محاسبه می‌کنیم:

$$-2\sqrt{x} - 3 = 0 \Rightarrow \sqrt{-3} \sqrt{x} + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9 \\ \sqrt{x} = -1 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

با توجه به این که عبارت $P(x)$ فقط در اطراف $x = 3$ تغییر علامت داده

است، باید $x = 9$ ریشه عبارت $ax + 3$ نیز باشد تا در اطراف $x = 9$

تغییر علامت نداشته باشیم (چرا؟)، پس:

$$a(9) + 3 = 0 \Rightarrow 9a = -3 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$b - 3a = 6 - (-1) = 7$$

در نتیجه داریم:

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

هندسه ۳

گزینه «۲» - ۲۱

(اسحاق اسفندیار)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0 \\ y - x - 1 = 0 \Rightarrow y = x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + (x+1)^2 - 2x - 4(x+1) + 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0$$

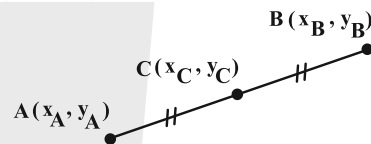
اگر $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ مختصات نقاط برخورد خط و دایره

باشند، داریم:

$$S = x_A + x_B = -\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$$

حال طبق شکل زیر می‌توانیم بگوییم:

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2}{2} = 1$$



(هندسه ۳ - صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

گزینه «۲» - ۲۲

(اسحاق اسفندیار)

معادله داده شده، زمانی می‌تواند معادله دایره باشد که ضرایب x^2 و y^2 با هم برابر باشند.

$$1 = a^2 - 8 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$$

همچنین می‌دانیم دایره‌ای به معادله ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ وجود دارد اگر شرط $a^2 + b^2 - 4c > 0$ برقرار باشد.

به ازای $a = 3$ معادله صورت سؤال، معادله دایره نیست، زیرا:

$$a = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y + 15 = 0$$

$$\Rightarrow 4 + 16 - 4 \times 15 < 0 \quad (\text{غ ق ق})$$

ولی به ازای $a = -3$ داریم:

$$a = -3 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 15 = 0$$

$$\Rightarrow \text{شعاع دایره: } r = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 + 60} = \frac{1}{2} \sqrt{80} = 2\sqrt{5}$$

(هندسه ۳ - صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

گزینه «۴» - ۲۳

(اخشین فاضله‌فان)

چون شعاع هر دو دایره برابر ۲ است، لذا:

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{(2-a)^2 + a^2} - 4 = 2 \Rightarrow \sqrt{2a^2 - 4a} = 4$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 4a = 16 \Rightarrow a^2 - 2a - 8 = 0$$

$$\Rightarrow (a-4)(a+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \Rightarrow O(1, -2) \\ a = -2 \Rightarrow O'(-2, 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow OO' = \sqrt{(-2-1)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$$

(هندسه ۳ - صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

گزینه «۴» - ۲۴

(سیرمهر رضا حسینی فر)

مطابق شکل زیر مرکز دایره به صورت $O(2, \beta)$ و طول شعاع دایره برابر

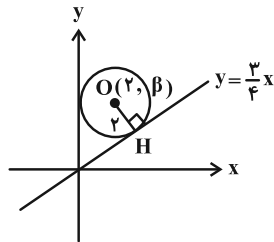
فاصله مرکز آن تا خط $y = \frac{3}{4}x$ می‌باشد. بنابراین:

$$y = \frac{3}{4}x \Rightarrow 3x - 4y = 0$$

$$OH = \frac{|6 - 4\beta|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2$$

$$\Rightarrow |6 - 4\beta| = 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = -1 \\ \beta = 4 \end{cases} \Rightarrow O(2, 4)$$



(هندسه ۳ - صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

گزینه «۱» - ۲۵

(علی ایمانی)

معادله ضمنی دایره $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ تنها در صورتی بیانگر یک نقطه خواهد بود که شعاع دایره برابر صفر باشد:

$$r = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} - \frac{c}{2} = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 - 4c = 0$$

بنابراین برای معادله ضمنی دایره داده شده می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow (m-1)^2 + m^2 - 4(2m) = 0 \Rightarrow 2m^2 - 10m + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta > 0} S = m_1 + m_2 = \frac{-b}{a} = \frac{10}{2} = 5$$

(هندسه ۳ - صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

گزینه «۲» - ۲۶

(علی ایمانی)

ابتدا مختصات مرکز و طول شعاع دو دایره را به دست می‌آوریم:

$$x^2 + (y-1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} O(0, 1) \\ r = 2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + 2mx = 0 \Rightarrow \begin{cases} O'(-m, 0) \\ r' = \frac{1}{2} \sqrt{4m^2} = |m| \end{cases}$$

طول خط‌المركزین دو دایره برابر است با:

$$OO' = \sqrt{(-m-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{m^2 + 1}$$

چون دو دایره فقط یک نقطه مشترک دارند، پس مماس داخل یا مماس خارج هستند. به بررسی هر دو حالت می‌پردازیم:

$$1) \text{ مماس خارج} \Rightarrow OO' = r + r' \Rightarrow \sqrt{m^2 + 1} = |m| + 2$$

$$\Rightarrow m^2 + 1 = m^2 + 4|m| + 4 \Rightarrow 4|m| = -3 \quad \text{غ ق ق}$$

$$2) \text{ مماس داخل} \Rightarrow OO' = |r - r'| \Rightarrow \sqrt{m^2 + 1} = ||m| - 2|$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} m^2 + 1 = m^2 - 4|m| + 4$$

$$\Rightarrow 4|m| = 3 \Rightarrow |m| = \frac{3}{4} \Rightarrow m = \pm \frac{3}{4}$$

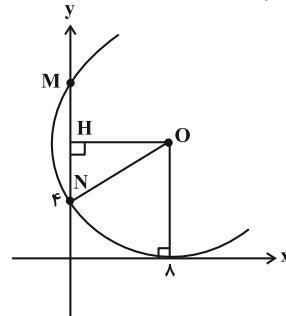
بنابراین حاصل ضرب مقادیر قابل قبول برای m برابر $\frac{3}{4} \times (-\frac{3}{4}) = -\frac{9}{16}$ می‌باشد.

(هندسه ۳ - صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

گزینه ۳» ۲۷

(علیرضا شریف‌قطیبی)

دایره بر محور طول‌ها در نقطه $(\lambda, 0)$ مماس است پس مختصات مرکز آن به شکل $O(\lambda, \beta)$ است. فاصله مرکز دایره از نقاط $(0, 4)$ و $(\lambda, 0)$ یکسان است، پس داریم:



$$\sqrt{(\lambda-0)^2 + (\beta-4)^2} = \sqrt{(\lambda-\lambda)^2 + (\beta-0)^2}$$

$$\Rightarrow 64 + \beta^2 - 8\beta + 16 = \beta^2 \Rightarrow 8\beta = 80 \Rightarrow \beta = 10$$

مرکز دایره: $O(\lambda, 10)$
شعاع دایره: $R = |\beta| = 10$

$$\Rightarrow \text{معادله دایره: } (x-\lambda)^2 + (y-10)^2 = 100$$

حال عرض نقاط برخورد دایره با محور y ها و طول وتر ایجاد شده را به دست می‌آوریم:

$$x=0 \Rightarrow 64 + (y-10)^2 = 100$$

$$\Rightarrow |y-10| = 6 \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ y = 16 \end{cases} \Rightarrow \text{طول وتر } MN = |16-4| = 12$$

روش دوم: عمود OH را رسم می‌کنیم:

$$\begin{cases} OH = \lambda \\ ON = R = 10 \end{cases}$$

$$HN = \sqrt{ON^2 - OH^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$$

$$\Rightarrow MN = 2NH = 12$$

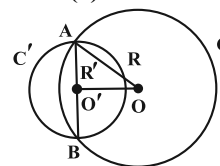
(هنر سه - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

گزینه ۴» ۲۸

(هومن عقیلی)

دایره C محیط دایره C' را نصف می‌کند، یعنی مطابق شکل دایره C از دو سر قطری از دایره C' عبور می‌کند و در نتیجه:

$$R^2 = OO'^2 + R'^2 \quad (*)$$



حال مختصات مرکز و شعاع دو دایره را به دست می‌آوریم:

$$O(1, 1), O'(2, 2)$$

$$\Rightarrow OO' = \sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$R^2 = \frac{4+4-4m}{4} = 2-m, \quad R'^2 = \frac{16+16+4}{4} = 9$$

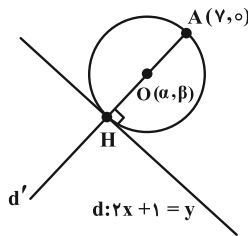
$$\xrightarrow{(*)} 2-m = 2+9 \Rightarrow m = -9$$

(هنر سه - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

گزینه ۱» ۲۹

(کیوان داریی)

کوچک‌ترین دایره گذرنده از نقطه A و مماس بر خط d ، دایره‌ای به قطر AH است که AH عمود وارد بر خط d از رأس A می‌باشد. با توجه به شکل زیر داریم:



$$m_d = 2 \xrightarrow{d \perp d'} 2 \times m_{d'} = -1 \Rightarrow m_{d'} = \frac{-1}{2}$$

$$A(\gamma, 0) \in d' \Rightarrow y-0 = \frac{-1}{2}(x-\gamma) \Rightarrow y = \frac{-1}{2}x + \frac{\gamma}{2}$$

$$d' \text{ و } d \text{ تلاقی} \Rightarrow \begin{cases} d: y = 2x+1 \\ d': y = \frac{-1}{2}x + \frac{\gamma}{2} \end{cases} \Rightarrow H(1, 2)$$

$$O(\alpha, \beta) = \frac{1}{2}(A+H) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{\gamma+1}{2} = 4 \\ \beta = \frac{0+2}{2} = 1 \end{cases}$$

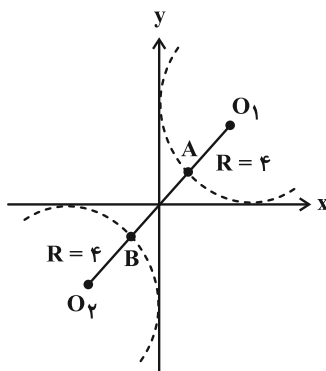
$$\Rightarrow \alpha + 2\beta = 4 + 2 = 6$$

(هنر سه - صفحه ۳۵)

گزینه ۱» ۳۰

(نیما مهندس)

برای حل، نیازی به نوشتن معادلات دایره‌ها نیست. با توجه به شکل، نقاط $O_1(4, 4)$ و $O_2(-4, -4)$ مرکزهای این دو دایره هستند و نقاط A و B ، نزدیک‌ترین نقاط دو دایره از یکدیگرند:



$$AB = O_1O_2 - 2R = \sqrt{8^2 + 8^2} - 2(4) = 8\sqrt{2} - 8 = 8(\sqrt{2} - 1)$$

(هنر سه - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌فطیبی)

بررسی گزینه‌ها:

$$1) p = 5, q = 7, \delta = 2, \Delta = 4$$

$$\Rightarrow 25 + 49 \neq 8 + 64 + 22 \text{ غ ق}$$

$$2) p = 5, q = 5, \delta = 1, \Delta = 3$$

$$\Rightarrow 25 + 25 = 1 + 27 + 22 \text{ ق ق}$$

$$3) p = 5, q = 4, \delta = 0, \Delta = 2$$

$$\Rightarrow 25 + 16 \neq 0 + 8 + 22 \text{ غ ق}$$

$$4) p = 6, q = 7, \delta = 1, \Delta = 3$$

$$\Rightarrow 36 + 49 \neq 1 + 27 + 22 \text{ غ ق}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۳۷)

۳۲- گزینه «۳»

(اخسین فاصه‌فان)

دوره‌های به طول ۴:

$$uvwzu, uwzvu, uzvwu, zwxyz, zvwyz, zuwyz \Rightarrow m = 6$$

دوره‌های به طول ۵:

$$uvwzyz, uvzywu, vwxyzv, uwxyzu \Rightarrow n = 4$$

$$m + n = 10$$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۳۸)

۳۳- گزینه «۱»

(سیرمهم‌رضا عسینی‌فرد)

با توجه به $\delta = 3$ و $\Delta = 5$ ، حداقل اندازه گراف حالتی است که در آن تا حد امکان درجه رأس‌ها ۳ باشد. همچنین به دلیل این‌که گراف نمی‌تواند دارای فرد رأس از درجه فرد باشد (چرا؟)، باید یک رأس درجه ۴ نیز داشته باشیم:

درجه رئوس گراف: $5, 4, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3$

بنابراین اندازه گراف برابر است با:

$$q = \frac{\sum_{i=1}^q \deg(v_i)}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۷، ۳۹ و ۴۰)

۳۴- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

گراف مرتبه ۸ که ۶ یال داشته باشد حتماً ناهمبند است (چرا؟).

$$q(K_8) = \binom{8}{2} = 28 \Rightarrow 28 - 6 = 22$$

پس حداقل ۲۲ یال به‌طور دلخواه، از گراف کامل K_8 باید حذف شود تا

گراف حاصل، قطعاً ناهمبند باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۳۵- گزینه «۳»

(علیرضا شریف‌فطیبی)

- یک مسیر به طول ۲ $\Rightarrow acb$
- دو مسیر به طول ۳ $\Rightarrow acdb, aecb$
- چهار مسیر به طول ۴ $\Rightarrow \{acedb, aecdb, aedcb, afecb\}$
- دو مسیر به طول ۵ $\Rightarrow afecdb, afedcb$

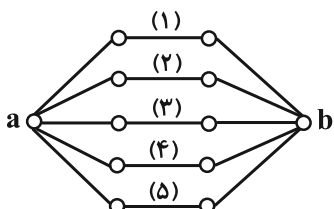
پس در کل ۹ مسیر داریم.

(ریاضیات گسسته - صفحه ۳۸)

۳۶- گزینه «۳»

(کیوان داریی)

گراف مورد نظر سؤال به صورت زیر است:





اگر درجه هر رأس گراف منتظم G را x فرض کنیم، داریم:

$$\frac{x}{11-x} = \frac{5}{6} \Rightarrow 6x = 55 - 5x \Rightarrow 11x = 55 \Rightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow d_{\bar{G}}(v_i) = 11 - 5 = 6$$

پس گراف G ، ۵- منتظم از مرتبه ۱۲ و گراف \bar{G} ، ۶- منتظم از مرتبه ۱۲

است. اندازه گراف \bar{G} برابر است با:

$$12 \times 6 = 2q \Rightarrow q = 36$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(نیما مهرس)

۴۰- گزینه «۲»

می‌دانیم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta(\bar{G}) &= p - 1 - \delta(G) \\ \delta(\bar{G}) &= p - 1 - \Delta(G) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{طبق فرض}}$$

$$(p - 1 - \delta(G)) - (p - 1 - \Delta(G)) = 5$$

$$\Rightarrow \Delta(G) - \delta(G) = 5$$

حال داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta(G) - \delta(G) &= 5 \\ \Delta(G) + 2\delta(G) &= 23 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta(G) = 11, \delta(G) = 6$$

چون $\Delta = 11$ ، پس گراف G حداقل ۱۲ رأس دارد؛

اگر تعداد رئوس گراف G را برابر با ۱۲ در نظر بگیریم، این گراف با

شرط $\Delta(G) = 11$ ، رأس Full درجه (از درجه $p - 1$) خواهد داشت

که این نتیجه می‌دهد گراف \bar{G} رأس تنها دارد و در نتیجه همبند نیست. پس

برای همبند \bar{G} ، حداقل مقدار ممکن برای p ، ۱۳ است.

