



آزمون تابستان «۱۴ شهر یور ۱۴۰۴» دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

دفترچه سوال

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات: ۱۲۰ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۸۰ سؤال

(۳۰ سوال اجباری + ۵۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
جمع کل	۸۰	۱-۸۰	۱۲۰'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	کاظم اجلالی-علی آزاد-شاهین پروازی-حسین پوراسماعیل-مهدی تک-محمد توزنده جانی-عادل حسینی-بهرام حلاج افشین-خاصه خان-امیر هوشنگ خمسه-جواد زنگنه قاسم آبادی-حسین شفیع زاده-علی شهرابی-حمید علیزاده-مرتضی فهیم علوی-حمید مامقادی-سید سپهر متولیان-امیر مرادیان-مهدی ملارمضانی-احمد مهربانی-مجتبی نادری
هندسه	امیر حسین ابومحبوب-معصومه اکبری صحت-علی ایمانی-علی بهرمن دیور-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-یاسین سپهر-محمد طاهر شعاعی-سیما شوکاندی-محمد قیدی-امیر محمد کریمی-سهام مجیدی-پور-نصیر محبی-نژاد سینا محمدپور-مهرداد ملوندی-سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-رضا بخشنده-جواد حاتمی-افشین خاصه خان-منوچهر خاصی-فرزانه خاکپاش-حسین خزایی-هنریک سرکیسیان-سید مصطفی سید حسینی-محمد صحت کار-مرتضی فهیم علوی-امیر محمد کریمی-نیلوفر مهدوی-هومن نورانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	سید سپهر متولیان	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی
مسئول درس	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران (مستند سازی)	معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا-احسان میرزینی-سجاد سلیمی-فرشته کمرانی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه: محیا اصفری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطين - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: مثلثات: صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- کدام گزینه نادرست است؟

(۲) $(\sin 1)^{\cos 4} > 0$

(۱) $\cos 3 - \sin 3 < 0$

(۴) $\cos 3 \sin 4 > 0$

(۳) $\frac{\sin 1}{\cos 1} - 1 < 0$

۲- مخروطی قائم به شعاع ۳ و ارتفاع ۴ داریم. اندازه زاویه قطاع حاصل از شکل گسترده این مخروط کدام است؟

(۲) $\frac{5\pi}{6}$

(۱) $\frac{6\pi}{5}$

(۴) $\frac{3\pi}{2}$

(۳) $\frac{8\pi}{5}$

۳- حاصل عبارت $\frac{\cos 660^\circ - \sin 210^\circ}{\sin(-690^\circ) + \cos 300^\circ}$ کدام است؟

(۲) -1

(۱) $-\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) 1

۴- اگر $\sin 37^\circ = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار عبارت $A = \cos(106^\circ) \times \cos(74^\circ)$ کدام است؟

(۲) -0.0784

(۱) -0.0728

(۴) -0.0823

(۳) -0.0746

۵- انتهای کمان‌های $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{12}$: $k \in \mathbb{Z}$ روی دایره مثلثاتی، یک چندضلعی محدب تشکیل می‌دهند. مساحت آن کدام است؟

(۲) $2\sqrt{2}$

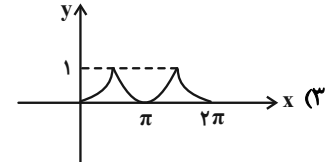
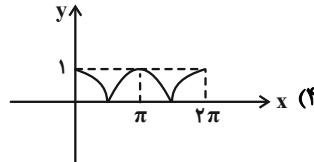
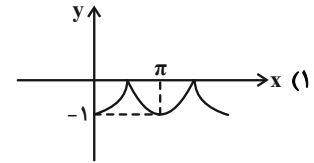
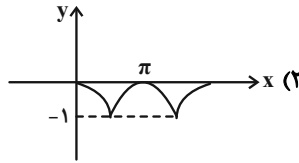
(۱) $\sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{3}$

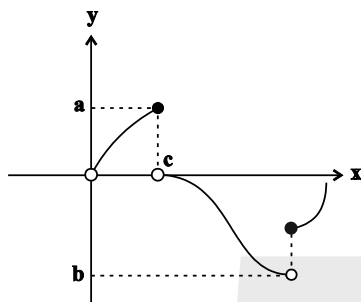
(۳) $\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

۶- کدام یک از نمودارهای زیر مربوط به تابع $y = 1 - |\sin(x - \frac{3\pi}{2})|$ است؟



۷- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \sin x + [\cos x]$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $-\frac{bc}{a}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)



(۱) π

(۲) ۲

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۴) ۱

۸- حاصل عبارت $\frac{\cos 3x}{\sin \Delta x} - \frac{\sin 3x}{\cos \Delta x}$ به ازای $x = 10^\circ$ کدام است؟

(۴) $2 \cot 80^\circ$

(۳) $\frac{1}{2} \cot 10^\circ$

(۲) $2 \cot 10^\circ$

(۱) $\frac{1}{2} \cot 80^\circ$

۹- اگر $\tan x + \cot x = \frac{1}{3}$ و $0 < x < \frac{\pi}{4}$ ، آن گاه حاصل $A = \frac{\sin(2x + \pi) - \sin(4x + \frac{\pi}{2})}{\cos(\pi - 2x) + \cos(\pi + 4x)}$ کدام است؟

(۴) $-\frac{13}{8}$

(۳) $\frac{8}{13}$

(۲) $\frac{22}{27}$

(۱) $-\frac{22}{13}$

۱۰- اگر α در ناحیه اول و $\sin^4 \frac{\alpha}{2} - \cos^4 \frac{\alpha}{2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ باشد، حاصل $\cot 2\alpha$ کدام است؟

(۴) $\frac{7\sqrt{2}}{8}$

(۳) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

(۲) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

(۱) $\frac{7\sqrt{2}}{4}$

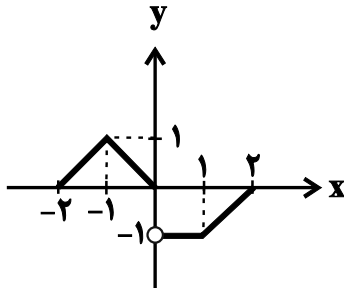
محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع + مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۳۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۱۱- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. مساحت سطح محدود به نمودار تابع $g(x) = \begin{cases} -f(-x) & ; x < 0 \\ f(-x-1) & ; x \geq 0 \end{cases}$ و محور x ها



کدام است؟

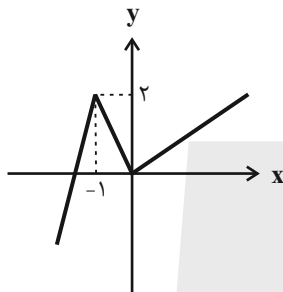
(۱) ۲

(۲) $\frac{7}{2}$

(۳) $\frac{5}{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۱۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اگر $g(x) = ax$ باشد، حداقل مقدار a کدام باشد تا نمودار تابع $f + g$ صعودی باشد؟



(۱) ۱

(۲) -۱

(۳) ۲

(۴) -۲

۱۳- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x - 3 & ; x \geq 0 \\ mx - (2m - 3) & ; x < 0 \end{cases}$ غیر یکنوا است. حدود تغییرات m کدام است؟

(۴) $[3, +\infty)$

(۳) $(-\infty, 3)$

(۲) $(0, +\infty)$

(۱) $(0, 3)$

۱۴- $p(x)$ یک چندجمله‌ای است به طوری که باقی‌مانده تقسیم $(x+4)p(x)$ بر $x^3 - x$ برابر $2x + 3$ شده است. باقی‌مانده تقسیم

چندجمله‌ای $p(x) - xp(1-x)$ بر $x^2 - x$ کدام است؟

(۲) $-\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

(۱) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$

(۴) $-\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$

(۳) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۵- برای چندجمله‌ای $p(x)$ داریم: $x^n + 1 = (x^3 + 1)p(x)$. اگر $p(-1) = 13$ باشد، مقدار طبیعی n کدام است؟

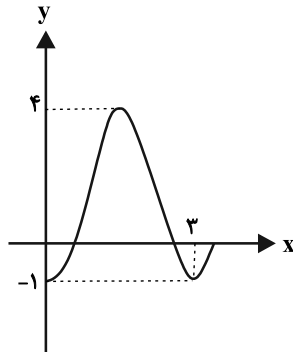
۴۸ (۴)

۴۵ (۳)

۳۹ (۲)

۳۶ (۱)

۱۶- شکل زیر، بخشی از نمودار تابع $y = a \cos(b\pi x) + c$ را نشان می‌دهد، بیش‌ترین مقدار $a + b + c$ کدام است؟



$-\frac{5}{3}$ (۱)

$-\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۴)

۱۷- نمودار تابع $y = \sin\left((3x+1)\frac{\pi}{6}\right)$ روی بازه $[-\frac{4}{3}, k]$ اکیداً صعودی است. بیش‌ترین مقدار k کدام است؟

$\frac{8}{3}$ (۴)

$\frac{5}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$-\frac{1}{3}$ (۱)

۱۸- دوره تناوب توابع $f(x) = x - [x]$ و $g(x) = 2 \sin(bx) - 1$ یکسان است. نمودار دو تابع در یک دوره تناوب در چند نقطه یکدیگر

را قطع می‌کنند؟ ($b > 0$ ، $[]$ ، نماد جزء صحیح است.)

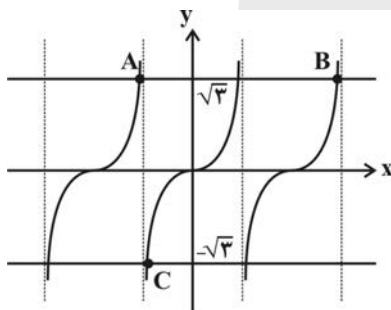
صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۹- شکل زیر نمودار تابع $y = \tan(ax)$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر با $8\sqrt{3}\pi$ باشد، مقدار a کدام است؟



$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{5}{4}$ (۴)

۲۰- برد تابع $f(x) = \tan(x - \frac{\pi}{3})$ با دامنه $\{\frac{5\pi}{6}\} - [\frac{4\pi}{3}, 0]$ کدام است؟

$[-\sqrt{3}, +\infty)$ (۲)

$\mathbb{R}$ (۱)

$\mathbb{R} - (-\sqrt{3}, 0)$ (۴)

$(-\infty, 0]$ (۳)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: تابع + شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۲

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

$$21- \text{مساحت سطح محصور بین نمودار تابع } f(x) = \begin{cases} 5x & ; x \leq 1 \\ 5 & ; 1 < x < 3 \\ -\frac{1}{3}x + 6 & ; x \geq 3 \end{cases} \text{ و محور } x \text{ ها کدام است؟}$$

۳۶ (۲)

۲۸ (۱)

۵۰ (۴)

۴۵ (۳)

۲۲- اگر $f(x) = (a-b+4)x^2 + (b-4)x + 3c-6$ یک تابع همانی باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر یک تابع ثابت را نشان می‌دهد؟

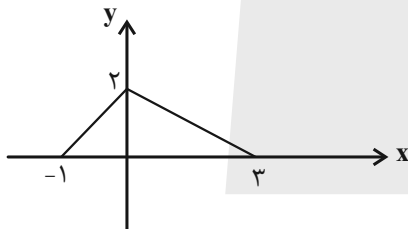
(۲) $(b-1)f(x) - ax$

(۱) $(a+3)f(x) + cx$

(۴) $(a+b)f(x) + cx$

(۳) $(c+3)f(x) - bx$

۲۳- اگر نمودار $y = f(x)$ به شکل زیر باشد، برای اینکه معادله $f(x+1) - b = 6$ دو ریشه نامثبت داشته باشد، مقدار b کدام می‌تواند باشد؟



(۱) -۵

(۲) $\frac{9}{2}$

(۳) $-\frac{14}{3}$

(۴) -۴

۲۴- اگر f تابع همانی، g تابعی ثابت و h تابعی خطی باشد به طوری که $h(2) = 0$ ، $h(4) = 6$ و $\frac{f(2) + g(-2)}{2g(0)} = -2$ ، آن‌گاه

حاصل $\frac{f(\frac{1}{5}) + g(-1)}{h(\frac{7}{3})}$ کدام است؟

(۴) $-\frac{2}{5}$

(۳) $-\frac{1}{5}$

(۲) $\frac{2}{5}$

(۱) $\frac{1}{5}$

محل انجام محاسبات

۲۵- نمودار کدام یک از توابع زیر از هر چهار ناحیه محورهای مختصات می گذرد؟

$$y = |x - 2| - \sqrt{3} \quad (2)$$

$$y = -(x+1)^2 + \sqrt{2} - 1 \quad (1)$$

$$y = -|x+2| + \sqrt{5} \quad (4)$$

$$y = (x-1)^2 + 1 \quad (3)$$

۲۶- با حروف کلمه programming چند کلمه ۴ حرفی با حروف متمایز می توان نوشت به طوریکه با حرف صدادر شروع و با حرف

صدادر تمام شود؟

$$432 \quad (4)$$

$$360 \quad (3)$$

$$252 \quad (2)$$

$$180 \quad (1)$$

۲۷- در جایگشت ارقام ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۸، در چند حالت، رقم ۸ در سمت راست رقم ۲ و رقم ۲ در سمت راست رقم ۳ قرار می گیرد؟

$$6! \quad (2)$$

$$5! \quad (1)$$

$$243 \quad (4)$$

$$156 \quad (3)$$

۲۸- ساده شده عبارت $\frac{k! - (k+1)(k-1)!}{(k+2)k! - (k+1)!}$ کدام است؟ ($k \neq 0$)

$$\frac{k-1}{k} \quad (2)$$

$$\frac{1}{k} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{k} \quad (4)$$

$$\frac{k-1}{k+1} \quad (3)$$

۲۹- با ارقام ۱، ۲، ۳ و ۴ چند عدد پنج رقمی بزرگتر از ۲۰۰۰۰ می توان ساخت به طوری که در هر عدد، از رقم های ۲، ۳ و ۴ یک بار و از

رقم ۱ دو بار استفاده شود؟

$$60 \quad (4)$$

$$42 \quad (3)$$

$$24 \quad (2)$$

$$36 \quad (1)$$

۳۰- در یک جلسه آموزشی، میزگردی شامل ۴ دانش آموز کلاس پایه یازدهم و ۴ دانش آموز کلاس پایه دوازدهم تشکیل شده است. به

چند حالت دانش آموزان در صندلی ها بنشینند، به طوری که در کنار هر دانش آموزی، دانش آموز هم پایه قرار نگیرد؟

$$288 \quad (4)$$

$$276 \quad (3)$$

$$144 \quad (2)$$

$$1152 \quad (1)$$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

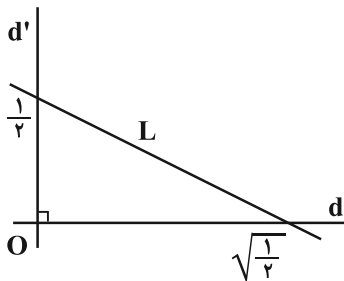
هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- (۱) تجانس شیب خط را حفظ می‌کند.
(۲) تجانس اندازه زاویه را حفظ می‌کند.
(۳) دو شکل متشابه همواره متجانس هستند.
(۴) تجانس جهت شکل را حفظ می‌کند.

۳۲- در شکل زیر خط L را در تجانس به مرکز O و نسبت $\sqrt{2}+1$ بر خط L' تصویر می‌کنیم. مساحت محصور بین خط L و L' و خطوط d و d' کدام است؟

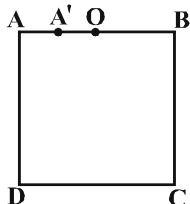


- (۱) $\frac{1}{8}$
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{1}{6}$
(۴) $\frac{1}{12}$

۳۳- دایره C به مرکز O و شعاع ۳ و نقطه A را به فاصله ۴ از O در نظر می‌گیریم. تصویر دایره C را در تجانس به مرکز A و نسبت تجانس (۲-) دایره C' می‌نامیم. طول مماس مشترک داخلی دو دایره کدام است؟

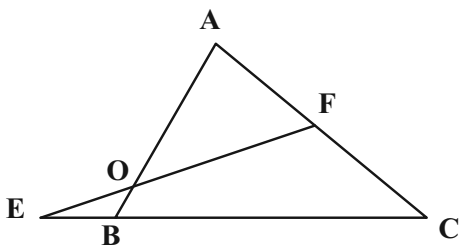
- (۱) ۷
(۲) $3\sqrt{7}$
(۳) $4\sqrt{3}$
(۴) $6\sqrt{2}$

۳۴- در شکل زیر، طول ضلع مربع $\sqrt{5}$ و $6OA' = 3AA' = 2OB$ است. اگر نقطه A' تصویر نقطه A در یک تجانس به مرکز O باشد، فاصله نقطه C از تصویر خود در این تجانس برابر با کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
(۲) $\frac{5}{2}$
(۳) $\frac{\sqrt{5}}{6}$
(۴) $\frac{5}{3}$

۳۵- در شکل زیر نقطه F وسط پاره خط AC و نقطه B تصویر نقطه A در تجانس به مرکز O و نسبت k است. اگر $OF = 6OE$ باشد، مقدار k کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{11}$
(۲) $-\frac{2}{5}$
(۳) $-\frac{1}{13}$
(۴) $-\frac{2}{7}$

محل انجام محاسبات

۳۶- چه تعدادی از گزاره‌های زیر در مورد تبدیل غیرهمانی درست است؟

(الف) همواره دارای نقطه ثابت است.

(ب) اگر طولی باشد، نقاط ثابت تبدیل (در حالتی که بیش از دو نقطه‌اند) روی یک خط واقع هستند.

(پ) تجانس همیشه غیرهمانی است.

۳ (۴)

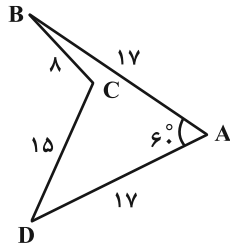
۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۳۷- می‌خواهیم بدون تغییر در تعداد اضلاع و طول اضلاع چهارضلعی ABCD و با ثابت نگه داشتن زاویه رأس A، مساحت آن را تا

حد امکان افزایش دهیم. مساحت شکل جدید چند واحد مربع بیش‌تر از شکل اولیه است؟



۱۲۰ (۱)

۶۰ (۲)

۷۲ (۳)

۱۰۸ (۴)

۳۸- دو نقطه A و B در یک طرف خط d و به ترتیب به فاصله ۲ و ۳ از آن قرار دارند. روی خط d نقطه N به گونه‌ای قرار دارد که

AN و BN با خط d زوایای مساوی تشکیل داده و $AN = 4$ است. اگر نقطه متغیر M روی خط d قرار داشته باشد،

کم‌ترین مقدار $MA + MB$ کدام است؟ (A، B و N روی یک خط قرار ندارند.)

۸ (۲)

۹ (۱)

۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۳۹- نقطه P روی ضلع AB از مربع ABCD با مساحت ۲۵۶ واحد مربع به گونه‌ای قرار دارد که $BP = 4$ است. از بین مثلث‌هایی که

دو رأس آن B و P و رأس دیگر آن روی قطر AC باشد، حداقل محیط ممکن کدام است؟

۱۹ (۲)

۲۰ (۱)

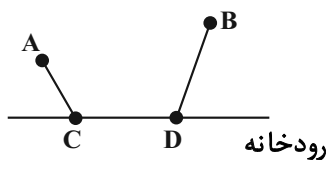
۲۵ (۴)

۲۴ (۳)

۴۰- دو شهر A و B مطابق شکل زیر به فاصله ۱۰ کیلومتر از یکدیگر در یک طرف رودخانه قرار دارند. می‌خواهیم از A به B

جاده‌ای بسازیم به طوری که ۳ کیلومتر آن کنار رودخانه باشد. اگر دو شهر A و B به ترتیب ۳ و ۹ کیلومتر از رودخانه فاصله

داشته باشند، طول کوتاه‌ترین جاده ممکن کدام است؟



۱۳ (۱)

۱۵ (۲)

۱۶ (۳)

۱۸ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۲۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۴۱- اگر $A_{2 \times 2} = [ij + 2i]$ ، $B = \begin{bmatrix} x+y & z \\ z-t & y \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشد، حاصل $x - y + t$ کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) -۱۵ (۳) ۱۱ (۴) -۱۱

۴۲- اگر α و β ، ریشه‌های معادله $\begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 6 \end{bmatrix} = 0$ باشند، حاصل $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ کدام است؟

- (۱) ۱۴۸ (۲) ۹۶ (۳) -۱۲۰ (۴) معادله جواب ندارد.

۴۳- اگر $B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ و $A + 2B = \begin{bmatrix} 11 & -4 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل A^4 چند است؟

- (۱) $16A$ (۲) $A + I$ (۳) $16I$ (۴) I

۴۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2x & x \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 3 & 2y \\ -5 & z \end{bmatrix}$ و $4A^{-1} = B$ باشد، حاصل $x + y - z$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۶

۴۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ و $A^2B = I$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس B کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{8}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۴۶- اگر دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} ax + 3y = 2 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$ جواب نداشته باشد، دستگاه $\begin{cases} 3x - ay = -2a - 3 \\ -x + 3y = 7 \end{cases}$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۴۷- اگر در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = 2 \end{cases}$ ، معکوس ماتریس ضرایب مجهولات به صورت $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ و $x + y = 12$ باشد، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۱ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۴۸- به ازای کدام یک از مقادیر a دستگاه معادلات $\begin{cases} (a+3)x + 2y = 10 \\ (a+1)x + ay = 12 \end{cases}$ جواب منحصر به فرد ندارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۹- اگر در دستگاه معادلات مقابل، دترمینان ماتریس ضرایب برابر با -۱ باشد، آنگاه حاصل $x + 21b$ کدام است؟ $\begin{cases} ax + 2y = 21 \\ 3x + by = 13 \end{cases}$

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۴ (۳) ۲۶ (۴) ۲۷

۵۰- در رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، سطر اول ماتریس A کدام است؟

- (۱) $[12 \ -17]$ (۲) $[-21 \ 30]$ (۳) $[-17 \ 30]$ (۴) $[12 \ -21]$

مشابه سؤال‌هایی که با آی‌کون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

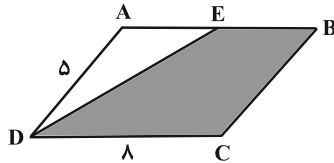
محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۵۱- در شکل زیر DE نیمساز زاویه ADC است. مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD چند برابر مساحت دوزنقه سایه زده شده است؟



(۱) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{11}{5}$

(۳) $\frac{16}{11}$

(۴) $\frac{8}{7}$

۵۲- در دوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۰ واحد، مساحت مثلث محدود به دو قطر و یک ساق برابر ۴۰ واحد مربع است. طول ارتفاع دوزنقه کدام است؟

(۲) ۱۲

(۱) ۱۴

(۴) ۱۸

(۳) ۱۶

۵۳- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول اضلاع قائم ۵ و ۱۲، فاصله نقطه هم‌رسی میانه‌ها تا وسط وتر کدام است؟

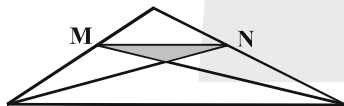
(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{13}{12}$

(۲) $\frac{13}{6}$

(۱) $\frac{5}{13}$

۵۴- در شکل زیر نقاط M و N، وسط دو ضلع مثلث هستند. مساحت بزرگ‌ترین مثلث، چند برابر مساحت مثلث سایه زده شده است؟



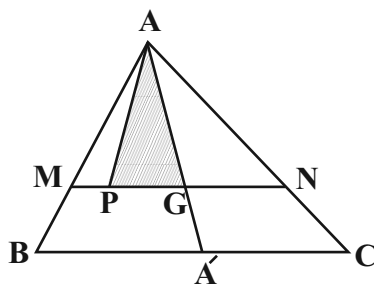
(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۹

(۴) ۱۲

۵۵- در شکل زیر نقطه G محل هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC، $MN \parallel BC$ و $GP = 3MP$ است. مساحت مثلث هاشورخورده چه



کسری از مساحت مثلث ABC است؟

(۱) $\frac{1}{4}$

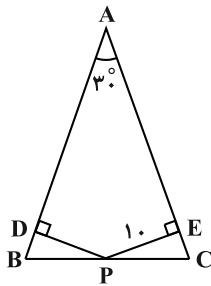
(۲) $\frac{2}{9}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{1}{8}$

محل انجام محاسبات

۵۶- در شکل زیر اگر $AB = AC = ۳۰$ باشد، طول PD کدام است؟



۵ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۱۰ (۴)

۵۷- نقطه M ، نقطه‌ای دلخواه درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع است. هرگاه مجموع فاصله‌های M از دو ضلع این مثلث برابر ۲ واحد

و مساحت مثلث برابر $۲۷\sqrt{۳}$ باشد، فاصله M از ضلع سوم مثلث کدام است؟

۴ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۷ (۳)

۵۸- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۷ واحد مربع است. مجموع حداکثر و حداقل مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی این

چندضلعی کدام است؟

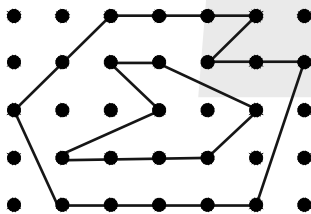
۲۸ (۲)

۳۰ (۱)

۲۴ (۴)

۲۶ (۳)

۵۹- در شکل زیر مساحت بین دو چندضلعی شبکه‌ای، چه کسری از مساحت چندضلعی بزرگتر است؟



$\frac{۵}{۹}$ (۱)

$\frac{۷}{۹}$ (۲)

$\frac{۲}{۳}$ (۳)

$\frac{۳}{۴}$ (۴)