گراف \bar{G} در کمترین حالت ۱۲ یال دارد، بنابراین گراف G در بیشترین

حالت ممکن $66 - 12 = 54$ یال دارد و در این صورت مجموع درجات

رئوس آن برابر $54 \times 2 = 108$ خواهد شد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

برای تشکیل هر دور به طول ۶، باید دو تا از مسیرهای ۱ تا ۵ را انتخاب نمود.

$$6 \text{ تعداد دورهای به طول } 6 = \binom{5}{2} = 10$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۶ و ۳۸)

۳۷- گزینه «۴» (مصطفی ربیاری)

در گراف k -منتظم داریم:

$$kp = 2q = 2(12) = 24$$

با اضافه کردن دو یال مجاور به گراف منتظم، گراف G به دست می‌آید؛

پس $\Delta(G) = k + 2$ و طبق فرض داریم:

$$\frac{24}{pk} - (k + 2) = 19 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow 3p = 24 \Rightarrow p = 8$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

(نیلوفر مهروی)

۳۸- گزینه «۴»

۳ رأس زیر گراف را از ۱۰ رأس گراف K_1 به صورت $\binom{10}{3}$ حالت

انتخاب می‌کنیم. از طرفی چون گراف کامل است، پس سه رأس زیرگراف به

هم متصل هستند و در نتیجه ۳ یال بین آن‌ها وجود دارد که هر کدام

می‌توانند در زیرگراف باشند یا نباشند، یعنی دو حالت دارند. بنابراین تعداد

کل زیرگراف‌های از مرتبه ۳ برابر است با:

$$\binom{10}{3} \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} \times 8 = 120 \times 8 = 960$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(نیلوفر مهروی)

۳۹- گزینه «۳»

می‌دانیم:

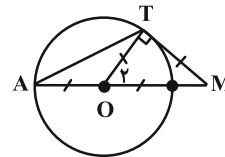
$$d_G(v_i) + d_{\bar{G}}(v_i) = p - 1 = 11 \Rightarrow d_{\bar{G}}(v_i) = 11 - d_G(v_i)$$

هندسه ۲

گزینه ۴۱

(اخشین فاضله‌ن)

می‌دانیم شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است و چون $MT = r$ ؛ بنابراین مثلث OTM قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است و داریم:



چون مثلث OAT نیز متساوی‌الساقین است، لذا:

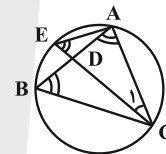
$$\hat{O}_T = 2\hat{A} \Rightarrow \hat{A} = \frac{45^\circ}{2} = 22.5^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

گزینه ۴۲

(کیوان داری)

طبق شکل داریم:



$$\begin{cases} CA = CB \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \\ \hat{E} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \hat{B} \Rightarrow \hat{A} = \hat{E} \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_1 \xrightarrow{\text{ز-ز}} \triangle CAD \sim \triangle CEA \\ \hat{A} = \hat{E} \end{cases}$$

بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\Rightarrow \frac{CD}{CA} = \frac{CA}{CE} \Rightarrow CD \cdot CE = CA^2$$

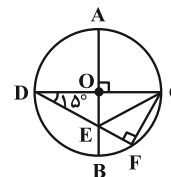
$$\xrightarrow{CD=x} \xrightarrow{\text{حل معادله}} x(x+1) = 6 \Rightarrow CD = x = 2$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

گزینه ۴۳

(اسحاق اسفندیار)

از رأس C به رئوس E و F وصل کرده‌ایم. می‌دانیم زاویه محاطی مقابل به قطر همواره برابر 90° است. می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} DE = CE \Rightarrow \hat{DCE} = \hat{D} = 15^\circ \Rightarrow \hat{CEF} = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ \\ \hat{DFC} = 90^\circ \Rightarrow \text{زاویه محاطی رو به قطر} \end{cases}$$

$$\triangle CEF : \hat{ECF} + \hat{CEF} + \hat{F} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{ECF} + 30^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{ECF} = 60^\circ$$

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویه 60° ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ طول وتر است، پس داریم:

$$\triangle CEF : \frac{EF}{CE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{CE=DE} \frac{EF}{DE} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

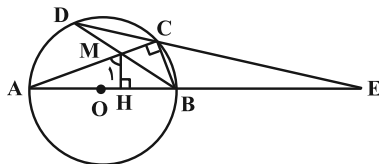
گزینه ۴۴

(اسحاق اسفندیار)

رأس B را به رأس C وصل می‌کنیم. زاویه \hat{C} محاطی و روبه قطر بوده و در نتیجه مثلث ABC قائم‌الزاویه است. از طرفی دو مثلث ABC و AHM متشابه هستند:

$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{H} = 90^\circ \\ \hat{A} = \hat{A} \end{cases} \xrightarrow{\text{ز-ز}} \triangle AHM \sim \triangle ABC \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{ABC} = 80^\circ$$

$$\hat{ABC} = \frac{\widehat{AC}}{2} = 80^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 160^\circ$$



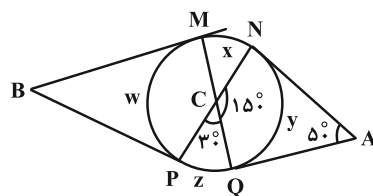
از طرفی $MH = MC$ ، لذا طبق شکل، M روی نیمساز زاویه \hat{ABC} واقع بوده و BD نیمساز زاویه \hat{ABC} است و داریم:

$$\begin{cases} \widehat{AD} = \widehat{DC} = 80^\circ \\ \widehat{BC} = 20^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{E} = \frac{80^\circ - 20^\circ}{2} = 30^\circ$$

توجه: زاویه \hat{M}_1 مکمل زاویه $\hat{HMC} = 100^\circ$ است، پس $\hat{M}_1 = 80^\circ$. (هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

گزینه ۴۵

(فاطمه بزرگی)



با توجه به شکل داریم:

$$\hat{NCQ} = 150^\circ \Rightarrow \hat{PCQ} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$(1) \quad \hat{PCQ} = \frac{x+z}{2} = 30^\circ \Rightarrow x+z = 60^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{x+w+z-y}{2} = 50^\circ \quad (\text{زاویه بین امتداد دو مماس})$$

$$(2) \quad 60^\circ + w - y = 100^\circ \Rightarrow w - y = 40^\circ$$

$$\hat{B} = \frac{x+y+z-w}{2} = \frac{x+z-(w-y)}{2}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{60^\circ - 40^\circ}{2} = 10^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴۶ - گزینه «۳»

(امیرمسین ابومبوب)

شعاع دو دایره مثبت است، پس:

$$\begin{cases} x+2 > 0 \Rightarrow x > -2 \\ 10-2x > 0 \Rightarrow x < 5 \end{cases}$$

طبق فرض، دو دایره C و C' متقاطع هستند، پس شرط متقاطع بودن دو دایره را نوشته و مقادیر شعاع‌های دو دایره و طول خط‌المركزین را در این رابطه جای گذاری می‌کنیم.

$$|R - R'| < d < R + R'$$

$$\Rightarrow |(10 - 2x) - (x + 2)| < 2x + 1 < (10 - 2x) + (x + 2)$$

$$\Rightarrow |-3x + 8| < 2x + 1 < 12 - x$$

هر یک از نامساوی‌ها را به‌طور جداگانه حل کرده و اشتراک جواب‌ها را در نظر می‌گیریم.

(۱) $|3x - 8| < 2x + 1 \Rightarrow -2x - 1 < 3x - 8 < 2x + 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 8 < 2x + 1 \Rightarrow x < 9 \\ 3x - 8 > -2x - 1 \Rightarrow 5x > 7 \Rightarrow x > \frac{7}{5} \end{cases}$$

(۲) $2x + 1 < 12 - x \Rightarrow 3x < 11 \Rightarrow x < \frac{11}{3}$

اشتراک جواب‌ها به صورت $\frac{7}{5} < x < \frac{11}{3}$ است و تنها دو عدد صحیح ۲ و ۳ در این نامساوی صدق می‌کنند.

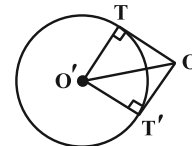
(هنر سه ۲ - صفحه ۲۰)

۴۷ - گزینه «۱»

(امیرمسین ابومبوب)

فرض کنید از نقطه O بتوان دو مماس عمود بر هم بر دایره C' رسم کرد. در این صورت چهارضلعی $OTO'T'$ مربع و $OO' = R'\sqrt{2}$ است.

بنابراین داریم: $d = OO' = R'\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 6$



طبق رابطه طول مماس مشترک خارجی داریم:

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{7} = \sqrt{6^2 - (R - 3\sqrt{2})^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 28 = 36 - (R - 3\sqrt{2})^2 \Rightarrow (R - 3\sqrt{2})^2 = 8$$

$$\Rightarrow |R - 3\sqrt{2}| = 2\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} R - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow R = 5\sqrt{2} \\ R - 3\sqrt{2} = -2\sqrt{2} \Rightarrow R = \sqrt{2} \end{cases}$$

R اختلاف مقادیر $= 5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۹ و ۲۱)

۴۸ - گزینه «۲»

(علی ایمانی)

می‌دانیم در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، میانه نظیر این ضلع است، پس داریم: $BD = CD = 8 \Rightarrow BC = 16$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ADC داریم:

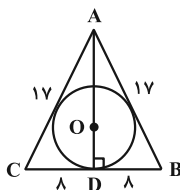
$$AD^2 = AC^2 - CD^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \Rightarrow AD = 15$$

شعاع دایره محاطی مثلث ABC به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AD \times BC = \frac{1}{2} \times 15 \times 16 = 120$$

$$P_{ABC} = \frac{17 + 17 + 16}{2} = 25$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{120}{25} = 4.8$$



(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴۹ - گزینه «۴»

(اخشین فاضل‌فان)

مطابق تمرین ۴ صفحه ۲۹ کتاب درسی، اگر یک ذوزنقه هم محاطی و هم محیطی باشد، آن‌گاه مساحت آن برابر است با حاصل ضرب میانگین حسابی دو قاعده در میانگین هندسی آن‌ها؛ با فرض $AB = a$ داریم:

$$S = \left(\frac{a + 2a}{2}\right) \cdot (\sqrt{a \cdot 2a}) = \frac{27}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3a}{2}\right) (\sqrt{2a}) = \frac{27}{\sqrt{2}} \Rightarrow a^2 = \frac{27}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{3\sqrt{2}} = 9 \xrightarrow{a>0} a = 3$$

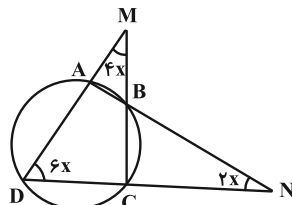
(هنر سه ۲ - صفحه ۲۹)

۵۰ - گزینه «۳»

(فاطمه بزرویی)

چهارضلعی $ABCD$ محاطی است بنابراین:

$$\hat{ADC} = \hat{MBA} = \hat{NBC} = 6x$$



$$\left. \begin{aligned} \text{زاویه خارجی: } \hat{BAD} &= \hat{M} + \hat{MBA} = 10x \\ \text{زاویه خارجی: } \hat{BCD} &= \hat{N} + \hat{NBC} = 8x \end{aligned} \right\}$$

$$\text{داریم: } \frac{\hat{BAD}}{10x} + \frac{\hat{BCD}}{8x} = 180^\circ \Rightarrow x = \frac{180^\circ}{18} = 10^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{ABC} = 2\hat{D} = 12x = 120^\circ$$

(هنر سه ۲ - صفحه ۲۷)

$$\frac{1}{n-1} < \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \Rightarrow \frac{1}{n-1} < \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$\xrightarrow{n < n} n(n+1) < (2n+1) \cdot (n-1)$$

$$\Rightarrow n^2 + n < 2n^2 - n - 1 \Rightarrow n^2 - 2n - 1 > 0$$

$$\xrightarrow{n > 0} n > 1 + \sqrt{2} \Rightarrow n \geq 3 \Rightarrow n-1 \geq 2$$

روش دوم: اعداد طبیعی را به ترتیب چک می‌کنیم:

۱) $n-1=1, n=2, n+1=3 \Rightarrow \frac{1}{1} < \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ غ ق

۲) $n-1=2, n=3, n+1=4 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ ق ق

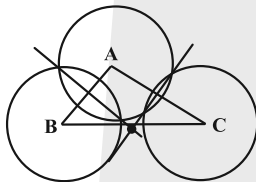
(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه ۲۷)

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه ۳۱)

۵۴- گزینه «۲»

(افشین فاضله‌فان)

می‌دانیم اگر عمودمنصف‌های دو ضلع AB و AC از مثلث ABC در نقطه M یکدیگر را قطع کنند، عمودمنصف ضلع BC نیز از M می‌گذرد و به عبارتی M محل هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث خواهد بود. مطابق شکل زیر، با رسم سه دایره می‌توان دو تا از عمودمنصف‌های اضلاع مثلث و محل تقاطع آن‌ها را پیدا کرد.



توجه: با فرض $AB \leq AC$ ، کافی است شعاع دایره مورد نظر از $\frac{AC}{2}$

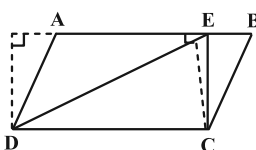
بزرگ‌تر باشد.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۵۵- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

مطابق شکل دو مثلث EBC و ADE ارتفاع‌های برابر دارند، لذا نسبت مساحت‌های آن‌ها با نسبت قاعده‌های آن‌ها برابر است:



$$AB = \Delta EB \Rightarrow \frac{EB}{AB} = \frac{1}{\Delta} \Rightarrow \frac{EB}{AB-EB} = \frac{1}{\Delta-1}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{EBC}}{S_{ADE}} = \frac{EB}{AE} = \frac{1}{\Delta} = \frac{1}{5} = 0.2 = 20\%$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

هندسه ۱

۵۱- گزینه «۴»

(کیوان دارابی)

از آنجا که $FN \parallel AB$ ، طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث ABC داریم:

$$FN \parallel AB \Rightarrow \frac{FN}{AB} = \frac{CN}{BC} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{CN}{BC} \Rightarrow \begin{cases} BN = x \\ CN = 2x \end{cases}$$

از طرفی طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث BCD داریم:

$$EN \parallel DC \Rightarrow \frac{EN}{DC} = \frac{BN}{BC} \Rightarrow \frac{EN}{24} = \frac{1}{3}$$

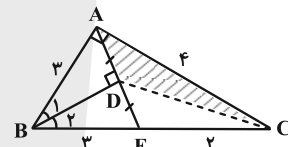
$$\Rightarrow EN = 8 \Rightarrow EF = EN - FN = 8 - 2 = 6$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۵۲- گزینه «۱»

(مهرادر ملونری)

مطابق شکل، امتداد AD، ضلع BC را در E قطع می‌کند. در مثلث ABE، نیمساز BD، ارتفاع نیز هست، پس نوع این مثلث متساوی‌الساقین بوده و داریم: $AD = DE$ و $BE = AB = 3$.



در مثلث ACD و ACE در ارتفاع خارج شده از C، مشترکند و داریم:

$$\frac{S_{ACD}}{S_{ACE}} = \frac{AD}{AE} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{S_{ACE}}{S_{ABC}} = \frac{EC}{BC} = \frac{2}{5} \quad (2)$$

مثلث ABC قائم‌الزاویه است و داریم:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

در نتیجه از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{S_{ACD}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \Rightarrow S_{ACD} = \frac{6}{5} = 1.2$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۵۳- گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

می‌دانیم هر رابطه‌ای که بین اضلاع مثلث برقرار باشد، به طریق مشابه، بین معکوس ارتفاع‌ها نیز برقرار است (از جمله نامساوی مثلثی). بنابراین اگر

$$\frac{1}{n} < \frac{1}{n-1}$$

و باید نامساوی مثلثی برقرار باشد:



بررسی گزینه اول: چون زوایای PDA و QCA با یکدیگر برابرند، طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب، $PD \parallel QC$ و در نتیجه طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث AQC داریم:

$$PD \parallel QC \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AP}{AQ} = \frac{PD}{QC}$$

چون $AP = PD$ است، می‌توان آن‌ها را در رابطه بالا با یکدیگر تعویض کرد؛ پس رابطه گزینه «۱» درست است.

بررسی گزینه دوم: چون $QC \parallel PD$ است، پس زوایای DPB و CQB با هم مساوی هستند. از طرفی داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{PDB} &= 180^\circ - (\alpha + \beta) \\ \hat{QBC} &= 180^\circ - (\alpha + \beta) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{PDB} = \hat{QBC}$$

بررسی گزینه چهارم: حال برای مثلث‌های DPB و BQC داریم:

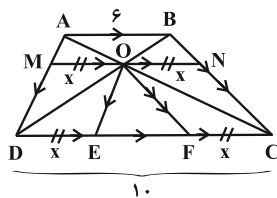
$$\left. \begin{aligned} \hat{PDB} &= \hat{QBC} \\ BC &= BD \\ \hat{PBD} &= \hat{QCB} = \beta - \alpha \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ض.ض.ز}} \Delta DPB \cong \Delta BQC$$

$$\Rightarrow BQ = PD \xrightarrow{PD=AP} BQ = AP \text{ (گزینه چهارم)}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۶۰. گزینه «۱» (هومن عقیلی)

از رأس O خطی موازی قاعده‌ها رسم می‌کنیم تا ساق‌های دوزنقه را در نقاط M و N قطع کند. به راحتی می‌توان نشان داد $OM = ON$ (چرا؟)، پس مطابق شکل فرض می‌کنیم: $OM = ON = DE = FC = x$



طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta ADC: \frac{x}{10} &= \frac{AM}{AD} \\ \Delta ABD: \frac{x}{6} &= \frac{MD}{AD} \end{aligned} \right. \xrightarrow{+} \frac{x}{10} + \frac{x}{6} = 1 \Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow EF = 10 - 2x = 10 - 7.5 = 2.5$$

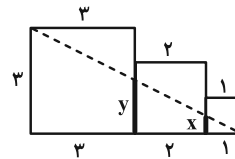
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۵۶. گزینه «۲»

(سیرمهدر شا عسینی فرد)

طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ \frac{y}{3} = \frac{3}{6} \Rightarrow y = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x + y = 2$$



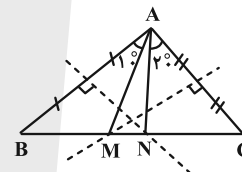
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۵۷. گزینه «۳»

(سیرمهدر شا عسینی فرد)

با نوشتن جمع زوایای مثلث ABC ، مقدار زاویه \hat{A} برابر 70° به دست می‌آید. داریم:

$$\begin{aligned} AN = BN &\Rightarrow \hat{BAN} = \hat{B} = 50^\circ \xrightarrow{\hat{A}=70^\circ} \hat{NAC} = 20^\circ \\ CM = AM &\Rightarrow \hat{CAM} = \hat{C} = 60^\circ \Rightarrow \hat{BAM} = 10^\circ \\ \Rightarrow \hat{MAN} &= 70^\circ - 10^\circ - 20^\circ = 40^\circ \end{aligned}$$



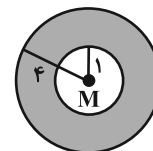
(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلا: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۵۸. گزینه «۲»

(فاطمه برزویی)

مجموعه نقاطی از صفحه که از نقطه M به فاصله ۱ هستند تشکیل یک دایره به مرکز M و شعاع ۱ را می‌دهند. مجموعه نقاطی که از نقطه M به فاصله ۴ هستند نیز تشکیل یک دایره به مرکز M و شعاع ۴ را می‌دهند. بنابراین داریم:

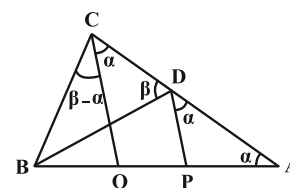
$$S_{رنجی} = 4^2\pi - 1^2\pi = 15\pi$$



(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلا: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۵۹. گزینه «۳»

(نیما مهندس)



(مهری شریفی)

۶۴- گزینه «۱»

نوسانگر در بازه زمانی $\frac{T}{4}$ تا $\frac{3T}{4}$ در مکان‌های مثبت قرار دارد همچنین در بازه زمانی $\frac{T}{4}$ تا $\frac{3T}{4}$ به سمت مرکز نوسان در حال حرکت است و حرکت تندی‌شده می‌باشد. بنابراین پاسخ مورد نظر بازه زمانی $\frac{T}{4}$ تا $\frac{3T}{4}$ است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

(مهمر مقدم)

۶۵- گزینه «۳»

از نقطه A تا B، $\frac{1}{2}$ دوره و از نقطه B تا C، $\frac{1}{4}$ دوره می‌شود.

بنابراین $n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ می‌شود و با استفاده از رابطه بسامد داریم:

$$f = \frac{n}{t} \Rightarrow f = \frac{\frac{3}{4}}{4-2} \Rightarrow f = \frac{3}{8} \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(مهران اسماعیلی)

۶۶- گزینه «۴»

ابتدا زمان لازم برای اولین بار رسیدن نوسانگر به نقطه $x = 2 \text{ cm}$ را به دست می‌آوریم:

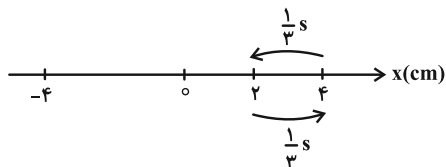
$$x = 0.04 \cos \pi t \xrightarrow{x=2 \text{ cm}=0.02 \text{ m}} 0.02 = 0.04 \cos \pi t$$

$$\Rightarrow \cos \pi t = \frac{0.02}{0.04} = \frac{1}{2} \Rightarrow \pi t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{3} \text{ s}$$

با توجه به نمودار مسیر حرکت نوسانگر در امتداد محور X، ملاحظه می‌شود،

نوسانگر در مدت $\frac{1}{3} \text{ s}$ از نقطه $x = 4 \text{ cm}$ به نقطه $x = 2 \text{ cm}$ می‌رسد که

بنابراین در مدت $\frac{1}{3} \text{ s}$ از نقطه $x = 2 \text{ cm}$ به نقطه $x = 4 \text{ cm}$ نیز خواهد رسید.



پس حداقل زمان لازم برای دو عبور متوالی از نقطه $x = 2 \text{ cm}$ برابر $\frac{2}{3} \text{ s}$ است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۲»

(امیراحمد میرسعید)

به دنبال گزاره‌هایی می‌گردیم که نادرست باشند.

بررسی تمام موارد:

الف) درست؛ دوره تناوب عقربه دقیقه شمار، برابر یک ساعت یا 3600 ثانیه است. پس بسامد آن $\frac{1}{3600}$ هرتز است.

ب) درست؛ دوره تناوب عقربه ساعت شمار، 12×3600 ثانیه و دوره تناوب عقربه ثانیه شمار 60 ثانیه است. پس بسامد حرکت عقربه ساعت شمار، $\frac{1}{720}$ بسامد حرکت عقربه ثانیه شمار است.

پ) نادرست؛ دوره تناوب عقربه دقیقه شمار، 3600 ثانیه و دوره تناوب عقربه ثانیه شمار، 60 ثانیه است. بنابراین نسبت خواسته شده برابر با 60 است.

(فیزیک ۳- صفحه ۶۲)

(مسین الهی)

۶۲- گزینه «۲»

حرکت دوره‌ای، یک الگوی تکرارشونده دارد. به همین دلیل فاصله دو قله بلند را می‌توان دوره حرکت در نظر گرفت که با توجه به شکل، دوره تناوب ضربان قلب شخص $T = 0.6 \text{ s}$ است. حال با توجه به تعریف دوره تناوب داریم:

$$n = \frac{t}{T} \quad t=1 \text{ min}=60 \text{ s} \rightarrow n = \frac{600}{0.6} = 1000 \text{ ضربان}$$

(فیزیک ۳- صفحه ۶۲)

(علیرضا جباری)

۶۳- گزینه «۱»

طبق متن کتاب درسی، عبارت‌های الف) و ب) درست و پ) نادرست است.

اکنون به بررسی مورد ت) می‌پردازیم:

$$f_A = f_B + 0.25f_B = 1.25f_B = \frac{5}{4}f_B \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{5}{4}$$

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{f_B}{f_A} = \frac{4}{5} \Rightarrow T_A = 0.8T_B$$

$$\Rightarrow T_A = T_B - 0.2T_B \Rightarrow T_A - T_B = -0.2T_B$$

یعنی دوره نوسانگر A، 20% درصد کمتر است.

(فیزیک ۳- صفحه ۶۲)

۶۷ - گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

نوسانگر در لحظه t_1 به نقطه $x_1 = -1 \text{ cm}$ و در لحظه t_2 به نقطه $x_2 = \sqrt{3} \text{ cm}$ رسیده است. با استفاده از معادله مکان-زمان حرکت هماهنگ ساده، می توان لحظات t_1 و t_2 را به دست آورد.

$$x_1 = A \cos \frac{2\pi}{T} t_1 \xrightarrow{x_1 = -1 \text{ cm}} -1 = 2 \cos \frac{2\pi}{T} t_1$$

$$\Rightarrow \cos \frac{2\pi}{T} t_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{T} t_1 = \cos(\pi - \frac{\pi}{3})$$

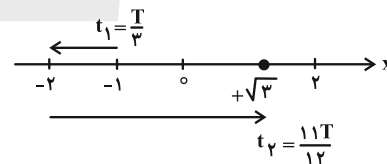
$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{3}$$

$$x_2 = A \cos \frac{2\pi}{T} t_2 \xrightarrow{x_2 = \sqrt{3} \text{ cm}} \sqrt{3} = 2 \cos \frac{2\pi}{T} t_2$$

$$\Rightarrow \cos \frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{T} t_2 = \cos(2\pi - \frac{\pi}{6})$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{11T}{12}$$

توجه شود که نوسانگر ابتدا به صورت کندشونده از نقطه $x_1 = -1 \text{ cm}$ عبور می کند. پس در حال دور شدن از مرکز نوسان است. یعنی فاز آن در ناحیه دوم دایره مثلثاتی واقع است و وقتی برای اولین بار به نقطه $x_2 = +\sqrt{3} \text{ cm}$ می رسد، دوباره در حال دور شدن از مرکز است که این بار فاز آن در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی واقع خواهد بود.



$$t_2 - t_1 = 1/4 \text{ s} \xrightarrow{t_1 = \frac{T}{3}, t_2 = \frac{11T}{12}} \frac{11T}{12} - \frac{T}{3} = 1/4$$

$$\Rightarrow \frac{7T}{12} = 1/4 \Rightarrow T = 2/4 \text{ s}$$

(فیزیک ۳ - صفحه های ۶۲ تا ۶۴)

۶۸ - گزینه «۳»

(زهرا آقاممیری)

ابتدا با توجه به رابطه تندی متوسط، مسافت طی شده توسط متحرک را در بازه زمانی صفر تا $t = 0/5 \text{ s}$ به دست می آوریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{s_{av} = 32 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, \Delta t = 0/5 \text{ s}} \ell = 32 \times 0/5 = 16 \text{ cm}$$

با مقایسه مسافت طی شده با دامنه نوسان، داریم:

$$\begin{cases} x = 0/2 \cos \omega t \\ x = A \cos \omega t \end{cases} \Rightarrow A = 0/2 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

$$\frac{\ell}{A} = \frac{16}{2} \Rightarrow \ell = 8A$$

می دانیم که نوسانگر در مدت یک دوره T ، مسافت $4A$ را طی می کند. چون نوسانگر در بازه زمانی $\Delta t = 0/5 \text{ s}$ مسافت $8A$ را طی کرده است،

$$T = \frac{\Delta t}{2} = \frac{0/5}{2} = 0/25 \text{ s} \quad \text{پس } \Delta t = 2T \text{ است.}$$

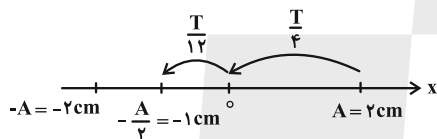
اکنون حساب می کنیم که بازه زمانی صفر تا $t = \frac{1}{12} \text{ s}$ چند برابر دوره تناوب است:

$$\frac{\Delta t'}{T} = \frac{1/12}{0/25} = \frac{1}{3} \Rightarrow \Delta t' = \frac{T}{3} = \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$$

با توجه به معادله حرکت نوسانگر، در لحظه $t = 0$ نوسانگر در مکان A

قرار دارد و در لحظه $\frac{1}{12} \text{ s}$ به مکان $x = -1 \text{ cm}$ می رسد، در نتیجه سرعت

متوسط نوسانگر برابر است با:



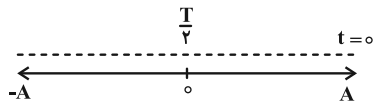
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-1-2}{1/12} = \frac{-3}{1/12} = -36 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - صفحه های ۶۲ تا ۶۴)