۶۰- یک کایت شبکه‌ای با اندازه قطرهای ۶ و ۷ مفروض است. اگر تعداد نقاط شبکه‌ای درون این کایت برابر ۱۸ باشد، آن‌گاه تعداد

نقاط شبکه‌ای واقع بر محیط این کایت کدام است؟

۱۱ (۲)

۸ (۱)

۱۷ (۴)

۱۴ (۳)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار توصیفی: صفحه‌های ۶۹ تا ۹۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۶۱- ۵۰ داده آماری در ۵ دسته طبقه‌بندی شده‌اند. فراوانی نسبی دسته آخر برابر $\frac{1}{2}$ است. اگر ۳۰ داده کوچک‌تر از میانه به آن‌ها افزوده شود، فراوانی و فراوانی نسبی دسته آخر کدام‌یک از مقادیر زیر خواهد بود؟

(۱) $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{125}$ (۳) $\frac{1}{12}$ و $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{16}$ و $\frac{1}{2}$

۶۲- در جدول زیر درصد داده‌ها داده شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویه مربوط به بازه $(25, 28]$ چند درجه است؟

حدود دسته‌ها	۱۶-۱۹	۱۹-۲۲	۲۲-۲۵	۲۵-۲۸	۲۸-۳۱
درصد	۱۷	۲۰/۵	۲۲	x	۱۸

(۱) ۷۲

(۲) ۸۱

(۳) ۸۴

(۴) ۹۰

۶۳- اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر ۴۰ و میانگین داده‌های $x_1 + 1, x_2 + 2, x_3 + 3, \dots, x_n + n$ برابر ۹۰ باشد، n کدام است؟

(۱) ۱۰۰ (۲) ۹۹ (۳) ۴۹ (۴) ۵۰

۶۴- اگر واریانس داده‌های $5, 5, x, y$ برابر صفر باشد، واریانس داده‌های $5, 5, x, y$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{15}{8}$ (۴) $\frac{16}{9}$

۶۵- واریانس ۱۶ داده آماری برابر ۳ می‌باشد. اگر داده‌ای که با میانگین برابر است از آن‌ها کم شود، واریانس داده‌های باقی‌مانده چند برابر واریانس داده‌های قبلی است؟

(۱) $\frac{10}{9}$ (۲) $\frac{17}{15}$ (۳) $\frac{8}{9}$ (۴) $\frac{16}{15}$

۶۶- میانگین و انحراف معیار ۱۳ داده آماری به ترتیب برابر ۷ و ۳ است. اگر داده‌های ۴، ۵ و ۱۲ را از این داده‌ها حذف کنیم، واریانس داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

(۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{6}{8}$ (۴) $\frac{7}{9}$

۶۷- مجموع ۱۳ داده آماری برابر ۲۲۱ است. اگر واریانس این داده‌ها برابر ۶۴ باشد، ضریب تغییرات آنها کدام است؟

(۱) $\frac{4}{13}$ (۲) $\frac{8}{13}$ (۳) $\frac{4}{17}$ (۴) $\frac{8}{17}$

۶۸- ۸ داده آماری با میانگین ۵ مفروض است. با افزودن دو داده ۵ و ۵، مجموعه‌ای متشکل از ۱۰ داده حاصل می‌شود. ضریب تغییرات گروه جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های اولیه است؟

(۱) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ (۲) $\frac{3\sqrt{8}}{10}$ (۳) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\frac{4\sqrt{6}}{15}$

۶۹- در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۹، ۳۱، ۲۵، ۱۸، ۳۲، ۴۳، ۴۱، ۳۴، ۱۶، ۲۷، ۱۴، ۲۳، ۱۵، ۱۰، ۱۲، نسبت طول دو بخشی از جعبه که توسط میانه از هم جدا شده‌اند، کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $\frac{7}{8}$ (۲) $\frac{7}{9}$ (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۷۰- در نمودار جعبه‌ای ۹ داده آماری، میانگین داده‌های سمت چپ و راست جعبه به ترتیب ۶ و ۱۶ و میانگین کل داده‌ها برابر ۱۰ است. میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

(۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{9}{6}$ (۴) $\frac{9}{8}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۲۵

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۷۱- اگر n عددی طبیعی باشد، در کدام گزینه دو گزاره p و q هم‌ارز هستند؟

- (۱) $(n \text{ مضرب } ۴ \text{ است} : p)$ و $(n^۲ \text{ مضرب } ۸ \text{ است} : q)$ (۲) $(n+۳ \text{ فرد است} : p)$ و $(۶n^۲ \text{ زوج است} : q)$
(۳) $(۲n+۳ \text{ فرد است} : p)$ و $(n^۲ \text{ فرد است} : q)$ (۴) $(n^۲+۲ \text{ زوج است} : p)$ و $(۳n+۱ \text{ زوج است} : q)$

۷۲- اگر m عددی صحیح باشد، آنگاه حداکثر مقدار $(۱۸m+۱۸, ۱۸m-۹)$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۹ (۳) ۲۴ (۴) ۴۸

۷۳- اگر a و b اعدادی فرد باشند، باقی‌مانده تقسیم $۲(ab+a+b)$ بر ۸ چه قدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) صفر (۴) ۲

۷۴- باقی‌مانده تقسیم $۲+۱۱ \times ۶^۸+۱۰۰ \times ۱۰^{۱۳}$ بر ۷ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۵

۷۵- اگر $a^۲+۱ \equiv a^۳-a+۱ \pmod{m}$ و $(a^۲-a+۱, m)=۱$ باشند، a همواره به کدام دسته هم‌نهشتی به پیمانه m تعلق دارد؟

- (۱) $[-۲]$ (۲) $[-۱]$ (۳) $[۱]$ (۴) $[۰]$

۷۶- کدام یک از معادلات هم‌نهشتی زیر در $\mathbb{Z}$ جواب ندارد؟

- (۱) $۴۸x \equiv ۱۰ \pmod{۶}$ (۲) $۴x \equiv ۱۲ \pmod{۶}$ (۳) $۳x \equiv ۷۵ \pmod{۹}$ (۴) $۱۲x \equiv ۷۲ \pmod{۱۸}$

۷۷- اگر روز اول فروردین یکشنبه باشد، سومین جمعه در مهر ماه، کدام روز این ماه است؟

- (۱) شانزدهم (۲) هجدهم (۳) نوزدهم (۴) بیست و یکم

۷۸- اگر $۴yx \cdot ۲ \equiv ۰ \pmod{۱۱}$ باشد، آنگاه $۲x+y$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

۷۹- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد دو رقمی n که در معادله $۱۱ \equiv ۳-۴n \pmod{۱۳}$ صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۳ (۴) ۱۶

۸۰- جواب معادله هم‌نهشتی $x^۲-۴x+۳ \equiv ۰ \pmod{۴}$ کدام نمی‌تواند باشد؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $۲k+۱$ (۲) $۴k+۱$ (۳) $۴k+۲$ (۴) $۴k+۳$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات



آزمون تابستان «۱۴ شهر یور ۱۴۰۴» دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

دفترچه سوال

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۶۰ سؤال

(۲۰ سوال اجباری + ۴۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۲	۱۰	۱۵'
اختیاری	۳	۱۰	۱۵'
اختیاری	۱	۱۰	۱۵'
اجباری	۲	۱۰	۱۰'
اختیاری	۳	۱۰	۱۰'
اختیاری	۱	۱۰	۱۰'
جمع کل	۶۰	۸۱-۹۰	۷۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	سعید اردم-مهدی اسدی-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-محمدحسین جوان-مصطفی خدارحمی-محمدعلی راست پیمان بهنام رستمی-رامین شادلوئی-مهدی شریفی-محمدرضا شیروانی زاده-سعید طاهری بروجنی-امیر محمد عبدوی-عرفان عسگریان چایجان پوریا علاقه مند-عبداله فقه زاده-مسعود قره خانی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-احسان محمدی
شیمی	محمد رضا پور جاوید-حامد پویان نظر-امیر حاتمیان-حمید ذبحی-یاسر راش-حسن رحمتی کوکند-مینا شرافتی پور-امیرحسین طیبی محمد عظیمیان زواره-محمدپارسا فراهانی-حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده مقدم-سیدمحمد معروفی-سالار ملکی-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	سینا صالحی حسین بصیر تر کمبور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محبوب فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	حسام نادری	آرش ظریف
مستند سازی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	مهدی صالحی سجاد بهارلویی	محسن دستجردی عرفان قره مشک آتیلا ذاکری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه، محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

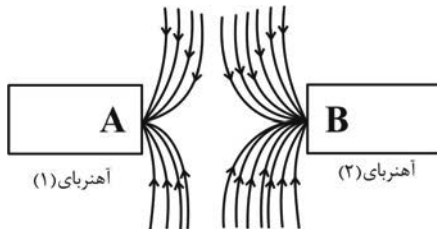
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۸۱- در شکل زیر، خط‌های میدان مغناطیسی بین دو آهنربای (۱) و (۲) نشان داده شده است. با توجه به شکل، A قطب ... و B قطب ... و آهنربای ... ضعیف‌تر است.



(۲)، N ، N (۱)

(۲)، S ، S (۲)

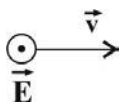
(۱)، N ، N (۳)

(۱)، S ، S (۴)

۸۲- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $-6mC$ و تندی $300 \frac{m}{s}$ درون فضای یک میدان مغناطیسی یکنواخت و یک میدان

الکتریکی یکنواخت حرکت خود را در خط مستقیم ادامه می‌دهد. اگر اندازه میدان الکتریکی $180 \frac{N}{C}$ باشد، اندازه میدان

مغناطیسی حداقل چند تسلا و جهت آن کدام است؟ (از وزن ذره صرف‌نظر کنید.)



↓, ۰/۴ (۲)

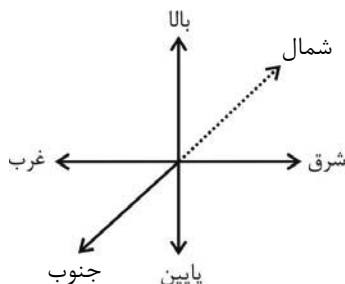
↑, ۰/۴ (۴)

↓, ۰/۶ (۱)

↑, ۰/۶ (۳)

۸۳- سیم حامل جریانی بر روی سطح زمین قرار دارد. اگر جهت جریان الکتریکی درون سیم به سمت شرق باشد، نیروی مغناطیسی

وارد بر سیم از طرف میدان مغناطیسی زمین، به کدام سمت است؟



(۱) پایین

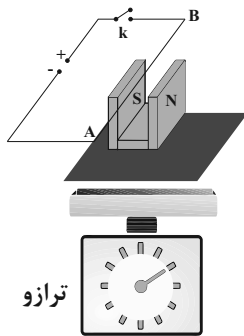
(۲) بالا

(۳) جنوب

(۴) شمال

محل انجام محاسبات

- ۸۴- در شکل زیر، 10cm از سیم افقی AB عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواخت بین دو قطب یک آهنربا به بزرگی 0.5T قرار گرفته است و قبل از بسته شدن کلید k ، ترازو عدد 12N را نشان می‌دهد. وقتی کلید k بسته شود و از سیم جریان 20A عبور کند، ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟



- (۱) ۱۰
(۲) ۱۲
(۳) ۱۳
(۴) ۱۱

- ۸۵- یک پیچه مسطح با ۵۰۰ دور سیم ساخته شده است. اگر حلقه‌های آن را باز کرده و همان مقدار سیم را به صورت یک پیچه مسطحی ولی با نصف شعاع مقطع قبلی درآوریم، شدت میدان مغناطیسی در مرکز پیچه به شرط ثابت ماندن جریان الکتریکی سیم چند برابر می‌شود؟

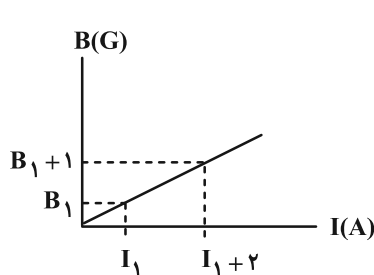
- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

- ۸۶- چه تعداد از جملات زیر صحیح است؟

- میدان مغناطیسی در سیم‌لوله حامل جریان بدون هسته آهنی به قدری ضعیف است که در عمل کاربردهای کمی دارد.
- اندازه میدان مغناطیسی داخل سیم‌لوله حامل جریان، بزرگ‌تر از خارج آن است.
- سیم‌لوله‌ای که قطر مقطع حلقه‌های سیم‌لوله در مقایسه با طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن خیلی به هم نزدیک باشد را سیم‌لوله آرمانی می‌نامند.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

- ۸۷- نمودار اندازه میدان مغناطیسی داخل یک سیم‌لوله آرمانی به طول 2m بر حسب جریان عبوری از آن مطابق شکل زیر است. اگر شعاع حلقه‌های این سیم‌لوله برابر با 5cm باشد، طول سیمی که سیم‌لوله از آن ساخته شده، چند متر است؟



$$\left(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}\right)$$

- (۱) ۱۰
(۲) ۲۵
(۳) ۵۰
(۴) ۱۰۰

۸۸- ... از مواد فرومغناطیسی سخت است که مناسب استفاده در آهنربای الکتریکی ...

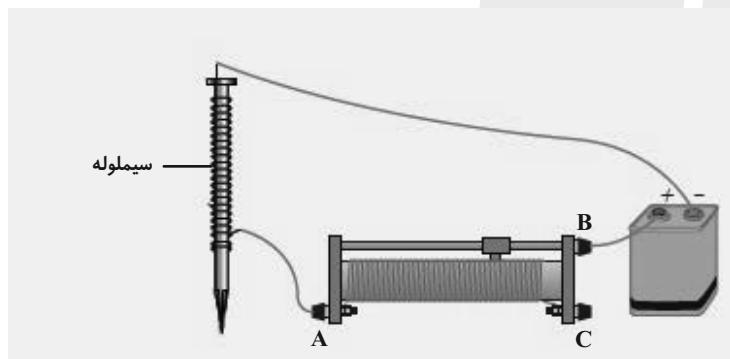
(۱) نیکل - است. (۲) آلیاژهای نیکل - است.

(۳) نیکل - نیست. (۴) آلیاژهای نیکل - نیست.

۸۹- در شکل زیر، لغزنده رئوستا در جایی روی سیم رسانا قرار دارد که تعداد حلقه‌های سیم در سمت راست و چپ آن به ترتیب N

و ۳N است. اگر محل اتصال به رئوستا را از خروجی B به C تغییر دهیم، بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت درون سیملوله نسبت

به حالت قبل چند برابر می‌شود؟ (اختلاف پتانسیل دو سر باتری ثابت و از تأثیر میدان مغناطیسی رئوستا صرف نظر شود).



(۱) $\frac{1}{3}$

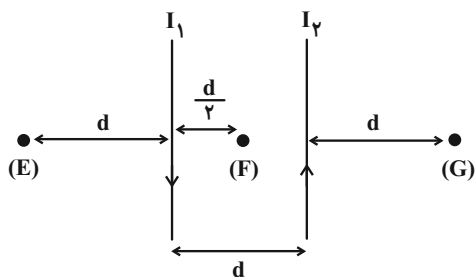
(۲) ۳

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{4}{3}$

۹۰- شکل زیر، دو سیم بسیار بلند موازی حامل جریان‌های I_1 و I_2 را نشان می‌دهد. اگر $I_1 = I_2$ باشد و اگر بزرگی میدان مغناطیسی

برایند حاصل از دو سیم در نقاط (E)، (F) و (G) به ترتیب B_E ، B_F و B_G فرض شوند، در این صورت کدام گزینه درست است؟



(۱) B_F برون‌سو، B_G و B_E هر دو درون‌سو

(۲) B_F درون‌سو، B_G و B_E هر دو برون‌سو

(۳) B_G و B_F هر دو برون‌سو، B_E درون‌سو

(۴) B_E و B_F هر دو برون‌سو، B_G درون‌سو

محل انجام محاسبات

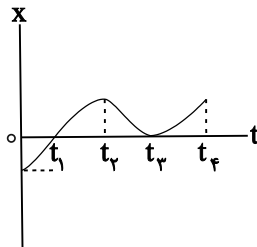
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست + دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۳۵

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۹۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چند مورد از موارد زیر، در مورد این حرکت

نادرست است؟



(الف) در بازه زمانی صفر تا t_4 ، دو بار جهت بردار مکان عوض می‌شود.

(ب) در بازه زمانی صفر تا t_4 ، سه بار جهت حرکت عوض می‌شود.

(پ) شتاب متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_3 منفی است.

(ت) سرعت متوسط در بازه زمانی صفر تا t_4 صفر است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۹۲- راننده‌ای با گرفتن ترمز، سرعت اتومبیل خود را با شتاب ثابت کاهش می‌دهد و پس از ۱۰ ثانیه و طی مسافت ۵۰ متر متوقف

می‌شود. اندازه سرعت اولیه اتومبیل چند متر بر ثانیه بوده است؟ (اتومبیل بر مسیری مستقیم در حال حرکت بوده است.)

۴۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

۹۳- معادله مکان - زمان متحرکی که روی یک خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 2t^2 - 8t + 10$ است. جابه‌جایی

متحرک در ۴ ثانیه اول حرکتش بر حسب متر و نوع حرکت آن در این مدت مطابق با کدام گزینه است؟

(۲) صفر، ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

(۱) صفر، همواره کندشونده

(۴) ۱۰، ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

(۳) ۱۰، همواره کندشونده

۹۴- در شرایط خلأ و از ارتفاع به اندازه کافی بلند، گلوله‌ای را از ارتفاع معینی در لحظه $t = 0$ و گلوله دوم را از ۴۵ متر پایین‌تر از

همان ارتفاع در لحظه $t = 2s$ از حال سکون رها می‌کنیم. پس از لحظه $t = 0$ چند ثانیه طول می‌کشد تا دو گلوله به هم

برسند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۲ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۱ (۲)

۳/۲۵ (۱)

۹۵- در شرایط خلأ، گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. اگر گلوله در ۲ ثانیه آخر حرکت، ۸۰ متر

جابه‌جا شود، ارتفاع h و اندازه سرعت آن هنگام برخورد به زمین در SI مطابق کدام گزینه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۵۰ ، ۱۳۵ (۴)

۳۰ ، ۱۵۰ (۳)

۳۰ ، ۱۰۵ (۲)

۵۰ ، ۱۲۵ (۱)

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۹۶- علت کدام پدیده با سایر گزینه‌ها یکسان نیست؟

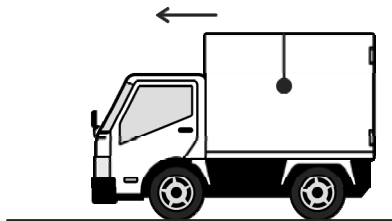
(۱) با خاموش شدن موتور یک سفینه فضایی در فضای بین ستارگان، سفینه به حرکتش با همان سرعت ادامه می‌دهد.

(۲) بر اثر ضربه زدن به یک قالی کثیف، گرد و خاک آن جدا می‌شود.

(۳) با نزدیک کردن دو قطب هم‌نام آهنربا به یکدیگر، دو آهنربا با نیرویی برابر یکدیگر را دفع می‌کنند.

(۴) گارسون با یک حرکت سریع، سفره را از زیر وسایل روی آن می‌کشد و وسایل از جایشان تکان نمی‌خورند.

۹۷- در شکل زیر، کامیونی از حال سکون، بر روی خطی راست شروع به حرکت می‌کند. در این حالت آونگی که به سقف کامیون بسته شده است، به طرف منحرف می‌شود. این پدیده، با قانون نیوتون قابل توجیه است.



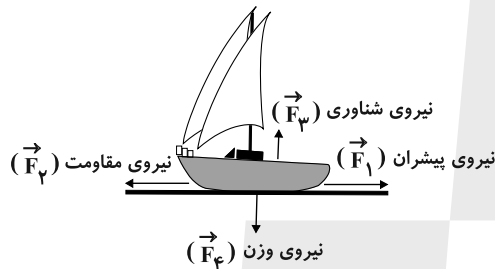
(۱) راست - دوم

(۲) چپ - اول

(۳) چپ - دوم

(۴) راست - اول

۹۸- مطابق شکل زیر، یک کشتی در مسیری مستقیم با سرعت ثابت در حال حرکت است. کدام مقایسه بین بزرگی نیروهای وارد بر کشتی صحیح است؟



(۱) $F_p = F_r, F_g > F_b$

(۲) $F_r > F_p, F_g > F_b$

(۳) $F_p = F_r, F_g = F_b$

(۴) $F_r > F_p, F_g < F_b$

۹۹- به جسمی به جرم $۱۲/۵$ کیلوگرم که در فضا ساکن است، سه نیروی $\vec{F}_1 = ۷\vec{j}$ ، $\vec{F}_2 = ۳۸\vec{i}$ و $\vec{F}_3 = -۱۴\vec{i}$ در SI وارد می‌شود.

بزرگی شتاب حرکت جسم ناشی از این نیروها چند متر بر مربع ثانیه است؟

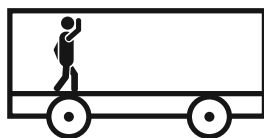
(۴) $۱/۵$

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

۱۰۰- مطابق شکل مقابل، درون یک واگن ساکن به جرم ۲۴۰kg که با زمین اصطکاک ندارد، شخصی به جرم ۶۰kg با شتاب $\frac{۸}{۳}\text{m/s}^2$ شروع به حرکت به سمت راست می‌کند. در این صورت ...



(۱) واگن با شتاب $\frac{۲}{۳}\text{m/s}^2$ به سمت راست حرکت می‌کند.

(۲) واگن با شتاب $\frac{۲}{۳}\text{m/s}^2$ به سمت چپ حرکت می‌کند.

(۳) واگن با شتاب $\frac{۸}{۳}\text{m/s}^2$ به سمت چپ حرکت می‌کند.

(۴) واگن ساکن می‌ماند.

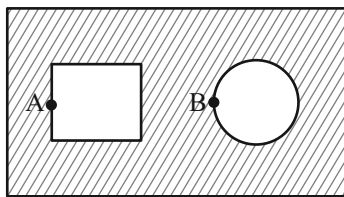
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

- (۱) یکی از بهترین انواع دماسنج‌ها جهت استفاده در وسایل صنعتی، دماسنج بیشینه-کمینه است.
 - (۲) برای اندازه‌گیری دما، می‌توانیم از هر مشخصه قابل اندازه‌گیری‌ای که با گرمی و سردی جسم تغییر می‌کند، استفاده کنیم که به این مشخصه کمیت دماسنجی می‌گوییم.
 - (۳) دماسنج‌های گازی، مقاومت پلاتینی و پیرومتر، دماسنج‌های معیار هستند که دلیل انتخاب آن‌ها دسترسی آسان و همگانی به آن‌ها است.
 - (۴) تمامی اجسام با افزایش دما منبسط می‌شوند و چگالی آن‌ها کاهش می‌یابد.
- ۱۰۲- صفحه‌ای فلزی که دارای حفره‌هایی مطابق شکل زیر است، در اختیار داریم. اگر دمای این صفحه را به‌طور یکنواخت کاهش دهیم، شعاع سوراخ دایره‌ای و فاصله دو نقطه A و B به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کند؟

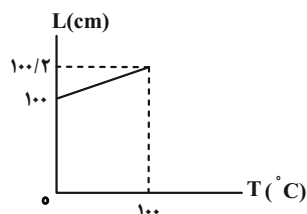


- (۱) کاهش، کاهش
- (۲) افزایش، بدون تغییر
- (۳) افزایش، کاهش
- (۴) کاهش، بدون تغییر

۱۰۳- دمای اولیه دو جسم A و B بر حسب درجه سلسیوس با هم برابر است. اگر دمای جسم A را ۷۲ کلوین کاهش داده و دمای جسم B را ۷۲ درجه فارنهایت افزایش دهیم، دمای نهایی دو جسم A و B چند درجه سلسیوس با یکدیگر اختلاف دارند؟

- (۱) ۱۱۲
- (۲) ۱۲۲
- (۳) ۷۰
- (۴) صفر

۱۰۴- در شکل زیر نمودار تغییرات طول یک میله فلزی بر حسب دما نشان داده شده است. در دمای 50°F ، طول میله چند سانتی‌متر است؟



- (۱) ۱۰۰/۰۰۲
- (۲) ۱۰۰/۲
- (۳) ۱۰۰/۰۲
- (۴) ۱۰۰/۱

۱۰۵- درون یک صفحه فلزی با ضریب انبساط طولی $4 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ، یک سوراخ دایره‌ای شکل ایجاد کرده‌ایم. اگر بخواهیم مساحت

سوراخ ۰/۲ درصد افزایش پیدا کند، باید به‌صورت یکنواخت، دمای ورقه را به‌اندازه ...

- (۱) 50°C افزایش دهیم.
- (۲) 25°C افزایش دهیم.
- (۳) 50°C کاهش دهیم.
- (۴) 25°C کاهش دهیم.

محل انجام محاسبات

۱۰۶- یک گرم کن با توان ثابت 170 W را درون گرماسنجی حاوی 200 g آب 10°C قرار می‌دهیم. پس از چند دقیقه، با رسیدن به تعادل گرمایی، دمای مجموعه به 60°C می‌رسد؟ (ظرفیت گرمایی گرماسنج برابر $180 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}$ ، گرمای ویژه آب برابر $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ و اتلاف انرژی ناچیز است.)

۱۰ (۴)

۳۰ (۳)

۵ (۲)

۳۰۰ (۱)

۱۰۷- درون ظرفی مقدار m گرم آب صفر درجه سلسیوس وجود دارد. بر اثر تبخیر سطحی، مقدار m_1 گرم از این آب به بخار و بقیه آن به جرم m_2 به یخ تبدیل می‌شود. نسبت $\frac{m_2}{m_1}$ کدام است؟ (L_F گرمای نهان ذوب، L_V گرمای نهان تبخیر و اتلاف انرژی نداریم.)