۶۹ - گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

در دو انتهای مسیر نوسانی (نقاط بازگشت)، اندازه شتاب نوسانگر، بیشینه می شود.



$$\frac{T}{2} = \frac{1}{12} \text{ s} \Rightarrow T = \frac{1}{6}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1/6} = 12\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

مسافتی که نوسانگر در مدت نصف دوره می پیماید، دو برابر دامنه ($2A$) است.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{s_{av} = 60 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, \Delta t = \frac{1}{12} \text{ s}, \ell = 2A} 60 = \frac{2A}{1/12} \Rightarrow 2A = 60$$

$$\Rightarrow A = 30 \text{ cm}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{7}{12} T \\ \frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{17\pi}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{17}{12} T \\ \frac{t_2}{t_1} = \frac{17}{7} \end{cases}$$

که حالت (۲) قابل قبول است، بنابراین:

$$t_2 = \frac{17}{12} T \xrightarrow{T=\frac{4}{5} s} t_2 = \frac{17}{15} s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(امیرامدر میرسعید)

۷۱- گزینه «۳»

در گام اول چون در صورت سؤال گفته شده ($K = 3U$) پس می‌توان نوشت:

$$E = K_1 + U_1 \Rightarrow E = K_1 + \frac{K_1}{3} = \frac{4K_1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$v_{\max}^2 = \frac{4}{3} v_1^2 \Rightarrow v_{\max} = \frac{2}{\sqrt{3}} v_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 3 = 2 \frac{m}{s}$$

در گام دوم با توجه به این که $U_2 = 8K_2$ می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$E = K_2 + U_2 \Rightarrow E = K_2 + 8K_2 = 9K_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = 9 \times \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow v_{\max}^2 = 9 v_2^2$$

$$\Rightarrow 4 = 9 v_2^2 \Rightarrow v_2 = \frac{2}{3} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(ممنون سلامتی و نذر)

۷۲- گزینه «۳»

طول پاره خط 4 cm است، پس $A = 2 \text{ cm}$. در هر ثانیه یک بار طول

پاره خط را می‌رود، پس یک دور کامل یا یک رفت و برگشت، ۲ ثانیه طول

خواهد کشید. ($T = 2 \text{ s}$)

$$v_{\max} = A\omega = A \cdot \frac{2\pi}{T} \Rightarrow v_{\max} = 2 \times \frac{2\pi}{2} = 2\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(علیرضا بیاری)

۷۳- گزینه «۴»

اولین بار بعد از لحظه $t = 0$ که انرژی جنبشی نوسانگر به صفر می‌رسد،

$$\frac{T}{2} = 0 / 2 \Rightarrow T = 0 / 4 \text{ s} \quad \text{نصف دوره تناوب طی شده است.}$$

معادله مکان- زمان نوسانگر را می‌نویسیم و مکان آن را در لحظه‌های

$$t_1 = 0 \text{ و } t_2 = \frac{1}{9} \text{ s به دست می‌آوریم:}$$

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow[A=2/\Delta \text{ cm}]{\omega=12\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} x = 2 / \Delta \cos(12\pi)t$$

$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 2 / \Delta \cos 0 = 2 / \Delta \text{ cm}$$

$$t_2 = \frac{1}{9} \text{ s} \Rightarrow x_2 = 2 / \Delta \cos(12\pi \times \frac{1}{9}) = 2 / \Delta \cos \frac{4\pi}{3}$$

$$= 2 / \Delta \times (-\frac{1}{2}) = -1 / 2\Delta \text{ cm}$$

اکنون می‌توانیم اندازه جابه‌جایی نوسانگر را حساب کنیم:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -1 / 2\Delta - 2 / \Delta = -3 / 2\Delta \text{ cm}$$

$$\Rightarrow |\Delta x| = 3 / 2\Delta \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(مجتبی نکوئیان)

۷۰- گزینه «۴»

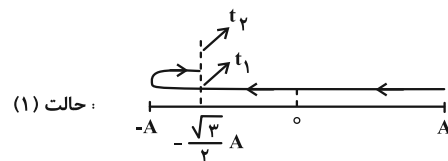
ابتدا از روی نمودار مکان- زمان، دوره تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \xrightarrow[x=-\frac{\sqrt{2}}{2} A]{t=\frac{1}{2} s} -\frac{\sqrt{2}}{2} A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} \left(\frac{1}{2}\right)\right)$$

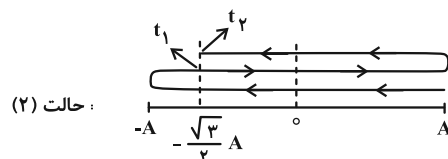
$$\Rightarrow \frac{\pi}{T} = \frac{\Delta\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{4}{\Delta} \text{ s}$$

با توجه به این که نوسانگر در یک دوره تناوب، دو بار متوالی از

مکان $x = -\frac{\sqrt{3}}{2} A$ می‌گذرد، می‌توان دو حالت زیر را در نظر گرفت:



$$-\frac{\sqrt{3}}{2} A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{5}{12} T \\ \frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{7}{12} T \\ \frac{t_2}{t_1} = \frac{7}{5} \end{cases}$$





حال با استفاده از رابطه انرژی مکانیکی داریم:

$$\left. \begin{aligned} E &= K + U \\ U &= \frac{\lambda}{100} K \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = K + \frac{\lambda}{100} K \Rightarrow E = \frac{101}{100} K$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} m v^2 \times \frac{101}{100}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2} \times 10^{-2})^2 \times \left(\frac{2\pi}{2}\right)^2 = \frac{101}{100} v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{2 \times 10^{-4} \times 9\pi^2}{100} = 10^{-2} \Rightarrow v = \frac{0.1}{s} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

گزینه «۴» -۷۶

(معمومه شریعت ناصری)

انرژی جنبشی نوسانگر هنگام گذر از حالت تعادل، بیشینه و برابر انرژی مکانیکی آن است.

$$\left\{ \begin{aligned} E &= K_{\max} = 6J \Rightarrow E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \\ \Rightarrow 6 &= \frac{1}{2} \times 0.2 \times A^2 \times 400\pi^2 \\ \omega &= 2\pi f = 20\pi \frac{\text{rad}}{s} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow 40 = A^2 \times 400\pi^2 \Rightarrow A^2 = \frac{0.1}{\pi^2}$$

$$\frac{\pi^2 = 10}{100} A^2 = \frac{1}{100} \Rightarrow A = \frac{1}{10} m$$

بنابراین معادله حرکت را می‌توانیم بنویسیم:

$$x = A \cos \omega t = \frac{0.1}{10} \cos 20\pi t$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

گزینه «۳» -۷۷

(مهران اسماعیلی)

در دو انتهای مسیر (نقاط برگشت)، انرژی جنبشی نوسانگر برابر صفر و نوسانگر در مکان بیشینه خود، یعنی $x = \pm A$ است.

$$K = \frac{0.25 - 400x^2}{x = \pm A} \Rightarrow 0 = \frac{0.25 - 400A^2}{A^2}$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{0.25}{400} \Rightarrow A = \frac{0.5}{20} = \frac{1}{40} m = 2.5 \text{ cm}$$

اما در مرکز نوسان انرژی جنبشی نوسانگر بیشینه ($K = K_{\max}$) و مکان نوسانگر برابر صفر است. ($x = 0$)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T=0.4s} \omega = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{\text{rad}}{s}$$

مسافت طی شده در دو نوسان کامل معادل ۸ برابر دامنه است، زیرا مسافت طی شده در هر نوسان کامل ۴ برابر دامنه است.

$$n = 2 \Rightarrow \ell = 2(4A) = 8A \xrightarrow{\ell=64 \text{ cm}} 64 = 8A \Rightarrow A = 8 \text{ cm}$$

اکنون انرژی مکانیکی نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \xrightarrow{\substack{m=400 \text{ g}=0.4 \text{ kg}, \omega=5\pi \frac{\text{rad}}{s} \\ A=8 \text{ cm}=8 \times 10^{-2} \text{ m}, \pi^2=10}}$$

$$E = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (8 \times 10^{-2})^2 \times (5\pi)^2$$

$$\Rightarrow E = 0.2 \times 64 \times 10^{-4} \times 250 = 320 \times 10^{-4} \text{ J} = 320 \text{ mJ}$$

وقتی انرژی جنبشی صفر است، انرژی پتانسیل بیشینه بوده و با انرژی

$$U_{\max} = E = 320 \text{ mJ} \quad \text{مکانیکی، برابر است.}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

گزینه «۴» -۷۴

(مجتبی نگوینان)

با توجه به این که انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل کشسانی نوسانگر است، از روی شکل می‌توان گفت که انرژی جنبشی نوسانگر برابر با 90 mJ است. پس:

$$K = E - U = U_{\max} - U = 90 \text{ mJ}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 90 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} m (9 \times 10^{-2})^2 \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

با توجه به رابطه تندی بیشینه و بسامد زاویه‌ای سامانه جرم- فنر می‌توان نوشت:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} v_{\max} = A\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{v_{\max} = 4 \times 10^{-1} \frac{m}{s}}{k = \frac{N}{\text{cm}} = 800 \frac{N}{m}, m = 2 \text{ kg}} \rightarrow 4 \times 10^{-1} = A\sqrt{\frac{8 \times 10^2}{2}}$$

$$\Rightarrow A = 2 \times 10^{-2} \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

نوسانگر در هر دوره تناوب، مسافتی به اندازه چهار برابر دامنه نوسان را طی

$$L = 4A = 4(2) = 16 \text{ cm} \quad \text{می‌کند. بنابراین در دو دوره تناوب داریم:}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

گزینه «۱» -۷۵

(مهمم مفرم)

ابتدا با استفاده از نمودار، دوره حرکت نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -1 = \sqrt{2} \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{T}{2} + \frac{T}{8} = \frac{5T}{8} = \frac{5}{12} \Rightarrow T = \frac{2}{3} \text{ s}$$

$$\Rightarrow R_e = 2R'$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{GM'}{R'^2}}{\frac{GM_e}{R_e^2}} = \frac{M'}{M_e} \times \frac{R_e^2}{R'^2} = 4 \times 4 = 16$$

با توجه به رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ که مربوط به دوره آونگ است، داریم:

$$\frac{T'}{T_e} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \Rightarrow \frac{T'}{2} = \sqrt{\frac{1}{16}} \Rightarrow T' = \frac{1}{2} s$$

$$n = \frac{t}{T} = 24 \times \frac{3600}{2} = 43200$$

$$n' = \frac{t}{T'} = 24 \times \frac{3600}{0.5} = 172800$$

$$n' - n = 172800 - 43200 = 129600$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(زهره آقاممردی)

۸۰ - گزینه «۲»

با توجه به گستره داده شده برای بسامد زاویه‌ای نوسان‌های میله افقی داریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad \omega_1 = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow 4 = \sqrt{\frac{10}{L_1}}$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{10}{L_1} \Rightarrow L_1 = 0.625 \text{ m} = 62.5 \text{ cm}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad \omega_2 = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow 5 = \sqrt{\frac{10}{L_2}} \Rightarrow 25 = \frac{10}{L_2}$$

$$\Rightarrow L_2 = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

در نتیجه می‌توان گفت در آونگ‌هایی که طول آن‌ها بین ۴۰ cm و ۶۲.۵ cm است، تشدید رخ می‌دهد و این آونگ‌ها با دامنه بیشتری نوسان می‌کنند. در آونگ‌هایی که طول آن‌ها کوچک‌تر از ۴۰ cm یا بزرگ‌تر از ۶۲.۵ cm باشد، دامنه نوسان کوچک‌تر است یعنی فقط در آونگ B تشدید رخ نمی‌دهد.

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

$$K = 0.25 - 400x^2 \xrightarrow{x=0} K_{\max} = 0.25 - 400 \times 0$$

$$\Rightarrow K_{\max} = 0.25 \text{ J}$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \xrightarrow{\substack{K_{\max} = 0.25 \text{ J} \\ m = 20 \text{ g} = \frac{20}{1000} \text{ kg}}} \rightarrow$$

$$0.25 = \frac{1}{2} \times \frac{20}{1000} v_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max}^2 = 25$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \Delta \frac{\text{m}}{\text{s}} = 500 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{\substack{A = 2/\Delta \text{ cm} \\ v_{\max} = 500 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}} \rightarrow 500 = 2/\Delta \omega$$

$$\Rightarrow \omega = 200 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(مهران اسماعیلی)

۷۸ - گزینه «۳»

با توجه به رابطه دوره آونگ ساده و رابطه تعداد نوسان‌های کامل با دوره نوسان‌ها داریم:

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \\ n = \frac{t}{T} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1} \end{cases}$$

از دو رابطه بالا می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{n_1 = 20}{n_2 = 40} \rightarrow \frac{20}{40} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow l_2 = \frac{1}{2} l_1$$

$$\text{درصد تغییر طول} = \frac{\Delta l}{l_1} \times 100 = \frac{l_2 - l_1}{l_1} \times 100$$

$$= \frac{\frac{1}{2} l_1 - l_1}{l_1} \times 100 = -\frac{1}{2} \times 100 = -50\%$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(معصومه شریعت‌ناصری)

۷۹ - گزینه «۳»

ابتدا گرانش را در سطح سیاره با گرانش در سطح زمین مقایسه می‌کنیم:

$$\rho_{\text{سیاره}} = 32\rho \Rightarrow \frac{M'}{V'} = 32 \frac{M_e}{V_e}$$

$$M' = 4M_e \Rightarrow V_e = 8V', \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

فیزیک ۲

گزینه «۱»

(زهره آقاممردی)

ابتدا با استفاده از اصل پایستگی بار الکتریکی، بار نهایی کره A را محاسبه می‌کنیم؛

مجموع بار الکتریکی کره‌ها پس از انتقال الکترون = مجموع بار الکتریکی کره‌ها قبل از انتقال الکترون

$$\Rightarrow q_A + q_B = q'_A + q'_B \quad \begin{matrix} q_A = q, q_B = -\Delta q \\ q'_B = -\Delta q \end{matrix}$$

$$q - \Delta q = q'_A - \Delta q \Rightarrow q'_A = 4q$$

اکنون با استفاده از قانون کولن، نسبت نیروها را محاسبه می‌کنیم؛

$$F = k \frac{|q_A||q_B|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_A||q'_B|}{|q_A||q_B|} \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} r=r', q'_A=4q, q'_B=-\Delta q \\ q_A=q, q_B=-\Delta q \end{matrix}}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{4q \times \Delta q}{q \times \Delta q} = \frac{32}{5}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۷)

گزینه «۱»

(بغداد آزاد)

نیروی که q و 4q به یکدیگر وارد می‌کنند، نیروی عمل و عکس‌العمل هستند و با هم برابرند.

$$F_A = F_B$$

جرم گلوله A بیشتر است و انحراف آن کمتر است پس زاویه کوچک‌تری دارد.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

گزینه «۳»

(امیرامیر میرسعید)

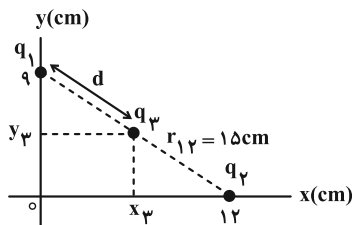
چون دو بار q_1 و q_2 هم‌نام هستند، میدان الکتریکی برآیند بین آن‌ها و روی خط واصل دو بار و نزدیک‌تر به باری که اندازه کمتری دارد صفر می‌شود، پس گزاره (الف) غلط می‌باشد و میدان الکتریکی برآیند در نزدیکی بار q_1 صفر خواهد شد. پس اگر از B به D برویم میدان الکتریکی برآیند ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد و گزاره (ب) غلط می‌باشد. اگر از A تا D برویم ابتدا در جهت میدان برآیند و در انتها خلاف جهت میدان برآیند حرکت کرده‌ایم؛ بنابراین پتانسیل ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد و گزاره (پ) درست است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۲۵)

گزینه «۲»

(زهره آقاممردی)

ابتدا در یک دستگاه مختصات XOY، مکان بارهای q_1 و q_2 را مشخص می‌کنیم و فاصله بین دو بار q_1 و q_2 را محاسبه می‌کنیم؛



$$r_{12} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ cm}$$

برای این که هر سه بار در حال تعادل باشند، اولاً باید هر سه بار در یک راستا روی خط راست قرار گیرند و ثانیاً چون بارهای q_1 و q_2 هم‌نامند، بار q_3 بین دو بار و روی خط واصل آن‌ها و نزدیک به باری که اندازه بار الکتریکی آن کوچک‌تر است، یعنی q_1 قرار می‌گیرد. در نتیجه اگر q_3 را در حال تعادل در نظر بگیریم، داریم؛

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} q_1 = 2\mu C, q_2 = 8\mu C \\ r_{13} = d, r_{23} = 15 - d \end{matrix}} \frac{2}{d^2} = \frac{8}{(15-d)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{1}{d} = \frac{2}{15-d} \Rightarrow d = 5 \text{ cm}$$

در نتیجه با توجه به شکل و استفاده از تشابه مثلث‌ها، x_3 و y_3 به دست می‌آیند؛

$$\frac{d}{15} = \frac{9 - y_3}{9} \quad d=5 \text{ cm} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{9 - y_3}{9} \Rightarrow y_3 = 6 \text{ cm}$$

$$\frac{d}{15} = \frac{x_3}{12} \quad d=5 \text{ cm} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{x_3}{12} \Rightarrow x_3 = 4 \text{ cm}$$

برای محاسبه اندازه بار q_3 ، اولاً باید توجه کنید که چون هر سه بار در حال تعادل‌اند، علامت بار q_3 مخالف علامت بارهای q_1 و q_2 است، بنابراین بار q_3 منفی است. ثانیاً باید یکی از بارهای q_1 یا q_2 را در حال تعادل قرار دهیم تا اندازه بار q_3 به دست آید. اگر بار q_1 در حال تعادل باشد، داریم؛

$$F_{31} = F_{21} \Rightarrow k \frac{|q_3||q_1|}{r_{31}^2} = k \frac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2}$$

با توجه به این که بردار نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 خلاف جهت هم هستند، می‌توان

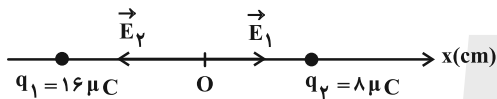
گفت که دو بار q_1 و q_2 هم‌نام هستند، پس:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{1}{10}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۸۶- گزینه «۳» (علیرضا جباری)

میدان‌های الکتریکی \vec{E}_1 و \vec{E}_2 ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه O نشان می‌دهیم و نسبت اندازه این دو میدان را به دست می‌آوریم:



$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{8}{16} \times \left(\frac{2}{10}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \Rightarrow E_2 = 2E_1$$

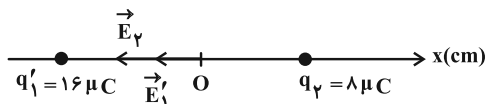
اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه O برابر است با:

$$E = E_2 - E_1 = 2E_1 - E_1 = E_1$$

اگر بار $q' = -32 \mu C$ را به بار q_1 اضافه کنیم، خواهیم داشت.

$$q'_1 = 16 + (-32) = -16 \mu C$$

میدان الکتریکی \vec{E}_2 نسبت به حالت اول هیچ تغییری ندارد. میدان الکتریکی \vec{E}'_1 با میدان الکتریکی \vec{E}_1 هم‌اندازه است اما جهت آن برعکس می‌شود.



میدان الکتریکی خالص در نقطه O را در حالت دوم حساب می‌کنیم:

$$E' = E'_1 + E_2 = E_1 + 2E_1 = 3E_1 \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{3E_1}{E_1} = 3$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۸۷- گزینه «۴» (علی بزرگر)

با توجه به شکل می‌توان پتانسیل صفحه پایینی را برابر صفر گرفت، چون به زمین وصل است.

$$\frac{q_2 = 8 \mu C, r_{21} = 15 \text{ cm}}{r_{21} = d = 5 \text{ cm}} \rightarrow \frac{|q_2|}{25} = \frac{\lambda}{225}$$

$$\Rightarrow |q_2| = \frac{\lambda}{9} \mu C \Rightarrow q_2 = -\frac{\lambda}{9} \mu C$$

توجه کنید که وقتی نیروی خالص وارد بر هر سه بار برابر صفر باشد، اندازه بار میانی از اندازه دو بار دیگر کوچک‌تر است:

$$|q_3| < |q_1| \text{ و } |q_3| < |q_2|$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۸۵- گزینه «۴» (مجتبی کلوثیان)

اگر بردار نیروی الکتریکی وارده از طرف q_1 به q_2 را با \vec{F}_1 و بردار نیروی الکتریکی وارده از طرف q_2 به q_3 را با \vec{F}_2 نشان دهیم، داریم:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} \quad (1)$$

با استفاده از رابطه مقایسه‌ای قانون کولن بین دو ذره باردار می‌توان نوشت:

$$\frac{F'_1}{F_1} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r'_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'_1}{F_1} = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{F'_2}{F_2} = \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_2}{r'_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'_2}{F_2} = \frac{1}{2} \times (2)^2 = 2$$

با توجه به عوض کردن جای دو بار q_1 و q_2 ، بردار نیروهای جدید را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{F}'_1 = -\frac{1}{2} \vec{F}_1 \quad ; \quad \vec{F}'_2 = 2 \vec{F}_2$$

$$-\frac{1}{2} \vec{F}_1 - 2 \vec{F}_2 = -3 \vec{F} \quad (2) \quad \text{پس:}$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \vec{F}_1 = -\frac{2}{3} \vec{F} \quad ; \quad \vec{F}_2 = \frac{5}{3} \vec{F}$$

با استفاده از رابطه مقایسه‌ای قانون کولن داریم:

$$\frac{|F_2|}{|F_1|} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r}{2r}\right)^2 \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{1}{10}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.06 \times 10^{-3} (3^2 - 4^2) = 3 \times 10^{-5} (-7)$$

$$\Rightarrow \Delta K = -21 \times 10^{-5} \text{ J} \Rightarrow \Delta U = -\Delta K = 21 \times 10^{-5} \text{ J}$$

حالا با استفاده از رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \quad \begin{matrix} V_A = -150 \text{ V}, & q = -3 \times 10^{-6} \text{ C} \\ \Delta U = 21 \times 10^{-5} \text{ J} \end{matrix}$$

$$V_B - (-150) = \frac{21 \times 10^{-5}}{-3 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_B + 150 = -70$$

$$\Rightarrow V_B = -220 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

(مسام تارری)

۹۰. گزینه «۳»

فقط مورد (پ) درست است.

بررسی موارد:

(الف) نادرست است، در یک جسم رسانا که در تعادل است، تمام نقاط

پتانسیل الکتریکی یکسانی دارند و اصطلاحاً یک جسم رسانا یک سطح

هم‌پتانسیل است. ($V_A = V_B$)

(ب) نادرست است، دو نقطه A و B درون جسم رسانا هستند و می‌دانیم

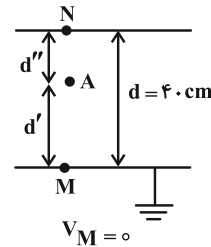
میدان الکتریکی خالص درون یک جسم رسانا، در حالت تعادل، صفر است.

($E_A = E_B = 0$)

(پ) درست است، در واقع تراکم خطوط میدان الکتریکی در قسمت تیز رسانا

بیشتر است، پس نشان می‌دهد که تراکم بار هم بیشتر است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)



$$V_M - V_N = +20 \text{ V} \xrightarrow{V_M=0} V_N = -20 \text{ V}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} \xrightarrow{\text{میدان یکنواخت}} \frac{V_M - V_A}{d'} = \frac{V_M - V_N}{d}$$

$$\Rightarrow \frac{0 - (-12)}{d'} = \frac{0 - (-20)}{4.0} \Rightarrow \frac{12}{d'} = \frac{20}{4.0} \Rightarrow d' = 24 \text{ cm}$$

$$d'' = 40 - 24 = 16 \text{ cm} = 160 \text{ mm}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۹ تا ۲۶)

(مسین الهی)

۸۸. گزینه «۲»

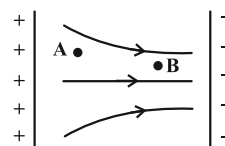
با حرکت در راستای خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش

می‌یابد و با توجه به منفی بودن بار الکتریکی انرژی پتانسیل الکتریکی آن

افزایش می‌یابد و در نتیجه انرژی جنبشی نیز کاهش می‌یابد. همچنین با

حرکت از نقطه A به B با توجه به بیشتر شدن تراکم خطوط، اندازه میدان

الکتریکی نیز افزایش می‌یابد.



دقت کنید، چون الکترون به صورت آزادانه در جهت میدان حرکت کرده

است، حتماً سرعت اولیه دارد.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷)

(علیرضا جباری)

۸۹. گزینه «۲»

چون تسدی ذره ($q < 0$) کاهش یافته، در نتیجه ذره در جهت میدان

الکتریکی جابه‌جا شده است، بنابراین انرژی جنبشی در جابه‌جایی از نقطه A

تا نقطه B کاهش یافته و انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.



فیزیک ۱

گزینه «۲» ۹۱-

(مسام ناری)

فقط مورد (ب) درست است.

علت نادرستی سایر موارد:

(الف) فشار همانند تندی یک کمیت فرعی نرده‌ای است.

(ب) لزوماً دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی بیشتر از ابزارهای مدرج نیست و ممکن است وسیلهٔ مدرجی دقیق‌تر از یک وسیلهٔ اندازه‌گیری دیجیتال باشد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷، ۹ و ۱۴)

گزینه «۲» ۹۲-

(بیزاد آزادفر)

$$5 \times 30 = 150 \text{ L}$$

حجم آب خارج شده از شیر در ۵ دقیقه:

پس آهنگ خروج آن از شیر برابر است با:

$$\text{حجم آب خارج شده} = \frac{150 \text{ L}}{5 \text{ min}} = 30 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

حال به کمک تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$30 \frac{\text{L}}{\text{min}} = 30 \frac{\text{L}}{\text{min}} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} \times \frac{10^{-6} \text{ m}^3}{1 \text{ cm}^3} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ s}}{10^6 \mu\text{s}}$$

$$= 0.5 \times \frac{10^{-3}}{10^6} = 5 \times 10^{-10} \frac{\text{m}^3}{\mu\text{s}}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

گزینه «۴» ۹۳-

(مجتبی نگوئیان)

تبدیل یکای هر کدام از گزینه‌ها را به صورت زیر انجام می‌دهیم:

$$3/9 \times 10^{-7} \text{ cm}^2 = 3/9 \times 10^{-7} \text{ cm}^2 \quad (1)$$

$$\times \left(\frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{1 \mu\text{m}}{10^{-6} \text{ m}} \right)^2 = 39 \mu\text{m}^2$$

$$1/2 \times 10^7 \frac{\text{ns}}{\text{mm}^3} = 1/2 \times 10^7 \frac{\text{ns}}{\text{mm}^3} \quad (2)$$

$$\times \frac{10^{-9} \text{ s}}{1 \text{ ns}} \times \frac{1 \text{ Ts}}{10^{12} \text{ s}} \times \left(\frac{1 \text{ mm}}{10^{-3} \text{ m}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right)^3 = 1/2 \times 10^4 \frac{\text{Ts}}{\text{km}^3}$$

$$2/3 \times 10^{-7} \frac{\text{ms}}{\text{Mm}^3} = 2/3 \times 10^{-7} \frac{\text{ms}}{\text{Mm}^3} \times \frac{10^{-3} \text{ s}}{1 \text{ ms}} \quad (3)$$

$$\times \frac{1 \text{ ps}}{10^{-12} \text{ s}} \times \left(\frac{1 \text{ Mm}}{10^6 \text{ m}} \times \frac{10^9 \text{ m}}{1 \text{ Gm}} \right)^3 = 2/3 \times 10^{11} \frac{\text{ps}}{\text{Gm}^3}$$

$$10^{-7} \frac{\mu\text{m}}{\text{ng} \cdot \text{ps}^2} = 10^{-7} \frac{\mu\text{m}^2}{\text{ng} \cdot \text{ps}^2} \times \left(\frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} \right)^2 \quad (4)$$

$$\times \frac{1 \text{ ng}}{10^{-9} \text{ g}} \times \frac{10^1 \text{ g}}{1 \text{ dag}} \times \left(\frac{1 \text{ ps}}{10^{-12} \text{ s}} \times \frac{10^9 \text{ s}}{1 \text{ Gs}} \right)^2 = 10^{27} \frac{\text{cm}^2}{\text{dag} \cdot \text{Gs}^2}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه «۱» ۹۴-

(امیرامیر میرسعید)

برای برقراری تساوی یکای طرفین باید یکسان باشد، داریم:

$$[A] = \left[\frac{B}{C^2} \right] \Rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{[B]}{[\text{C}]^2} \Rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{\text{m}}{[\text{C}]^2} \Rightarrow [\text{C}] = \text{m}$$

$$[A] = \left[\frac{C}{D^2} \right] \Rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{[C]}{[\text{D}]^2} \Rightarrow [\text{D}] = \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}$$

$$[\text{BD}^2] = \frac{\text{kg}}{\text{m}} \times \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} = \text{m}^2$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

گزینه «۲» ۹۵-

(معصومه شریعت ناصری)