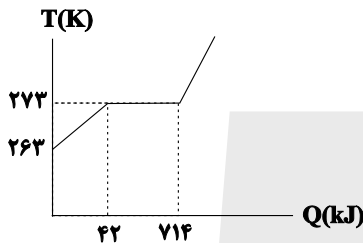
$$\frac{L_F}{L_F + L_V} \quad (۲)$$

$$\frac{L_F}{L_V} \quad (۱)$$

$$\frac{L_V}{L_F + L_V} \quad (۴)$$

$$\frac{L_V}{L_F} \quad (۳)$$

۱۰۸- به جسم جامدی با گرمای ویژه $2/1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$ ، گرما داده شده و نمودار تغییرات دمایی آن بر حسب گرمای داده شده، به صورت زیر است. اگر به این جسم جامد در نقطه ذوبش 168 کیلوژول گرما داده شود، چند کیلوگرم از آن به صورت ذوب نشده باقی می‌ماند؟



۰/۵ (۱)

۱/۵ (۲)

۰/۷۵ (۳)

۲/۵ (۴)

۱۰۹- اجسام ... تابش الکترومغناطیسی گسیل می‌کنند و نشان داده می‌شود که تابش گرمایی در دماهای زیر حدود 500°C عمدتاً به صورت ... است.

(۱) تنها در دماهای بالای صفر درجه سلسیوس - تابش فروسرخ

(۲) تنها در دماهای بالای صفر درجه سلسیوس - تابش فرابنفش

(۳) در هر دمایی - تابش فرابنفش

(۴) در هر دمایی - تابش فروسرخ

۱۱۰- در یک مخزن با حجم قابل تغییر، x گرم گاز آرمانی وجود دارد. اگر در فشار ثابت با اضافه کردن مقداری از همان گاز به مخزن، حجم گاز را ۹ برابر و دمای گاز را ۶ برابر کنیم، چند گرم از همان گاز اولیه به مخزن اضافه شده است؟

$$\frac{x}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{2}x \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3}x \quad (۲)$$

$$\frac{4}{3}x \quad (۱)$$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۷ تا ۹۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱۱- در واکنش فرضی $A + 2B \rightarrow 3C + D$ ، اگر سرعت متوسط مصرف ماده A از ابتدا تا پایان واکنش برابر $0.1 \text{ mol.l}^{-1} \text{ min}^{-1}$ باشد و مقدار

ماده C تولید شده در انتهای واکنش برابر با $52/48$ گرم باشد، این واکنش در ثانیه چندم به پایان رسیده است؟ ($C = 41 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) ۳۲ (۲) ۵۳ (۳) ۴۳ (۴) ۲۶

۱۱۲- واکنش (موازنه نشده) تخمیر بی‌هوازی گلوکز $C_6H_{12}O_6(aq) \rightarrow C_2H_5OH(aq) + CO_2(g)$ در ظرفی سرباز انجام می‌شود. اگر

بدانیم در انتهای واکنش از جرم مخلوط $3/3$ گرم کاسته شده باشد و واکنش ۵ دقیقه زمان برده باشد، چند گرم گلوکز تخمیر

شده است؟ ($C = 12, O = 16, H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) $6/75$ (۲) $3/45$ (۳) $1/75$ (۴) $13/5$

۱۱۳- کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱) الیاف آهن داغ و سرخ شده در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ شده در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

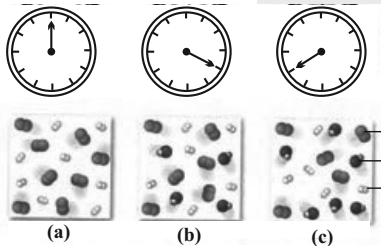
(۲) انفجار یک واکنش شیمیایی بسیار سریع است که مقدار کمی از ماده منفجر شونده، حجم زیادی گاز داغ تولید می‌کند.

(۳) محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات در دمای اتاق با افزودن یک کربوکسیلیک اسید به کندی بی‌رنگ می‌شود.

(۴) افزودن دو قطره از $KI(aq)$ به محلول H_2O_2 در دمای اتاق سبب افزایش سرعت تولید گاز هیدروژن می‌شود.

۱۱۴- شکل زیر واکنش میان گاز هیدروژن و بخار یُد را در دمای معین نشان می‌دهد. کدام گزینه در مورد شکل درست است؟

(هر ذره را هم ارز 0.1 مول در نظر بگیرید.) $H_2(g) + I_2(g) \rightarrow 2HI(g)$



(۱) سرعت واکنش در ۲۰ دقیقه دوم، ۲ برابر سرعت واکنش در ۲۰ دقیقه اول است.

(۲) با گذشت زمان از a تا c، مجموع شمار مولکول‌های دو اتمی تغییری نمی‌کند.

(۳) سرعت متوسط مصرف H_2 در محدوده a تا c برابر $2/5 \times 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1}$ می‌باشد.

(۴) با پیشرفت واکنش، رابطه $\frac{-2\Delta n(HI)}{\Delta t} = \frac{\Delta n(H_2)}{\Delta t}$ برقرار است.

۱۱۵- اگر هیدروکلریک اسید با سرعت $36 \text{ mol.l}^{-1} \text{ min}^{-1}$ به طور کامل با ۶۰ گرم کلسیم کربنات با خلوص ۵۰٪ واکنش دهد، پس از

چند ثانیه واکنش به پایان می‌رسد و حجم گاز تولید شده در شرایط STP چند لیتر است؟ (ناخالصی‌ها با اسید واکنش

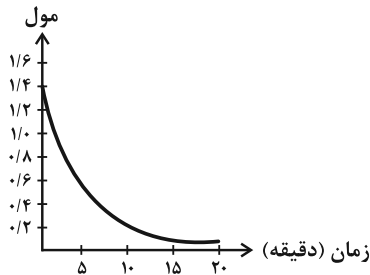
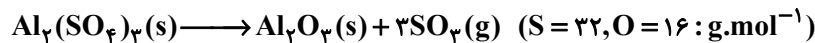
نمی‌دهند.) (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید) ($Ca = 40, Cl = 35.5, C = 12, O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

$CaCO_3(s) + 2HCl(aq) \rightarrow CaCl_2(aq) + H_2O(l) + CO_2(g)$

(۱) ۶/۷۲، ۱۰۰ (۲) ۵/۶، ۸۰ (۳) ۲/۲۴، ۱۰۰ (۴) ۶/۷۲، ۸۰

محل انجام محاسبات

۱۱۶- نمودار زیر تغییرات مقدار مول $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ در واکنش زیر را نشان می‌دهد. حدوداً چند دقیقه پس از آغاز واکنش، مقدار گاز گوگرد تری اکسید تولید شده برابر با ۱۶۰ لیتر می‌شود؟ (جگالی گاز در شرایط آزمایش را برابر $1/8 \text{ g.L}^{-1}$ در نظر بگیرید.)



- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۱۵
(۴) ۲۰

۱۱۷- چند مورد از عبارتهای داده شده درست است؟

- در شرایط یکسان، سرعت واکنش پتاسیم با آب سرد بیشتر از واکنش سدیم با آب سرد است.
- از واکنش فلز مس با محلول حاوی Zn^{2+} ، رنگ محلول به مرور زمان بی‌رنگ می‌شود.
- رادیکال‌هایی در بدن ما به وجود می‌آید و با استفاده از بازدارنده‌ها می‌توان از آسیب رساندن آن‌ها به بدن جلوگیری کرد.
- کاهش دما در واکنش گرماده $2\text{H}_2\text{O}_2(\text{aq}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g})$ ، سرعت انجام واکنش را کاهش می‌دهد.

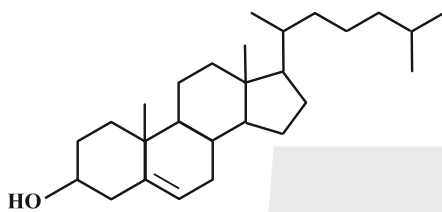
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

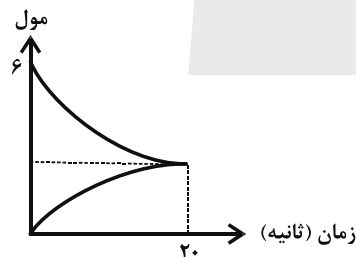
۴ (۱)

۱۱۸- کدام یک از مطالب زیر در مورد ترکیبی با ساختار روبه‌رو نادرست است؟



- (۱) یک کربوکسیلیک اسید است.
(۲) در مواد آلی موجود در غذاهای جانوری وجود دارد.
(۳) مصرف بیش از اندازه آن باعث گرفتگی رگ‌ها و سکته می‌شود.
(۴) یک الکل سیرنشده است.

۱۱۹- نمودار زیر مربوط به واکنش $2\text{A} \rightarrow 2\text{B}$ است. سرعت واکنش در بازه زمانی ۰ تا ۲۰ ثانیه، چند مول بر دقیقه است؟



- (۱) ۳/۶
(۲) ۵/۴
(۳) ۷/۲
(۴) ۱۰/۸

۱۲۰- ۲ تن پسماند گیاهی که حاوی ۴۵٪ گلوکز است، مطابق معادله زیر تخمیر می‌شود. اگر پس از گذشت ۵۶ دقیقه از آغاز واکنش،

۳۶٪ از گلوکز مصرف شده باشد، سرعت متوسط تولید گاز CO_2 در این بازه زمانی بر حسب L.s^{-1} کدام است؟

(شرایط را STP در نظر بگیرید. $\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)



۵۶ (۴)

۲۲/۴ (۳)

۱۲ (۲)

۲۴ (۱)



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی: تاریخچه صابون تا انتهای pH: صفحه‌های ۱ تا ۲۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- کدام مطلب درست است؟ ($C=12, O=16, H=1: g.mol^{-1}$)

(۱) صابون‌های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم استرهای بلند زنجیر (با جرم مولی زیاد) هستند.

(۲) رفتار کلوئیدها را می‌توان رفتاری بین سوسپانسیون و محلول‌ها در نظر گرفت.

(۳) قدرت پاک‌کنندگی $RCOONa$ بیش‌تر از قدرت پاک‌کنندگی $RCOOK$ است (با فرض یکسان بودن R).

(۴) فرمول مولکولی صابون مایع که بخش هیدروکربنی آن خطی، سیرشده و دارای n اتم کربن و جزء کاتیونی آن یون آمونیوم باشد به صورت $C_{n+1}H_{2n+5}O_2NH_4$ است.

۱۲۲- چند گرم اسید HA با ثابت یونش $K_a = 2 \times 10^{-7} mol.L^{-1}$ را باید در یک لیتر آب حل کنیم تا محلولی با $pH = 4$ به دست

آید؟ ($HA = 60 g.mol^{-1}$)

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

۱۲۳- در دمای اتاق مقدار x گرم هیدرویدیک اسید را در آب حل می‌کنیم تا pH محلول حاصل به ۲ برسد. اگر حجم محلول برابر با ۱

$HI(aq) \rightarrow H^+(aq) + I^-(aq)$

لیتر باشد، مقدار x کدام است؟ ($H=1, I=127: g.mol^{-1}$)

۱/۲۷ (۴)

۱/۲۸ (۳)

۲/۵۴ (۲)

۲/۵۶ (۱)

۱۲۴- ۰/۵ گرم باز BOH را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را به ۲ لیتر می‌رسانیم. اگر ثابت یونش این باز برابر

$5 \times 10^{-5} mol.L^{-1}$ باشد، غلظت یون هیدرونیوم محلول حاصل در دمای اتاق به تقریب چند مولار است؟

($\log 2 \approx 0.3, BOH = 50 g.mol^{-1}$)

2×10^{-11} (۴)

10^{-11} (۳)

10^{-3} (۲)

5×10^{-4} (۱)

۱۲۵- چند میلی‌گرم اسید HA با ثابت یونش $K_a = 0.05 mol.L^{-1}$ را باید در یک لیتر آب حل کرد تا pH محلول برابر با ۲/۳

شود؟ ($HA = 114 g.mol^{-1}$) و از تغییر حجم محلول صرف‌نظر کنید. ($\log 2 \approx 0.3$)

۵۵۱ (۴)

۹۴۳ (۳)

۸۲۴ (۲)

۶۲۷ (۱)

۱۲۶- در یک نمونه محلول شیشه پاک‌کن دارای محلول آمونیاک، غلظت یون هیدروکسید در دمای اتاق 16×10^4 برابر غلظت یون

هیدرونیوم است. غلظت یون هیدرونیوم در محلول آمونیاک، چند مولار است؟ ($\log 5 \approx 0.7$)

2×10^{-10} (۴)

25×10^{-11} (۳)

4×10^{-5} (۲)

5×10^{-5} (۱)

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۲۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر جمله داده شده را به نادرستی تکمیل می‌کند؟

« بین و ، رابطه وجود دارد.»

الف) درصد لکه باقیمانده روی پارچه پس از شستشو با صابون - دمای آب - مستقیم

ب) میزان کف کردن پاک‌کننده صابونی - غلظت یون Ca^{2+} در محلول - معکوس

پ) رسانایی الکتریکی محلول یک اسید - درجه یونش آن اسید - معکوس

ت) شدت واکنش محلول یک اسید با فلز منیزیم - pH محلول آن اسید - معکوس

(۱) (پ) و (ت) (۲) (ب) و (پ) (۳) (الف) و (پ) (۴) (الف) و (ت)

۱۲۸- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) از سوختن کامل یک مول بنزین نسبت به سوختن کامل یک مول وازلین مقدار CO_2 کمتری تولید می‌شود.

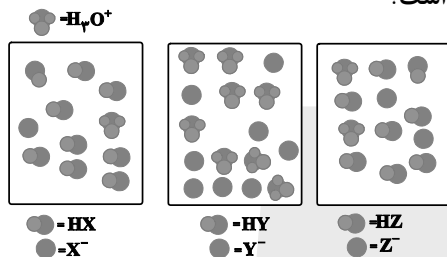
(۲) از صابون گوگردار برای از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.

(۳) در ساختار هر مولکول اسید چرب یک اتم کربن متصل به دو اتم اکسیژن را می‌توان یافت.

(۴) فرمول مولکولی پاک‌کننده غیرصابونی که ۱۴ اتم کربن در زنجیره کربنی سپر شده و خطی خود دارد، به صورت $\text{C}_{14}\text{H}_{25}\text{SO}_3\text{Na}$ می‌باشد.

۱۲۹- در شکل زیر، محلول‌های اسید HX ، HY و HZ ، با غلظت مولی و دمای یکسان، نشان داده شده است و برای سادگی

مولکول‌های آب حذف شده است. چند مورد از مطالب زیر، درباره آن‌ها نادرست است؟



● در میان اسیدها، HY قوی‌ترین اسید است.

● واکنش یونش هر سه اسید در آب، تعادلی است.

● قدرت اسیدی اتانویک‌اسید، به یقین از HY کمتر است.

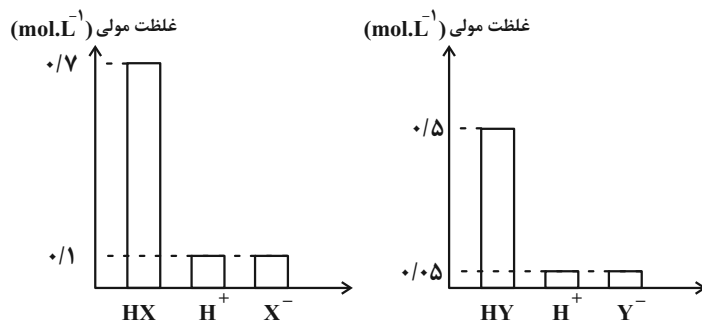
● ثابت یونش HZ ، از ثابت یونش HX بزرگتر و از ثابت یونش HY کوچک‌تر است.

● اگر HX ، هیدروفلوئوریک‌اسید باشد، HZ می‌تواند هیدروسولفونیک‌اسید باشد.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) صفر (۴) ۱

۱۳۰- اگر شکل‌های زیر مربوط به غلظت تعادلی گونه‌های موجود در محلول اسیدهای HX و HY باشد، نسبت درجه یونش اسید

HX به درجه یونش اسید HY کدام است؟



(۱) $\frac{8}{11}$

(۲) $\frac{11}{8}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{4}{3}$

محل انجام محاسبات

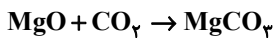
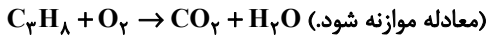
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی (تا ابتدای غلظت مولی): صفحه‌های ۷۰ تا ۹۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- از سوختن کامل x مول پروپان، $28/8$ گرم آب تولید شده است. برای تبدیل کربن دی‌اکسید تولید شده به مواد معدنی چند گرم

منیزیم اکسید نیاز است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, Mg = 24 : g.mol^{-1}$)



۳۸/۴ (۴)

۴۸ (۳)

۵۷/۶ (۲)

۴۰/۸ (۱)

۱۳۲- کدام گزینه در ارتباط با شیمی سبز نادرست است؟

(۱) یکی از اهداف شیمی سبز، محافظت از طبیعت است.

(۲) پلاستیک‌های سبز در مدت زمان نسبتاً کوتاهی تجزیه شده و به طبیعت باز می‌گردند.

(۳) سوخت سبز به سوختی گفته می‌شود که در اثر سوختن آن، کربن دی‌اکسید تولید نشود.

(۴) از دانه‌های روغنی، شاخ و برگ گیاه سویا و نیشکر در تولید سوخت سبز استفاده می‌شود.

۱۳۳- $17/92$ لیتر گازهای نیتروژن و هیدروژن با نسبت استوکیومتری در دمای $0^\circ C$ و فشار ۱ اتمسفر وارد ظرف واکنش شده‌اند. در

پایان واکنش، چند گرم آمونیاک در ظرف واکنش وجود دارد؟ ($H = 1, N = 14 : g.mol^{-1}$)



۶/۸ (۴)

۹/۰۶ (۳)

۴/۲۸ (۲)

۱/۷۸ (۱)

۱۳۴- اگر یک مخلوط مایع به جرم 200 گرم از آلوتروپ‌های اکسیژن در دمای $200^\circ C$ در یک ظرف سرباز در اختیار داشته باشیم و

دمای آن را در فشار ثابت 1 atm تا $136/5^\circ C$ - بالا ببریم، جرم آن به 80 گرم می‌رسد. در این شرایط چند مول گاز آزاد شده

است و تعداد اتم اکسیژن موجود در باقی‌مانده این مخلوط به تقریب برابر چند است؟ ($O = 16 g.mol^{-1}$)

$10^{24} - 2/5$ (۴)

$30/1 \times 10^{23} - 3/75$ (۳)

$30/1 \times 10^{23} - 2/5$ (۲)

$10^{24} - 3/75$ (۱)

۱۳۵- مقدار معینی سدیم کلرید را درون 2 لیتر محلول نقره نیترات با غلظت $1/5 \text{ mol.L}^{-1}$ حل می‌کنیم. چنانچه پس از مدتی، غلظت

یون‌های نقره محلول برابر صفر شود، چند گرم نقره کلرید تولید خواهد شد؟

($N = 14, O = 16, Na = 23, Cl = 35/5, Ag = 108 : g.mol^{-1}$) (از تغییر حجم محلول در طی واکنش صرف نظر شود).



۳۴۴/۴ (۴)

۴۳۰/۵ (۳)

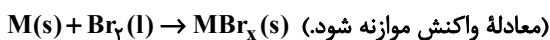
۵۷۴ (۲)

۴۷۳/۵۵ (۱)

۱۳۶- $0/4$ مول از فلز M با 64 گرم برم، به صورت کامل واکنش داده و 80 گرم ترکیبی به فرمول MBr_x را تشکیل می‌دهد. در اثر

تجزیه کربنات فلز M ، چند درصد جرم آن کاهش پیدا می‌کند؟ (در اثر تجزیه کربنات فلز، اکسید فلز و گاز CO_2 آزاد

می‌شود، $H = 1, C = 12, O = 16, Br = 80$ و $x \geq 1$ است.)



۳۶ (۴)

۴۴ (۳)

۴۲ (۲)

۳۸ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۳۷- ۲ مول از فلز A را با ۳۲۰۰ گرم محلول ۴ مولار نیتریک اسید با چگالی ۲/۴ گرم بر میلی لیتر در ظرفی سرباز به طور کامل واکنش می دهیم، اگر در پایان واکنش ۳۷۶ گرم ترکیب یونی تولید شود، فلز A کدام است؟

($\text{Cu} = ۶۴$, $\text{Fe} = ۵۶$, $\text{Cr} = ۵۲$, $\text{Sc} = ۴۵$, $\text{O} = ۱۶$, $\text{N} = ۱۴$, $\text{H} = ۱$: g.mol^{-1})



Fe (۲)

Cr (۱)

Cu (۴)

Sc (۳)

۱۳۸- کدام گزینه درباره دگرشکل های اکسیژن درست است؟ ($\text{O} = ۱۶\text{g.mol}^{-1}$)

(۱) در اثر سردکردن مخلوط گازی آن دو، دگرشکل سبک تر زودتر مایع می شود.

(۲) مطابق قانون آووگادرو، حجم مولی هر دو در دما و فشار یکسان، برابر ۲۲/۴ لیتر است.

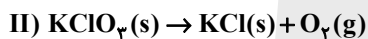
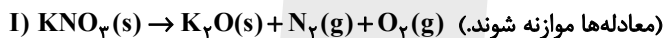
(۳) در شرایط استاندارد، حجم ۱۰ گرم از هریک از آن ها با هم برابر است.

(۴) در شرایط یکسان، چگالی دگرشکل واکنش پذیرتر، بیشتر است.

۱۳۹- هرگاه در واکنش (I) کاهش جرمی برابر ۴۹/۶۸ گرم رخ دهد، مقدار گاز اکسیژن تولید شده از این واکنش برابر لیتر است

و این مقدار گاز اکسیژن را به تقریب می توان از تجزیه مول پتاسیم کلرات در واکنش (II) تهیه کرد. (شرایط STP در

نظر گرفته شود). ($\text{K} = ۳۹$, $\text{O} = ۱۶$, $\text{Cl} = ۳۵/۵$, $\text{N} = ۱۴$: g.mol^{-1}) (گزینه ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید).



(۲) ۱/۱۵ ، ۱۰/۳

(۱) ۰/۷۷ ، ۲۵/۷۶

(۴) ۰/۷۷ ، ۱۰/۳

(۳) ۱/۱۵ ، ۲۵/۷۶

۱۴۰- چه تعداد از عبارت های زیر نادرست است؟

الف) جاذبه زمین مانع از خروج گازهای موجود در هواکره از اتمسفر می شود.

ب) واکنش تبدیل اکسیژن به اوزون یک واکنش برگشت پذیر است و اوزون تولید شده در هر لایه جوی مفید است.

پ) اوزون در اثر تابش فرابنفش، به یک اتم اکسیژن و یک مولکول اکسیژن تبدیل می شود.

ت) یکی از کاربردهای گاز آرگون ایجاد محیط بی اثر هنگام جوشکاری است.

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) صفر



دفترچه سوال

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۱۴ شهریور

تعداد کل سوالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف چینی و صفحه آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

برای مشاهده پاسخ ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.



استعداد تحلیلی

۳۰ دقیقه

* بر اساس جدول زیر به دو پرسش بعدی پاسخ دهید.

ج	ک	پ	س	ح
ز	م	ق	د	ع
ن	ر	ی	ل	ب
گ	ا	و	چ	هـ
خ	ش	ف	ص	ت

۲۵۱- با همه حروف به هم ریخته یکی از ردیف های جدول، نام پنج حرفی یک شهر بزرگ و مشهور ساخته می شود. این شهر در کدام کشور است؟

(۲) فرانسه

(۱) آلمان

(۴) اسپانیا

(۳) پرتغال

۲۵۲- با همه حروف به هم ریخته یکی از ستون های جدول، نام پنج حرفی یک کشور ساخته می شود. این کشور در کدام قاره است؟

(۲) اروپا

(۱) آسیا

(۴) امریکا

(۳) آفریقا

۲۵۳- کدام جمله زیر نادرستی نگارشی دارد؟

(۱) کامو با وجود جایگاه ارزشمندی که در ادبیات و فلسفه در فرانسه به دست آورده بود، از تکلف جمع های روشنفکری فرانسه منجر بود.

(۲) کامو، ریشه خود را در خاک شمال آفریقا، زادگاه پدری خود می دید.

(۳) البته پدر کامو در الجزایر کشته شده بود و خاطرات دوران نوجوانی او در خانه مادر بزرگ مستبدش، خاطرات شیرینی نبود.