ابتدا $\frac{\mu\text{J}}{\text{ns}}$ را به $\frac{\text{J}}{\text{s}}$ تبدیل می‌کنیم و با استفاده از روش تبدیل واحد

زنجیره‌ای داریم:

$$4/5 \times 10^5 \frac{\mu\text{J}}{\text{ns}} = 4/5 \times 10^5 \frac{\mu\text{J}}{\text{ns}} \times \frac{10^{-6} \text{ J}}{1 \mu\text{J}} \times \frac{1 \text{ ns}}{10^{-9} \text{ s}} = 4/5 \times 10^8 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$J = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = 4/5 \times 10^8 \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2}$$

اکنون $\frac{\text{m}^2}{\text{s}^3}$ را به $\frac{\text{mm}^2}{\mu\text{s}^3}$ تبدیل می‌کنیم:

$$4/5 \times 10^8 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} = 4/5 \times 10^8 \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^3} \times \frac{10^{-18} \text{ s}^3}{1 \mu\text{s}^3} \times \frac{1 \text{ mm}^2}{10^{-6} \text{ m}^2}$$

$$= 4/5 \times 10^{-4} \text{ kg} \frac{\text{mm}^2}{\mu\text{s}^3}$$

اگر عدد به دست آمده را برحسب g بنویسیم:

$$4/5 \times 10^{-4} \text{ kg} \frac{\text{mm}^2}{\mu\text{s}^3} = 4/5 \times 10^{-1} \text{ g} \frac{\text{mm}^2}{\mu\text{s}^3}$$

عبارت مناسب برای جای خالی به صورت $4/5 \times 10^{-1} \text{ g}$ است که با گزینه

«۲» مطابقت دارد.

$$\text{گزینه «۲»} \Rightarrow 4/5 \times 10^8 \text{ ng} \times \frac{10^{-9} \text{ g}}{1 \text{ ng}} = 4/5 \times 10^{-1} \text{ g}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)



تغییر چگالی بر اثر تغییر حجم است، زیرا جرم ثابت است.

$$\rho'_A = 1/2 \rho_A \Rightarrow V'_A = \frac{10}{12} V_A = \frac{5}{6} V_A$$

$$\rho'_B = 1/11 \rho_B \Rightarrow V'_B = \frac{10}{11} V_B$$

$$\frac{V'_A}{V'_B} = \frac{\frac{5}{6} V_A}{\frac{10}{11} V_B} = \frac{V_A}{2 V_B} \times \frac{11}{6} = \frac{11}{6}$$

$$\rho_{\text{جامد}} = \frac{m_A + m_B}{V'_A + V'_B} = \frac{2m}{\frac{11}{6} V'_B + V'_B} = \frac{2m}{\frac{17}{6} V'_B}$$

$$= \frac{12}{17} \frac{m}{V'_B} = \frac{12}{17} \rho'_B$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(مسعود فذرانی)

۹۹- گزینه «۱»

شیب خط نمودار $m - V$ همان چگالی جسم است. بنابراین:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{m_B + 300}{m_B}$$

$$3m_B = 2m_B + 600 \Rightarrow m_B = 600g$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(میشی کویان)

۱۰۰- گزینه «۲»

با توجه به این که $\frac{4}{5}$ از حجم مایع درون ظرف را خالی کرده‌ایم، حجم مایع

و در نتیجه جرم مایع، $\frac{1}{5}$ حالت اولیه می‌شود، بنابراین:

$$m_{\text{ظرف}} + m'_{\text{مایع}} = \frac{1}{5} (m_{\text{ظرف}} + m_{\text{مایع}})$$

$$\frac{m'_{\text{مایع}} = \frac{1}{5} m_{\text{مایع}}}{\rightarrow m_{\text{ظرف}} + \frac{1}{5} m_{\text{مایع}} = \frac{1}{5} m_{\text{ظرف}} + \frac{1}{5} m_{\text{مایع}}}$$

$$\Rightarrow m_{\text{ظرف}} = \frac{3}{5} m_{\text{مایع}}$$

$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} (\pi)(r^2 h)$$

$$\frac{\rho_{\text{مایع}} = \frac{5g}{cm^3}}{r=2cm, h=10cm} \rightarrow m_{\text{مایع}} = (5)(3)(2^2)(10) = 600g$$

$$\Rightarrow m_{\text{ظرف}} = \frac{3}{5} (600) = 360g$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(معمومه شریعت ناصری)

۹۶- گزینه «۳»

ابتدا با استفاده از رابطه چگالی، جرم یخ را به دست می‌آوریم:

$$m = \rho V = 0.9 \times 200 = 180g$$

آهنگ ذوب یخ را با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای به گرم بر دقیقه تبدیل می‌کنیم:

$$200 \frac{mg}{s} = 200 \frac{mg}{s} \times \frac{10^{-3}g}{1mg} \times \frac{60s}{1min} = 12 \frac{g}{min}$$

یعنی در هر دقیقه ۱۲ گرم یخ ذوب می‌شود. کل زمان ذوب یخ برابر است با:

$$\frac{1min}{t} \left| \begin{array}{l} 12g \\ 180g \end{array} \right. \Rightarrow t = \frac{180}{12} = 15min$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۸)

(علیرضا بیاری)

۹۷- گزینه «۱»

ابتدا حجم ظاهری کره را حساب می‌کنیم. این حجم، شامل حجم حفره و حجم فلز است.

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = 4 \times 125 = 500cm^3$$

سپس حجم فلز را به دست آورده و از حجم ظاهری کره کم می‌کنیم تا حجم حفره به دست آید.

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{m_1 = 3kg = 3000g}{\rho_1 = \frac{10g}{cm^3}} \rightarrow V_1 = \frac{3000}{10} = 300cm^3$$

$$V_{\text{ظاهری}} = V_1 + V_2 \rightarrow 500 = 300 + V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = 500 - 300 = 200cm^3 \text{ حجم حفره}$$

اکنون جرم حفره را که با مایعی به چگالی $\frac{2}{5} \frac{g}{cm^3}$ پر شده است،

حساب می‌کنیم:

$$m_2 = \rho_{\text{مایع}} V_2 = \frac{2}{5} \times 200 = 80g = 0.08kg$$

جرم کره در این حالت برابر است با مجموع جرم فلز و مایع درون حفره:

$$m_{\text{کل}} = m_1 + m_2 = 3 + 0.08 = 3.08kg$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(مهمدکظم منشاری)

۹۸- گزینه «۲»

چگالی فلزات در حالت مایع را با ρ_A و ρ_B و در حالت جامد با ρ'_A و ρ'_B نشان می‌دهیم:

$$\rho_B = 2\rho_A \Rightarrow \frac{m}{V_B} = \frac{2m}{V_A} \Rightarrow V_A = 2V_B$$

(مهمر عظیمیان زواره)

۱۰۳- گزینه «۳»

با توجه به معادله کلی برکافت آب:



گاز هیدروژن در اطراف قطب منفی (کاتد) و گاز اکسیژن در اطراف قطب مثبت (آند) تولید می‌شود. حجم گاز تولید شده در اطراف کاتد ۲ برابر حجم گاز تولید شده در اطراف آند می‌باشد.

بررسی گزینه «۴»:

(۴) به ازای تولید ۴ مول الکترون مقدار ۲ مول آب مصرف می‌شود.

$$? g H_2O = 0 / 8 \text{ mol } e^- \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{4 \text{ mol } e^-} \times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O}$$

مصرف شده $9/2 g H_2O$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

(علی بهفری)

۱۰۴- گزینه «۱»

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) Na^+ به حالت مایع (I) است نه محلول (aq)! چون برای برکافت فلزات فعال باید از حالت مذاب آن‌ها استفاده کرد.

(۳) دو نوع عنصر در آن تولید می‌شود. (سدیم (Na) و کلر (Cl_2))

(۴) یون‌های سدیم در کاتد کاهش می‌یابند و شعاع آن‌ها بزرگ‌تر می‌شود.

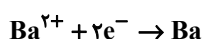
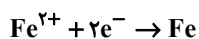
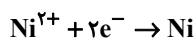
مقایسه شعاع: $Na > Na^+$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

(مهمر رضا پورباویر)

۱۰۵- گزینه «۱»

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال، (مبنی بر امکان حفاظت کاتدی با باریم و عدم امکان انجام این فرایند با نیکل)، موقعیت قرارگیری این فلزها در سری الکتروشیمیایی به صورت زیر است:



به این ترتیب امکان انجام خودبخودی واکنش $Ni + Ba^{2+}$ وجود ندارد.

شیمی ۳

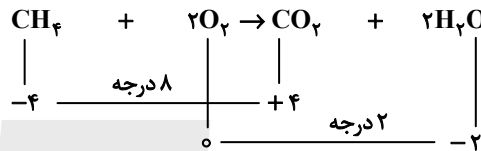
۱۰۱- گزینه «۲»

(سعید تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) از دیدگاه زیست محیطی گاز هیدروژن نسبت به گاز متان دارای مزیت است، زیرا متان برخلاف هیدروژن، افزون بر آب (فراورده دوستدار محیط زیست)، گاز گلخانه‌ای CO_2 را نیز تولید می‌کند.

(۲) معادله واکنش کلی سلول سوختی متان-اکسیژن:



(۳) مطابق واکنش ارائه شده، CH_4 اکسایش یافته و کاهنده محسوب می‌شود.

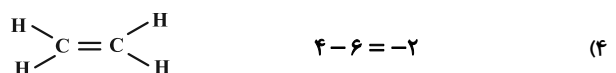
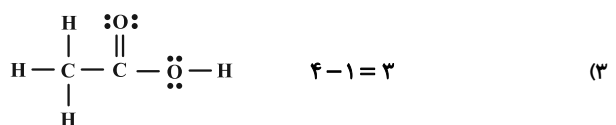
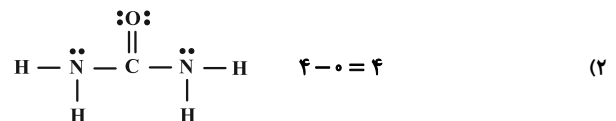
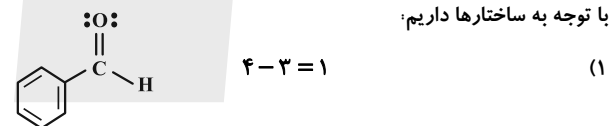
(۴) سلول‌های سوختی متان-اکسیژن برخلاف باتری‌ها نمی‌توانند مواد اولیه را ذخیره کنند و باید به‌طور پیوسته گاز CH_4 به آن تزریق شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

(علیرضا بیانی)

۱۰۲- گزینه «۲»

با توجه به ساختارها داریم:



(شیمی ۳- صفحه ۵۲)



(پویا، سنگاری)

۱۰۷- گزینه «۴»

موارد (ب) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی موارد:

(آ) در فرایند هال، آند و کاتد هر دو از جنس گرافیت هستند. در این سلول الکترولیتی، دیواره‌ها و کف ظرف نقش کاتد (قطب منفی) و تیغه‌های گرافیتی بالای سلول، نقش آند (قطب مثبت) را دارند.

(ب) همان‌طور که گفته شد، دیواره و کف سلول نقش کاتد را دارد و قطب منفی سلول نیز می‌باشد.

(پ) گاز اکسیژن یک اکسنده قوی است و در دمای بالا با الکتروآند (گرافیت) واکنش داده و گاز CO_2 تولید می‌کند.

(ت) همان‌طور که گفته شد، الکتروآند با گاز اکسیژن واکنش داده و گاز CO_2 را تولید می‌کند و به مرور از جرم آن کاسته می‌شود، بنابراین الکتروآندی در واکنش شرکت می‌کند اما الکتروآندی با این‌که در واکنش نیست، الکترون مورد نیاز نیم‌واکنش کاتدی را فراهم می‌کند.

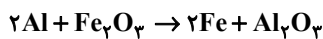
(ث) فرایند هال به علت مصرف مقدار زیادی انرژی الکتریکی هزینه بالایی دارد، از این‌رو با بازیافت فلز آلومینیم می‌توان ضمن افزایش عمر یکی از مهم‌ترین منابع تجدیدناپذیر طبیعت، برخی هزینه‌های تولید این فلز را نیز کاهش داد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

(محمدرضا طاهری نژاد)

۱۰۸- گزینه «۳»

ابتدا واکنش ترمیت را می‌نویسیم:

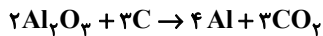


مول Al مورد نیاز را به دست می‌آوریم:

$$\text{mol Al} = 8 \text{ kg} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{0.1}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{2 \text{ mol Al}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol Al}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} = 80 \text{ mol Al}$$

حال واکنش هال را می‌نویسیم:



$$\text{تعداد تیغه‌ها} = 80 \text{ mol Al} \times \frac{3 \text{ mol C}}{4 \text{ mol Al}} \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} \times \frac{100}{80}$$

$$\times \frac{1 \text{ تیغه}}{100 \text{ g}} = 9 \text{ تیغه}$$

لذا حداقل ۹ تیغه نیاز است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

از آنجا که Ni در سری الکتروشیمیایی بالاتر است، قدرت اکسندگی Ni^{2+} بیشتر از Ba^{2+} خواهد بود. اگر یک جسم آهنی به یک قطعه از جنس نیکل متصل شود می‌تواند با حفاظت کاتدی مانع از واکنش این قطعه (نیکل) شود، اما با توجه به اطلاعات داده شده، نمی‌توان در مورد امکان انجام واکنش نیکل با اسید نظر قطعی داد. توجه داشته باشید که Fe امکان انجام چنین واکنشی را دارد. به این ترتیب Ba نیز می‌تواند در واکنش با اسید شرکت کند. اما از آنجا که موقعیت Ni نسبت به H_2 در سری الکتروشیمیایی مشخص نیست، نمی‌توان با قطعیت گفت که امکان انجام واکنش گفته شده وجود دارد یا خیر.

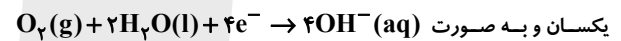
(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱۰۶- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، تنها بخار آب مولکول‌های قطبی داشته که از مجاور قطب مثبت (کاتد) خارج می‌شود.

(۲) نادرست؛ نیم‌واکنش کاتدی انجام شده در آهن سفید و حلی خراشیده شده

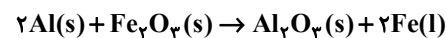


یکسان و به صورت است ولی واکنش در آهن سفید در سطح آهن و در حلی در سطح قلع انجام می‌شود.

(۳) نادرست؛ نخستین واکنش در تهیه فلز منیزیم از آب دریا با افزودن باز

(OH^-) همراه است که رنگ کاغذ pH را آبی می‌کند.