(۴) آیا چگونه می توان گفت شخصیت ضد استبداد کامو از مبارزه جویی او با مادر بزرگش برخاسته است؟

۲۵۴- با کلمات به هم ریخته زیر - که البته با تعداد و جایگاه نادرست نقاط نوشته شده است - جمله ای درست و معنادار ساخته می شود. تعداد نقاط این

جمله کدام است؟

ثان، هشتند، پیذا، ذوغ، اژپاظاپ، پذگی، مضپپ، می دهند، و، و، زا

(۲) ۲۵

(۱) ۲۴

(۴) ۲۷

(۳) ۲۶



۲۵۵- ابیات به هم ریخته زیر سازنده یک حکایت است. کدام گزینه نسبت به دیگر گزینه‌ها، ترتیب منطقی تری برای ابیات معرفی می‌کند؟

(الف) با شتاب ابرهای نیمه شب می‌رفت و بود / پاک چون مه شسته روی دلربای خویش را

(ب) کاش بشناسد مرا آن بی‌وفا دختر، «امید»! / آه اگر بیگانه باشد آشنای خویش را

(ج) ناگهان در کوچه دیدم بی‌وفای خویش را / باز گم کردم ز شادی دست و پای خویش را

(د) تا به من نزدیک شد، گفتم: «سلام ای آشنا» / گفتم اما هیچ نشنیدم صدای خویش را

(۱) ج - الف - د - ب (۲) الف - ب - د - ج

(۳) الف - د - ج - ب (۴) د - ب - ج - الف

۲۵۶- «مریم و برادرش امیر با هم بر سر سال تولد پدرشان اختلاف نظر دارند. مریم می‌گوید پدرشان در سال ۱۳۲۰ به دنیا آمده است ولی امیر سال

تولد پدرش را سال ۱۳۱۸ می‌داند. بیمارستان محل تولد پدر امیر و مریم، اطلاعات سال ۱۳۱۸ را ندارد. در اطلاعات سال ۱۳۲۰ این بیمارستان نیز

نامی از پدر امیر و مریم نیست. پس می‌توان نتیجه گرفت پدر امیر و مریم در سال ۱۳۱۸ به دنیا آمده است.» استدلال فوق دقیقاً به شرطی درست

است که ...

(۱) پدر امیر و مریم از مادر امیر و مریم بزرگتر باشد.

(۲) از بین امیر و یا مریم، حداقل یکی، ادعای درستی درباره زمان تولد پدرشان داشته باشد.

(۳) مستندات سال ۱۳۱۸ بیمارستان محل تولد پدر امیر و مریم هرگز کشف نشود.

(۴) هیچ کدام از بستگان امیر و مریم نیز سال تولد پدر امیر و مریم را ندانند.

۲۵۷- کدام ضرب‌المثل هم‌معنای عبارت «شرف المكان بالمکین» است؟

(۱) تیمم باطل است آن‌جا که آب است.

(۲) بالا اونجاست که بزرگ نشسته باشه.

(۳) ز اسباب حجره درش مانده باقی

(۴) ز پیغمبری رفت و نجار شد

۲۵۸- در یک جدول سودوکوی پنج در پنج، باید هر یک از عددهای طبیعی ۱ تا ۵ یک بار در هر ردیف و هر ستون تکرار شود. در جدول زیر، حاصل ضرب

دو عدد جایگزین علامت‌های ○ و ● چند است؟

۲				
		۴		۳
۵		○		
●				۲
	۱	۵		

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۲۰



* در سه پرسش بعدی اگر «الف» بزرگ‌تر از «ب» بود گزینه «۱» و اگر «ب» بزرگ‌تر از «الف» بود گزینه «۲» را انتخاب کنید. اگر دو داده مساوی بودند، گزینه «۳» پاسخ است و اگر امکان مقایسه بین دو داده وجود نداشت، گزینه «۴».

۲۵۹- قیمت یک مجسمه را ابتدا $\frac{3}{4}$ برابر کردیم و سپس صد هزار تومان به آن افزودیم. قیمت یک تابلو را نیز ابتدا $\frac{4}{3}$ برابر کردیم و سپس صد هزار تومان از آن کاستیم. قیمت تابلو و مجسمه با هم برابر شد.

الف) قیمت اولیه تابلو

ب) قیمت اولیه مجسمه

۲۶۰- وقتی پنج لیتر ماده «الف» و سه لیتر ماده «ب» به محلول حاصل از این دو افزودیم، نسبت حجمی این دو در کل محلول تغییر نکرد. می‌دانیم دو ماده با هم در نمی‌آمیزند و تبدیل نمی‌شوند.

الف) نسبت ماده «الف» به کل محلول در ابتدا

ب) نسبت ماده «ب» به کل محلول در ابتدا

۲۶۱- هشت سال پیش سنّ علی دو برابر سنّ مجید بود. اکنون سنّ علی دو برابر سنّ حسن است.

الف) اختلاف سنّ مجید و حسن

ب) اختلاف سنّ علی و مجید

۲۶۲- با چهار رقم ۰، ۱، ۲ و ۳، چند عدد سه‌رقمی می‌توان ساخت به شکلی که اولاً فرد باشد، درثانی تکرار ارقام مجاز باشد، ثالثاً عدد بر سه بخشپذیر باشد؟

۷ (۲)

۶ (۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

* در سه سؤال بعدی، عدد جایگزین علامت سؤال الگو را بیابید.

۸, ۱۲, ۱۰, ۸, ۵, ۲, ۳, ۶, ۶, ۲۴, ۸, ?

۲۶۳-

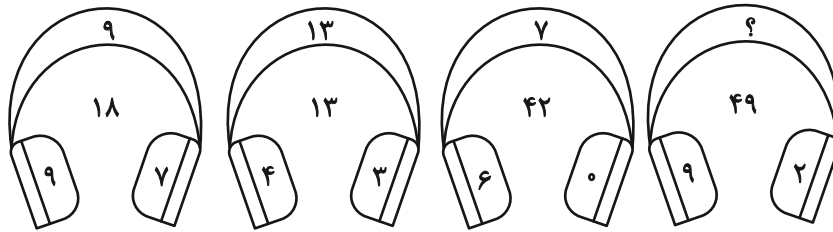
۱۲ (۲)

۴ (۱)

۲۸ (۴)

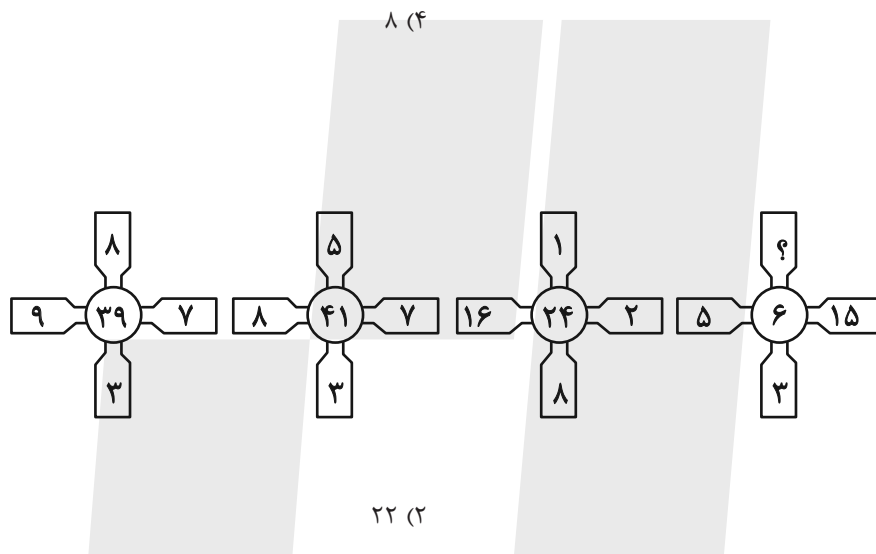
۲۰ (۳)

۲۶۴-



۶ (۲)

۵ (۱)



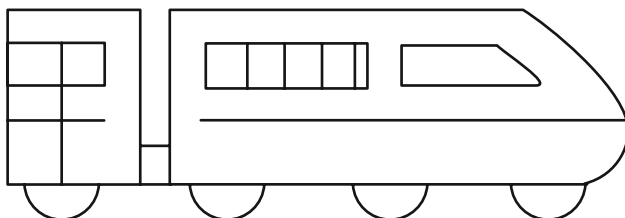
۲۲ (۲)

۲۱ (۱)

۲۴ (۴)

۲۳ (۳)

۲۶۶- در شکل زیر چند مستطیل هست؟



۲۲ (۱)

۲۳ (۲)

۲۴ (۳)

۲۵ (۴)

۲۶۷- در کدگذاری زیر، کدام شکل ممکن است به جای علامت سؤال قرار گیرد؟

ف	ش	ز	پ	ت	و	؟
DC	DB	DB	AC	AB	DB	AC

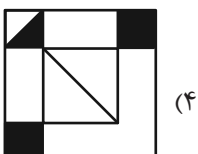
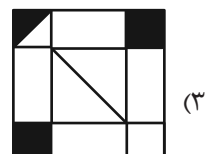
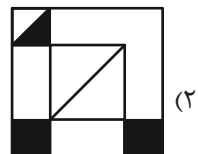
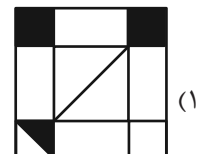
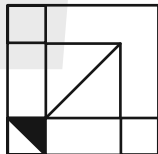
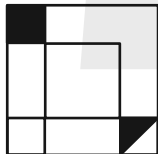
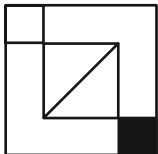
(۱) چ

(۲) چ

(۳) خ

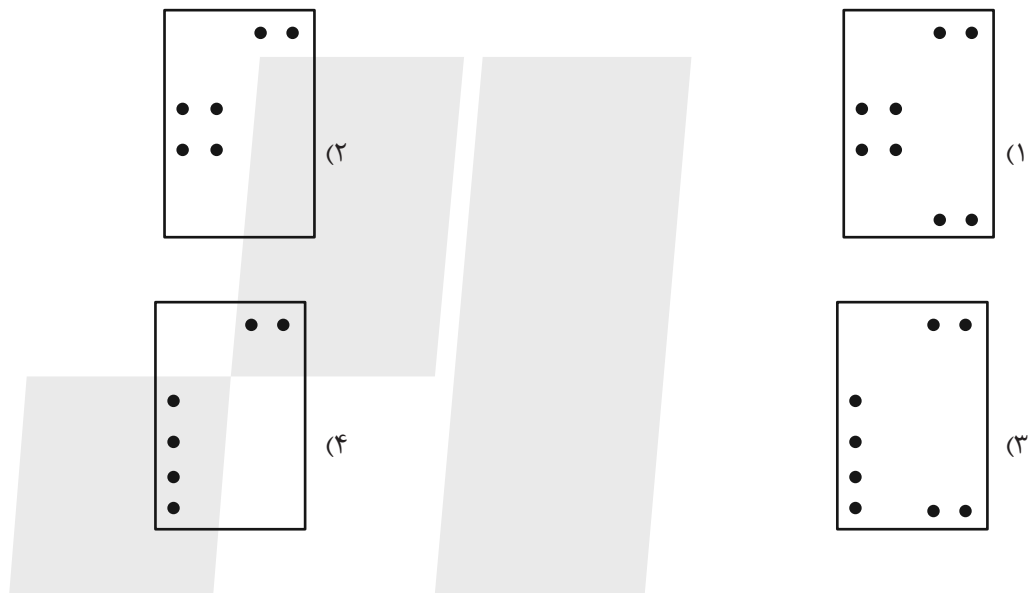
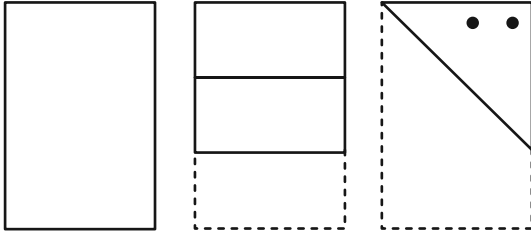
(۴) خ

۲۶۸- با روی هم انداختن و سپس چرخاندن سه برگه شفاف زیر، کدام گزینه حاصل می شود؟

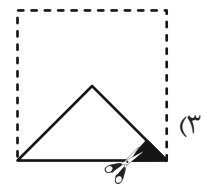
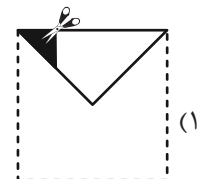
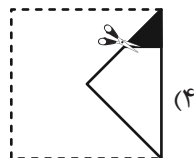
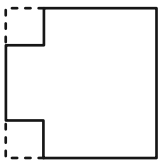


۲۶۹- برگه کاغذی را مطابق مراحل زیر تا و سوراخ کرده‌ایم. شکل باز شده به کدام گزینه شبیه‌تر خواهد بود؟ خط‌چین‌ها محدوده کاغذ اولیه

را نشان می‌دهند.

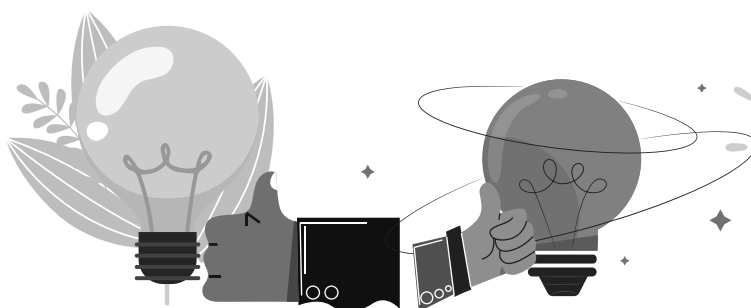


۲۷۰- برگه تا و بریده شده کدام گزینه را اگر باز کنیم، به شکل زیر می‌رسیم؟



منابع مناسب هوش و استعداد

دوره دوم



دفترچه پاسخ

آزمون ۱۴ شهریور ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی



پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی-علی آزاد-شاهین پروازی-حسین پوراسماعیل-مهدی تک-محمد توزنده-جانی-عادل حسینی-بهرام حلاج-افشین خاصه-خان-امیر هوشنگ خمسه-جواد زنگنه-قاسم آبادی-حسین شفیع زاده-علی شهرابی-حمید علیزاده-مرتضی فهیم علوی-حمید مامقادی-سیدسپهر متولیان-امیر مرادیان-مهدی ملارمضانی-احمد مهربانی-مجتبی نادری
هندسه	امیر حسین ابومحبوب-معصومه اکبری-صحت-علی ایمانی-علی بهرمندپور-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-یاسین سپهر-محمدطاهر شعاعی-سیما شواکندی-محمد قیدی-امیرمحمد کریمی-سهام مجیدی-پور نصیر محبی-نژاد-سینا محمدپور-مهرداد ملوندی-سرژ یقیازاریان-تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-رضا بخشنده-جواد حاتمی-افشین خاصه-خان-منوچهر خاصی-فرزانه خاکپاش-حسین خزایی-هنریک سرکیسیان-سیدمصطفی سیدحسینی-محمد صحت کار-مرتضی فهیم علوی-امیرمحمد کریمی-نیلوفر مهدوی-هومن نورائی
فیزیک	سعید اردم-مهدی اسدی-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-محمدحسین جوان-مصطفی خدارحمی-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-رامین شادلوئی-مهدی شریفی-محمدرضا شیروانی-زاده-سعید طاهری-بروجنی-امیرمحمد عبدوی-عرفان عسگریان-چایجان-پوریا علاقه مند-عبداله فقه زاده-مسعود قره خانی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-احسان محمدی
شیمی	محمد رضا پورچاوید-حامد پویان نظر-امیر حاتمیان-حمید ذبخی-یاسر راش-حسن رحمتی-کوکنده-مینا شرافتی-پور-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان-زواره-محمدبارسا-فراهانی-حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده-مقدم-سیدمحمد معروفی-سالار ملکی-امین نوری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرتر کمپور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محبوب فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرمحمد کریمی	امیرمحمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا-احسان میرزینلی-سجاد سلیمی-فرشته کمرانی مهدی صالحی سجاد بهارلویی				

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۱

گزینه «۳» - ۱

(امیر هوشنگ فمسه)

با توجه به این که $1 \text{ Rad} \approx 57.3^\circ$ می باشد، پس می توان نتیجه گرفت 1 Rad در ناحیه اول، 2 Rad و 3 Rad در ناحیه دوم و 4 Rad در ناحیه سوم مختصاتی است. بررسی گزینه ها:

$$\left. \begin{array}{l} \cos 3 < 0 \\ \sin 3 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \cos 3 - \sin 3 < 0 \quad (1)$$

$$0 < \sin 1 < 1 \Rightarrow (\sin 1)^{\cos 4} > 0 \quad (2)$$

$$1 \text{ Rad} > 45^\circ \Rightarrow \tan 1 > \tan 45^\circ \Rightarrow \frac{\sin 1}{\cos 1} - 1 > 0 \quad (3)$$

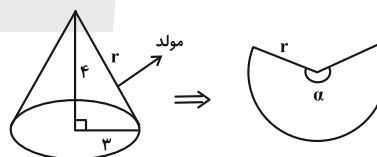
$$\left. \begin{array}{l} \cos 3 < 0 \\ \sin 4 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \cos 3 \sin 4 > 0 \quad (4)$$

(حسابان ۱ - صفحه ۹۳)

گزینه «۱» - ۲

(مجتبی ناری)

اگر مخروط مورد نظر را باز کنیم به قسمتی از یک دایره می رسیم که شعاع آن برابر طول مولد مخروط (پاره خط واصل بین رأس مخروط و هر نقطه دلخواه از محیط قاعده) است. همچنین محیط قاعده مخروط برابر با $r\alpha$ می باشد.



$$r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$2\pi \times 3 = r\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{6\pi}{5}$$

(حسابان ۱ - صفحه های ۹۲ تا ۹۷)

گزینه «۳» - ۳

(عادل مسینی)

$$\frac{\cos 66^\circ - \sin 21^\circ}{\sin(-69^\circ) + \cos 30^\circ} = \frac{\cos(7 \times 9^\circ + 3^\circ) - \sin(18^\circ + 3^\circ)}{-\sin(8 \times 9^\circ - 3^\circ) + \cos(36^\circ - 6^\circ)}$$

$$= \frac{\sin 3^\circ - (-\sin 3^\circ)}{\sin 3^\circ + \cos 6^\circ} = \frac{2\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1$$

(حسابان ۱ - صفحه های ۹۸ تا ۱۰۴)

گزینه «۲» - ۴

(جواد زنگنه قاسم آباری)

$$\cos 106^\circ = \cos(180^\circ - 74^\circ) = -\cos 74^\circ$$

$$\Rightarrow A = \cos 106^\circ \cos 74^\circ = -\cos^2 74^\circ = -(1 - 2\sin^2 37^\circ)^2$$

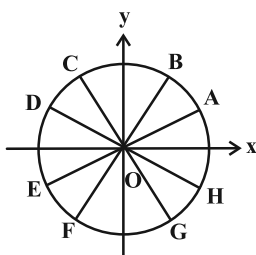
$$= -(1 - 2(5/6)^2)^2 = -(5/28)^2 = -5/784$$

(حسابان ۱ - صفحه های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۲)

گزینه «۲» - ۵

(عمید مام قارری)

با مشخص کردن کمان های گفته شده روی دایره مثلثاتی داریم:



شکل مورد نظر یک هشت ضلعی محدب است که از ۸ مثلث هم نهشت ΔAOB تشکیل شده است.

$$S = 8S_{AOB} = 8 \times \frac{1}{2} \times AO \times BO \times \sin \frac{\pi}{4}$$

$$= 4 \times 1 \times 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

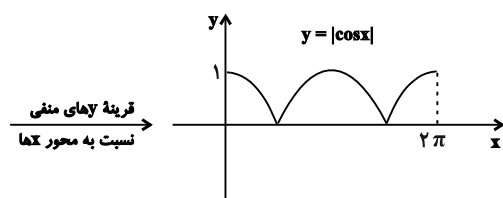
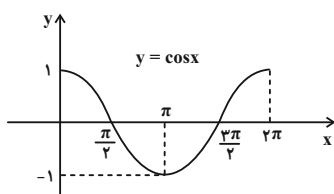
(حسابان ۱ - صفحه های ۹۸ تا ۱۰۴)

گزینه «۳» - ۶

(امیر مرزبان)

$$\sin(x - \frac{3\pi}{2}) = -\sin(\frac{3\pi}{2} - x) = \cos x$$

$$y = 1 - |\sin(x - \frac{3\pi}{2})| = 1 - |\cos x|$$



قرینه ی های منفی نسبت به محور x ها



(سیرسپهر متولیان)

۹- گزینه «۲»

ابتدا عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{-\sin 2x - \cos 4x}{-\cos 2x - \cos 4x} = \frac{\sin 2x + \cos 4x}{\cos 2x + \cos 4x}$$

حال طبق فرض داریم:

$$\tan x + \cot x = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{1}{\sin 2x} = \frac{10}{3} \Rightarrow \sin 2x = \frac{3}{10}$$

$$\frac{\pi}{2} < 2x < \pi \rightarrow \cos 2x = +\sqrt{1 - \sin^2 2x} = \frac{4}{5}$$

$$\cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x = \frac{7}{25}$$

پس مقدار عبارت A برابر می‌شود با:

$$A = \frac{\frac{3}{10} + \frac{7}{25}}{\frac{4}{5} + \frac{7}{25}} = \frac{\frac{22}{50}}{\frac{27}{25}} = \frac{22}{27}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۳ و ۱۱۲)

(عمید علیرزاه)

۱۰- گزینه «۴»

$$\sin^4 \frac{\alpha}{2} - \cos^4 \frac{\alpha}{2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow \left(\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} \right) \left(\sin^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$$

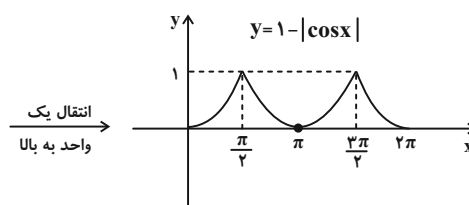
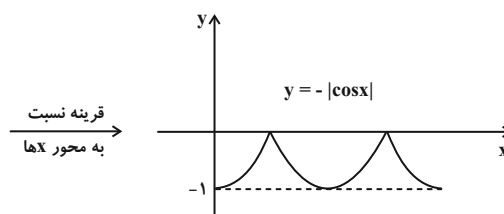
$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\xrightarrow{\text{ناحیه اول}} \sin \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\cot 2\alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{1 - 2\sin^2 \alpha}{2\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1 - 2\left(\frac{1}{9}\right)}{2\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)} = \frac{\frac{7}{9}}{\frac{4\sqrt{2}}{9}} = \frac{7}{4\sqrt{2}}$$

$$= \frac{7}{4\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{8}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)



(مسئله ۱- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۹)

(کامران افشاری)

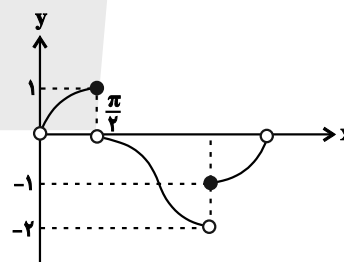
۷- گزینه «۱»

$$0 < x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \leq \cos x < 1 \Rightarrow [\cos x] = 0 \Rightarrow f(x) = \sin x$$

$$\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow -1 \leq \cos x < 0 \Rightarrow [\cos x] = -1 \Rightarrow f(x) = \sin x - 1$$

$$\frac{3\pi}{2} \leq x < 2\pi \Rightarrow 0 \leq \cos x < 1 \Rightarrow [\cos x] = 0 \Rightarrow f(x) = \sin x$$

در نتیجه با توجه به ضابطه‌های بالا و نمودار داریم:



$$a = 1, b = -2, c = \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{bc}{a} = \pi$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

(مرتضی قویم‌علوی)

۸- گزینه «۴»

با ساده کردن کسر داده شده داریم:

$$T = \frac{\cos 3x}{\sin \Delta x} - \frac{\sin 3x}{\cos \Delta x} = \frac{\cos 3x \cos \Delta x - \sin 3x \sin \Delta x}{\sin \Delta x \cos \Delta x} = \frac{\cos(3x + \Delta x)}{\sin 10x} = \frac{2 \cos \Delta x}{\sin 10x}$$

$$\xrightarrow{x=10^\circ} T = \frac{2 \cos 80^\circ}{\sin 100^\circ} = \frac{2 \cos 80^\circ}{\sin 80^\circ} = 2 \cot 80^\circ$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

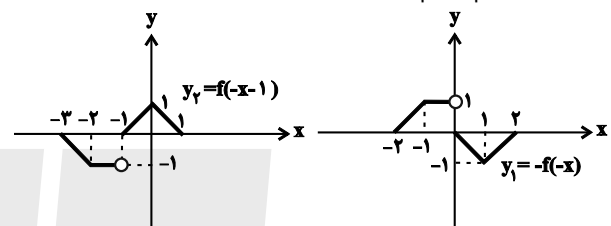


حسابان ۲

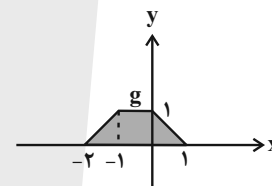
۱۱- گزینه «۱»

(عارل مسینی)

ابتدا نمودار توابع $y_1 = -f(-x)$ و $y_2 = f(-x-1)$ را رسم می‌کنیم. سپس از y_1 قسمت سمت چپ محور y و از y_2 قسمت راست محور y را نگه می‌داریم تا نمودار g حاصل شود. دقت کنید که قرینه نمودار تابع f نسبت به مبدأ مختصات است. برای y_2 نیز، ابتدا f را یک واحد به راست می‌بریم، پس آن را نسبت به محور y قرینه می‌کنیم. داریم:



پس نمودار تابع g مطابق شکل زیر است:



مساحت دوزنقه هاشورخورده برابر $S = \left(\frac{3+1}{2}\right) \times 1 = 2$ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۲- گزینه «۳»

(مسین شفیع زاده)

تابع f روی هر کدام از بازه‌های $(-\infty, -1]$ و $[0, +\infty)$ اکیداً صعودی و در بازه $[-1, 0]$ اکیداً نزولی است. بنابراین برای آن که تابع $f+g$ صعودی باشد، لازم است $g(x) = ax$ نیز اکیداً صعودی باشد، تا قسمت اکیداً نزولی نمودار f را خنثی کند.

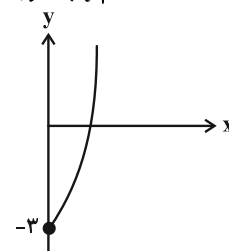
ضابطه تابع f در بازه $[-1, 0]$ به صورت $f(x) = -2x$ است. پس اگر $g(x) = 2x$ باشد، تابع $f+g$ در این بازه تابع ثابت صفر است و شرط صعودی بودن $f+g$ برقرار می‌شود. واضح است که برای $a \geq 2$ نیز این شرط برقرار است. در نتیجه کم‌ترین مقدار a برابر ۲ است.

(حسابان ۲- تابع: مشابه کار در کلاس صفحه ۱۸)

۱۳- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

نمودار سهمی $y_1 = x^2 + 3x - 3; x \geq 0$ به صورت زیر است:



حال فرض می‌کنیم که تابع f یکتا باشد، بنابراین لازم است شیب خط $y_2 = mx - (2m-3); x < 0$ مثبت باشد و عرض از مبدأ آن بزرگ‌تر از ۳- نباشد.

$$\begin{cases} m > 0 \\ -2m + 3 \leq -3 \Rightarrow m \geq 3 \end{cases} \Rightarrow m \in [3, +\infty)$$

بنابراین برای اینکه تابع f غیر یکتا باشد، باید m در بازه $(3, +\infty)$ نباشد، یعنی $m \in (-\infty, 3)$ باشد.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۴- گزینه «۴»

(شمیر علیرزاده)

رابطه تقسیم را برای تقسیم $(x+4)p(x)$ بر $x^3 - x$ می‌نویسیم:

$$(x+4)p(x) = x(x-1)(x+1)q_1(x) + 2x + 3$$

مقادیر $x=0$ ، $x=1$ و $x=-1$ را در رابطه بالا جای گذاری می‌کنیم:

$$4p(0) = 3 \Rightarrow p(0) = \frac{3}{4}$$

$$5p(1) = 5 \Rightarrow p(1) = 1$$

$$3p(-1) = 1 \Rightarrow p(-1) = \frac{1}{3}$$

حال رابطه تقسیم دوم را می‌نویسیم:

$$p(x) - xp(1-x) = x(x-1)q_2(x) + \alpha x + \beta$$

در اینجا باقی‌مانده را درجه یک و به صورت $\alpha x + \beta$ در نظر گرفته‌ایم.

حال مقادیر $x=0$ و $x=1$ را در رابطه بالا جای گذاری می‌کنیم:

$$x=0: p(0) = \beta \Rightarrow \beta = \frac{3}{4}$$

$$x=1: p(1) - p(0) = \alpha + \beta \Rightarrow 1 - \frac{3}{4} = \alpha + \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2}$$

پس باقی مانده تقسیم $-\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۱۵- گزینه «۲»

(مسین شفیع زاده)

شرط آن که $x^n + 1$ بر $x^3 + 1$ بخش پذیر باشد، آن است که n فرد و مضرب ۳ باشد. پس $n = 3k$ که در آن k عدد طبیعی فرد است. حال اگر فرض کنیم

$$x^3 = t \text{ باشد، داریم:}$$

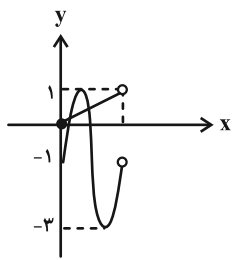
$$x^n + 1 = x^{3k} + 1 = t^k + 1 = (t+1)(t^{k-1} - t^{k-2} + \dots + 1)$$

$$\Rightarrow p(x) = x^{2(k-1)} - x^{2(k-2)} + \dots + 1$$

چون k فرد است، داریم:

$$p(-1) = \underbrace{1+1+\dots+1}_k = k = 13 \Rightarrow n = 3 \times 13 = 39$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)



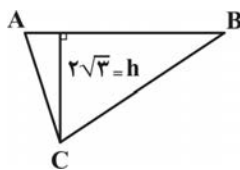
بنابراین نمودار توابع f و g در یک دوره تناوب به شکل مقابل است و نمودارها در دو نقطه یکدیگر را قطع می کنند.
دقت کنید که اگر b را منفی هم در نظر بگیریم، تعداد نقاط برخورد برابر ۲ خواهد بود.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه های ۲۴ و ۲۷)

(علی شهرابی)

۱۹- گزینه «۲»

ارتفاع مثلث ABC ، $2\sqrt{3}$ است.



از طرفی A و B به اندازه ۲ برابر دوره تناوب با هم فاصله دارند:

$$AB = 2 \times \frac{\pi}{|a|}$$

$$AB = \frac{2\pi}{a}$$

با توجه به شکل $a > 0$ است، پس داریم:

مساحت را حساب می کنیم و مساوی $8\sqrt{3}\pi$ قرار می دهیم:

$$S = \frac{AB \times h}{2} \Rightarrow 8\sqrt{3}\pi = \frac{\frac{2\pi}{a} \times 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 8\sqrt{3}\pi = \frac{2\sqrt{3}\pi}{a} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه های ۲۹ تا ۳۴)

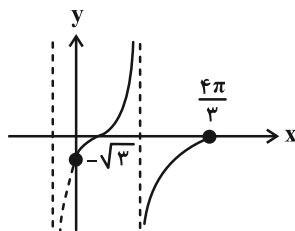
(کاظم ایلانی)

۲۰- گزینه «۱»

اگر نمودار تابع $y = \tan x$ را $\frac{\pi}{3}$ واحد به سمت راست منتقل کنیم، نمودار تابع

$y = \tan(x - \frac{\pi}{3})$ به دست می آید که به صورت زیر است. با توجه به نمودار

معلوم است که اگر دامنه تابع $\{\frac{5\pi}{6}\} - [\frac{4\pi}{3}, 0]$ باشد، برد آن $\mathbb{R}$ است.



(مسئله ۲- مثلثات: مشابه فعالیت صفحه ۳۲)

(عارل مسینی)

۱۶- گزینه «۴»

طبق روابط گفته شده در صفحه ۲۷ کتاب درسی داریم:

$$\begin{cases} y_{\max} = |a| + c = 4 \\ y_{\min} = -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = \frac{3}{2}, |a| = \frac{5}{2}$$

اما مقدار $a = -\frac{5}{2}$ قابل قبول است، زیرا نمودار داده شده قرینه یک نمودار

کسینوسی نسبت به محور x هاست.

طبق شکل، دوره تناوب نمودار هم، برابر با ۳ است.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2}{|b|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{2}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{2}{3}$$

هر دو مقدار b قابل قبول است؛ زیرا نمودار $y = \cos x$ نسبت به محور y ها متقارن است.

$$\begin{cases} b = -\frac{2}{3}: a + b + c = -\frac{5}{3} \\ b = \frac{2}{3}: a + b + c = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

(مسئله ۲- مثلثات: مشابه مثال صفحه ۲۸)

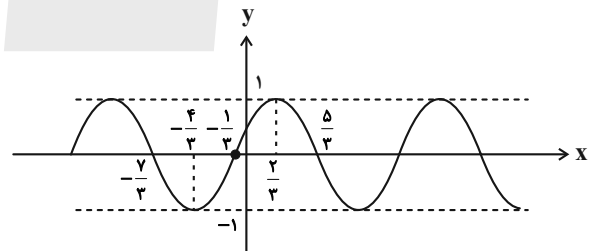
(معدی ملارمغانی)

۱۷- گزینه «۲»

$$y = \sin\left(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$$

برای رسم این نمودار، کافی است نمودار $y = \sin x$ را $\frac{\pi}{6}$ واحد به چپ

ببریم و در نهایت طول نقاط را بر $\frac{\pi}{2}$ تقسیم کنیم؛ داریم:



با توجه به نمودار بالا، تابع روی بازه $[-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}]$ اکیداً صعودی است، پس

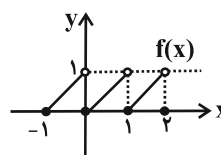
حداکثر مقدار k برابر $\frac{2}{3}$ است.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه های ۲۴ تا ۲۹)

(کاظم ایلانی)

۱۸- گزینه «۲»

نمودار تابع f به شکل زیر است و دوره تناوب آن برابر یک است.



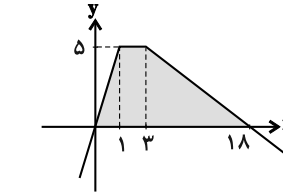
دوره تناوب تابع g برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ است،



ریاضی ۱

۲۱- گزینه «۴»

تابع داده شده را رسم می کنیم:



$$y = 5x : \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & 5 \\ 5 & 5 \end{array}$$

$$y = 5 : \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 1 & 5 \\ 5 & 5 \end{array}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 6 : \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 3 & 5 \\ 18 & 0 \end{array}$$

سطح محصور، یک دوزنقه به ارتفاع ۵ و طول قاعده‌های ۲ و ۱۸ است که مساحت آن برابر می‌شود با:

$$S = \frac{1}{2} \times 5 \times (2 + 18) = 50$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۲۲- گزینه «۳»

(علی آزاد)

ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ می‌باشد، بنابراین:

$$(a - b + 4)x^2 + (b - 4)x + 3c - 6 = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b + 4 = 0 \\ b - 4 = 1 \Rightarrow b = 5 \\ 3c - 6 = 0 \Rightarrow c = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 1$$

با بررسی گزینه‌ها خواهیم داشت:

گزینه «۱»:

$$(a + 3)f(x) + cx = (1 + 3)(x) + (2)(x) = 4x + 2x = 6x$$

گزینه «۲»:

$$(b - 1)f(x) - ax = (5 - 1)(x) - (1)x = 4x - x = 3x$$

گزینه «۳»: تابع ثابت

$$(c + 3)f(x) - bx = (2 + 3)(x) - (5)(x) = 5x - 5x = 0$$

گزینه «۴»:

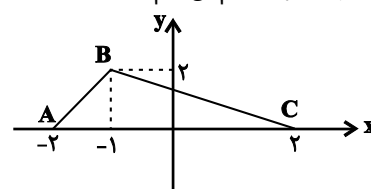
$$(a + b)f(x) + cx = (1 + 5)(x) + 2(x) = 6x + 2x = 8x$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۲۳- گزینه «۳»

(شاهین پروازی)

ابتدا نمودار $y = f(x + 1)$ را رسم می‌کنیم.



برای اینکه معادله $f(x + 1) = 6 + b$ دو ریشه نامثبت داشته باشد، باید

« $6 + b < 2$ » عرض از مبدأ خط BC باشد.

معادله خط BC را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} B(-1, 2) \\ C(2, 0) \end{cases} \Rightarrow y = \frac{-2}{3}(x - 2) = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

پس طبق نامعادله گفته شده داریم:

$$\frac{4}{3} \leq 6 + b < 2 \Rightarrow \frac{-14}{3} \leq b < -4$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۲۴- گزینه «۳»

(مجتبی نادری)

$$f(x) = x$$

f تابعی همانی است، بنابراین داریم:

$$g(x) = c$$

g تابعی ثابت است بنابراین به ازای هر x حقیقی داریم:

(c عدد ثابت)

h تابعی خطی است و معادله آن عبارت است از:

$$\begin{cases} h(2) = 0 \Rightarrow (2, 0) \in h \\ h(4) = 6 \Rightarrow (4, 6) \in h \end{cases} \xrightarrow{\text{شیب خط}} m = \frac{0 - 6}{2 - 4} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$\text{معادله خط: } y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{(2, 0)} y - 0 = 3(x - 2)$$

$$\Rightarrow y = 3x - 6 \Rightarrow h(x) = 3x - 6$$

همچنین داریم:

$$\frac{f(2) + g(-2)}{2g(0)} = -2 \xrightarrow{\frac{f(x)=x}{g(x)=c}} \frac{2+c}{2 \times c} = -2 \Rightarrow -4c = 2 + c$$

$$\Rightarrow -4c - c = 2 \Rightarrow c = -\frac{2}{5}$$

$$\frac{f(\frac{1}{5}) + g(-1)}{h(\frac{1}{3})} = \frac{\frac{1}{5} + (-\frac{2}{5})}{3(\frac{1}{3}) - 6} = \frac{-\frac{1}{5}}{1 - 6} = \frac{-\frac{1}{5}}{-5} = \frac{1}{25}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۱۰)

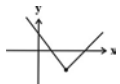
۲۵- گزینه «۴»

(مسیر پوراسماعیل)

باید موقعیت رأس و عرض از مبدأ طوری قرار گیرد که نمودار از هر ۴ ناحیه مختصات عبور کند.

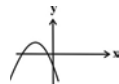
نمودار گزینه «۲»:

رأس: $(2, -\sqrt{3})$
عرض از مبدأ: $2 - \sqrt{3}$



نمودار گزینه «۱»:

رأس: $(-1, \sqrt{2} - 1)$
عرض از مبدأ: $\sqrt{2} - 2$



نمودار گزینه «۴»:

رأس: $(-2, \sqrt{5})$
عرض از مبدأ: $-2 + \sqrt{5}$



نمودار گزینه «۳»:

رأس: $(1, 1)$
عرض از مبدأ: ۲



فقط نمودار گزینه «۴» از چهار ناحیه محورهای مختصات می‌گذرد.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)



هندسه ۲

۳۱- گزینه «۳»

(یاسین سپهر)

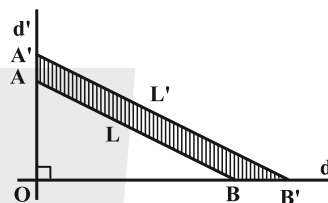
تجانس شیب خط و اندازه زاویه و جهت شکل را حفظ می کند ولی دو شکل متشابه الزاماً متجانس نیستند.

(هنر سه ۲- صفحه های ۳۳ تا ۳۸)

۳۲- گزینه «۲»

(سینا ممبرپور)

اگر مساحت مثلث OAB برابر S باشد، مساحت مثلث $OA'B'$ برابر k^2S است. (دو شکل متجانس، همواره متشابه اند).



$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \times OB = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$S_{AA'B'B} = S_{OA'B'} - S_{OAB} = k^2S - S = (k^2 - 1)S$$

$$\frac{k = \sqrt{\sqrt{2}+1}}{S = \frac{\sqrt{2}}{8}} \rightarrow S_{AA'B'B} = (\sqrt{2}+1-1) \frac{\sqrt{2}}{8} = \frac{1}{4}$$

(هنر سه ۲- مشابه تمرین ۳ صفحه ۳۹)

۳۳- گزینه «۲»

(سپاس میبیری پور)

اگر O' مرکز دایره C' باشد، آن گاه نقاط O و O' دو طرف نقطه A هستند و داریم:

$$OO' = OA + O'A = OA + 2OA = 3OA$$

$$\Rightarrow OO' = 3 \times 4 = 12$$

$$R' = 2R = 2 \times 3 = 6$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{12^2 - (3+6)^2} = \sqrt{144 - 81} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۳۳ تا ۳۹)

۳۴- گزینه «۴»

(امیرممد کریمی)

با فرض $x = OA'$ خواهیم داشت $AA' = 2x$ و $OB = 3x$ ، که در آن صورت $OA = OB = 3x$ و لذا O وسط AB است.

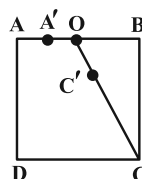
$$k = \frac{OA'}{OA} = \frac{1}{3}$$

از طرفی در این تجانس، نسبت تجانس $\frac{1}{3}$ است؛

بنابراین برای نقطه C' ، تصویر نقطه C داریم:

$$OC' = \frac{OC}{3}$$

در مثلث قائم الزاویه OBC داریم:



$$\hat{B} = 90^\circ, BC = \sqrt{5} \text{ و } OB = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

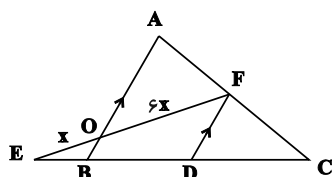
$$\Rightarrow OC^2 = OB^2 + BC^2 = \frac{5}{4} + 5 = \frac{25}{4} \Rightarrow OC = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow CC' = OC - OC' = \frac{5}{2} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{10}{6} - \frac{5}{6} = \frac{5}{6}$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۳۳ تا ۳۹)

۳۵- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)



مطابق شکل از نقطه F خطی موازی با AB رسم می کنیم تا BC را در نقطه D قطع کند. اگر $OE = x$ باشد، آنگاه $OF = 6x$ است و داریم:

$$\triangle EFD : OB \parallel FD \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EO}{EF} = \frac{OB}{FD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{6x} = \frac{OB}{FD} \Rightarrow FD = 6OB \quad (1)$$

$$\triangle ABC : FD \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{CF}{CA} = \frac{FD}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{FD}{AB} \Rightarrow AB = 2FD \xrightarrow{(1)} AB = 12OB$$

$$\Rightarrow OA + OB = 12OB \Rightarrow OA = 11OB$$

$$k = -\frac{OB}{OA} = -\frac{1}{11} \quad (\text{نسبت تجانس})$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۳۳ تا ۳۹)

۳۶- گزینه «۲»

(سرژ یقیناراریان تبریزی)

موارد را بررسی می کنیم:

الف) نادرست؛ انتقال با بردار به طول ناصفر هیچ نقطه ثابتی ندارد.

ب) درست؛ فرض کنید ۳ نقطه غیرهم خط داریم که نقاط ثابت هستند، آن ها را A ، B و C بنامید و نقطه دلخواه دیگری را مثل P در نظر بگیرید که

تصویر آن P' باشد، $\triangle PAB \cong \triangle P'AB$ است (چرا؟) پس یا $P \equiv P'$ یا این نقاط قرینه هم نسبت به AB هستند؛ حال چون $CP = CP'$ و C روی خط AB نیست، پس P و P' نمی توانند قرینه هم نسبت به AB باشند و لذا $P \equiv P'$ است و باید تصویر هر نقطه دلخواه بر خود آن نقطه منطبق شود یعنی تبدیل همانی است که قابل قبول نیست و لذا باید سه نقطه ثابت A ، B و C هم خط باشند.

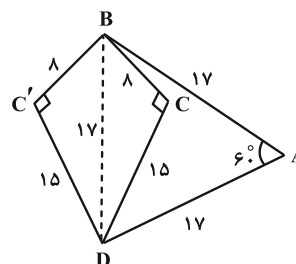
پ) نادرست؛ تجانس با $k = 1$ همانی است.

(هنر سه ۲- صفحه های ۳۳ تا ۳۸)



۳۷- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)



رأس C را نسبت به BD بازتاب می‌دهیم تا نقطه C' حاصل شود. دقت کنید که مثلث ABD متساوی‌الاضلاع و مثلث BC'D قائم‌الزاویه است، زیرا:

$$\begin{cases} AB = AD, \hat{A} = 60^\circ \Rightarrow AB = AD = BD = 17 \\ BC'^2 + C'D^2 = 15^2 + 15^2 = 17^2 = BD^2 \Rightarrow \hat{C}' = 90^\circ \end{cases}$$

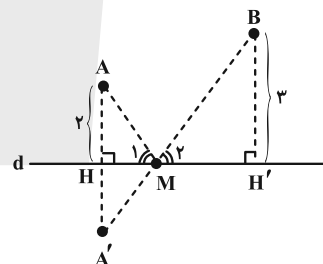
مساحت چهارضلعی ABC'D از مساحت چهارضلعی ABCD به اندازه مساحت چهارضلعی BCDC' بیشتر است و مساحت چهارضلعی BCDC' دو برابر مساحت مثلث BCD است، پس:

$$S_{BCDC'} = 2S_{BCD} = 2 \times \frac{1}{2} \times BC \times CD = 8 \times 15 = 120$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۳۸- گزینه «۴»

(مهرداد ملونری)



با توجه به مسئله هرون، ابتدا نقطه A را نسبت به خط d بازتاب داده و نقطه حاصل را A' می‌نامیم. محل تلاقی A'B با خط d نقطه M است؛ چراکه MA + MB کم‌ترین مقدار ممکن را دارد. نقطه M روی خط d به گونه‌ای قرار دارد که AM و BM با خط d زوایای مساوی می‌سازند ($\hat{M}_1 = \hat{M}_2$)، بنابراین نقطه M همان نقطه N است و $AM = AN = 4$ می‌باشد. حال ابتدا تشابه دو مثلث AMH و BMH' را اثبات نموده و سپس مطلوب مسئله را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta AMH \sim \Delta BMH' \\ &\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{AH}{BH'} \Rightarrow \frac{4}{MB} = \frac{2}{3} \Rightarrow MB = 6 \\ &\Rightarrow MA + MB = 4 + 6 = 10 \end{aligned}$$

(هنر سه ۲- صفحه ۵۲)

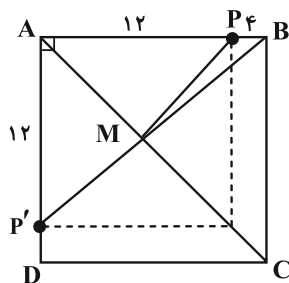
۳۹- گزینه «۳»

(مهمر قنبران)

$$S_{ABCD} = 256 \Rightarrow AB^2 = 256 \Rightarrow AB = 16$$

$$BP = 4, AB = 16 \Rightarrow AP = 12$$

اگر رأس دیگر مثلث M را فرض کنیم، برای یافتن نقطه M به طوری که محیط مثلث PBM حداقل باشد، باید کم‌ترین مقدار PM + BM را پیدا کنیم. (مقدار $PB = 4$ مشخص است). برای این کار از روش هرون کمک می‌گیریم. نقطه P را نسبت به AC بازتاب داده و P' می‌نامیم. محل برخورد P'B با AC است.



با توجه به شکل داریم:

$$PM + BM = P'M + BM = P'B$$

$$\Delta BAP': P'B^2 = \frac{AP'^2}{12} + \frac{AB^2}{16} \Rightarrow P'B = 20$$

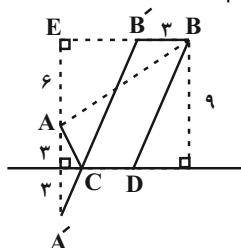
$$PBM \text{ محیط مثلث } = \underbrace{PM + BM}_{20} + \underbrace{PB}_4 = 24$$

(هنر سه ۲- صفحه ۵۲)

۴۰- گزینه «۳»

(معصومه اکبری همدت)

ابتدا نقطه A را نسبت به رودخانه بازتاب می‌دهیم تا نقطه A' به دست آید، سپس نقطه B را به اندازه ۳ کیلومتر (برابر طول CD) موازی با CD به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا نقطه B' حاصل شود.



چهارضلعی B'BDC متوازی‌الاضلاع است، پس $B'C = BD$ است. طبق مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر بین A و B' داریم:

$$\Delta AEB: BE^2 = AB^2 - AE^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow BE = 8$$

$$B'E = BE - BB' = 8 - 3 = 5$$

$$\begin{aligned} \Delta A'EB': A'B'^2 &= A'E^2 + B'E^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \\ \Rightarrow A'B' &= 13 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A'C + CB' = 13 \Rightarrow AC + BD = 13$$

$$\text{طول کوتاه‌ترین جاده} = AC + CD + BD = 13 + 3 = 16$$

(هنر سه ۲- صفحه ۵۳)



هندسه ۳

۴۱- گزینه «۲»

(امیرمهد کرمی)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

طبق تعریف داریم:

$$A = B \Rightarrow \begin{bmatrix} x+y & z \\ z-t & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} x+y=3 \\ y=8 \\ z-t=6 \\ z=4 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=-5 \\ t=-2 \end{array} \Rightarrow x-y+t=-5-8-2=-15$$

(هنر سه ۳- مشابه مثال صفحه ۱۳)

۴۲- گزینه «۳»

(مهم قیری)

$$\begin{aligned} [-1 \ 2] \begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 6 \end{bmatrix} &= \left([-1 \ 2] \begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & -x \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x \\ 6 \end{bmatrix} \\ &= [-x+2 \ -2-2x] \begin{bmatrix} x \\ 6 \end{bmatrix} = -x^2 + 2x - 12 - 12x \\ &= -x^2 - 10x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 + 10x + 12 = 0 \end{aligned}$$

اولاً توجه کنید که چون $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 12 > 0$ ، پس معادله دو ریشه

حقیقی دارد.

ثانیاً می‌دانیم: $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta)$ و لذا داریم:

$$\alpha + \beta = S = -10 \quad \text{و} \quad \alpha\beta = P = 12$$

$$\Rightarrow \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = 12 \times (-10) = -120$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴۳- گزینه «۴»

(امیرمهد کرمی)

$$2B = 2 \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}$$

داریم:

$$A + 2B = \begin{bmatrix} 11 & -4 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 11 & -4 \\ 8 & 11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ 8 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^4 = A^2 \times A^2 = I \times I = I$$

(هنر سه ۳- مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۰)

۴۴- گزینه «۱»

(علی پورمندپور)

$$A = \begin{bmatrix} 2x & x \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{6x-5x} \begin{bmatrix} 3 & -x \\ -5 & 2x \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{x} \begin{bmatrix} 3 & -x \\ -5 & 2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{x} & -1 \\ -\frac{5}{x} & 2 \end{bmatrix}$$

$$4A^{-1} = B \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{12}{x} & -4 \\ -\frac{20}{x} & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2y \\ -5 & z \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{12}{x} = 3 \Rightarrow x = 4 \\ 2y = -4 \Rightarrow y = -2 \\ z = 8 \end{cases}$$

$$x + y - z = 4 - 2 - 8 = -6$$

بنابراین داریم:

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴۵- گزینه «۳»

(مهم قدران)

با توجه به رابطه $A^2B = I$ ، ماتریس B وارون ماتریس A^2 است،

بنابراین داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -8 & 0 \end{bmatrix}$$



(کیوان دارابی)

۴۹- گزینه «۳»

$$\begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 \\ 13 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & b \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 21 \\ 13 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} b & -2 \\ -3 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 21 \\ 13 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -21b + 26 \\ 63 - 13a \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$x = -21b + 26 \Rightarrow x + 21b = 26$$

(هنر سه - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(سراسری ریاضی - ۹۲)

۵۰- گزینه «۴»

با فرض $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ و $D = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، معادله مفروض

سؤال به صورت $BAC = D$ خواهد بود. برای یافتن ماتریس A ، طرفین

این معادله را از راست در C^{-1} و از چپ در B^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$\Rightarrow (B^{-1}B)A(CC^{-1}) = B^{-1}DC^{-1} \Rightarrow IA = B^{-1}DC^{-1}$$

$$\xrightarrow{IA=AI=A} A = B^{-1}DC^{-1}$$

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow C^{-1} = \frac{1}{5-6} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{4-6} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -21 \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

(هنر سه - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

$$\Rightarrow (A^2)^{-1} = \frac{1}{-4 \times 0 - 2 \times (-8)} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 8 & -4 \end{bmatrix} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 8 & -4 \end{bmatrix} = B$$

$$B \text{ مجموع درایه‌های ماتریس } = \frac{1}{16} (0 - 2 + 8 - 4) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

(هنر سه - صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴۶- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

دستگاه $\begin{cases} ax + 3y = 2 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$ جواب ندارد، بنابراین $\frac{a}{3} \neq \frac{2}{5}$ ، در نتیجه

$a = 9$ است.