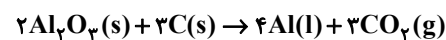
(۴) درست؛ واکنش ترمیت به صورت زیر است:



$6 =$ مجموع ضرایب استوکیومتری مواد

واکنش کلی سلول هال نیز به صورت زیر است:

$12 =$ مجموع ضرایب استوکیومتری مواد



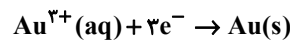
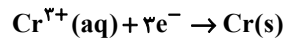
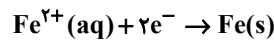
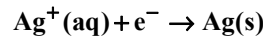
$$\frac{\text{مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش ترمیت}}{\text{مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در فرایند هال}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۶۱)

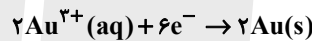
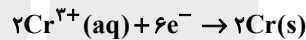
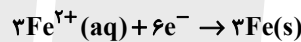
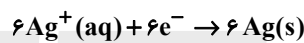
۱۰۹ - گزینه ۲»

(یاسر راش)

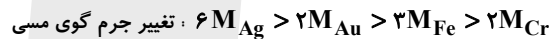
نیم‌واکنش‌های کاهش در سلول‌های آبکاری به صورت زیر است:



تحلیل و بررسی گزاره اول: شمار الکترون‌های مبادله شده در نیم‌واکنش‌ها را یکسان می‌کنیم:



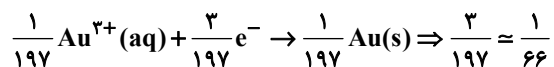
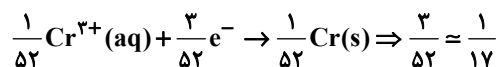
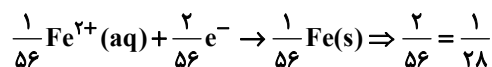
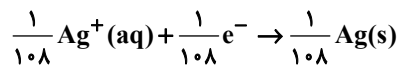
ترتیب تغییر جرم گوی مسی در هر فرایند به ازای مبادله شمار الکترون‌های برابر را می‌توان به صورت زیر نشان داد: (M نماد جرم مولی است).



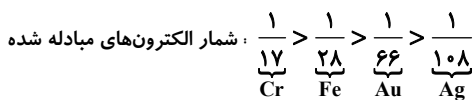
نتیجه‌گیری: هرگاه نسبت «جرم مولی فلز / شمار الکترون مبادله شده در نیم‌واکنش کاهش»

بیشتر باشد، به ازای مبادله شمار الکترون‌های برابر، جرم جسمی که آبکاری می‌شود، به میزان بیشتری افزایش پیدا می‌کند.

تحلیل و بررسی گزاره دوم: اگر مبنا را بر میزان افزایش جرم گوی مسی به میزان یک گرم در نظر بگیریم:



همه نیم‌واکنش‌ها، به ازای افزایش یک گرم (جرم‌های برابر) از فلز بر روی گوی‌های مسی به دست آمدند. حالا می‌توان شمار الکترون‌های مبادله شده را مقایسه کرد: (صورت کسرها بالا را با کمی تقریب یکسان می‌کنیم تا مقایسه راحت‌تر شود).



(شیمی ۳ - صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۱۱۰ - گزینه ۴»

(ممد رضا پورجاوید)

تنها مورد نادرست، عبارت دوم خواهد بود.

با توجه به اطلاعات داده شده در جدول، ترتیب قرار گرفتن این فلزها در سری الکتروشیمیایی به صورت زیر است.

$\text{Pd}^{2+} / \text{Pd}$
$\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}$
$\text{Fe}^{2+} / \text{Fe}$
$\text{Ca}^{2+} / \text{Ca}$

به این ترتیب برای عبارت‌های داده شده می‌توان گفت:

در برکافت محلول‌های حاوی Pd^{2+} و Cu^{2+} ، با توجه به بیشتر بودن

قدرت اکسندگی Pd^{2+} این یون برنده رقابت کاتدی بوده و در نتیجه ابتدا

فلز Pd رسوب می‌کند. از آنجا که هر دو فلز Ca و Fe در سری

الکتروشیمیایی پایین‌تر از مس قرار دارند، امکان نگهداری محلول‌های آن‌ها

(حاوی Ca^{2+} و Fe^{2+}) در ظرف مسی وجود دارد. با توجه به این‌که

فاصله فلزهای Fe و Cu از یکدیگر در سری الکتروشیمیایی کمتر از

فاصله موجود میان فلزهای Ca و Cu است، ولتاژ سلول گالوانی

Fe-Cu نیز کمتر از ولتاژ سلول گالوانی Ca-Cu می‌باشد. در سلول

گالوانی Fe-Pd، الکتروود آهن به عنوان آنود عمل می‌کند و الکتروود

پالادیم نیز کاتد خواهد بود. بنابراین جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی

از آنود (Fe) به طرف کاتد (Pd) می‌باشد.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)



شیمی ۲

گزینه «۴» - ۱۱۱

(پویا رستگاری)
میوه‌هایی که می‌خورید با استفاده از کودهای پتاسیم، نیتروژن و فسفر دار رشد کرده‌اند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) گسترش فناوری به میزان دسترسی به مواد مناسب وابسته است، به طوری که کشف و درک خواص یک ماده جدید پرچم‌دار توسعه فناوری است.

(۲) چه مواد ساختگی و چه مواد طبیعی همگی از کره زمین به دست می‌آیند.
(۳) میزان تولید یا مصرف نسبی منابع مختلف از سال ۲۰۰۵ تا ۲۰۳۰ به ترتیب شامل، مواد معدنی، سوخت‌های فسیلی و فلزها می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱ تا ۶)

گزینه «۴» - ۱۱۲

(ممنون مبنونی)
عناصر دوره سوم : Na, Mg, Al, Si, P, S, Cl, Ar

عناصر گروه چهاردهم : C, Si, Ge, Sn, Pb
عناصر C, Si, Ge, P, S در اثر ضربه خرد می‌شود.
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) عناصر گازی Cl, Ar و عناصر با نماد تک حرفی C, P, S هستند، پس نسبت تعداد آن‌ها برابر $\frac{۲}{۳}$ است.

(۲) عناصر Na, Mg, Sn, Pb, Al توانایی تشکیل کاتیون تک اتمی و عناصر C, P, S, Cl توانایی تشکیل آنیون تک اتمی دارند.

(۳) عنصر چهارم گروه چهاردهم همان فلز Sn (قلع) می‌باشد که در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

گزینه «۳» - ۱۱۳

(ممنون رضا پورجاوید)
در بین عنصرهای داده شده، X بیشترین خاصیت نافلزی را دارد.
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) مقایسه خاصیت فلزی عناصر B, D و G به صورت $B > D > G$ است.
(۲) عنصر B همان پتاسیم بوده که متعلق به دوره ۴ و گروه ۱ جدول تناوبی است.
(۴) کمترین شعاع در بین عناصر داده شده، متعلق به عنصر X می‌باشد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

گزینه «۳» - ۱۱۴

(پیمان فواپوی میر)
شعاع اتمی در یک گروه از بالا به پایین افزایش و در یک دوره از چپ به راست کاهش می‌یابد، پس گزینه «۳» درست است.

مقایسه صحیح در گزینه «۱»: $_{۱۱}\text{Na} <_{۳۷}\text{Rb} <_{۱۹}\text{K}$

مقایسه صحیح در گزینه «۲»: $_{۱۷}\text{Cl} <_{۱۱}\text{Na} <_{۱۹}\text{K}$

مقایسه صحیح در گزینه «۴»: $_{۱۷}\text{Cl} <_{۱۶}\text{S} <_{۱۴}\text{Si}$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

گزینه «۳» - ۱۱۵

(عمید زینی)
بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست؛ فلز واسطه مورد استفاده در تلویزیون‌های رنگی $_{۲۱}\text{Sc}$ می‌باشد که کاتیون آن $\text{Sc}^{۳+}$ به آرایش الکترونی گاز نجیب دوره قبل از خود می‌رسد.

(ب) نادرست؛ به دلیل درصد خلوص پایین در سنگ معدن طلا و تولید پسماند زیاد با توسعه پایدار هماهنگ نمی‌باشد.

(پ) درست؛ فقط برخی فلزات واسطه مثل طلا به شکل آزاد یافت می‌شوند.

(ت) درست؛ لایه سوم گنجایش ۱۸ الکترون دارد و عنصری که دارای لایه سوم نیمه پر می‌باشد Sc است که کاتیون با بار $۳+$ تشکیل می‌دهد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)



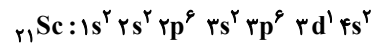
۱۱۶ - گزینه «۲»

(معمردضا جمشیری)

بررسی موارد نادرست:

مورد سوم: اغلب فلزات واسطه برخلاف اغلب فلزات اصلی، با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند.

مورد چهارم: نخستین فلز واسطه، $_{21}\text{Sc}$ است که با توجه به آرایش الکترونی آن مجموع $n+l$ الکترون‌های ظرفیت آن برابر ۱۳ است.



مورد پنجم: به دلیل بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی توسط فلز طلا، از آن در ساخت کلاه فضانوردان استفاده می‌شود.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۱۱۷ - گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

تنها مورد اول نادرست است.

بررسی موارد:

مورد اول: فرآورده X ، محلول زرد رنگ FeCl_3 می‌باشد.

مورد دوم: درست

مورد سوم: در شرکت‌های فولادی جهان برای استخراج آهن از کربن استفاده می‌شود.

مورد چهارم: از آنجا که واکنش‌پذیری Fe از Cu بیشتر است، واکنش به‌طور طبیعی انجام نمی‌شود.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱۱۸ - گزینه «۲»

(معمرد عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(آ) نادرست؛ سفر در طبیعت به شکل آزاد یافت نمی‌شود.

(ب) درست؛ آهن در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد.

(پ) درست

(ت) درست؛ هر چه فلز فعال‌تر باشد، میل بیشتری به ایجاد ترکیب دارد و ترکیب‌هایش پایدارتر از خودش است.

(ث) نادرست؛ واکنش‌پذیری فلز قلیایی با عدد اتمی $19 (K)$ از سایر این فلزات بیشتر است و بنابراین تمایل آن برای تبدیل شدن به کاتیون بیشتر است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۱۹ - گزینه «۲»

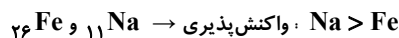
(یاسر راش)

موارد اول و سوم درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: آهن اغلب در طبیعت به شکل اکسید و گاهی به صورت سولفید و ... یافت می‌شود.

مورد چهارم: الزاماً نمی‌توان چنین نتیجه‌ای گرفت. مثلاً ببینید:



(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۲۰ - گزینه «۴»

(امیرمسعود حسینی)

$$50 - x = \text{جرم CaO ناخالص} \Rightarrow x = \text{جرم لوله آزمایش}$$

$$35/21 - x = \text{جرم Ca(OH)}_2 \text{ تولید شده}$$

$$100 \times \frac{\text{جرم CaO خالص}}{\text{جرم CaO ناخالص}} = \text{درصد خلوص CaO}$$

$$\Rightarrow 50 = \frac{\text{جرم CaO خالص}}{50 - x} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{جرم CaO خالص} = 25 - 0.5x$$

$$(25 - 0.5x) \text{ g CaO} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{56 \text{ g CaO}} \times \frac{1 \text{ mol Ca(OH)}_2}{1 \text{ mol CaO}}$$

$$\times \frac{74 \text{ g Ca(OH)}_2}{1 \text{ mol Ca(OH)}_2} = 33 - 0.66x \text{ g Ca(OH)}_2$$

$$33 - 0.66x = 35/21 - x \Rightarrow 0.34x = 2/21$$

$$\Rightarrow x = \frac{2/21}{0.34} = 6/5 \text{ g آزمایش لوله آزمایش}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

شیمی ۱

۱۲۱- گزینه «۴»

(علی بعفری)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ زیرا بعد از مهبانگ ذرات زیراتمی مانند e ، p و n زودتر به وجود آمدند.

(۲) نادرست؛ زیرا عنصرها به صورت ناهمگون در جهان هستی پراکنده شده‌اند.

(۳) نادرست؛ زیرا نوع و میزان فراوانی عنصرها در دو سیاره زمین و مشتری متفاوت هستند، البته عنصرهای مشترک بین دو سیاره نیز وجود دارد. (مانند

گوگرد و اکسیژن)

(۴) درست؛ طبق متن کتاب درسی در صفحه ۴، درست است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱ تا ۴)

۱۲۲- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

$$\left. \begin{aligned} A_1 X^+ &\Rightarrow e_1 = Z_1 - 1 \\ Z_1 & \\ A_2 Y^- &\Rightarrow e_2 = Z_2 + 1 \\ Z_2 & \end{aligned} \right\} \Rightarrow e_1 - e_2 = (Z_1 - 1) - (Z_2 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow Z_1 - Z_2 - 2 = 0 \Rightarrow Z_1 - Z_2 = 2$$

$$A_1 - A_2 = (Z_1 + n_1) - (Z_2 + n_2) = \underbrace{(Z_1 - Z_2)}_2 + (n_1 - n_2) = 4$$

$$n_1 - n_2 = 2$$

پس اختلاف شمار n ها و p های آنها با هم برابر و مساوی ۲ است.

(شیمی ۱- صفحه ۵)

۱۲۳- گزینه «۳»

(محمدرضا جمشیری)

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: از رادیوایزوتوپ تکنسیم (ایزوتوپ ناپایدار) در تصویربرداری

پزشکی استفاده می‌شود.

مورد سوم: یون یدید با یون حاوی تکنسیم اندازه مشابه دارد.

مورد چهارم: یکی از ایزوتوپ‌های اورانیم ($^{235}_{92}U$)، اغلب به عنوان سوخت استفاده می‌شود.

مورد پنجم: درصد فراوانی ایزوتوپی از اورانیم که به عنوان سوخت استفاده نمی‌شود، در طبیعت حدود ۹۹/۳٪ است، چرا که درصد فراوانی ایزوتوپ $^{235}_{92}U$ کمتر از ۰/۷٪ است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۷ و ۸)

۱۲۴- گزینه «۱»

(یاسر راش)

قسمت اول: دو فلز هم گروه رفتار شیمیایی مشابهی دارند، بنابراین اکسید فلز M نیز می‌تواند به صورت MO باشد.