با جایگذاری در دستگاه معادلات خطی دوم خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 3x - ay = -2a - 3 \\ -x + 3y = 7 \end{cases} \xrightarrow{a=9} \begin{cases} 3x - 9y = -21 \\ -x + 3y = 7 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{-1} = \frac{-9}{3} = -\frac{21}{7}$$

پس این دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

(هنر سه - صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴۷- گزینه «۲»

(سهم ممبری پور)

$$\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3c + 2 \\ -c + 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x + y = 3c + 2 - c + 4 = 2c + 6 = 12 \Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3$$

$$x = 3c + 2 = 9 + 2 = 11$$

بنابراین داریم:

(هنر سه - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۴۸- گزینه «۱»

(امیرمهر کریمی)

کافی است دترمینان ماتریس ضرایب صفر باشد، یعنی:

$$\begin{vmatrix} a+3 & 2 \\ a+1 & a \end{vmatrix} = a^2 + 3a - 2a - 2 = a^2 + a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a+2)(a-1) = 0 \Rightarrow a = -2 \text{ یا } a = 1$$

(هنر سه - مرتبط با کاردرکلاس صفحه ۲۶)



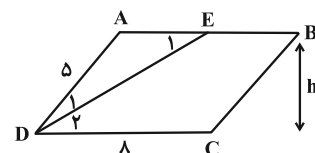
هندسه ۱

۵۱- گزینه «۳»

(امیرمهد کرمی)

DE نیمساز زاویه ADC است، پس $\hat{D}_1 = \hat{D}_2$ ؛ از طرفی:

$$AB \parallel CD, DE \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{D}_2 = \hat{D}_1$$



$$\xrightarrow{\Delta ADE \text{ متساوی الساقین}} AE = AD = 5 \Rightarrow BE = 3$$

بنابراین داریم:

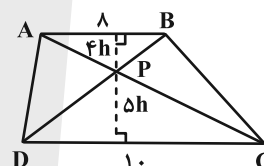
$$\frac{S_{ABCD}}{S_{BCDE}} = \frac{Ah}{\frac{1}{2}(BE + CD)h} = \frac{16}{11}$$

(هنر سه ۱- صفحه ۶۵)

۵۲- گزینه «۴»

(افشین قاضی‌فان)

با توجه به فرض، مساحت دو مثلث ADP و BCP برابر یکدیگر و مساوی ۴۰ است.



همچنین دو مثلث ABP و PDC به نسبت $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ با هم متشابه‌اند،

بنابراین ارتفاع‌های آنها نیز به همان نسبت، متناسب خواهند بود. حال مساحت دوزنقه را به دو صورت می‌توان نوشت که از برابری آنها داریم:

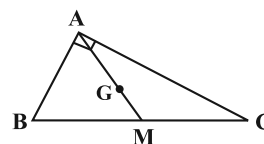
$$\frac{(10 + 8) \times 9h}{2} = 2 \times 40 + \frac{8 \times 4h}{2} + \frac{10 \times 5h}{2} \Rightarrow 81h = 80 + 41h \Rightarrow h = 2 \Rightarrow \text{ارتفاع دوزنقه} = 9h = 18$$

(هنر سه ۱- صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۵۳- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را با نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند؛ با توجه به شکل داریم:



$$\Delta ABC: AB^2 + AC^2 = BC^2 \xrightarrow{\frac{AB=5}{AC=12}} BC = 13$$

در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است: $AM = \frac{BC}{2} = \frac{13}{2}$
با توجه به این که میانه‌ها در هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، داریم:

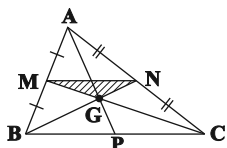
$$AG = 2GM \Rightarrow \frac{GM}{AG} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{GM}{AM} = \frac{1}{3} \Rightarrow GM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \times \frac{13}{2} = \frac{13}{6}$$

(هنر سه ۱- صفحه ۶۷)

۵۴- گزینه «۴»

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۹)

اگر نقطه تلاقی میانه‌های AP، BN و CM از مثلث ABC را G (مرکز ثقل) در نظر بگیریم و از G به سه رأس مثلث وصل کنیم، آن‌گاه سه مثلث پدید آمده مساحت یکسانی خواهند داشت، یعنی:



$$S\left(\Delta AGB\right) = S\left(\Delta BGC\right) = S\left(\Delta AGC\right) = \frac{1}{3}S\left(\Delta ABC\right) \quad (*)$$

M و N به ترتیب وسط‌های AB و AC هستند. می‌دانیم که اگر وسط دو ضلع مثلث را به هم وصل کنیم، پاره خط حاصل، موازی ضلع سوم و طول آن نیز نصف طول ضلع سوم خواهد بود، لذا $MN \parallel BC$ و $MN = \frac{1}{2}BC$. پس دو مثلث MGN و BGC با هم متشابه‌اند و نسبت تشابه آنها برابر است با $k = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$ ، در نتیجه:

$$\frac{S_{MGN}}{S_{BGC}} = k^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{MGN} = \frac{1}{4}S_{BGC} \stackrel{(*)}{=} \frac{1}{12}S_{ABC}$$

پس مساحت مثلث ABC (بزرگ‌ترین مثلث در شکل)، ۱۲ برابر مساحت مثلث MGN است.

(هنر سه ۱- صفحه ۶۷)

۵۵- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

با توجه به اینکه نقطه G محل هم‌رسانی میانه‌های مثلث ABC است، پس AA' میانه وارد بر ضلع BC است و داریم:

$$\frac{S_{ABA'}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2} \quad (۱)$$

میانه‌ها در یک مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، یعنی $AG = \frac{2}{3}AA'$ است و در نتیجه داریم:



(غرضانه کاپاش)

۵۸- گزینه «۳»

طبق فرمول بیک برای مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = 7 \Rightarrow \frac{b}{2} + i = 8$$

مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی در صورتی حداکثر خواهد بود که b بیش‌ترین و i کم‌ترین مقدار ممکن را دارا باشند. با توجه به اینکه کم‌ترین مقدار i برابر صفر است، داریم:

$$i = 0 \Rightarrow \frac{b}{2} = 8 \Rightarrow b = 16 \Rightarrow \max(b + i) = 16$$

از طرفی در صورتی مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی حداقل خواهد بود که b کم‌ترین و i بیش‌ترین مقدار ممکن را دارا باشند. کم‌ترین مقدار b برابر ۳ است، ولی چون i همواره عددی حسابی است، پس b باید زوج باشد و در نتیجه داریم:

$$b = 4 \Rightarrow \frac{4}{2} + i = 8 \Rightarrow i = 6 \Rightarrow \min(b + i) = 10$$

$$\max(b + i) + \min(b + i) = 16 + 10 = 26$$

(هنر سه ۱- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

(ممبر طاهر شعاعی)

۵۹- گزینه «۲»

اگر مساحت چندضلعی بزرگتر را با S و مساحت چندضلعی کوچکتر را با S' نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{14}{2} + 12 - 1 = 18$$

$$S' = \frac{b'}{2} + i' - 1 = \frac{8}{2} + 1 - 1 = 4$$

$$S - S' = 18 - 4 = 14 \Rightarrow \frac{S - S'}{S} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$$

(هنر سه ۱- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

(ممبر فخران)

۶۰- گزینه «۱»

در هر کایت قطرها بر هم عمود هستند و در هر چهارضلعی که قطرها بر هم عمود باشند، اندازه مساحت برابر نصف حاصل ضرب طول دو قطر است. پس مساحت کایت $ABCD$ برابر است با:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 7 = 21$$

حال طبق رابطه بیک اگر تعداد نقاط شبکه‌ای واقع در درون یک چندضلعی شبکه‌ای (نقاط درونی) برابر i و تعداد نقاط شبکه‌ای واقع بر روی محیط چندضلعی (نقاط مرزی) برابر b باشد، اندازه مساحت برابر است با:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 21 = \frac{b}{2} + i - 1 \xrightarrow{i=18} \frac{b}{2} = 4 \Rightarrow b = 8$$

(هنر سه ۱- صفحه‌های ۶۵، ۶۶ و ۶۷ تا ۷۲)

$$\triangle ABA' : MG \parallel BA' \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AMG \sim \triangle ABA'$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AMG}}{S_{ABA'}} = \left(\frac{AG}{AA'} \right)^2 = \left(\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{4}{9} \quad (2)$$

دو مثلث AMG و APG در ارتفاع رسم شده از رأس A مشترک‌اند، پس داریم:

$$\frac{S_{APG}}{S_{AMG}} = \frac{GP}{MG} = \frac{3}{4} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{S_{ABA'}}{S_{ABC}} \times \frac{S_{AMG}}{S_{ABA'}} \times \frac{S_{APG}}{S_{AMG}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{APG}}{S_{ABC}} = \frac{1}{6}$$

(هنر سه ۱- مشابه تمرین ۷ صفحه ۷۳)

(سیما شوکتی)

۵۶- گزینه «۱»

از رأس B بر AC عمود می‌کنیم. مثلث ABH یک مثلث قائم‌الزاویه با یک زاویه حاده 30° است، پس:

$$BH = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 30 = 15$$

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه‌ای واقع بر قاعده مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق آن، برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است، پس داریم:

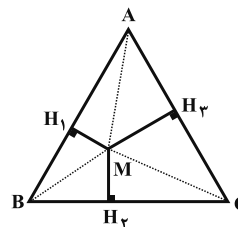
$$PD + 10 = 15 \Rightarrow PD = 5$$

(هنر سه ۱- صفحه ۶۸)

(نصیر معینی‌نژاد)

۵۷- گزینه «۳»

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 27\sqrt{3} \Rightarrow a = 6\sqrt{3} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} a = 9$$



مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن، برابر طول ارتفاع مثلث است، پس در صورتی که $MH_1 + MH_2 + MH_3 = 2$ باشد، آنگاه داریم:

$$\underbrace{MH_1 + MH_2}_{=2} + MH_3 = 9 \Rightarrow MH_3 = 9 - 2 = 7$$

(هنر سه ۱- صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)



آمار و احتمال

۶۱- گزینه «۲»

(علی ایمانی)

چون داده‌های جدید به دسته آخر ربطی ندارند (دسته آخر بعد از میانه است)، پس فراوانی دسته آخر تغییر نمی‌کند.

$$f_5 = 0/2 \Rightarrow \frac{f_5}{50} = 0/2 \Rightarrow f_5 = 10$$

فراوانی نسبی دسته پنجم

حال فراوانی نسبی دسته آخر در داده‌های جدید برابر است با:

$$\frac{f_5}{n_1 + 30} = \frac{10}{50 + 30} = \frac{10}{80} = 0/125$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸، ۸۲ و ۸۳)

۶۲- گزینه «۲»

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۱)

می‌دانیم که همیشه مجموع درصد داده‌ها برابر ۱۰۰ است. پس:

$$17 + 20/5 + 22 + x + 18 = 100 \Rightarrow x = 100 - 77/5 = 22/5$$

$$\theta_4 = 36^\circ \times \frac{22/5}{100} = 36^\circ \times \frac{22}{500} = 1^\circ$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

۶۳- گزینه «۲»

(مسین فزایی)

$$\sum_{i=1}^n x_i = \bar{x} \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i = 40n$$

$$\sum_{i=1}^n x'_i = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) + (1 + 2 + \dots + n)$$

$$= \frac{40n + \frac{n(n+1)}{2}}{n} \Rightarrow 40 + \frac{n+1}{2} = 90 \Rightarrow \frac{n+1}{2} = 50 \Rightarrow n = 99$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۶۴- گزینه «۱»

(بوار غاتمی)

واریانس تعدادی داده، زمانی برابر صفر است که داده‌ها برابر هم باشند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x+1=5 \Rightarrow x=4 \\ y+3=5 \Rightarrow y=2 \end{cases}$$

اضافه کردن یک مقدار ثابت به تمام داده‌ها و یا کم کردن یک مقدار ثابت

از تمام داده‌ها، واریانس آن‌ها را تغییر نمی‌دهد، بنابراین برای محاسبه

واریانس داده‌های ۵، ۵، ۴، ۲، می‌توانیم ابتدا ۵ واحد از همه آن‌ها کم کنیم.

در این صورت داریم:

$$0, 0, -1, -3 \Rightarrow \bar{x} = -1$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(1)^2 + (1)^2 + (0)^2 + (-2)^2}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۶۵- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

$$\text{واریانس اولیه} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{16} - \bar{x})^2}{16} = 3$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{16} - \bar{x})^2 = 48$$

با کم کردن داده‌ای برابر با میانگین از ۱۶ داده اولیه، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند.

$$\text{واریانس جدید} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{16} - \bar{x})^2 - (\bar{x} - \bar{x})^2}{15}$$

$$= \frac{48 - 0}{15} = \frac{16}{5} \Rightarrow \frac{16}{5} = \frac{16}{5}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)



$$\begin{cases} \sigma_1^2 = \frac{S}{8} \\ \sigma_2^2 = \frac{S}{10} \end{cases} \Rightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{CV_2}{CV_1} = \frac{\frac{\sigma_2}{\bar{x}}}{\frac{\sigma_1}{\bar{x}}} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

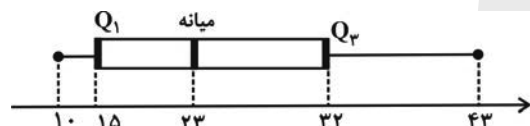
(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

(هنریک سرکیسیان)

گزینه «۳» - ۶۹

ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم تا میانه و چارک‌ها مشخص شوند.

۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۸، ۱۹، ۲۳، ۲۵، ۲۷، ۳۱، ۳۲، ۳۴، ۴۱، ۴۳



بنابراین در نمودار جعبه‌ای نسبت طول دو بخش موردنظر برابر است با:

$$\frac{32 - 23}{23 - 15} = \frac{9}{8}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

(فرزانه خاکپاش)

گزینه «۱» - ۷۰

در میان ۹ داده آماری، داده پنجم، میانه داده‌ها است و داریم:

$$Q_1 = \frac{x_2 + x_3}{2} \quad Q_3 = \frac{x_7 + x_8}{2}$$

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$

بنابراین مطابق شکل، دو داده در سمت چپ جعبه، پنج داده در درون جعبه و

دو داده در سمت راست جعبه قرار می‌گیرند. اگر میانگین داده‌های داخل

جعبه را با $\bar{x}$ نمایش دهیم، آنگاه طبق رابطه میانگین موزون داده‌ها داریم:

$$10 = \frac{2 \times 6 + 5\bar{x} + 2 \times 16}{2 + 5 + 2} \Rightarrow 12 + 5\bar{x} + 32 = 90$$

$$\Rightarrow 5\bar{x} = 46 \Rightarrow \bar{x} = 9.2$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۱، ۹۱ و ۹۲)

(مرتضی فحیم‌علوی)

گزینه «۴» - ۶۶

میانگین داده‌های ۴، ۵ و ۱۲، برابر ۷ است، پس با حذف این ۳ داده، میانگین

۱۰ داده باقی‌مانده تغییر نکرده و برابر ۷ خواهد بود. واریانس ۱۳ داده اولیه

$$9 = \frac{\sum_{i=1}^{13} (x_i - 7)^2}{13} \Rightarrow \sum_{i=1}^{13} (x_i - 7)^2 = 117$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{10} (x_i - 7)^2 + (4 - 7)^2 + (12 - 7)^2 + (5 - 7)^2 = 117$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{10} (x_i - 7)^2 = 79$$

در نتیجه واریانس داده‌های باقی‌مانده برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - 7)^2}{10} = \frac{79}{10} = 7.9$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

(نیلوفر مهدوی)

گزینه «۴» - ۶۷

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$\bar{x} = \frac{221}{13} = 17$$

$$\sigma^2 = 64 \Rightarrow \sigma = 8$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{8}{17}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

(رضا بشنره)

گزینه «۳» - ۶۸

میانگین گروه جدید نیز مانند گروه اول برابر ۵ است و از طرفی مجموع

مجذورهای «انحراف از میانگین‌ها» در هر دو گروه برابرند که اگر آن را

با S نشان دهیم، آنگاه واریانس‌ها برابر می‌شوند با:



ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۱»: اگر n مضرب ۴ باشد، آنگاه n^2 حتماً مضرب ۸ است. حال اگر n^2 مضرب ۸ باشد در این صورت n نمی تواند مضرب ۴ نباشد، زیرا در غیر این صورت n^2 حداکثر مضرب ۴ خواهد شد که بر ۸ بخش پذیر نیست! لذا p و q هم ارزند.

گزینه «۲»: اگر $n+3$ فرد باشد، آنگاه n زوج است و $6n^2$ نیز زوج می باشد ولی عکس آن برقرار نیست، زیرا $6n^2$ همواره زوج است و نمی توان زوج یا فرد بودن n و در نتیجه $n+3$ را تعیین کرد. گزینه «۳»: $2n+3$ همیشه عددی فرد است و نمی توان تعیین کرد که n و در نتیجه n^2 از نظر زوج و فرد بودن چگونه است.

گزینه «۴»: اگر n^2+2 زوج باشد n^2 زوج است که در نتیجه n زوج است پس $n+1$ فرد است. در حقیقت p و $q \sim$ هم ارزند.

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۶ تا ۸)

۷۲- گزینه «۲»

(محمدرضا صمدکار)

فرض کنید $d = (6m-3, 4m+6)$ باشد. در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} (18m-9, 12m+18) &= 3(6m-3, 4m+6) = 3d \\ \left. \begin{aligned} d \mid 6m-3 &\xrightarrow{\times 2} d \mid 12m-6 \\ d \mid 4m+6 &\xrightarrow{\times 3} d \mid 12m+18 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 24 \end{aligned}$$

از طرفی $6m-3$ عددی فرد است، پس d نمی تواند زوج باشد، یعنی $d=1$ یا $d=3$ است (می توان نشان داد به ازای برخی مقادیر m ، $d=1$ و برای سایر مقادیر $d=3$ است). در نتیجه داریم:

$$(12m-6, 8m+12) = 3 \quad \text{یا} \quad 9$$

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۹ تا ۱۴)

۷۳- گزینه «۲»

(امیرمحمدر کریمی)

راه حل اول:

$$2(ab+a+b) = (a+b+1)^2 - a^2 - b^2 - 1$$

می دانیم: و چون a و b فردند پس $a+b+1$ نیز فرد است و از آنجا که باقی مانده تقسیم مجذور هر عدد فرد بر ۸ برابر یک است، داریم:

$$(a+b+1)^2 - a^2 - b^2 - 1 \equiv 1 - 1 - 1 - 1 \equiv -2 \equiv 6$$

راه حل دوم:

$$A = 2(ab+a+b) = 2(\underbrace{ab+a+b+1}_{(a+1)(b+1)}) - 2$$

چون a و b اعدادی فرد هستند، پس $a = 2a'+1$ و $b = 2b'+1$ و داریم:

$$A = 2(2a'+2)(2b'+2) - 2 = 8(a'+1)(b'+1) - 2$$

پس $A = 8k - 2$ بوده و باقی مانده تقسیم آن بر ۸ برابر ۶ می باشد.

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۱۰ صفحه ۱۶)

۷۴- گزینه «۴»

(امیرمحمدر کریمی)

$$1000 \equiv -1 \Rightarrow 1000^{13} \equiv (-1)^{13} \equiv -1$$

$$6 \equiv -1 \Rightarrow 6^8 \equiv (-1)^8 \equiv 1$$

$$\Rightarrow 1000^{13} + 11 \times 6^8 + 2 \equiv -1 + 11 \times 1 + 2 \equiv 12 \equiv 5$$

(ریاضیات گسسته - مشابه مثال صفحه ۲۱)

۷۵- گزینه «۴»

(منوچهر فاضلی)

طبق ویژگی «۶» هم نهشتی، اگر $ac \equiv bc$ و $(m, c) = 1$ ، آنگاه $a \equiv b$

است.

بنابراین داریم:

$$a^2 + 1 \equiv a^2 - a + 1 \Rightarrow (a+1)(a^2 - a + 1) \equiv a^2 - a + 1$$



$$\Rightarrow x + y \equiv 3 \Rightarrow y + x = 3 \text{ یا } ۱۲$$

$$4yx \cdot 2 \equiv 0 \Rightarrow (2 + x + 4) - (0 + y) \equiv 0$$

$$6 + x - y \equiv 0 \Rightarrow x - y \equiv 5 \Rightarrow x - y = -6 \text{ یا } ۵$$

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = -6 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = 9 \Rightarrow 2x + y = 15$$

از سه دستگاه معادلات ممکن دیگر برای این سؤال، مقادیر x و y ، اعدادی منفی و یا کسری به دست می‌آید که امکان پذیر نیست.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۷۹- گزینه «۴» (امیرمحمدر کریمی)

$$4n - 3 \equiv 11 \Rightarrow 4n \equiv 14 \Rightarrow 2n \equiv 7 \Rightarrow 2n \equiv -6$$

$$\Rightarrow n \equiv -3 \Rightarrow n \equiv 10$$

پس $n = 13k + 10$ است و به ازای $k = 6$ بزرگ‌ترین عدد دو رقمی برای n به دست می‌آید:

$$\Rightarrow \max(n) = 88 \Rightarrow \text{جمع ارقام} = 8 + 8 = 16$$

(ریاضیات گسسته - مشابه مثال صفحه ۲۵)

۸۰- گزینه «۳» (هومن نورائی)

$$x^2 - 4x + 3 \equiv 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) \equiv 0$$

اعداد $(x-1)$ و $(x-3)$ با هم ۲ واحد اختلاف دارند، یعنی هر دو زوج یا هر دو فرد هستند. از آنجا که حاصل ضربشان مضرب ۴ است، پس باید هر دو زوج باشند، یعنی x عددی فرد است. در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴، جواب‌ها اعدادی فرد و قابل قبول هستند ولی در گزینه ۳، عبارت $4k + 2$ عددی زوج است که قطعاً در معادله فوق صدق نمی‌کند.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

$$\frac{+(a^m - a + 1)}{(a^m - a + 1, m) = 1} \rightarrow a + 1 \equiv 1 \Rightarrow a \equiv 0$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۷۶- گزینه «۱» (هومن نورائی)

معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و فقط اگر $(a, m) | b$ داریم:

$$\text{گزینه «۱»}: 6 \nmid 10 \Rightarrow (48, 6)$$

$$\text{گزینه «۲»}: 2 \nmid 12 \Rightarrow (4, 6)$$

$$\text{گزینه «۳»}: 3 \nmid 75 \Rightarrow (3, 9)$$

$$\text{گزینه «۴»}: 6 \nmid 72 \Rightarrow (12, 18)$$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۲۵)

۷۷- گزینه «۱» (امیرحسین ابومصوب)

ابتدا محاسبه می‌کنیم که روز اول مهر در این سال چه روزی از هفته است. برای این کار، فاصله اول فروردین تا اول مهر را به دست می‌آوریم. داریم:

$$186 = 30 + 5 \times 31 + 1 = 186$$

مهر اردیبهشت تاشهریور فروردین

$$186 = 7 \times 26 + 4 \equiv 4$$

بنابراین اگر روز یکشنبه معادل صفر فرض شود، روز اول مهر، ۴ روز بعد از آن در هفته، یعنی روز پنجشنبه است. در این صورت دوم مهر، اولین جمعه و در نتیجه ۱۶ مهر سومین جمعه این ماه است.

(ریاضیات گسسته - صفحه ۲۴)

۷۸- گزینه «۲» (سیرمصطفی سیرمسنینی)

عدد پنج رقمی داده شده هم مضرب ۹ است و هم مضرب ۱۱، پس:

$$4yx \cdot 2 \equiv 0 \Rightarrow 4 + y + x + 0 + 2 \equiv 0 \Rightarrow 6 + x + y \equiv 0$$



فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

چون خط‌های میدان مغناطیسی به قطب‌های A و B وارد شده‌اند، هر دو قطب A و B، قطب S آهنربا می‌باشند. از طرف دیگر، چون تراکم خطوط میدان اطراف آهنربای (۲) بیشتر است لذا میدان اطراف این آهنربا قوی‌تر است و در نتیجه آهنربای (۱) ضعیف‌تر است.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

۸۲- گزینه «۱»

(سعید طاهری پروینی)

با استفاده از معادله اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک داریم؛

$$F = |q|vB \sin \theta$$

پس این نیرو باید توسط نیروی الکتریکی خنثی شود. در نتیجه باید با توجه به این که بار روی خط مستقیم حرکتش را ادامه می‌دهد، اندازه‌اش با اندازه نیروی الکتریکی برابر بوده ولی در جهت مخالف آن باشد. پس داریم؛

$$F = |q|vB \sin \theta = |q|E \xrightarrow{\sin \theta = 1} B = \frac{E}{v} = \frac{180}{300} = 0.6 \text{ T}$$

جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره درون سو است، پس جهت نیروی مغناطیسی باید برون سو باشد و با استفاده از قانون دست راست، جهت میدان مغناطیسی باید در جهت پایین باشد.