قسمت دوم: اختلاف عدد اتمی بین دو عنصر هم گروه در دو دوره متوالی حداکثر می‌تواند برابر ۳۲ باشد، بنابراین:

= (شمار عنصرهای بین دو عنصر A و B در جدول دوره‌ای)

$$(B) - 1 = 32 - 1 = 31 \text{ (اختلاف عدد اتمی } A \text{ و } B)$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

۱۲۵- گزینه «۱»

(محمدرضا طاهری نزار)

ابتدا جرم اتمی هر ایزوتوپ را معین می‌کنیم. اگر فراوانی A را x فرض کنیم درصد فراوانی ایزوتوپ‌های دیگر به صورت زیر است:

$^{60}_{28}A$	$^{59}_{28}A$	$^{58}_{28}A$
$80 - x \%$	$x \%$	20%

حال به محاسبه جرم اتمی میانگین می‌پردازیم:

$$\frac{(58 \times 20) + 59x + 60(80 - x)}{100} = 59/17 \Rightarrow x = 43\%$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)



۱۲۶- گزینه «۲»

(پیمان فواوی میبد)

فرمول مولکولی این ماده را A و جرم مولی آن x را در نظر می‌گیریم. داریم:

$$\frac{1 \text{ mol A}}{6/02 \times 10^{23} \text{ A}} \times \text{مولکول A } 1/806 \times 10^{21}$$

$$\times \frac{x \text{ g A}}{1 \text{ mol A}} = 534 \times 10^{-3} \text{ g} \Rightarrow x = 178 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

پس جرم مولی این ماده ۱۷۸ گرم بر مول است که در بین گزینه‌ها فقط

جرم مولی $\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_7$ برابر این عدد است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۱۲۷- گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

رنگ‌های موجود در رنگین کمان، طیفی پیوسته (نه گسسته) از بی‌نهایت طول موج را تشکیل می‌دهند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۱۲۸- گزینه «۳»

(امیرمسعود حسینی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ ایزوتوپ ^{24}Mg بیشترین درصد فراوانی را در بین سه ایزوتوپ طبیعی منیزیم دارد که در آن عدد جرمی (۲۴) دو برابر عدد اتمی (۱۲) است.

$$^{24}\text{Mg} > ^{25}\text{Mg} > ^{26}\text{Mg}$$

(۲) درست؛ تکنسیم از جمله رادیوایزوتوپ‌های تولید شده در ایران است که

جرم اتمی میانگین آن در جدول تناوبی گزارش نشده است.

(۳) نادرست؛ شیمی‌دان‌ها به فرایندی که در آن یک ماده شیمیایی با جذب انرژی، از خود پرتوهای الکترومغناطیسی گسیل می‌دارد، نشر می‌گویند.

(۴) درست؛ پرتوهای فرورسرخ با چشم انسان قابل مشاهده نیستند اما با استفاده از یک آشکارساز مانند دوربین موبایل می‌توان آن‌ها را مشاهده کرد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۱۲۹- گزینه «۳»

(مهمد عظیمیان زواره)

شمار خطوط طیف نشری خطی لیتیم، هیدروژن و سدیم در محدوده مرئی به ترتیب برابر ۴، ۴ و ۷ می‌باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۳۰- گزینه «۴»

(یاسر راش)

آهن و سدیم دارای رنگ شعله‌های طلایی و زرد رنگ هستند. رنگ غالب شعله این دو عنصر در گستره طول موج پرتوهای طیف زرد رنگ قرار دارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) بین عدد اتمی عنصرها با طول موج رنگ شعله فلزها هیچ ارتباطی وجود ندارد.

(۲) به عنوان مثال رنگ شعله فلز لیتیم و پتاسیم به ترتیب سرخ و بنفش است که انرژی آن‌ها با هم تفاوت قابل توجهی دارد.

(۳) با طول موج نوارها می‌توان درباره تشخیص عناصر اظهار نظر قطعی کرد نه رنگ شعله آن.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)



دفترچه پاسخ

**آزمون هوش و استعداد
(دوره دوم)
۳۰ آذر**

**تعداد کل سوالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه**

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، هادی زمانیان، حمید گنجی، فرزاد شیرمحمدلی، مهبد باقری، مرجان جهان‌بانی، آرمان احمدی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۱»

(ممبر اصفهانی)

واژه‌ی «توفیق» مدنظر است.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه ۱»

(ممبر اصفهانی)

ساخته: واقعه، پیشامد

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه ۲»

(ممبر اصفهانی)

واژه‌ی «نیرنگ» در متن به پادشاهانی دارای فره‌ی ایزدی نسبت داده شده است. یعنی بار معنایی منفی ندارد، عامل دوری از خدا یا خیانت در قدرت نیست، ویژه‌ی افرادی است که قدرت سیاسی دارند.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه ۳»

(ممبر اصفهانی)

متن پس از بیان تقابل اندیشه‌های فلسفی سهروردی با غزالی، به ورود غزالی به اندیشه‌های سیاسی اشاره می‌کند و از آن نتیجه می‌گیرد که باید به کشف و بررسی اندیشه‌های سیاسی سهروردی پرداخت. در متن، به میزان سازگاری غزالی با نوشته‌های عین‌القضات همدانی یا تأثیرپذیری او از ابوالبرکات بغدادی اشاره نشده است، بلکه در قیاس با سهروردی، در مباحث مطرح‌شده، سهروردی بیشتر از غزالی با این دو تن سازگاری داشته است. همچنین متن از خلق الساعه نبودن نظریه‌ها نیز صحبت می‌کند.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه ۱»

(ممبر اصفهانی)

این که سلیمان در انتهای عمر به بت‌پرستی روی آورده است، انسان کامل بودن نماینده‌ی خدا را در میان مردم، نقض می‌کند. در انگاره‌های متن، به این شخصیت‌ها و رفتارهای پیامبران با عبارت «نبوت اسرائیلی» اشاره شده است.

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه ۳»

(ممبر اصفهانی)

انگاره‌ی شماره‌ی سه، نیرنگ پادشاهی چون فریدون را مطرح کرده است. در گزینه‌ی «۳» نیز نیرنگ او و تبدیلیش به اژدها آشکار است.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه ۳»

(ممبر اصفهانی)

عبارت «لُحْجَةُ قَبْلِ الْخَلْقِ وَ مَعَ الْخَلْقِ وَ بَعْدَ الْخَلْقِ» یعنی حجت الهی قبل از خلق است و با خلق است و بعد از خلق است. یعنی عالم وجود از حجت خداوندی تهی نمی‌ماند.

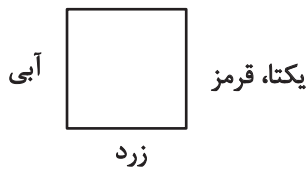
(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه ۴»

(ممبر کنبی)

یکتا قرمز پوشیده است و آنان که زرد و سبز پوشیده‌اند روبه‌روی همند، پس آن که روبه‌روی یکتا نشسته است آبی پوشیده است. همچنین می‌دانیم پرنیان و پرستو روبه‌روی هم نیستند، پس این دو نمی‌توانند در جایگاه‌های «سبز و زرد» بنشینند، یکی از آن‌ها حتماً در جایگاه روبه‌روی یکتاست و آبی پوشیده است. پس «ترمه» قطعاً آبی پوشیده است.

سبز



(منطقی و ریاضی)

۲۵۹- گزینه ۴»

(ممبر کنبی)

می‌دانیم یکتا قرمز پوشیده است و چون آبی و زرد روبه‌روی یکدیگرند، یکتا قطعاً روبه‌روی شخصی است که سبز پوشیده است. همچنین می‌دانیم آنان که قهوه و جای انتخاب کرده‌اند کنار همند. پس اگر آن‌که سبز پوشیده است قهوه سفارش داده باشد، یکتا قطعاً جای سفارش نداده است.

سبز، قهوه



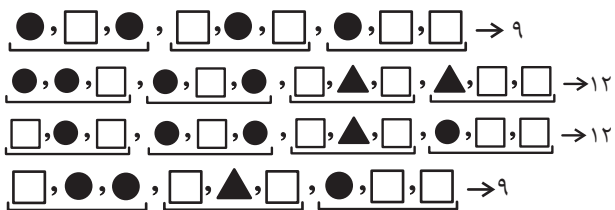
یکتا، قرمز

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۶۰- گزینه ۳»

(غریزای شیرممدری)

بدترین حالت‌ها را در نظر می‌گیریم و چند حالت را می‌آزماییم:



(هوش منطقی ریاضی)



۲۶۱- گزینه «۳»

(فاطمه، اسخ)

ابتدا نسبت‌ها را یکی می‌کنیم:

$$\frac{\text{الف}}{\text{ب}} = \frac{۳}{۵} = \frac{۱۲}{۲۰}, \frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{۴}{۵} = \frac{۱۲}{۱۵}$$

حال تناسب می‌بندیم:

ماده	نسبت	حجم
الف	۱۲	؟
ب	۲۰	
ج	۱۲	
د	۱۵	
مجموع	۵۹	۶۰۰

$$? = \frac{۶۰۰}{۵۹} \times ۱۲ \approx ۱۲۲$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینه «۲»

(ممیر اصفهانی)

جدول بالا را به‌طور خلاصه می‌توان به شکل زیر نمایش داد که در آن X میزان ماده «د» است که به محلول اضافه شده است.

ماده	نسبت اولیه	حجم اولیه
د	۱۵	؟
دیگر مواد	۴۴	
مجموع	۵۹	۶۰۰

$$\Rightarrow ? = \frac{۶۰۰}{۵۹} \times ۱۵ = ۱۵۲, \frac{\text{حجم جدید ماده «د»}}{\text{حجم کل}} = \frac{۱۵۲ + X}{۶۰۰ + X} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow 2 \times (X + 152) = X + 600 \Rightarrow X = 600 - 304 = 296$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینه «۴»

(ممیر کنش)

سن کنونی پدر بزرگ را X، سن نوۀ بزرگ‌تر را Y و سن نوۀ کوچک‌تر را Z می‌گیریم، از طرفی داریم:

$$\begin{cases} (X-3) = 23(Y-3) \Rightarrow X = 23Y - 66 \\ (X+3) = 15(Z+3) \Rightarrow X = 15Z + 42 \end{cases} \Rightarrow 23Y - 66 = 15Z + 42$$

$$\Rightarrow 23Y = 15Z + 108$$

و از طرف دیگر می‌دانیم $Y = 3Z$ است. پس:

$$23 \times 3Z = 15Z + 108 \Rightarrow 54Z = 108 \Rightarrow Z = 2$$

$$\Rightarrow Y = 3 \times 2 = 6, Y - Z = 4$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینه «۳»

(کتاب استعدادتعلیمی هوش کلایمی)

با ۴۸ ساعت کار، $\frac{1}{4}$ کار انجام شده است:

$$۸ \times ۶ = ۴۸$$

پس برای $\frac{3}{4}$ باقی‌مانده کار، ۱۴۴ نفر ساعت کار لازم است:

$$۳ \times ۴۸ = ۱۴۴$$

پس اگر دوازده کارگر هر کدام دوازده ساعت کار کنند، کار به اتمام می‌رسد:

$$۱۴۴ \div ۱۲ = ۱۲$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه «۳»

(آرمان احمدی)

در هر سطر از چپ، اعداد ستون اول و ستون دوم در هم ضرب می‌شوند و حاصل ضرب با عدد ستون دوم جمع می‌شود و حاصل نهایی در دو ستون سوم و چهارم قرار می‌گیرد.

$$(7 \times 9) + 9 = 63 + 9 = 72$$

$$(4 \times 8) + 8 = 32 + 8 = 40$$

$$(5 \times 7) + 7 = 35 + 7 = 42$$

$$(7 \times 6) + 6 = 42 + 6 = 48$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینه «۳»

(فاطمه، اسخ)

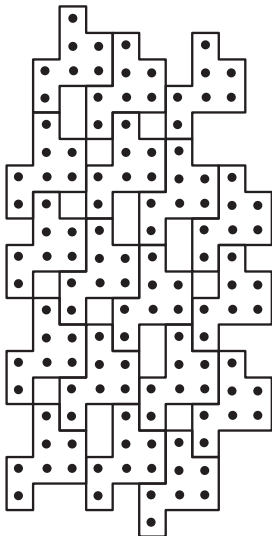
شکل صورت سؤال با ۹۰ درجه چرخش پادساعتگرد به شکل گزینه «۳» تبدیل می‌شود.

(هوش غیرکلایمی)

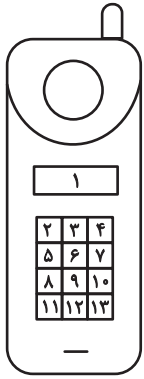
۲۶۷- گزینه «۳»

(هاری زمانیان)

الگوی مدنظر:



(هوش غیرکلایمی)

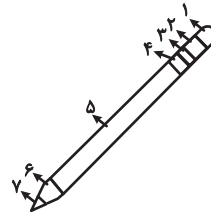


(هوش غیرکلامی)

(معبد باقری)

۲۶۸- گزینه «۴»

دو طرح رنگی در دو جهت مختلف در قسمت‌های مختلف شکل شبیه به مداد الگوی صورت سؤال در حرکت است. طرحی که در شکل نخست در جایگاه شماره «۲» است، در شکل‌های بعدی در جایگاه‌های ۳، ۴ و ۵ قرار گرفته است پس در پاسخ در جایگاه ۶ خواهد بود و طرحی که در شکل نخست در جایگاه ۶ است، در شکل‌های بعدی در جایگاه‌های ۵، ۴ و ۳ است پس در پاسخ در جایگاه ۲ خواهد بود.

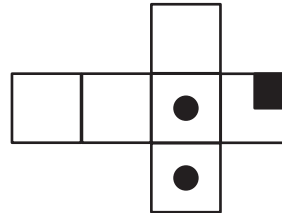


(هوش غیرکلامی)

(مریان پنهانی)

۲۶۹- گزینه «۴»

از سه وجه زیر، مکعبی به نمای صورت سؤال ساخته می‌شود و اهمیتی ندارد که وجه‌های دیگر چه باشند.



(هوش غیرکلامی)

(هاری زمانیان)

۲۷۰- گزینه «۴»

در شکل سیزده مستطیل سفید هست. دقت کنید مربع نیز نوعی مستطیل است. حال دیگر مستطیل‌ها را می‌شماریم:

$$(۲, ۳), (۳, ۴), (۲, ۳, ۴) \Rightarrow ۴ \times ۳ = ۱۲$$

در هر دو ردیف مجاور، ۳ مستطیل دیگر هست و سه ردیف مجاور داریم، مثال:

$$(۲, ۳, ۵, ۶), (۳, ۴, ۶, ۷), (۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷)$$

$$۳ \times ۳ = ۹$$

در هر سه ردیف مجاور هم ۳ مستطیل دیگر داریم و در مجموع دوتا از این دسته‌ها داریم.

$$۳ \times ۲ = ۶$$

در هر چهار ردیف هم ۳ مستطیل دیگر داریم.

همچنین ستون‌ها را نیز باید بشماریم. اما ستون‌های مجاور را نیازی نیست حساب کنیم، چرا که آن‌ها را از پیش شمرده‌ایم. در هر ستون تکی، ۶ مستطیل هست و چهار ستون تکی داریم. مثال:

$$(۲, ۵), (۵, ۸), (۸, ۱۱), (۲, ۵, ۸), (۵, ۸, ۱۱), (۲, ۵, ۸, ۱۱)$$

$$۳ \times ۶ = ۱۸$$

و مجموع تعداد کل مستطیل‌ها:

$$۱۳ + ۱۲ + ۹ + ۶ + ۳ + ۱۸ = ۶۱$$