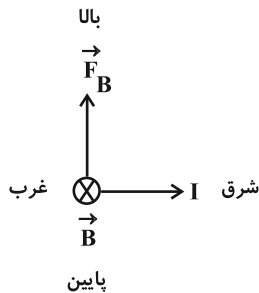
دقت کنید چون حداقل بزرگی میدان مغناطیسی سؤال شده بنابراین: $\sin \theta = 1$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۸۳- گزینه «۲»

(مصطفی خراممی)

با توجه به جهت میدان مغناطیسی زمین که در جهت شمال جغرافیایی (درون سو) است و با استفاده از قاعده دست راست داریم؛



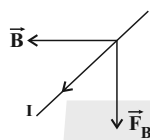
جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به سمت بالا است.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۸۴- گزینه «۴»

(معدی اسری)

با بستن کلید، طبق قاعده دست راست، آهنربا نیروی $\vec{F}_B$ را به سمت پایین به سیم حامل جریان وارد می‌کند.



بنابراین طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی به اندازه $\vec{F}_B$ و رو به بالا، از طرف سیم حامل جریان بر آهنربا وارد می‌شود. در نتیجه قطعاً ترازو عدد کمتری را نشان می‌دهد و داریم؛

$$F_B = I\ell B \sin \theta = 20 \times 10 \times 10^{-2} \times 0.5 \times \sin 90^\circ \Rightarrow F_B = 1 \text{ N}$$

بنابراین عددی که ترازو نشان می‌دهد، برابر است با؛

$$111 \text{ N} - 1 = 110 \text{ N} \text{ عددی که ترازو نشان می‌دهد}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۸۵- گزینه «۲»

(رامین شادلوئی)

ابتدا تعداد دوره‌های پیچ جدید را محاسبه می‌کنیم؛

$$N = \frac{L}{2\pi R} \xrightarrow{L_1=L_2} \frac{N_2}{N_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{N_2}{500} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\Rightarrow N_2 = 1000 \text{ دور}$$



با استفاده از رابطه میدان مغناطیسی پیچه داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{N_2}{N_1} \times \left(\frac{R_1}{R_2}\right) = \frac{1000}{500} \times \left(\frac{R_1}{R_2}\right) = 4$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۸۶- گزینه «۴»

(سعید ارجمند)

با توجه به متن کتاب درسی، هر سه مورد صحیح است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۸۷- گزینه «۲»

(پوریا علاقه‌مند)

طبق رابطه اندازه میدان مغناطیسی در سیملوله داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \Rightarrow \frac{B}{I} = \frac{\mu_0 N}{\ell}$$

$$\frac{B}{I} = \frac{\Delta B}{\Delta I} = \frac{1 \times 10^{-4}}{2} = \frac{1}{2} \times 10^{-4} \text{ (واحد SI)}$$

$$\Rightarrow \frac{\mu_0 N}{\ell} = \frac{1}{2} \times 10^{-4} \Rightarrow \frac{4\pi \times 10^{-7} \times N}{2} = \frac{1}{2} \times 10^{-4} \Rightarrow N = \frac{250}{\pi}$$

$$\Rightarrow L = N(2\pi R) = \frac{250}{\pi} \times 2\pi \times \frac{5}{100} = 25 \text{ m}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۸۸- گزینه «۴»

(پوریا علاقه‌مند)

مواد فرومغناطیسی سخت مناسب استفاده در آهنرباهای الکتریکی نیستند.

آلیاژهای نیکل از جمله این مواد هستند.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

۸۹- گزینه «۳»

(مهمرسین جوان)

در اتصال به B، فقط سیم‌های سمت چپ لغزنده در مدار قرار دارند (۳N)

و در اتصال به C، کل سیم در مدار قرار دارد (۴N). بنابراین طول مقاومت

رئوستا افزایش یافته و در نتیجه جریان عبوری از سیملوله کاهش می‌یابد.

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \xrightarrow{\ell, N \text{ ثابت}}$$

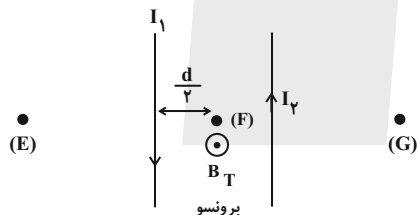
$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{I = \frac{V}{R}} \frac{B_2}{B_1} = \frac{R_1}{R_2} \xrightarrow{R = \frac{\rho \ell}{A}} \frac{B_2}{B_1} = \frac{\rho \ell_1}{\rho \ell_2} \xrightarrow{\rho, A \text{ ثابت}}$$

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{3N}{4N} = \frac{3}{4}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۹۰- گزینه «۱»

(مهمرعلی راست‌پیمان)



در نقطه (F)، $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ هر دو برون‌سو بوده، بنابراین میدان مغناطیسی

برایند برون‌سو است.

در نقطه (G)، $\vec{B}_1$ درون‌سو و $\vec{B}_2$ برون‌سو است. از آنجایی که

$$|\vec{B}_1| > |\vec{B}_2|, \text{ بنابراین } \vec{B}_G \text{ درون‌سو است.}$$

در نقطه (E)، $\vec{B}_1$ درون‌سو و $\vec{B}_2$ برون‌سو است. از آنجایی که

$$|\vec{B}_1| > |\vec{B}_2|, \text{ است، بنابراین } \vec{B}_E \text{ نیز درون‌سو است.}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)



فیزیک ۳

۹۱- گزینه «۲»

(زهره آقامهمری)

موارد الف، ب و ت نادرست‌اند.

بررسی موارد:

الف) نادرست: فقط در لحظه t_1 جهت بردار مکان عوض می‌شود.

ب) نادرست: در لحظه‌های t_p و t_3 جهت حرکت عوض می‌شود.

پ) درست: شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر با سرعت متحرک

است. در لحظه t_p شیب مماس برابر صفر است، پس $v_p = 0$ و در لحظه

t_1 شیب مثبت است، پس $v_1 > 0$. برای محاسبه شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{v_p - v_1}{\Delta t} = \frac{0 - v_1}{\Delta t} < 0$$

ت) نادرست: در لحظه صفر، $x_0 < 0$ و در لحظه t_p ، $x_p > 0$ است.

بنابراین برای محاسبه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{x_p - x_0}{\Delta t} \neq 0$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۹۲- گزینه «۲»

(بهنام رستمی)

در حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{0 + v_0}{2} \times 10$$

$$\Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مکمل مثال ۱۱-۱۲ صفحه ۱۶ کتاب درسی)

۹۳- گزینه «۲»

(پوریا علاقه‌مند)

برای محاسبه جابه‌جایی متحرک در ۴s اول حرکت، داریم:

$$x = 2t^2 - 8t + 10 \xrightarrow{\Delta x = x - x_0} \Delta x = 2t^2 - 8t$$

$$\xrightarrow{t=4s} \Delta x = 2 \times 4^2 - 8 \times 4 = 0$$

چون شتاب و سرعت اولیه ناهم‌نام هستند و سرعت در لحظه $t = 2s$ برابر

با صفر است، بنابراین حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

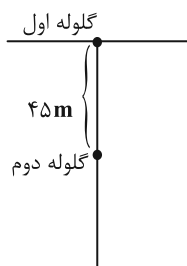
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۹۴- گزینه «۱»

(رامین شارلویی)

گلوله اول ۲ ثانیه زودتر حرکت کرده، یعنی ۲

ثانیه بیشتر در راه بوده است.



$$t_1 = (t_p + 2)s \quad (I)$$

در ضمن، مکان گلوله اول ۴۵ متر بیشتر بوده

$$(y_1 = y_p + 45m) \text{ و جهت مثبت را رو به}$$

پایین فرض می‌کنیم.

$$y_1 = y_p + 45 \Rightarrow \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}gt_p^2 + 45$$

$$(I) \Rightarrow 5(t_p + 2)^2 = 5t_p^2 + 45 \Rightarrow t_p^2 + 4t_p + 4 = t_p^2 + 9$$

و زمان گلوله اول

$$\Rightarrow t_p = 1/25s \Rightarrow t_1 = t_p + 2 \Rightarrow t_1 = 1/25 + 2 = 3/25s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹۵- گزینه «۱»

(مسعود قره‌فانی)

برای به‌دست آوردن h از دو معادله زیر کمک می‌گیریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} \text{کل حرکت } h = 5t^2 \\ \text{از شروع تا ۲ ثانیه آخر } h - 80 = 5(t - 2)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5t^2 - 80 = 5(t - 2)^2$$

$$\Rightarrow t^2 - 16 = t^2 - 4t + 4 \Rightarrow 4t = 20 \Rightarrow t = 5s$$



(مهمربلی راست پیمان)

۹۹- گزینه «۲»

نیروی خالصی که به جسم وارد می شود، برابر است با:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 7\vec{j} + 38\vec{i} - 14\vec{i}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{net} = 24\vec{i} + 7\vec{j} \Rightarrow F_{net} = \sqrt{24^2 + 7^2}$$

$$\Rightarrow F_{net} = 25N$$

طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 25 = 12 / 5a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۲ تا ۳۴)

(مشابه مثال ۲-۲ صفحه ۳۴ کتاب درسی)

(امسان مهمربلی)

۱۰۰- گزینه «۲»

عامل حرکت شخص به سمت راست، نیرویی است که واگن به شخص برای

حرکت به سمت راست وارد می کند. شخص واگن را با پای خود به سمت

چپ هل می دهد و بنابراین طبق قانون سوم نیوتون، واگن نیز شخص را به

سمت راست هل می دهد و باعث حرکت شخص می شود. اندازه این نیرو برابر

$$F = ma = (60 \times 0 / 8)N$$

است با:

طبق قانون سوم نیوتون، همین مقدار نیرو به سمت چپ به واگن اعمال

می شود و اندازه شتاب واگن که به سمت چپ است، برابر است با:

$$F = F' \Rightarrow F' = m'a' \Rightarrow 60 \times 0 / 8 = 240a' \Rightarrow a' = 0 / 2 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۲ تا ۳۵)

$$h = 5 \times 5^2 = 125m$$

بنابراین ارتفاع h برابر است با:

اندازه سرعت برخورد به زمین در لحظه $t = 5s$ برابر است با:

$$v = gt = 10 \times 5 = 50 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست: صفحه های ۲۱ تا ۲۴)

(مسعود قره فانی)

۹۶- گزینه «۳»

علت پدیده های گزینه های ۱ و ۲ و ۴ قانون اول نیوتون (لختی) است، در

حالی که علت پدیده گزینه ۳ قانون سوم نیوتون (عمل و عکس العمل)

می باشد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۰ تا ۳۵)

(عبدالرضا امینی نسب)

۹۷- گزینه «۴»

هنگامی که کامیون به سمت چپ شروع به حرکت می کند، وزنه آونگ به

سبب لختی، تمایل به حفظ حالت اولیه خود (سکون) دارد و بنابراین به سمت

راست منحرف می شود. این پدیده با قانون اول نیوتون قابل توجیه است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۰ تا ۳۲)

(علیرضا گونه)

۹۸- گزینه «۳»

چون کشتی با سرعت ثابت و در راستای افقی در حال حرکت است، لذا

شتاب آن صفر است. همچنین کشتی در راستای قائم حرکت نمی کند،

بنابراین شتاب آن در راستای قائم نیز صفر است، بنابراین با توجه به قانون

اول نیوتون کشتی در حال تعادل است و در نتیجه:

$$F_1 = F_2, F_3 = F_4$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۰ تا ۳۲)

(مشابه پرسش ۱-۲ صفحه ۳۱ کتاب درسی)



فیزیک ۱

۱۰۱- گزینه «۲»

(امیرمهر عبودی)

گزینه «۲» صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: کاربرد دماسنج بیشینه-کمینه در مراکز پرورش گل و گیاه،

هواشناسی و باغداری است و در صنعت از این نوع دماسنج استفاده نمی‌شود.

گزینه «۳»: دلیل انتخاب دماسنج‌های معیار بالا بودن دقت اندازه‌گیری آن‌ها

می‌باشد، نه دسترسی آسان و همگانی.

گزینه «۴»: به‌عنوان مثال آب در دمای صفر تا 4°C با افزایش دما، منبسط

نمی‌شود؛ برخی از مواد دیگر مثل پلاستیک‌ها نیز چنین خاصیتی را نشان می‌دهند.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

۱۰۲- گزینه «۱»

(عرفان عسکریان‌پایان)

طبق رابطه $\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta$ ، با کاهش دما، فاصله هر دو نقطه دلخواه روی

این صفحه کاهش خواهد یافت.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

۱۰۳- گزینه «۱»

(مهری شریفی)

$$\left. \begin{array}{l} \Delta T = -72^{\circ}\text{K} \\ \Delta T = \Delta \theta \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta \theta_A = -72^{\circ}\text{C} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta F = +72^{\circ}\text{F} \\ \Delta F = 1/18 \Delta \theta \end{array} \right\} \Rightarrow 1/18 \Delta \theta_B = 72$$

$$\Rightarrow \Delta \theta_B = 40^{\circ}\text{C} \quad (2)$$

$$(1), (2): \left\{ \begin{array}{l} \theta_{2A} - \theta_{1A} = -72 \\ \theta_{2B} - \theta_{1B} = 40 \\ \theta_{1A} = \theta_{1B} \end{array} \right\} \Rightarrow \theta_{2B} - \theta_{2A} = 112^{\circ}\text{C}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۱۰۴- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

ابتدا دما برحسب درجه فارنهایت را به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=50^{\circ}\text{F}} 50 = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow \theta = 10^{\circ}\text{C} \Rightarrow T = 10^{\circ}\text{C}$$

اکنون با استفاده از رابطه $\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$ ، تغییر طول میله در حالت دوم را به‌دست

می‌آوریم. با توجه به شکل، در بازه دمایی $T_1 = 0^{\circ}\text{C}$ تا $T_2 = 100^{\circ}\text{C}$ ، تغییر

طول میله برابر با $\Delta L = 100/2 - 100 = 0/2\text{cm}$ است. برای بازه

دمایی $T_1 = 0^{\circ}\text{C}$ تا $T_2 = 50^{\circ}\text{F} = 10^{\circ}\text{C}$ ، چون ضریب انبساط

طولی ثابت است، می‌توان نوشت:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T \xrightarrow{L_1, \alpha \text{ ثابتاند}} \frac{\Delta L'}{\Delta L} = \frac{\Delta T'}{\Delta T}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta L'}{0/2} = \frac{10}{100} \Rightarrow \Delta L' = 0/02\text{cm}$$

بنابراین طول میله در دمای $50^{\circ}\text{F} = 10^{\circ}\text{C}$ برابر است با:

$$L'_2 = L_1 + \Delta L' = 100 + 0/02 \Rightarrow L'_2 = 100/02\text{cm}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۹۰)

۱۰۵- گزینه «۲»

(محمدرضا شیروانی‌زاده)

طبق رابطه تغییر سطح در اثر تغییر دما داریم:

$$\Delta A = A_1(2\alpha)\Delta \theta$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = 2\alpha\Delta \theta \Rightarrow \frac{0/2}{100} = 2 \times (4 \times 10^{-5}) \times \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = 25^{\circ}\text{C}$$

در انبساط، دما باید افزایش یابد.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه ۹۲)



$$Q'' = m' L_F \Rightarrow 168 \times 10^3 = m' L_F$$

$$\Rightarrow m' = \frac{168000}{336000} = 0.5 \text{ kg}$$

$$\text{جرم ذوب نشده} = m - m' = 2 - 0.5 = 1.5 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹ و ۱۰۴ تا ۱۰۶)

(عبداله فقه‌زاده)

۱۰۹- گزینه «۴»

هر جسم در هر دمایی تابش الکترومغناطیسی گسیل می‌کند و به همین دلیل به این نوع تابش‌ها، تابش گرمایی می‌گویند. تابش گرمایی در دماهای زیر حدود 500°C عمدتاً به صورت تابش فروسرخ است که نامرئی است.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

(پوریا علاقه‌مند)

۱۱۰- گزینه «۴»

چون گاز کامل است، از معادله حالت گازهای آرمانی استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \text{حالت (۱): } P_1 V_1 &= n_1 R T_1 \\ \text{حالت (۲): } P_2 V_2 &= n_2 R T_2 \end{aligned} \xrightarrow{(1), (2)} \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 9, \frac{T_2}{T_1} = 6, \frac{P_2}{P_1} = 1 \rightarrow 1 \times 9 = \frac{n_2}{n_1} \times 6 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{3}{2}$$

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = nM$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{M_2}{M_1} \xrightarrow{M_2=M_1} \frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{m_1=x} m_2 = \frac{3}{2}x$$

جرم حالت دوم گاز، $\frac{3}{2}x$ گرم است، یعنی $\frac{3}{2}x$ گرم به جرم گاز حالت اولیه

اضافه شده است.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳)

(مصطفی کیانی)

۱۰۶- گزینه «۲»

چون تمام گرمای تولید شده توسط گرم‌کن را مجموعه گرماسنج و آب جذب می‌کند، ابتدا با استفاده از رابطه‌های زیر گرمای کل را می‌یابیم. دقت کنید بخشی از گرمای گرم‌کن توسط آب و بخشی دیگر توسط گرماسنج جذب می‌شود.

$$Q_{\text{کل}} = Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} \Rightarrow Q_{\text{کل}} = mc\Delta T + C\Delta T$$

$$\xrightarrow{m=200\text{g}=0.2\text{kg}, c=4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}, \Delta T=60-10=50^\circ\text{C}, C=180 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}} Q_{\text{کل}} = 0.2 \times 4200 \times 50 + 180 \times 50$$

$$Q_{\text{کل}} = 42000 + 9000 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 51000 \text{ J}$$

اکنون با استفاده از رابطه $P = \frac{Q}{\Delta t}$ ، زمان را می‌یابیم. داریم:

$$\Delta t = \frac{Q_{\text{کل}}}{P} \xrightarrow{P=170\text{W}, Q_{\text{کل}}=51000\text{J}} \Delta t = \frac{51000}{170}$$

$$\Rightarrow \Delta t = 300\text{s} = 5 \text{ min}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

(مهری شریفی)

۱۰۷- گزینه «۳»

گرمایی که m_1 گرم آب می‌گیرد تا تبخیر سطحی رخ دهد، باعث انجماد m_2 گرم آب به یخ می‌شود:

$$Q_{\text{تبخیر سطحی}} = |Q_{\text{انجماد}}| \Rightarrow m_1 L_V = m_2 L_F \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{L_V}{L_F}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۱)

(غلامرضا ممینی)

۱۰۸- گزینه «۲»

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 42000 = m \times 2100 \times (273 - 263) \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

$$Q' = m L_F \Rightarrow (714 - 42) \times 10^3 = 2 \times L_F \Rightarrow L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$



شیمی ۲

گزینه ۱»

(سیرمشمدر معروفی)

$$\frac{\bar{R}_A}{A \text{ ضریب}} = \frac{\bar{R}_C}{C \text{ ضریب}} \Rightarrow \frac{0/8}{1} = \frac{\bar{R}_C}{3}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_C = 2/4 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_C = \frac{\Delta n_C}{\Delta t} \Rightarrow 2/4 = \frac{52/48 - 0}{t - 0} \Rightarrow t \simeq 0/53 \text{ min} = 32s$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

گزینه ۱»

(سالار ملکی)

با توجه به واکنش موازنه شده، کاهش جرم مخلوط واکنش مربوط به ماده گازی خارج شده از ظرف است.



جرم CO_2 تولید شده در بازه زمانی داده شده برابر است با:

$$CO_2 \text{ جرم} = 3/3g$$

مقدار گلوکز مصرف شده:

$$?g C_6H_{12}O_6 = 3/3g CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44g CO_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{2 \text{ mol } CO_2} \times \frac{180g C_6H_{12}O_6}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 6/75g C_6H_{12}O_6$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

گزینه ۴»

(فامر پویان نظر)

افزودن دو قطره از محلول پتاسیم یدید به محلول H_2O_2 در دمای اتاق سبب افزایش سرعت تولید گاز اکسیژن می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

گزینه ۲»

(حسن لشکری)

$$\bar{R}_{0-20} = \frac{\bar{R}_{HI}}{2} = \frac{4 \times 0/1}{2 \times 20} = \frac{0/2}{20} \quad (1)$$

$$\bar{R}_{20-40} = \frac{\bar{R}_{HI}}{2} = \frac{(6-4) \times 0/1}{2 \times 20} = \frac{0/1}{20}$$

$$\bar{R}_{0-20} = 2\bar{R}_{20-40}$$

(۲) مجموع شمار مولکول‌های دو اتمی، یعنی H_2 ، I_2 و HI در طول

واکنش تغییر نمی‌یابد.

$$\bar{R}_{H_2} = \frac{-\Delta n(H_2)}{\Delta t} = \frac{0/3 \text{ mol}}{40 \text{ min}} = 0/0075 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} \quad (3)$$

$$= 1/25 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = + \frac{\Delta n(HI)}{2\Delta t} = - \frac{\Delta n(H_2)}{\Delta t} \quad (4)$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۳)

گزینه ۱»

(حسن لشکری)

$$\bar{R}_{HCl} = 0/36 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} \rightarrow \bar{R}_{CaCO_3} = 0/18 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\Delta n CaCO_3 = 60g CaCO_3 \times \frac{50}{100} \times \frac{1 \text{ mol } CaCO_3}{100g CaCO_3}$$

$$= 0/3 \text{ mol } CaCO_3$$

$$\bar{R} = \frac{\Delta n}{\Delta t} \rightarrow 0/18 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} = \frac{0/3 \text{ mol}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t \simeq 1/67 \text{ min} = 100s$$

$$?LCO_2 = 60g CaCO_3 \times \frac{50}{100} \times \frac{1 \text{ mol } CaCO_3}{100g CaCO_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CaCO_3} \times \frac{22/4L CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 6/72L CO_2$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۸۸)



۱۱۶- گزینه «۲»

(امین نوروزی)

ابتدا مقدار $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ مصرف شده را تعیین می کنیم:

$$? \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3 = 160 \text{ L SO}_3 \times \frac{1/8 \text{ g SO}_3}{1 \text{ L SO}_3} \times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{80 \text{ g SO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{3 \text{ mol SO}_3} = 1/2 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3$$

مقدار باقی مانده $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ برابر است با:

$$\text{مقدار باقی مانده} = 1/4 - 1/2 = 0/2 \text{ mol}$$

با توجه به نمودار زمان لازم برای رسیدن به $0/2$ مول آلومینیم سولفات برابر با 10 دقیقه است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۵ تا ۸۸)

۱۱۷- گزینه «۲»

(ممد رضا پوریاوید)

تنها عبارت دوم نادرست است.

فلز مس با یون های روی واکنش نمی دهد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۶ تا ۸۹ و ۹۱)

۱۱۸- گزینه «۱»

(سالار ملکی)

ساختار داده شده مربوط به کلسترول است.

کلسترول دارای گروه OH می باشد و نوعی الکل است و با توجه به داشتن پیوند

دوگانه کربن- کربن سیر نشده نیز می باشد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه ۹۶)

۱۱۹- گزینه «۱»

(حسن لشکری)

با توجه به نمودار در ثانیه 20 ام شمار مول های A و B با هم برابر است. اگر

مقدار مول مصرف شده A تا این لحظه را برابر با $3x$ در نظر بگیریم، مقدار

مول B تولید شده برابر با $2x$ خواهد بود. بنابراین می توان نوشت:

$$6 - 3x = 2x \Rightarrow 6 = 5x \Rightarrow x = 1/2 \text{ mol}$$

$$\bar{R} = \frac{\bar{R}_B}{2} = \frac{\Delta n}{2 \Delta t} = \frac{2 \times 1/2 \text{ mol}}{2 \times \frac{20}{60} \text{ min}} = 3/6 \text{ mol.min}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۵ تا ۹۳)

۱۲۰- گزینه «۱»

(حسن لشکری)

ابتدا مقدار گاز CO_2 تولید شده را با توجه به گلوکز مصرف شده تعیین می کنیم:

$$\text{گلوکز} \frac{1 \text{ mol}}{180 \text{ g}} \times \frac{36}{100} \times \frac{45 \text{ g}}{100 \text{ g}} \times \frac{100 \text{ g}}{1 \text{ ton}} \times \text{پسماند} 2 \text{ ton}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol گلوکز}} \times \frac{22/4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 80640 \text{ L CO}_2$$

$$\bar{R}(\text{CO}_2) = \frac{\text{حجم گاز}}{\text{زمان}} = \frac{80640 \text{ L}}{56 \times 60 \text{ s}} = 24 \text{ L.s}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۵ تا ۹۰)



شیمی ۳

۱۲۱- گزینه «۲»

(ممید زبئی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: صابون‌های مایع نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند.

گزینه «۲»: مطابق متن صفحه ۷ کتاب درسی

گزینه «۳»: جزء کاتیونی در پاک‌کنندگی تأثیری ندارد.

گزینه «۴»:



(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۵ تا ۸)

(مطابق فور را نیازماید صفحه ۷ کتاب درسی)

۱۲۲- گزینه «۲»

(مهمرسن مهمرزاده‌مقدم)

با توجه به آنکه اسید ضعیف است می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M}$$

ابتدا غلظت H^+ را تعیین می‌کنیم:

$$pH = 4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$2 \times 10^{-7} = \frac{10^{-8}}{M} \Rightarrow M = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

حال داریم:

مقدار اسید مورد نیاز برابر است با:

$$? gHA = 1L \text{ محلول} \times \frac{0.5 \text{ mol HA}}{1L \text{ محلول}} \times \frac{60 gHA}{1 \text{ mol HA}} = 30 gHA$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۶)

۱۲۳- گزینه «۳»

(فسن رهمتی‌کوکنده)

$$pH = 2 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? gHI = 1L \text{ محلول} \times \frac{10^{-2} \text{ mol } H^+}{1L \text{ محلول}} \times \frac{1 \text{ mol HI}}{1 \text{ mol } H^+}$$

$$\times \frac{128 g HI}{1 \text{ mol HI}} = 1.28 g HI$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

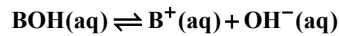
۱۲۴- گزینه «۴»

(ممید زبئی)

ابتدا غلظت مولی باز را محاسبه می‌کنیم:

$$[M_{BOH}] = \frac{n}{V} = \frac{0.5 g \times \frac{1 \text{ mol}}{50 g}}{2} = 0.005 \text{ mol.L}^{-1}$$

در ادامه با استفاده از رابطه ثابت یونش باز (K_b)، غلظت مولی یون هیدروکسید تولید شده را محاسبه می‌کنیم. با توجه به آنکه ثابت یونش عدد کوچکی است می‌توان از غلظت $[OH^-]$ در مخرج صرف نظر کرد.



$$K_b = \frac{[B^+][OH^-]}{[BOH]} \Rightarrow 5 \times 10^{-5} = \frac{[OH^-]^2}{0.005}$$

$$\Rightarrow [OH^-]^2 = 25 \times 10^{-8} \Rightarrow [OH^-] = 5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

حال غلظت یون H^+ را از روی OH^- محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] \times [OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] \times 5 \times 10^{-4} = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۸)

(مطابق با هم بینریشیم صفحات ۲۶ تا ۲۸ کتاب درسی)

۱۲۵- گزینه «۱»

(مهمرسن مهمرزاده‌مقدم)

ابتدا غلظت H^+ را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = 2/3 \Rightarrow [H^+] = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به رابطه K_a داریم:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \Rightarrow 0.5 = \frac{(5 \times 10^{-3})^2}{M - 5 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow M = 55 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? gHA = 1L \text{ محلول} \times \frac{55 \times 10^{-4} \text{ mol HA}}{1L \text{ محلول}} \times \frac{114 gHA}{1 \text{ mol HA}}$$

$$= 0.627 gHA = 627 \text{ mg HA}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۸)

۱۲۶- گزینه «۳»

(مهمر پارسا فراهانی)

طبق گفته سوال:

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = 16 \times 10^4 \Rightarrow [OH^-] = 16 \times 10^4 [H^+]$$

$$\xrightarrow[\text{در } [H^+]]{\text{طرفین ضرب}} \underbrace{[H^+][OH^-]}_{10^{-14}} = 16 \times 10^4 [H^+]^2$$

$$10^{-14} = 16 \times 10^4 [H^+]^2 \Rightarrow [H^+]^2 = \frac{10^{-18}}{16} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} [H^+] = \frac{10^{-9}}{4}$$

$$= 25 \times 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

(مطابق با هم بینریشیم صفحه‌های ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)



۱۲۷- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

موارد «الف» و «پ» جمله داده شده را به نادرستی تکمیل می کنند.

بررسی همه موارد:

الف) هرچه دمای آب بیشتر باشد، پاک کنندگی نیز بیشتر خواهد بود؛ در نتیجه درصد لکه باقیمانده کاهش می یابد. بنابراین رابطه معکوس بین درصد لکه باقیمانده پس از شستشو و دمای آب وجود دارد.

ب) می دانیم که پاک کننده های صابونی با یون های موجود در آب سخت واکنش می دهند و بنابراین بین میزان کف کردن پاک کننده صابونی و میزان

یون های Ca^{2+} موجود در آب سخت، رابطه معکوس وجود دارد.

پ) هرچه درجه یونش یک اسید بیشتر باشد در آب بیشتر یونش پیدا کرده و یون های بیشتری تولید می کند و در نتیجه رسانایی الکتریکی بیشتری خواهد داشت؛ بنابراین بین این دو مورد رابطه مستقیم برقرار است.

ت) هرچه pH محلول یک اسید کمتر باشد، به این معناست که $[H^+]$ در محلول اسید بیشتر است. بنابراین بین pH و شدت واکنش محلول اسید با فلز Mg رابطه معکوس وجود دارد.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی؛ صفحه های ۸ تا ۲۴)

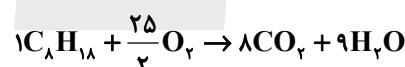
۱۲۸- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

گزینه «۴» نادرست است.

بررسی گزینه ها:

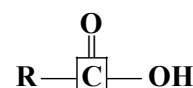
گزینه «۱»: درست، طبق واکنش سوختن کامل داریم:



با توجه به تعداد اتم های کربن در فرمول مولکولی هم می توان نتیجه گرفت مقدار CO_2 تولیدی از سوختن یک مول بنزین کمتر از مقدار CO_2 تولیدی از سوختن یک مول وازلین است.

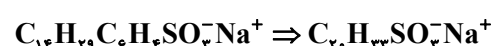
گزینه «۲»: درست، از صابون گوگرددار برای از بین بردن جوش صورت و قارچ های پوستی استفاده می شود.

گزینه «۳»: درست، مطابق شکل زیر در اسید چرب یک اتم کربن به ۲ اتم اکسیژن متصل است.



گزینه «۴»: نادرست، با توجه به فرمول عمومی پاک کننده غیرصابونی داریم:

$$n = 14$$



(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی؛ صفحه های ۴، ۵ و ۱۰ تا ۱۲)

۱۲۹- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

شمار مولکول های اسید یونیده شده
درجه یونش = $\frac{\text{شمار مولکول های اسید یونیده شده}}{\text{شمار مولکول های اسید یونیده نشده} + \text{شمار مولکول های اسید یونیده شده}}$

$$= \frac{[H^+]}{M_{\text{یونیده نشده}} + [H^+]} = \begin{cases} HX : \frac{1}{9+1} = 0.1 \\ HY = \frac{8}{0+8} = 1 \\ HZ = \frac{2}{8+2} = 0.2 \end{cases}$$

بررسی موارد:

عبارت اول: HY بیشترین درجه یونش را دارد و قوی تر از بقیه است. (درست)

عبارت دوم: درجه یونش اسید HY یک بوده و به طور کامل یونش پیدا کرده است. (نادرست)

عبارت سوم: با توجه به این که غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید HY تقریباً زیاد است و می توان گفت قدرت اسیدی قوی دارد، حتماً از اتانویک اسید که یک اسید آلی ضعیف است، قدرت اسیدی بیشتری خواهد داشت. (درست)

عبارت چهارم: با توجه به برابر بودن غلظت اولیه اسیدها و محاسبه درجه یونش آن ها رابطه $K_a(HX) < K_a(HZ) < K_a(HY)$ برقرار است. (درست)

عبارت پنجم: HZ از HX قوی تر است. HF از HCN قوی تر است. (نادرست)

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی؛ صفحه های ۱۶ تا ۲۱)

۱۳۰- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

$$\left. \begin{aligned} HX \Rightarrow \alpha_{HX} &= \frac{[H^+]}{[HX]_0} = \frac{0.1}{0.1+0.7} = \frac{1}{8} \\ HY \Rightarrow \alpha_{HY} &= \frac{[H^+]}{[HY]_0} = \frac{0.05}{0.5+0.05} = \frac{1}{11} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{\alpha_{HX}}{\alpha_{HY}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{11}} = \frac{11}{8}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی؛ صفحه های ۱۸ تا ۲۱)

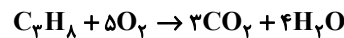


شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۳»

(معمد عظیمیان زواره)

مقدار مول CO_2 تولید شده در واکنش اول برابر است با:



$$? \text{ mol CO}_2 = 28 / 88 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{3 \text{ mol CO}_2}{4 \text{ mol H}_2\text{O}} = 1/2 \text{ mol CO}_2$$

حال جرم متیازیم اکسید مورد نیاز در واکنش دوم برابر است با:



$$? \text{ g MgO} = 1/2 \text{ mol CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol MgO}}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{40 \text{ g MgO}}{1 \text{ mol MgO}} = 20 \text{ g MgO}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۳۲- گزینه «۳»

(معمد عسین معمدرزاده مقدم)

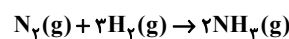
سوخت سبز به سوختی گفته می‌شود که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد و از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به دست می‌آید.

(شیمی ۱- رد پای گازهای در زندگی: صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۳۳- گزینه «۴»

(مبینا شرافتی پور)

معادله موازنه شده به صورت زیر است:



با توجه به معادله واکنش می‌توان نوشت:

$$? \text{ g NH}_3 = 17 / 92 \text{ L (مخلوط گازی)} \times \frac{1 \text{ mol گازی}}{22 / 4 \text{ L گازی}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol NH}_3}{4 \text{ mol گاز}} \times \frac{17 \text{ g NH}_3}{1 \text{ mol NH}_3} = 6 / 88 \text{ g NH}_3$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۶ تا ۸۲)

۱۳۴- گزینه «۳»

(یاسر راش)

نقطه جوش آلوتروپ‌های اکسیژن یعنی O_2 و O_3 به ترتیب برابر -183 و -112 درجه سلسیوس است. پس در دمای -200°C ، هر دوی آن‌ها به حالت مایع هستند و با بالا بردن دما تا $5^\circ\text{C} / -136$ ، اکسیژن از مخلوط مایع جدا شده و به حالت گاز درآمده است که جرم آن برابر 120 گرم معادل با $\frac{120}{32}$ یا 3.75 مول است.

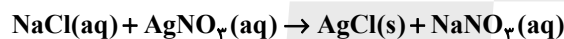
باقی‌مانده مخلوط در واقع همان اوزون (O_3) است. برای بدست آوردن تعداد مولکول‌های باقی مانده در آن داریم:

$$80 \text{ g O}_3 \times \frac{1 \text{ mol O}_3}{48 \text{ g O}_3} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule O}_3}{1 \text{ mol O}_3} \times \frac{3 \text{ atom O}}{1 \text{ molecule O}_3} \approx 3.01 \times 10^{23} \text{ atom O}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

۱۳۵- گزینه «۳»

(معمد زینی)



جرم حل شونده NaCl را می‌توان از روی غلظت $\text{NaNO}_3(\text{aq})$ تولید شده محاسبه کرد:

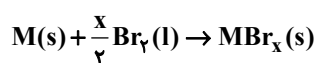
$$? \text{ AgCl} = 2 \text{ L محلول} \times \frac{1 / 5 \text{ mol AgNO}_3}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol AgCl}}{1 \text{ mol AgNO}_3} \times \frac{143 / 5 \text{ g AgCl}}{1 \text{ mol AgCl}} = 430 / 5 \text{ g AgCl}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۳۶- گزینه «۳»

(یاسر راش)

واکنش موازنه شده فلز M با برم به صورت زیر است:



$$\frac{0 / 4}{1} = \frac{64}{\frac{x}{2} \times 160} \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \text{MBr}_2$$

از آن جایی که 64 گرم از جرم برمید فلز دو ظرفیتی M در MBr_2 را برم تشکیل می‌دهد، طبق قانون پایستگی جرم، 16 گرم از فلز M در واکنش مصرف شده است. پس جرم مولی فلز M برابر است با:

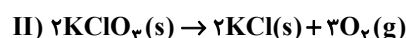
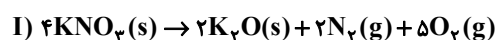


گزینه «۲»: در دمای صفر درجه سلسیوس و فشار یک اتمسفر (شرایط STP)، حجم مولی گازها برابر ۲۲/۴ لیتر بر مول است نه هر دما و فشاری! گزینه «۳»: چون جرم مولی O_2 از O_3 کمتر است، پس در جرم‌های برابر، مول O_2 بیشتر خواهد بود و حجم بیشتری اشغال خواهد کرد. گزینه «۴»: چون جرم مولی O_3 (دگرشکل واکنش پذیرتر) بیشتر است و حجم مولی آن دو یکی است، پس چگالی آن بیشتر خواهد بود.

$$d_{\text{گاز}} = \frac{M_{\text{مولی}}}{V_{\text{مولی}}} \Rightarrow d_{O_2} = \frac{48}{V_{\text{مولی}}}, d_{O_3} = \frac{32}{V_{\text{مولی}}}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴، ۷۸ و ۷۹)

۱۳۹- گزینه «۱» (مهمر عظیمیان/زواره)



کاهش جرم ایجاد شده در واکنش (I) با مجموع جرم N_2 و O_2 تولید شده یکسان است. به ازای ۲۱۶ گرم کاهش جرم، ۵ مول O_2 و ۲ مول N_2 تولید می‌شود.

$$? LO_2 = 49/68 \text{g} \times \frac{5 \text{mol } O_2}{216 \text{g کاهش جرم}}$$

$$\times \frac{22/4 LO_2}{1 \text{mol } O_2} = 25/76 LO_2$$

$$? \text{mol KClO}_3 = 25/76 LO_2 \times \frac{1 \text{mol } O_2}{22/4 LO_2}$$

$$\times \frac{2 \text{mol KClO}_3}{3 \text{mol } O_2} \approx 0/77 \text{mol KClO}_3$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۴)

۱۴۰- گزینه «۴» (امین نوروزی)

تنها مورد (ب) نادرست است؛

اوزون تروپوسفری یک آلاینده به شمار می‌رود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۸، ۵۲ و ۷۲ تا ۷۵)

$$40 \text{g.mol}^{-1} = \text{جرم مولی فلز } M \Rightarrow 16 = \text{جرم مولی فلز } M \times 4/0$$

واکنش تجزیه کربنات فلز M به صورت زیر است:

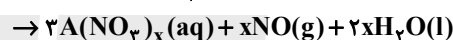


$$\text{M} \text{ فلز } = \frac{44}{100} \times 100 = 44\%$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۳۷- گزینه «۴» (امیرمسین طیبی)

طبق معادله زیر:



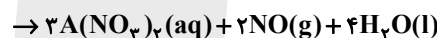
یک رابطه استوکیومتری بین نیتریک اسید و فلز واکنش دهنده می‌نویسیم تا به ظرفیت فلز پی ببریم:

$$3200 \text{g HNO}_3 \times \frac{1 \text{mL HNO}_3}{2/4 \text{g HNO}_3}$$

$$\times \frac{10^{-3} \text{L}}{1 \text{mL}} \times \frac{4 \text{mol HNO}_3}{1 \text{L HNO}_3} \times \frac{3 \text{mol A}}{4x \text{mol HNO}_3}$$

$$= 2 \text{mol A} \Rightarrow x = 2$$

واکنش را بازنویسی می‌کنیم:



اکنون رابطه استوکیومتری بین فلز و نمک حاصل را می‌نویسیم تا به جرم مولی فلز پی ببریم:

$$2 \text{mol A} \times \frac{3 \text{mol A}(\text{NO}_3)_2}{3 \text{mol A}}$$

$$\times \frac{(M_A + 2(62)) \text{g A}(\text{NO}_3)_2}{1 \text{mol A}(\text{NO}_3)_2} = 376 \text{g A}(\text{NO}_3)_2$$

$$\Rightarrow M_A = 64 \text{g.mol}^{-1}$$

بنابراین فلز مورد استفاده در واکنش، فلز مس با جرم مولی ۶۴ گرم بر مول و ظرفیت ۲ است.

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۸۳، ۸۴ و ۸۸ تا ۹۰)

۱۳۸- گزینه «۴» (میر زبئی)

اکسیژن دارای دو دگرشکل O_2 و O_3 است.

گزینه «۱»: دگرشکل سبک‌تر (O_2)، نقطه جوش پایین‌تری نسبت به O_3 دارد و دیرتر مایع می‌شود.





دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد
(دوره دوم)
۱۴ شهریور

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف چینی و صفحه آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ



استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۱

(مادر کریمی)

شهر برلین در کشور آلمان است.

(کلمه سازی، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه ۳

(مادر کریمی)

کشور مراکش در آفریقا است.

(کلمه سازی، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه ۴

(ممد اصفهانی)

در شکل درست، دو واژه «آیا چگونه» بدین شکل در کنار هم قرار نمی گیرند.

(تصحیح جملات، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه ۳

(ممد اصفهانی)

شکل درست جمله ۲۶ نقطه دارد: بندگی، بیداد و دروغ، مصیبت هستند و ارتباطات را پایان می دهند

(ترتیب کلمات، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه ۱

(مادر کریمی)

ترتیب پیشنهادی:

ج) ناگهان در کوچه دیدم بی وفای خویش را / باز گم کردم ز شادی دست و پای خویش را

الف) با شتاب ابرهای نیمه شب می رفت و بود / پاک چون مه شسته روی دلربای خویش را

د) تا به من نزدیک شد، گفتم: «سلام ای آشنا» / گفتم اما هیچ نشنیدم صدای خویش را

ب) کاش بشناسد مرا آن بی وفا دختر «امید» / آه اگر بیگانه باشد آشنای خویش را

(ترتیب جملات، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه ۲

(کتاب استعدادهای هوش کلامی، مشابه کنکور دکتری سال ۹۳)

نبود نام پدر امیر و مریم در مستندات سال ۱۳۲۰ بیمارستان، به این معنا نیست که او در سال ۱۳۱۸ متولد شده است. به شرطی می توان از نبودن نام پدر امیر و مریم در مستندات سال ۱۳۲۰ بیمارستان به متولد سال ۱۳۱۸ بودن او رسید که او حتماً در یکی از این دو سال متولد شده باشد.

(استدلال، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه ۲

(کتاب استعدادهای هوش کلامی)

عبارت «شرف المكان بالمکین» یعنی «ارزش جایگاه به خود جایگاه نیست، بلکه به صاحب جایگاه برمی گردد». در واقع همان طور که عبارت گزینه ۲ می گوید، «جایگاهی بالاست که شخصی والامقام آن جا نشسته باشد». عبارت گزینه ۱ می گوید وقتی اصل چیزی هست، نباید به سراغ جانشین هایش رفت. عبارت گزینه ۳ به شکست اشاره می کند و عبارت گزینه ۴ در نكوهش کسی است که کارش را رها کرده به سراغ کاری رفته که به ظاهر پست تر است.

(قرابت معنایی، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه ۳

(ممد اصفهانی)

ردیف پنجم به ۲ نیاز دارد. فقط یک جایگاه برای این عدد هست. بعد از قرار دادن عدد ۲، به همین قیاس جایگاه عدد ۳ هم معلوم می شود. یک خانه برای عدد ۴ در این ردیف باقی است.

حال در ستون پنجم، به همین قیاس جایگاه عددهای ۱ و ۵ معلوم می شود. حال در ردیف دوم به عدد ۲ نیاز داریم و فقط یک جایگاه برای آن هست. به همین ترتیب جایگاه عددهای ۵ و ۱ هم معلوم است.

حال در ستون اول، عدد ۴ معلوم می شود و در ردیف چهارم، عدد ۵. در ردیف سوم نیز عدد ۲ معلوم است. پس حاصل خواسته شده، $4 \times 2 = 8$ است.

	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۲				۵
۲	۱	۲	۴	۵	۳
۳	۵		۲		۱
۴	۴	۵			۲
۵	۳	۱	۵	۲	۴

(سورکو، هوش منطقی ریاضی)



۲۵۹- گزینه «۴»

(غریزاد شیرمهرملی)

قیمت مجسمه را x و قیمت تابلو را y می‌گیریم. داریم:

$$\begin{aligned}\frac{3}{4}x + 1000000 &= \frac{4}{3}y - 1000000 \\ \Rightarrow 9x + 12000000 &= 16y - 12000000 \\ \Rightarrow 16y &= 9x + 24000000\end{aligned}$$

یک معادله و دو مجهول، جواب یکتایی ندارد: $y = \frac{9}{16}x + 1500000$

مثلاً اگر $x = 16$ باشد، $y = 1500009$ خواهد بود و اگر $x = 16000000$ باشد، $y = 2500000$ خواهد بود.

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینه «۱»

(غریزاد شیرمهرملی)

داریم:

$$\begin{aligned}\frac{\text{الف} + 5}{\text{ب} + 3} &= \frac{\text{الف}}{\text{ب}} \Rightarrow (\text{الف} \times \text{ب}) + (5 \times \text{ب}) = (\text{الف} \times \text{ب}) + (3 \times \text{الف}) \\ \Rightarrow \frac{\text{الف}}{\text{ب}} &= \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{\text{الف}}{\text{کل}} = \frac{5}{8}, \frac{\text{ب}}{\text{کل}} = \frac{3}{8}\end{aligned}$$

داریم:

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینه «۴»

(ممیر اصفهانی)

سنّ علی، مجید و حسن را به ترتیب A ، M و H می‌گیریم.

$$A - 8 = 2(M - 8) \Rightarrow A = 2M - 8$$

$$A = 2h$$

فاصله سنی مجید و حسن معلوم می‌شود:

$$\Rightarrow 2M - 8 = 2h \Rightarrow m - 4 = h$$

ولی فاصله سنی علی و مجید معلوم نیست.

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینه «۲»

(ممیر کنی)

عدد باید فرد باشد، پس یکان یا یک است یا سه.

اگر یکان سه باشد، جمع ارقام دهگان و صدگان هم باید «مضرب سه» باشد، یعنی $(3, 3)$ ، $(1, 2)$ ، $(2, 1)$ و $(3, 0)$ پذیرفته است.

اگر یکان یک باشد، جمع ارقام دهگان و صدگان هم باید «مضرب سه منهای یک» باشد، یعنی: $(2, 0)$ ، $(2, 3)$ و $(3, 2)$

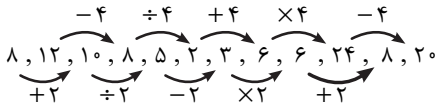
پس مجموعاً $3 + 4 = 7$ عدد با شرط‌های صورت سؤال ساخته می‌شود.

(بش‌پذیری و اصل ضرب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینه «۳»

(ممیر کنی)

دو الگو در سؤال هست:



(الگوی عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینه «۳»

(ممیر کنی)

$$(9-7) \times 9 = 18, (4-3) \times 13 = 13, (6-0) \times 7 = 42$$

$$(9-2) \times ? = 49 \Rightarrow ? = 49 \div 7 = 7$$

پس:

(الگوی عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه «۳»

(غریزاد شیرمهرملی)

$$9 \times 7 - 3 \times 8 = 63 - 24 = 39$$

$$8 \times 7 - 5 \times 3 = 56 - 15 = 41$$

$$16 \times 2 - 1 \times 8 = 32 - 8 = 24$$

$$5 \times 15 - 3 \times ? = 6$$

$$\Rightarrow ? = \frac{75-6}{3} = 23$$

پس:

(الگوی عددی، هوش منطقی ریاضی)

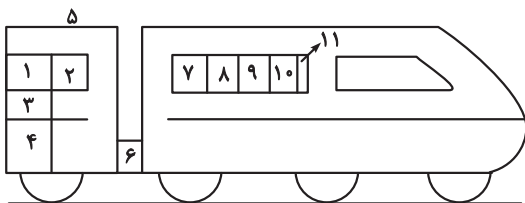
۲۶۶- گزینه «۴»

(فاطمه راسخ)

علاوه بر ۱۱ مستطیل آشکار، ۱۴ مستطیل دیگر هم در شکل هست:

$(1, 2), (1, 3), (3, 4), (1, 3, 4), (7, 8), (8, 9), (9, 10), (1, 11), (7, 8, 9), (8, 9, 10), (9, 10, 11), (7, 8, 9, 10), (8, 9, 10, 11), (7, 8, 9, 10, 11)$

پس تعداد کل مستطیل‌ها $11 + 14 = 25$ است.



(شمارش، هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه «۱»

(فاطمه راسخ)

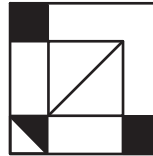
از تکرارها متوجه می‌شویم حروفی که در الفبای فارسی هست، کُد A و آن‌هایی که نیست، کُد D گرفته‌اند. همچنین دوقطه‌ای‌ها کُد B دارند و سه نقطه‌ای‌ها کُد C . پس حرفی سه نقطه‌ای از الفبای فارسی می‌خواهیم.

(کدگذاری، هوش غیرکلامی)

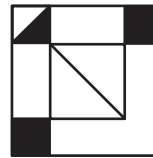
۲۶۸- گزینه «۴»

(فاطمه، اسخ)

اگر سه برگه را روی هم بیندازیم شکل زیر حاصل می شود:



با چرخاندن ۹۰ درجه ساعتگرد آن، شکل زیر را خواهیم داشت:

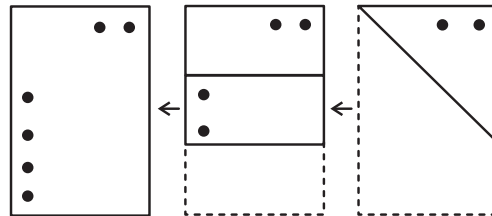


(کلاغز شفاف، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه «۴»

(ممید کنش)

مراحل تا را پس از سوراخ، برعکس طی می کنیم:

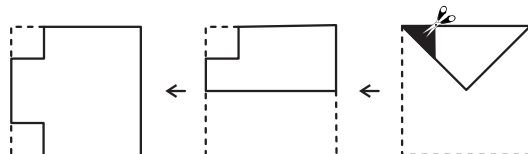


(تای کلاغز، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه «۱»

(غیرزاد شیرممدولی)

مراحل تا را پس از برش، برعکس طی می کنیم:



(برش کلاغز، هوش غیرکلامی)
